

Главный редактор:

Колчунов В.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Заместители главного редактора:

Гордон В.А., *советник РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Савин С.Ю., *канд. техн. наук, доц. (Россия)*

Финадеева Е.А., *канд. техн. наук, доц. (Россия)*

Редколлегия:

Акимов П.А., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Бакаева Н.В., *советник РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Бок Т., *д-р техн. наук, проф. (Германия)*

Булгаков А.Г., *д-р техн. наук, проф. (Германия)*

Ерофеев В.Т., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Есаулов Г.В., *акад. РААСН, д-р арх., проф. (Россия)*

Ильичев В.А., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Каприелов С.С., *акад. РААСН, д.т.н., проф. (Россия)*

Колесникова Т.Н., *д-р арх., проф. (Россия)*

Колчунов В.И., *д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Коробко А.В., *д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Король Е.А., *чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Кудряшов Н.Н., *канд. арх., проф. (Россия)*

Лефай З., *д-р техн. наук, проф. (Франция)*

Орлов Р.Б., *д-р техн. наук, проф. (Польша)*

Птичкина Г.А., *д-р арх., проф. (Россия)*

Реболж Д., *д-р техн. наук, проф. (Словения)*

Римшин В.И., *чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Себешев В.Г., *почетный чл. РААСН, канд. техн. наук, проф. (Россия)*

Тамразян А.Г., *чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Травуш В.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Трещев А.А., *чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Тур В.В., *иностран. чл. РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Федоров В.С., *акад. РААСН, д.т.н., проф. (Россия)*

Федорова Н.В., *советник РААСН, д-р техн. наук, проф. (Россия)*

Шах Р., *д-р техн. наук, проф. (Германия)*

Исполнительный редактор:

Амелина М.А. (Россия)

Адрес редакции:

302030, Орловская обл., г. Орёл,

ул. Московская, д. 77.

Тел.: +79065704999

<http://oreluniver.ru/science/journal/sir>

E-mail: str_and_rek@mail.ru

Зарегистрировано в Федеральной службе

по надзору в сфере связи, информационных

технологий и массовых коммуникаций.

Свидетельство: ПИ №ФС 77-67169

от 16 сентября 2016 г.

Подписной индекс **86294**

по объединённому каталогу «Пресса России»

на сайтах www.ppressa-ru.ru и www.akc.ru

© ОГУ имени И.С. Тургенева, 2026

Содержание

Теория инженерных сооружений. Строительные конструкции

- Амелина М.А., Колчунов В.И., Федорова Н.В.** Трещиностойкость железобетонных элементов из легкого высокопрочного бетона при внецентренном сжатии с кручением..... 5
- Арленинов П.Д., Крылов С.Б.** Актуальные проблемы исследований деформационных характеристик высокопрочных бетонов в составе железобетонных конструкций..... 22
- Конин Д.В., Крылов А.С., Жданова А.А., Гаврилов Д.Н.** Прочность бетонных и сталежелезобетонных образцов с листовым армированием при многоосных нагружениях 33
- Мондрус В.Л., Попов Р.В.** Вероятностный расчет железобетонной балки на стохастическом упругом основании с учетом трещинообразования..... 47
- Федоров В.С., Левитский В.Е.** Моделирование термосилового деформирования бетона в режимно-наследственной постановке..... 58

Безопасность зданий и сооружений

- Алексейцев А.В., Фань В., Кокотов С.И.** Оценка механической безопасности железобетонных колонн на основе предельных поверхностей..... 75
- Берлинов М.В.** Остаточный ресурс железобетонных конструкций при динамических воздействиях в условиях эксплуатационного износа 89
- Мацеевич Т.А.** Резерв несущей способности крупнопанельных зданий с учётом длительных эксплуатационных факторов..... 100
- Тамразян А.Г.** Демпфирование железобетонных конструкций при свободных колебаниях..... 110

Строительные материалы и технологии

- Пухаренко Ю.В., Ткаченко В.И., Кудобаев М.К.** Влияние комплексного наномодификатора на усадку мелкозернистого бетона 122
- Радайкин О.В., Салимханова А.И.** Вероятностный подход к нормированию механических характеристик бетона при конечно-элементном моделировании железобетонных конструкций..... 130

Editor-in-Chief

Kolchunov V.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Editor-in-Chief Assistants:

Gordon V.A., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Savin S.Yu., candidate sc. tech., docent
(Russia)

Finadeeva E.A., candidate sc. tech., docent
(Russia)

Editorial Board

Akimov P.A., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Bakaeva N.V., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Bock T., doc. sc. tech., prof. (Germany)

Bulgakov A.G., doc. sc. tech., prof. (Germany)

Erofeev V.T., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Esaurov G.V., doc. arc., prof. (Russia)

Illichev V.A., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Kaprielov S. S., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Kolesnikova T.N., doc. arc., prof. (Russia)

Kolchunov V.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Korobko A.V., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Korol E.A., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Kudryashov N.N., candidate arc., prof.
(Russia)

Lafhaj Z., doc. sc. tech., prof. (France)

Orlovic R.B., doc. sc. tech., prof. (Poland)

Ptichnikova G.A., doc. arc., prof. (Russia)

Rebolj D., doc. sc. tech., prof. (Slovenia)

Rimshin V.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Sebeshev V.G., candidate sc. tech., prof.
(Russia)

Tamrazyan A.G., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Travush V.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Treschev A.A., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Tur V.V., doc. sc. tech., prof. (Belorussia)

Fedorov V.S., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Fedorova N.V., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Schach R., doc. sc. tech., prof. (Germany)

Managing Editor:

Amelina M.A. (Russia)

The edition address:

302030, Orel region., Orel,

Moskovskaya Street, 77

+79065704999

<http://oreluniver.ru/science/journal/sir>

E-mail: str_and_rek@mail.ru

Journal is registered in Russian federal service for
monitoring communications, information
technology and mass communications

The certificate of registration:

ПИ №ФЦ 77-67169 from 16.09.2016 r.

Index on the catalogue of the «Pressa Rossii»

86294 on the websites www.pressa-rf.ru and

www.akc.ru

© Orel State University, 2026

Contents

Theory of engineering structures. Building units

- Amelina M.A., Kolchunov V.I., Fedorova N.V.** Crack resistance of reinforced concrete members made of lightweight high-strength concrete under eccentric compression with torsion..... 5
- Arlenin P.D., Krylov S.B.** Current issues in research on deformation characteristics of high-strength concrete in reinforced concrete structures..... 22
- Konin D.V., Krylov A.S., Zhdanova A.A., Gavrilov D.N.** Strength of concrete and composite steel and concrete structures with steel-plate reinforcement under multiaxial loading..... 33
- Mondrus V.L., Popov R.V.** Probabilistic analysis of a reinforced concrete beam on a stochastic elastic foundation with consideration of cracking..... 47
- Fedorov V.S., Levitsky V.E.** Modeling of thermal-power deformation of concrete in a regime-hereditary formulation..... 58

Building and structure safety

- Alekseytsev A.V., Wei Fan, Kokotov S.I.** Mechanical safety assessment for reinforced concrete columns based on ultimate limit surfaces..... 75
- Berlinov M.V.** Residual resource of reinforced concrete structures under dynamic loads in conditions of operational wear..... 89
- Matseevich T.A.** Reserve bearing capacity of large-panel buildings considering long-term service factors..... 100
- Tamrazyan A.G.** Damping of reinforced concrete structures under free vibrations..... 110

Construction materials and technologies

- Pukharensko Yu.V., Tkachenko V.I., Kudobaev M.K.** Effect of a complex nanomodifier on the shrinkage of fine-grained concrete..... 122
- Radaikin O.V., Salimkhanova A.I.** Probabilistic approach to rating the mechanical characteristics of concrete in finite element modeling of reinforced concrete structures..... 130

The journal Building and Reconstruction (Stroitel'stvo i rekonstruktsiya) have been included by Higher Attestation Commission in the List of peer-reviewed scientific journals, in which the main scientific results of dissertations for the degree of candidate and doctor of science should be published, for the group of scientific specialties 2.1. - Construction and architecture: 2.1.1. – Building constructions, buildings and structures (technical sciences); 2.1.2. – Soils and foundations, underground structures (technical sciences); 2.1.5. – Building products and construction materials (technical sciences); 2.1.7. – Construction technology and organization (technical sciences); 2.1.9. – Structural mechanics (technical sciences); 2.1.10. – Environmental safety in construction and urban economy (technical sciences); 2.1.11. – Theory and history of architecture, restoration and reconstruction of historical and architectural heritage (architecture); 2.1.12. – Architecture of buildings and structures. Creative concepts of architectural activity (architecture); 2.1.13. – Urban planning, planning of rural settlements (architecture).

The journal is indexed in RSCI, Russian Science Citation Index on the Web of Science.

КАФЕДРЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ И КАМЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ МИСИ-МГСУ 100 ЛЕТ!

Уважаемые коллеги, этот номер посвящен 100-летию кафедры железобетонных и каменных конструкций, в рамках которой проводится международная научная конференция «Живучесть без компромиссов».

Кафедра "Железобетонные и каменные конструкции" - одна из старейших в МИСИ - МГСУ была основана в 1926 г. Её первым заведующим стал один из основоположников современной теории железобетона профессор А.Ф. Лолейт. За 100-летний период кафедрой руководили:

- проф., д.т.н. Лолейт А.Ф. (1926-1933 гг.)
- проф., д.т.н. Давыдов С.С. (1933-1934 гг.)
- проф., д.т.н. Пастернак П.Л. (1934-1938 гг., 1956-1963 гг.)
- проф., д.т.н. Кацанович Л.А. (1938-1956 гг.)
- проф., д.т.н. Байков В.Н. (1963-1989 гг.)
- проф., д.т.н. Забегаев А.В. (1989-2002 гг.)
- проф., к.т.н. Головин Н.Г. (2002-2014 гг.)
- проф., д.т.н. Тамразян А.Г. (с 2014 г. по настоящее время).



На кафедре работают 55 высококвалифицированных сотрудников, в том числе 14 профессоров, докторов наук, 34 кандидатов технических наук, доцентов. Среди них академики, член-корреспонденты, советники РААСН и других академий, заслуженные деятели науки РФ, заслуженные и почетные строители РФ, лауреаты Государственных премий и премий Правительства РФ в области науки и техники, заслуженные и почетные работники Высшего образования РФ, члены экспертного совета ВАК РФ по строительству и архитектуре, члены редколлегий и главные редакторы ведущих научно-технических журналов, члены диссертационных советов.

Основные научные работы кафедры направлены, в основном, на решение проблем и задач, связанных с современными вызовами природного, техногенного характера, военного времени.

Традиционно на кафедре развиваются динамические задачи, на прогрессирующее обрушение, оценки живучести, надежности, долговечности, оценки риска и безопасности строительных конструкций, зданий и сооружений.

Также значительное число научных исследований связано с комбинированным особым воздействием средовых и различных силовых сочетаний. Весьма актуальным и своевременным является разработка новых усовершенствованных методов расчета сейсмостойкости, наиболее правильно отражающих поведение зданий при землетрясениях, обеспечивающих большую надежность и, в то же время, экономичность проектных решений.

В этом направлении особо следует отметить разработки в области сейсмостойкости зданий и сооружений при различных повреждениях, в том числе от огневых, коррозионных воздействий.

Немаловажным являются и вопросы оценки технического состояния, остаточного ресурса и долговечности железобетонных конструкций, зданий и сооружений.

На кафедре развиваются вопросы оценки надежности, оптимальности железобетонных конструкций с учетом риска аварий, средовых, вероятных запроектных воздействий.

Нашли свое отражение и разработка вероятностных методов расчета долговечности обыкновенных и предварительно напряженных железобетонных конструкций, инженерных сооружений при действии агрессивной среды, в частности, коррозии арматуры и арматурных канатов.

На новый уровень поднялись решения, связанные с проблемой продавливания железобетонных безбалочных плит перекрытий при различных ударных, динамических, взрывных нагрузках.

В последнее время бурно развивается одно из приоритетных направлений - проблема устойчивости, сопротивления зданий к прогрессирующему обрушению.

Непосредственно, связанное с ним направлением, считается обеспечение живучести строительных систем, зданий, конструкций. Живучесть, как и надежность, является комплексным свойством. Комплексный характер определяется через возможность сохранять или восстанавливать состояние некоторой, минимально возможной способности при воздействии поражающих факторов.

Также на кафедре ведутся разработки защитных сооружений нового поколения и восстановления поврежденных объектов в приграничных регионах в результате боевых действий.

По всем этим направлениям активно занимаются профессора кафедры совместно со своими магистрантами, аспирантами, докторантами, а также в рамках программы «Приоритет 2030».

Научный потенциал кафедры говорит сам за себя. На кафедре каждый год защищаются 4-5 аспиранта, около 90 магистров, а также защищают ВКР (дипломы) более 200 бакалавров и специалистов.

*Заведующий кафедрой
железобетонных и каменных конструкций НИУ МГСУ,
доктор технических наук, профессор,
Заслуженный деятель науки РФ,
член-корреспондент РААСН*

А.Г. Тамразян

М.А. АМЕЛИНА^{1,2}, В.И. КОЛЧУНОВ^{1,2}, Н.В. ФЕДОРОВА^{1,2}

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ),
г. Москва, Российская Федерация

²Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры
и строительных наук (НИИСФ РААСН), г. Москва, Российская Федерация

ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ЛЕГКОГО ВЫСОКОПРОЧНОГО БЕТОНА ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ СЖАТИИ С КРУЧЕНИЕМ

Аннотация. Представлена аналитическая методика и алгоритм расчета параметров деформирования и ширины раскрытия трещин железобетонных внецентренно сжатых и закручиваемых элементов из легкого высокопрочного железобетона, основанная на уравнениях статики для пространственного сечения, гипотезе о пространственной поверхности трещинообразования и учете деформационного эффекта для берегов трещи пересекаемых арматурным стержнем. Выполнено сопоставление аналитических и экспериментальных данных параметров деформирования и раскрытия пространственной трещины рассматриваемых конструкций. Экспериментальные исследования конструкций проведены на образцах из легкого бетона классов В40 и В65 с прямоугольным сечением 100×50 мм. Установлено, что характер разрушения конструкций носит хрупкий по прогрессирующей при нагружении единичной пространственной трещине. Сопоставление расчетных значений ширины раскрытия трещин по предложенной методике и данным эксперимента показало удовлетворительную сходимость предлагаемой расчетной модели. Показана необходимость учета дискретного характера трещинообразования и деформационного эффекта при оценке ширины раскрытия трещин для конструкций из легких высокопрочных бетонов.

Ключевые слова: легкий бетон, внецентренное сжатие с кручением, деформирование, трещинообразование, ширина раскрытия трещин, деформационный эффект, эксперимент, сопоставительный анализ

Для цитирования: Амелина М.А., Колчунов В.И., Федорова Н.В. Трещиностойкость железобетонных элементов из легкого высокопрочного бетона при внецентренном сжатии с кручением // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 5-21. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-5-21. EDN: MTRYGN

© Амелина М.А., Колчунов В.И., Федорова Н.В., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the
Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

M.A. AMELINA^{1,2}, V.I. KOLCHUNOV^{1,2}, N.V. FEDOROVA^{1,2}¹National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow, Russian Federation²Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (NIISF RAACS), Moscow, Russian Federation**CRACK RESISTANCE OF REINFORCED CONCRETE MEMBERS MADE OF LIGHTWEIGHT HIGH-STRENGTH CONCRETE UNDER ECCENTRIC COMPRESSION WITH TORSION**

Abstract. The paper presents an analytical methodology and a computational algorithm for evaluating the deformation parameters and crack width in reinforced concrete members subjected to eccentric compression combined with torsion. The members are fabricated from lightweight high-strength concrete. The proposed approach is based on the equilibrium equations for a spatial cross-section, the hypothesis of a spatial cracking surface, and the incorporation of the strain effect along the crack faces intersected by a reinforcing bar. A comparative analysis is carried out between the analytical predictions and experimental data on the deformation behavior and crack opening characteristics of the structural members under consideration. The experimental program was conducted on specimens made of lightweight concrete of strength classes B40 and B65, with rectangular cross-sections of 100×50 mm. It was found that the failure mode of the members is brittle, governed by the propagation of a single spatial crack developing progressively under loading. A comparison of the calculated crack widths obtained using the proposed methodology with the experimental results demonstrates satisfactory agreement, thereby validating the reliability of the analytical model. The findings highlight the necessity of accounting for the discrete nature of crack formation and the strain effect when assessing crack widths in lightweight high-strength concrete structures.

Keywords: lightweight concrete, eccentric compression with torsion, deformation behavior, crack formation, crack width, strain effect, experiment, comparative analysis.

For citation: Amelina M.A., Kolchunov V.I., Fedorova N.V. Crack resistance of reinforced concrete members made of lightweight high-strength concrete under eccentric compression with torsion. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 5-21. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-5-21. EDN: MTRYGN

Введение

Железобетонные конструкции в процессе эксплуатации часто подвергаются сложным комбинированным нагрузкам. Одним из наименее изученных, но практически важных случаев является совместное действие внецентренного сжатия и кручения. Такое напряженное состояние возникает в мостовых опорах, колоннах производственных зданий, ядрах жесткости высотных зданий, стойках линий электропередач и других ответственных конструкциях. Особый интерес представляет расчет конструкций из новых видов железобетона, в частности легкого высокопрочного бетона, который, как показано в [21] обладает иным характером трещинообразования и деформирования и разрушения по сравнению с тяжелым бетоном.

Значительный вклад в исследование железобетонных элементов при сложном сопротивлении от совместного действия различных усилий внесли отечественные ученые. В частности в последние годы В.М. Бондаренко, Вл.И. Колчунов [1], Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов Вл.И., Демьянов А.И. и др. [2, 4–6, 20, 21] получили новые экспериментально-теоретические результаты по деформированию и трещинообразованию конструкций из высокопрочного бетона при кручении с изгибом, включая элементы круглого и коробчатого сечений. За рубежом также активно продолжают

совершенствоваться и развиваться методы расчета железобетонных конструкций при сложном напряженном состоянии. Так, Bernardo и соавторы [14, 15] разработали обобщенные модели «мягкой» ферменной аналогии для балок при кручении. Ali и др. [7] анализировали уравнения прочности при сдвиге для балок с FRP-арматурой. Van и др. [8] определяли прочность многопролетных композитных балок при изгибе с кручением. Mostofinejad и Talaeytaba [9] исследовали сопротивление и трещинообразование железобетонных балок при кручении. Kalkan и Kartal [10] определяли крутильную жесткость при боковом выпучивании. В работе Gunasekaran и др. [12] изучали легкие конструкции балок из скорлупы кокосового ореха при действии крутящих моментов. Rahal [13] предложил унифицированный подход к расчету конструкций при действии сдвига и кручения. Jafari и Akbari [16] выполнили вероятностный расчет конструкций балок при совместном действии изгиба, сдвига и кручения.

Однако, не смотря на отмеченные и другие научные публикации, большинство работ по железобетонным конструкциям посвящены сочетанию изгиба с кручением. В известных научных работах отсутствуют исследования по внецентренному сжатию с кручением. Кроме того, существующие нормативные методики (СП 63.13330.2018, Еврокод 2) базируются на гипотезе осреднения деформаций растянутой арматуры [18] и, кроме этого, не учитывают два важных фактора, проявляющихся в конструкциях из легкого высокопрочного бетона: дискретный (единичный) характер пространственных трещин вместо сети нерегулярных трещин в обычном железобетоне и деформационный эффект в зоне пересечения трещиной арматурного стержня [21, 22]. Суть этого эффекта, предложенного Вл.И. Колчуновым заключается в том, что при разрушении растянутого бетона и образовании трещины деформации ее берегов сдерживаются реакцией арматурного стержня, а профиль трещины нелинейно искривляется. Это явление практически не учитывается в нормативных методах, что приводит к существенным погрешностям при расчете ширины раскрытия трещин в железобетонных конструкциях и особенно в конструкциях из легкого высокопрочного бетона.

Цель настоящей работы - разработка методики и алгоритма аналитического расчета параметров деформирования и ширины раскрытия трещин железобетонных внецентренно сжатых и закручиваемых элементов из легкого высокопрочного железобетона внецентренно сжатых и закручиваемых железобетонных элементов из легкого высокопрочного бетона. В задачи исследования включались следующие:

- построение расчетной модели рассматриваемых элементов, учитывающей пространственный и дискретный характер трещин и деформационный эффект при их раскрытии;
- анализ результатов выполненных испытаний конструкций колонн из легкого бетона классов В40 и В65 при рассматриваемых воздействиях;
- сравнение результатов расчета колонн по предлагаемой методике с экспериментальными данными и с расчетом при конечно-элементном моделировании (ANSYS, ЛИРА-САПР).

Модели и методы

Рассматривается железобетонный элемент прямоугольного поперечного сечения $b \times h$, к которому приложены внецентренно сжимающая продольная сила N (с эксцентриситетом e) и крутящий момент T . Расчётная схема соответствует случаю больших эксцентриситетов. (Рисунок 1).

Расчетная схема рассматриваемого железобетонного элемента базируется на следующих гипотезах.

1. Пространственная трещина, образующаяся на боковых и растянутой гранях, аппроксимируется складчатой поверхностью с изломом по сжатой зоне бетона.

2. Наклон пространственных трещин на боковых гранях принят равным 45° . Наклон трещины на наиболее растянутой (нижней) грани определяется отношением крутящего момента T к изгибающему моменту Ne .
3. Касательные напряжения от кручения определяются по эквивалентному коробчатому сечению, что позволяет свести пространственную задачу к плоской для каждой стенки коробчатого элемента.
4. Раскрытие трещины определяется как величина относительных смещений бетона и арматуры на длине зоны анкеровки – от сечения с трещиной до сечения, где эти смещения равны нулю.
5. В окрестности берегов единичной трещины учитывается деформационный эффект предложенный Вл.И. Колчуновым [22,24] физический смысл которого состоит в том, что при разрушении в растянутой зоне бетонной матрицы и образовании трещины перемещения берегов трещины сдерживаются реакцией арматурного стержня и профиль трещины нелинейно искривляется.
6. Для легкого высокопрочного бетона принимается **дискретный характер трещинообразования** – образуется единичная пространственная трещина (или одна из немногих которая при нагружении становится прогрессирующей), а не система нерегулярных трещин.

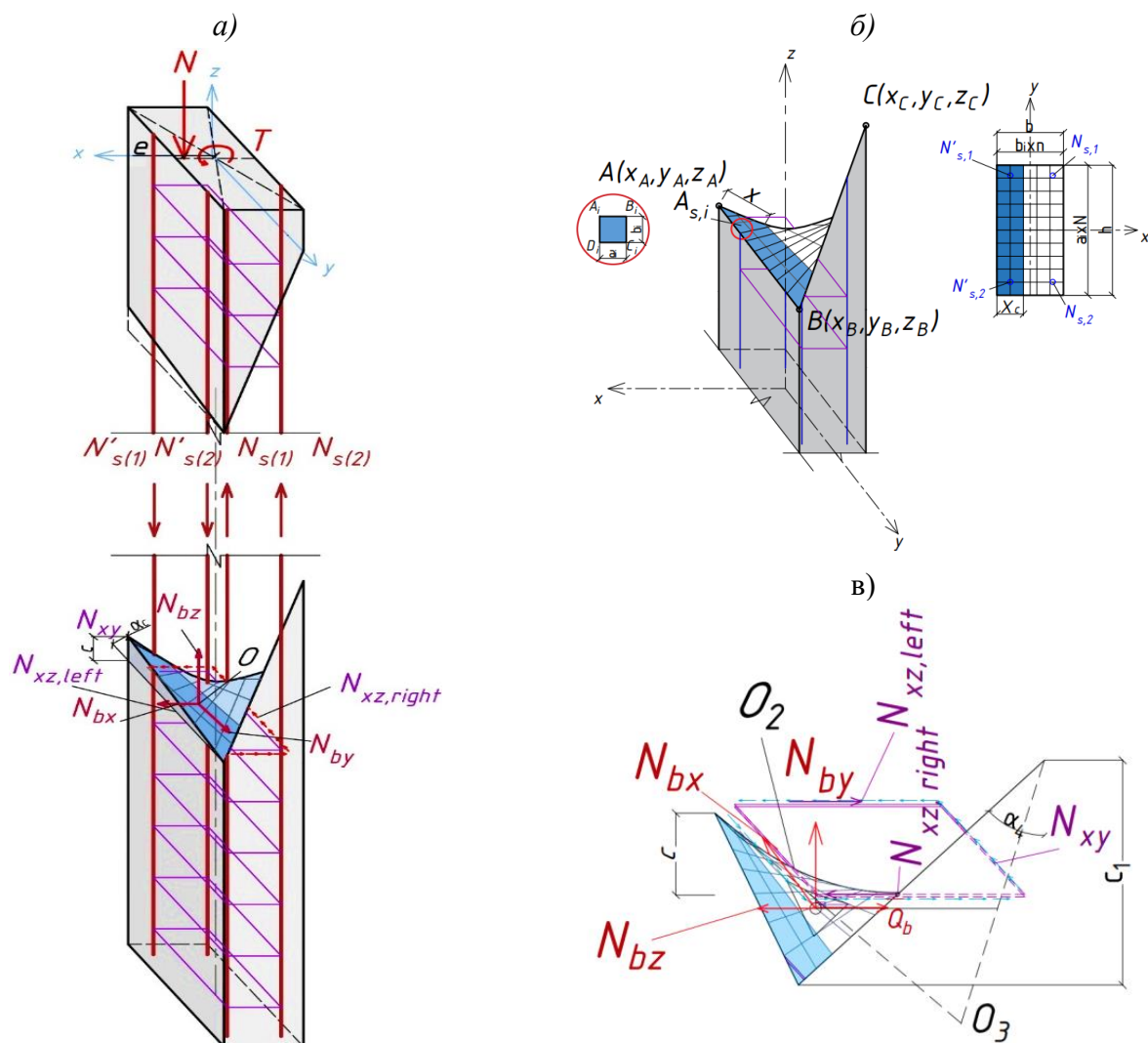


Рисунок 1 - Схема усилий в сечении, проходящем по пространственной трещине (а), схема аппроксимации поверхности на малые квадраты (б) и фрагмент поверхности пространственного сечения по трещине (в)

7. Связь между касательными напряжениями сцепления τ и относительными взаимными смещениями бетона и арматуры $\varepsilon_g(x)$ в зоне контакта описывается диаграммой Прандтля (линейное упрочнение с последующим пластическим участком).

Система исходных уравнений статики в расчетном пространственном сечении рассматриваемого элемента записывается в следующем виде

$$M_s + M_{s,w} \geq M; \quad (1)$$

$$T_{sw,right} + T_{sw,left} + T_{sw2} + T_b \geq T; \quad (2)$$

$$M_b + M_{s,w} \geq M; \quad (3)$$

$$N_{s(i)} + N'_{s(i)} + N_{by} = N; \quad (4)$$

$$N_{xz,right/left} + N_{bz} = 0. \quad (5)$$

Здесь $T_{sw,left}, T_{sw,right}, T_{sw2}, T_b$ – крутящий момент в рассматриваемом расчетном сечении относительно центральной продольной оси коробчатого элемента, соответственно, от усилий в поперечной арматуре боковой грани элемента, в поперечной арматуре грани наиболее удаленной от сжатой зоны бетона и от проекций усилий в сжатом бетоне на горизонтальную ось; M_s и $M_{s,w}$ – изгибающий момент в рассматриваемом расчетном сечении относительно центра тяжести сжатой зоны бетона (см т.О на рисунке 1) соответственно усилий в продольной растянутой арматуре и в поперечной арматуре, пересекаемый расчетным пространственным сечением; M_b – изгибающий момент в рассматриваемом расчетном сечении относительно центра тяжести растянутой арматуры; N_{by}, N_{bz} – соответственно, составляющая усилия в сжатом бетоне на оси y и z .

Подставляя в уравнения равновесия (1)–(5) выражения для моментов через усилия в арматуре и бетоне сжатой зоны, получаем следующую замкнутую (не распадающуюся) систему разрешающих уравнений:

$$N_{s(1)}(h - 0,5X_T - a) + N_{s(2)}(h - 0,5X_T - a) - N'_{s(1)}(0,5X_T - a') - N'_{s(2)}(0,5X_T - a') + N_{xy}\omega_1 \cdot 0,5X_T \cdot \frac{c}{\cos\alpha_c} + N_{xz,right}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{c}{\cos\alpha_c} - X_T \right) - N_{xz,left}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} X_T = N(e + 0,5X_T - 0,5h_1), \quad (6)$$

$$N_{xz,right}\omega_2 \cdot \left(\frac{c}{\cos\alpha_c} - X_T \right) - N_{xz,left}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} X_T + N_{xy(2)}\omega_1 \cdot 0,5h_1 \cdot \frac{c}{\cos\alpha_c} + N_b \cdot 0,5b_1 \cdot X_T \cdot \omega_i = T, \quad (7)$$

$$N_{xy}\omega_1 \cdot 0,5X_T \cdot \frac{c}{\cos\alpha_c} + N_{xz,right}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{c}{\cos\alpha_c} - X_T \right) - N_{xz,left}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} X_T + N_b \cdot 0,5b_1 \cdot X_T \cdot \omega_i = Ne, \quad (8)$$

$$N_{s(1)} + N_{s(2)} - N'_{s(1)} - N'_{s(2)} + N_{by} = N, \quad (9)$$

$$N_{xz,right} - N_{xz,left} + N_{bz}\cos\alpha_c = 0. \quad (10)$$

Чтобы система уравнений статики имела единственное решение, необходимо добавить уравнение равновесия вдоль продольной оси элемента. Оно связывает сдвигающие усилия от кручения с продольной составляющей усилия в сжатом бетоне. Без этого уравнения задача становится неопределённой. Данное уравнение имеет вид:

$$\sum x = 0; N_{xy} + N_{bz}\sin\alpha_c = 0. \quad (11)$$

Здесь, N_{bz} проекция главного сжимающего усилия N_b на ось x .

Согласно третьей гипотезе, наклон поверхности сечения на наиболее растянутой грани, характеризуемый размером c и определяется из условия минимума несущей способности пространственного сечения. Используя уравнение (8), можем записать:

$$\frac{dT}{dc} = 0. \quad (12)$$

В результате получим следующее дополнительное уравнение для определения искомых неизвестных

$$\frac{1}{\cos \alpha_c^2} (N_{xz, right} \omega_2 - N_{xy} \omega_1) = 0. \quad (13)$$

Погонные касательные усилия с учётом трещин N_{xy} , $N_{xz, right}$, $N_{xz, left}$ (на растянутой, правой и левой боковых гранях соответственно) определяются по модели эквивалентного коробчатого сечения (рисунки 1б). В формулах (6)-(8), ω_1, ω_2 - коэффициенты полноты эпюр погонных усилий, соответственно по левой, правой и растянутой грани поперечного сечения.

Средние относительные деформации продольной растянутой арматуры вычисляются с учётом неравномерности распределения деформаций между трещинами через коэффициент $\psi_{s(1)}$:

$$\varepsilon_{s(1)} = \frac{N_{s(1)} \cdot \psi_{s(1)}}{A_s E_s} \quad (14)$$

Коэффициенты $\psi_{s(1)}$, учитывающие неравномерность распределение деформаций арматуры в железобетонном внецентренно сжатом и испытывающем кручение определяются по уточненным зависимостям, предложенным в исследованиях [17, 18]. Согласно этим исследованиям, характерные эпюры деформаций арматуры на между трещинами на уровне оси растянутой арматуры для распределенных трещин имеют вид, представленной на рисунке 2а, а в случае единичной трещины- на рисунке 2б.

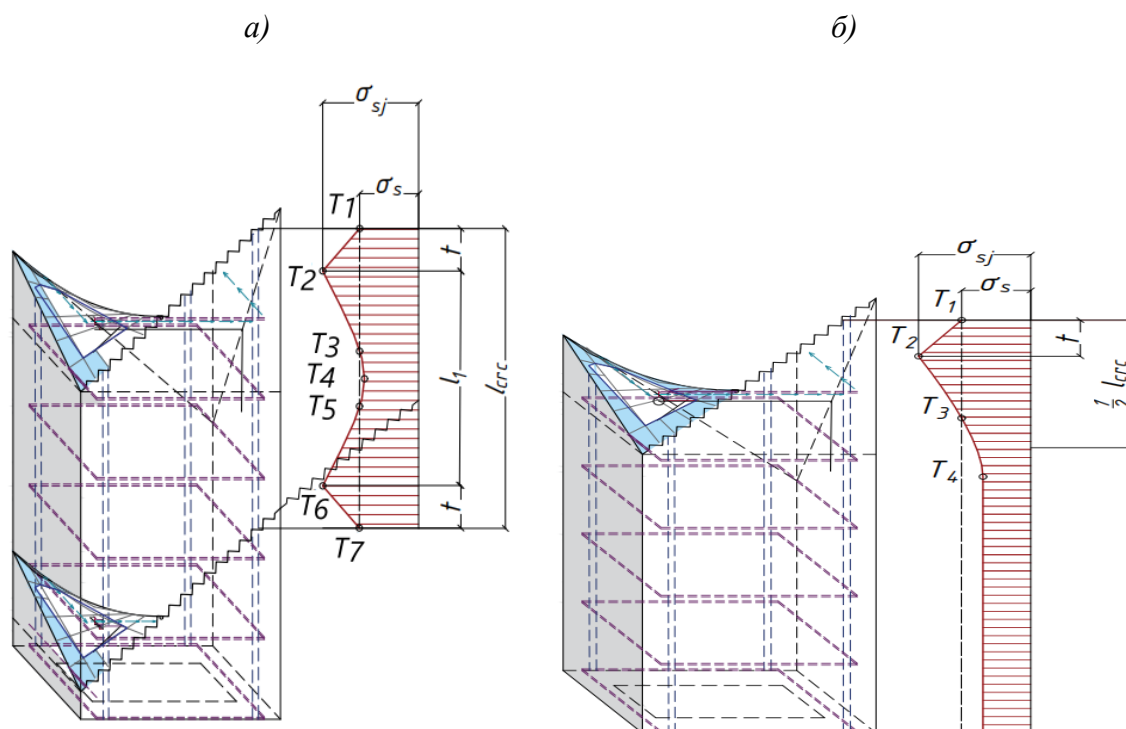


Рисунок 2 - Характерные эпюры деформаций в наклонных арматурных стержнях по принятым по расчетной модели [16,17]; а- для распределенных трещин; б- для единичной трещины

Следуя рассматриваемой модели распределения деформаций арматуры в зоне трещины, значение коэффициента $\psi_{s,j}$ может быть определено по формуле:

$$\psi_{s,j} = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{\psi_R R_{bt}}{\mu \sigma_s} \cdot \left(1 - \frac{A_b}{A}\right) \cdot \left(1 - \frac{2t}{l_{crc}}\right) + \left(\frac{\sigma_{s,j}}{\sigma_s} - 1\right) \left[\frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{2t}{l_{crc}} - \frac{l_1}{l_{crc}}\right) + \frac{t}{l_{crc}}\right]. \quad (15)$$

где l_1 – расстояние, вычисляемое из условия, что изменение напряжений в растянутой арматуре между точками 2–6 (рисунок 3а) описывается квадратичной параболой:

$$l_1 = 2 \left[\frac{0.25 N_s (l_{crc} - 2t)^2}{N_{s,j} - N_s} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

$\sigma_{s,j}$ – напряжения в j -той арматуре определяются по усилиям в арматуре из системы уравнений (6) –(10); t – размер зоны деформационного эффекта [17]; ψ_R – коэффициент определяющий уровень нагружения конструкции вычисляемый по формуле:

$$\psi_R = \sigma_{1,crc} / \sigma_{1,u}. \quad (17)$$

где $\sigma_{1,crc}$ – главные напряжения в сложно напряженной растянутой зоне расчетного пространственного сечения в момент образования трещин; $\sigma_{1,u}$ – предельные значения главных напряжений в сложно напряженной растянутой зоне расчетного пространственного сечения на рассматриваемом уровне нагружения.

По найденным из системы уравнений (6) –(10) усилиям и напряжениям в арматуре определяются значения деформаций, а затем углы закручивания и кривизны железобетонного внецентренно сжатого и испытывающего кручение элемента. В расчёт вводятся средние деформации стержней на участке l_{crc} между смежными трещинами - в случае распределенных трещин, или на участке равном $1/2 l_{crc}$ примыкающем с двух сторон к единичной трещине (см. рисунок 2). Соответственно, деформации арматуры в растянутой зоне:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{s(1)} + \varepsilon_{s(2)}}{2}, \quad \varepsilon_s = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{s(1)} \cdot \psi_{s(1)}}{E_s} + \frac{\sigma_{s(2)} \cdot \psi_{s(1)}}{E_s} \right). \quad (18)$$

Для стержней в сжатой зоне:

$$\varepsilon'_s = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma'_{s(1)} \cdot \psi'_{s(1)}}{E_s} + \frac{\sigma'_{s(2)} \cdot \psi'_{s(1)}}{E_s} \right). \quad (19)$$

Суммарный угол сдвига в пространственном сечении от деформаций арматуры и бетона:

$$\gamma_{sw} = \varepsilon_{sw(1)left} \operatorname{ctg} \alpha + \varepsilon_{s(1)} \operatorname{tg} \alpha + \frac{\varepsilon_{bt(1)}}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} + \varepsilon_{sw(1)right} \operatorname{ctg} \alpha. \quad (20)$$

Угол закручивания сечения:

$$\varphi = \frac{b_1 (\gamma_{s(1)} + \gamma'_{s(1)}) + h_1 \gamma_{sw}}{2 b_1 h_1}, \quad (21)$$

а кривизна элемента $\left(\frac{1}{\rho_y}\right)$ определится из зависимостью:

$$\frac{1}{\rho_y} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon'_{s1}}{h_1}, \quad (22)$$

Согласно принятой в данной работе гипотезе о распределении взаимных смещений вдоль зоны сцепления ширина раскрытия трещины определяется через относительные взаимные смещения арматуры и бетона на межтрещинном участке (рисунок 3б):

$$\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bt}(x), \quad (23)$$

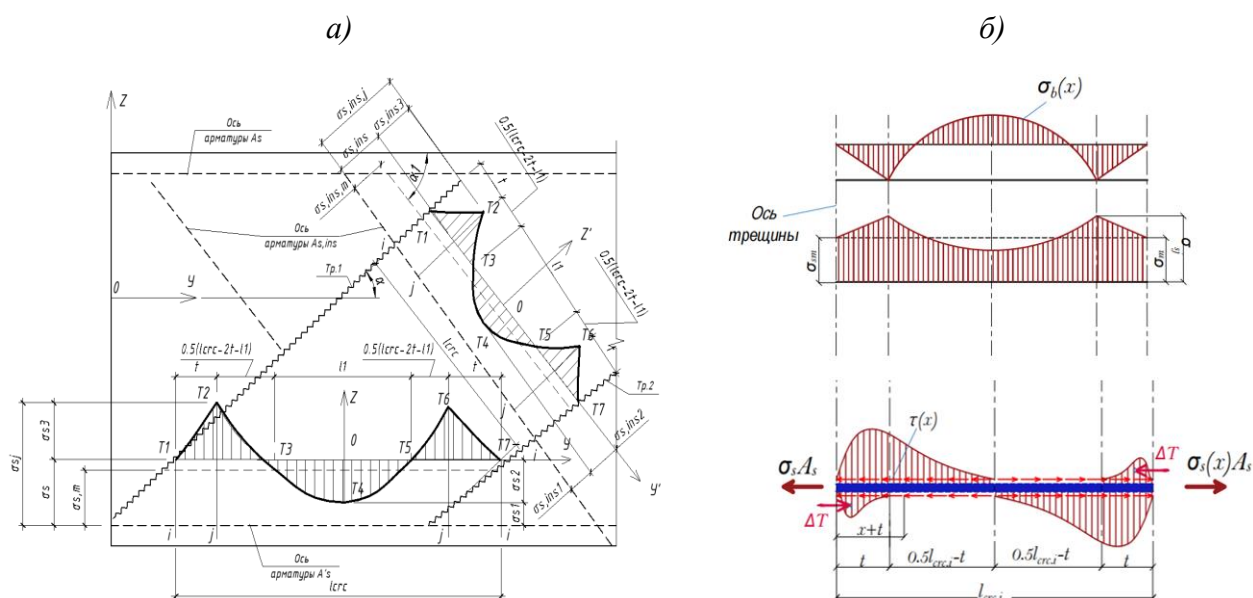


Рисунок 3 - Характерные (характерные точки $T_1, T_2, T_3 \dots T_7$) опытные эпюры напряжений в продольных и наклонных арматурных стержнях и бетоне на участках между смежными трещинами (а) и эпюры распределения напряжений в контактной зоне арматурного стержня между трещинами для определения относительных деформаций у берегов трещины

Деформации продольной арматуры $\varepsilon_s(x)$ и бетона $\varepsilon_{bt}(x)$ в произвольном сечении x растянутой зоны на участке между смежными трещинами вычисляются по зависимостям, приведённым в работе [18].

После подстановки выражений для деформаций в уравнение (22) и интегрирования по участкам действия сдвигающих напряжений в контактной зоне получаем (рисунок 3б):

$$\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} - B \int_0^x \tau(x) dx + \frac{\delta}{t} [\Delta T \cdot Z]. \quad (24)$$

Здесь B – параметр сцепления арматуры с бетоном:

$$B = \frac{S_s G}{K \cdot A_s E_s}, \quad (25)$$

где G - модуль деформаций сцепления арматуры с бетоном; $Z = h_0 - 0,5 \cdot x$.

Дифференцируя (22') по x , получаем неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{d\varepsilon_g(x)}{dx} + B\varepsilon_g(x) = 0, \quad (26)$$

решение которого имеет вид:

$$\varepsilon_g(x) = C \cdot e^{-Bx}. \quad (27)$$

Из граничного условия при $x = 0$ (рисунок 3б) находим постоянную интегрирования C . В итоге, получено:

$$\varepsilon_g(x) = \left(\varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} + \frac{\sigma_{bt,c}}{\nu_b E_b} \right) e^{-Bx} \quad (28)$$

Депланация берегов трещины в рассматриваемой модели учитывается с помощью модели двухконсольного элемента (ДКЭ). В практических расчётах этот параметр, согласно [17], можно учитывать через коэффициент k_r , зависящий от расстояния от поверхности арматуры до пограничного слоя:

$$k_r = -0.088533 \left(\frac{r}{d_s} \right)^2 + 0.522666 \left(\frac{r}{d_s} \right) + 0.308801, \quad (29)$$

где d_s – диаметр арматуры, r – радиус пограничного слоя контактной зоны арматуры и бетона.

Выражая деформации продольной арматуры $\varepsilon_s(x)$ с учётом (26) и граничных условий, получаем зависимость для деформаций бетона:

$$\varepsilon_{bt}(x) = (1 - K)k_r[B_3(1 - e^{-Bx})] - \frac{\sigma_{bt,c}}{\nu_b E_b}, \quad (30)$$

где введено обозначение $B_3 = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} + \frac{\sigma_{bt,s}}{\nu_b E_b}$, ΔT – результирующая сдвигающая сила, вызванная деформационным эффектом на участке арматуры $x+t$ примыкающей к трещине (см. рисунок 3б).

Уровневое расстояние между трещинами l_{crc} определяется из условия, что образование трещин происходит при достижении крайними растянутыми волокнами бетона предельных деформаций:

$$\varepsilon_{bt}(x)|_{x=0,5l_{crc}-t} = \varepsilon_{bt,u}. \quad (31)$$

Подставляя (30) в (31), получаем:

$$e^{-B(0,5l_{crc}-t_*)} = 1 + \frac{\varepsilon_{bt,u}}{B_3 k_r (K-1)} + \frac{\sigma_{bt,c}}{\nu_b E_b B_3 k_r (K-1)}, \quad (32)$$

откуда

$$\ln B_4 = -B(0,5l_{crc} - t), \quad (33)$$

где

$$B_4 = 1 + \frac{\sigma_{bt,c}}{(K-1)k_r B_3 \nu_b E_b} + \frac{\varepsilon_{bt,u}}{B_3 k_r (K-1)}. \quad (34)$$

Окончательно:

$$l_{crc} = \frac{2(\ln B_4 - Bt)}{-B}. \quad (35)$$

Из формулы (35) видно, что с ростом деформаций арматуры расстояние между трещинами уменьшается, что полностью соответствует физической картине трещинообразования.

В случае образования единичной трещины в конструкциях из высокопрочного железобетона (рисунок 2б) последующее увеличение нагрузки, как показывают экспериментальные данные [19,23], не приводит к достижению предельности деформаций растянутого бетона. В этом случае расстояние между трещинами определяется длиной зоны анкеровки – расстоянием от сечения с трещиной до сечения, где относительные смещения арматуры и бетона $\varepsilon_g(x)$ обращаются в ноль.

Согласно принятой в работе гипотезе о раскрытии трещины через относительные смещения на длине зоны анкеровки, раскрытие трещины рассматривается как величина относительных смещений бетона и арматуры на длине зоны анкеровки. Уровневое значение ширины раскрытия трещины вычисляется по формуле:

$$a_{crc} = -\frac{2\Delta T}{G} + \frac{2B_3 \cdot k_r}{B} (1 - e^{-B \cdot (0,5l_{crc}-t_*)}). \quad (36)$$

Алгоритм численно-аналитического расчёта перемещений и ширины раскрытия трещин во внецентренно сжатых и закручиваемых железобетонных колоннах с использованием представленной модели включает следующие процедуры.

Шаг 1. Ввод геометрии, армирования, нагрузок N , e , T и свойств материалов (класс лёгкого бетона; класс арматуры).

Шаг 2. Упругий расчёт колонны на первом этапе нагружения (до образования трещин) методом конечных элементов в объёмной постановке для определения начального НДС и проверки условия образования трещин по критерию главных предельных деформаций.

Шаг 2.1. Если трещина не образуется – продолжается расчёт по упругой стадии на новом шаге нагружения.

Шаг 2.2 Если критерий трещинообразования не выполняется – переход к новой пространственной расчётной схеме для элемента с трещинами (рис. 1а).

Шаг 3. Задаётся начального приближения высоты сжатой зоны X_T и угла наклона трещины α_c .

Шаг 4. Формируется система нелинейных уравнений (6)–(12) и на данной итерации определяются следующие параметры:

- усилия в продольной и поперечной арматуре $N_{s(i)}$, N_{sw} через деформации;
- параметры сцепления арматуры с бетоном B и k_r ;
- уточняются расчетные параметры ε_s , ε_{bt} , $\psi_{s(j)}$, ε_s , ε_{bt} , $\psi_{s(j)}$.

Шаг 5. Проверяется условие (12) минимума несущей способности

Шаг 6. Вычисляется расстояние между трещинами l_{crc} по формуле (33)

Шаг 7. Определяется ширина раскрытия пространственной трещины a_{crc} по формуле (36).

Шаг 8. Определяются деформации и перемещения на рассматриваемой итерации: средние деформации арматуры ε_s (18), угол сдвига γ_{sw} (20), угол закручивания φ (21), кривизна $1/\rho_y$ (22).

Шаг 10. Проверяется сходимость в вычислении расчетных параметров пространственного сечения на рассматриваемой итерации.

Шаг 11. Увеличивается этап нагрузки, и процедура вычислений на рассматриваемых шагах и итерациях повторяется.

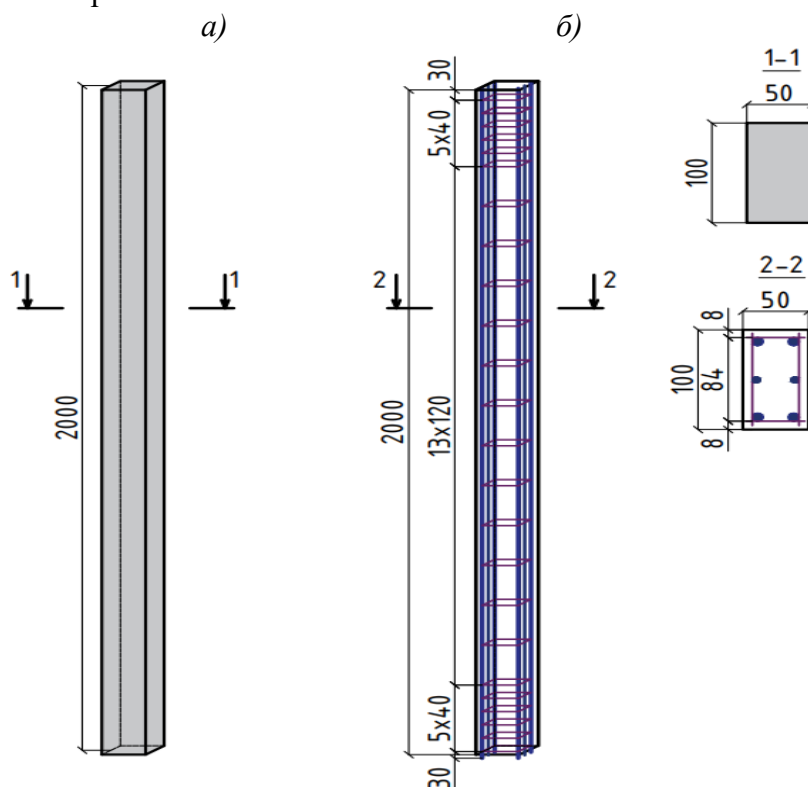


Рисунок 4 - Конструкция опытного образца элемента из легкого высокопрочного железобетона: опалубка (а) и схема армирования (б)

Запроектированы и по разработанной методике испытаний испытаны образцы колонн из легкого бетона классов В40 и В65. Размеры поперечного сечения колонн приняты 100×50 мм, длина образцов - 2000 мм. (Рисунок 4) Армирование конструкций принято следующим:

- продольная арматура: 4Ø8 А500С - угловые стержни и 2Ø6 А500С - промежуточные по высоте сечения стержни;

- поперечная арматура: Ø2 А240 с шагом 100 мм на приопорных участках и шагом 150 мм - в средней части по высоте колонны.

Для испытаний образец закреплялся в жёсткой раме: нижний конец – жесткая заделка в специальное гнездо, верхний – свободный. (Рисунок 5) На верхний конец подавались: сжимающая сила N – гидравлическим домкратом; крутящий момент T – через рычажную систему с тарированными грузами.

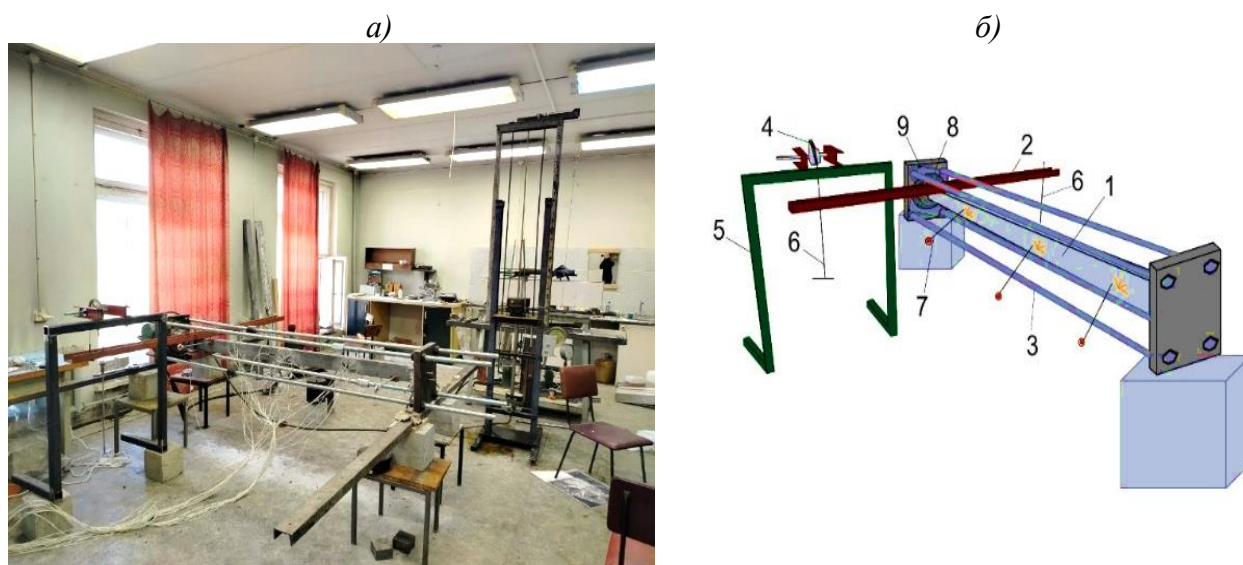


Рисунок 5 – Экспериментальная установка (а) и ее схема (б): 1 – опытный образец, 2 – рычаг, 3 – силовая рама, 4 – рычаг, 5 – тяговая рама, 6 – свес с грузами, 7 – индикаторы (мишени) для измерения прогиба и угла поворота, 8 – подшипник, 9 – цилиндрический элемент

В процессе испытаний измерялись деформации в бетоне, арматуре, прогибы, углы поворота, ширина раскрытия трещины.

Нагружение опытных конструкций производилось ступенями 0,1 от разрушающей нагрузки. На каждой ступени нагружения производилась выдержка 8–10 минут для стабилизации деформаций и фиксации трещин.

Для верификации аналитической модели были выполнены расчёты в двух программных комплексах.

ПК ANSYS 2024 R1 (Рисунок 6, а), при следующих исходных параметрах:

Бетон: элементы SOLID65 (8-узловой, поддерживает трещинообразование по распределённой модели и пластическое течение). Размер сетки 10 мм (всего около 200 000 элементов). Модель бетона – Уильяма–Варнке с критерием разрушения по главным напряжениям.

Арматура: элементы LINK180 (двухузловые стержни). Связь с бетоном – жёсткое сцепление (Hard Contact) в нормальном направлении с возможностью проскальзывания по касательной (коэффициент трения 0,6).

Граничные условия: нижнее сечение – закреплено по всем степеням свободы ($U_x = U_y = U_z = 0$); верхнее – приложены силы N и момент T .

ЛИРА-САПР 2022 R2 (Рисунок 6, б), при следующих исходных параметрах:

Бетон: объёмные конечные элементы (тип 36 – 8-узловой изопараметрический) с упругопластической моделью и критерием прочности Мизеса с учётом трещинообразования.

Арматура: стержневые элементы (тип 10) с жёсткой связью.

Загрузка и граничные условия: аналогично принятым в ПК ANSYS.

Решение: метод переменной жёсткости с контролем сходимости по перемещениям.

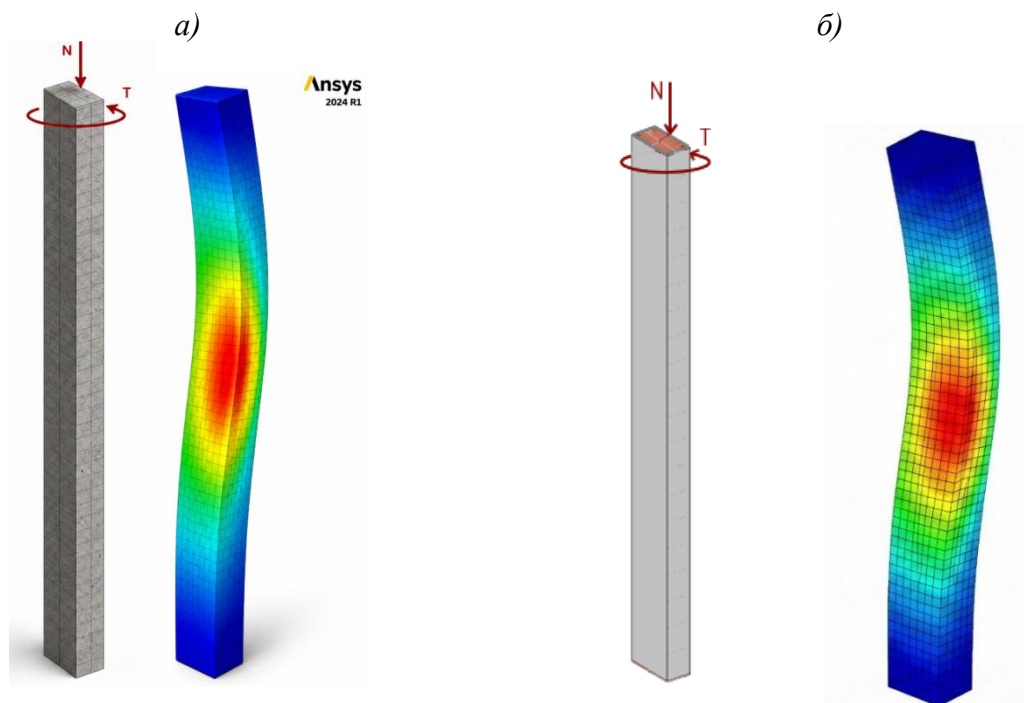


Рисунок 6 – Расчетные модели деформированного железобетонного элемента: а – в программном комплексе ANSYS; б – ЛИРА САПР

Из результатов расчета извлекались: поле главных деформаций, зоны трещинообразования, ширина раскрытия трещин (по взаимному смещению узлов на берегах трещины) и деформации арматуры.

Результаты исследования и их анализ

Количественные значения ширины раскрытия трещины (a_{crc}) для испытанных опытных конструкций из легкого бетона В40 и В65 и расчетные значения этого параметра по предложенной методике и программным комплексам ANSYS и ЛИРА-САПР представлены в таблице 1, а в таблице 2 приведены опытные и расчетные значения усилий в рабочей продольной арматуре для рассматриваемых конструкций из легкого бетона В40 и В65. Таблица включает экспериментальные данные, результаты расчёта по предлагаемой аналитической модели, а также данные конечно-элементного моделирования (ANSYS).

Все числовые значения получены на ступени нагружения, соответствующей образованию видимой пространственной трещины (для единичной трещины).

Из анализа результатов, приведенных в таблицах 1 и 2 можно видеть, что наилучшая сходимость расчетных и экспериментальных результатов получена расчетом по предложенной численно-аналитической методике. Расчёт в ANSYS даёт погрешность, близкую к методике, однако такой расчет требует трудоёмкой настройки контактного взаимодействия бетона и арматуры опираясь на экспериментальные данные. Наибольшее расхождение показывает расчет по ПК ЛИРА-САПР. Результаты расчета дают систематическое завышение, связанное с использованием весьма осреднённой модели трещин, отсутствием возможности учёта деформационного эффекта и дискретного характера трещинообразования в легком бетоне. Для образцов с усиленным армированием все

методики фиксируют ожидаемое снижение ширины раскрытия трещины по сравнению с базовыми образцами, что подтверждает корректность учёта процента армирования в предложенной расчетной модели.

Таблица 1 - Сопоставление ширины раскрытия трещины $a_{cr,c}$, мм

№	Класс бетона	По эксперименту	По предложенной методике	ЛИРА-САПР	ANSYS
1	B40	0,060	0,078	0,082	0,071
2	B40	0,062	0,080	0,084	0,073
3	B40	0,059	0,077	0,081	0,070
4	B65	0,045	0,052	0,056	0,049
5	B65	0,047	0,054	0,058	0,051
6	B40	0,055	0,068	0,072	0,063
7	B40	0,057	0,070	0,074	0,065

Таблица 2 - Сопоставление усилий в продольной растянутой и сжатой арматуре, кН

№	N_s (эксп)	N'_s (эксперимент)	N_s (предлагаемая методика)	N'_s (предлагаемая методика)	N_s (ЛИРА – САПР)	N'_s (ЛИРА – САПР)	N_s (ANSYS)	N'_s (ANSYS)
1	42,3	-8,2	43,8	-9,5	45,1	-10,3	44,2	-9,1
2	43,1	-8,5	44,2	-9,7	45,5	-10,5	44,6	-9,3
3	42,8	-8,0	44,0	-9,3	44,9	-10,1	44,3	-8,9
4	52,4	-12,1	53,9	-13,5	55,0	-14,2	54,1	-12,8
5	53,0	-12,4	54,3	-13,8	55,4	-14,5	54,5	-13,0
6	45,1	-9,6	46,2	-10,8	47,2	-11,6	46,5	-10,2
7	45,7	-9,9	46,6	-11,0	47,6	-11,9	46,9	-10,5

Усилия в растянутых стержнях N_s по всем рассмотренным методикам близки к эксперименту, это указывает на то, что интегральные (усредненные) усилия в растянутой арматуре определяются в основном соотношением сжимающей нагрузки и крутящего момента, а также геометрией сечения и менее чувствительны к модели трещинообразования. Существенно больший разброс наблюдается для сжатой арматуры: экспериментальные сжимающие усилия заметно ниже расчётных по всем методикам. Это объясняется тем, что в реальных образцах из легкого высокопрочного бетона разрушение сжатой зоны происходит хрупко и относительно малым диапазоном деформирования после образования трещин. Наименьшую погрешность по сжатой арматуре даёт расчет по ПК ANSYS, наибольшую – по ПК ЛИРА-САПР. Переход повышенному классу бетона от бетона B40 к бетону B65 приводит увеличению усилий в арматуре и соответственно к более полному использованию прочностных свойств арматуры. Усиленное армирование образцов приводит к росту усилий в растянутой арматуре и незначительному увеличению сжимающих усилий по сравнению с базовыми образцами, что соответствует физическим представлениям о перераспределении усилий при увеличении площади арматуры.

Заключение

1. Предложенная деформационная модель, учитывающая пространственный характер трещинообразования (аппроксимация поверхности трещины гиперболическим параболоидом), деформационный эффект и дискретный (единичный) характер трещин для легкого высокопрочного бетона, обеспечивает удовлетворительную сходимость с экспериментальными данными по ширине раскрытия трещины и усилиям в растянутой арматуре.

2. Конечно-элементное моделирование в ПК ANSYS даёт результаты, близкие к предлагаемой численно-аналитической модели, но требует значительных вычислительных ресурсов, а главное – использования экспериментально уточненных исходных данных о физико-механических характеристиках материалов и параметрах зоны контакта бетона и арматуры. Расчет по ПК ЛИРА-САПР систематически завышает значения ширины раскрытия трещины и усилия в арматуре из-за осреднения деформаций арматуры на участках между трещинами и отсутствия учёта деформационного эффекта в трещине.

3. Экспериментально установлено, что для внецентренно сжатых элементов из легкого высокопрочного бетона при внецентренном сжатии с кручением характерно образование единичной пространственной трещины с последующим хрупким разрушением конструкции по сечению проходящему по пространственной трещине. Это требует отказа в расчетной модели от гипотезы осреднения деформаций и использования в расчётах измененного по физическому смыслу параметра расстояния между трещинами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко В.М., Колчунов Вл.И. Расчетные модели силового сопротивления. - М.: АСВ, 2004. ISBN: 5-93093-279-4 EDN: QNKPAР
2. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов Вл.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Результаты экспериментальных исследований конструкций квадратного и коробчатого сечений из высокопрочного бетона при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. - 2018. - № 6 (80). - С. 32-43. EDN: VQNSNS
3. Родевич В.В., Арзамасцев С.А. К расчету железобетонных элементов на изгиб с кручением // Известия высших учебных заведений. Строительство. - 2015. - № 9. - С. 99-109. EDN: VJKAKJ
4. Демьянов А.И., Сальников А.С., Колчунов Вл.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // Строительство и реконструкция. - 2017. - № 4 (72). - С. 17-26. EDN: ZHHNHВ
5. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Kolchunov V.I., Kolchunov V.I. Deformation of box-sectional structures during torsion with bending // Magazine of Civil Engineering. - 2024. - № 17 (5). - Article no. 12901. DOI: 10.34910/MCE.129.1 EDN: EWUEYH
6. Travush V.I., Kolchunov V.I., Bulkin S.A., Protchenko M.V. Deformation model and algorithm for calculation of reinforced concrete structures of round cross-section under torsion with bending // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. - 2022. - № 18 (2). - С. 14-30. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-2-14-30 EDN: TAFTNB
7. Ali A.H., Mohamed H.M., Chaliouris C.E., Deifalla A. Evaluating the shear design equations of FRP-reinforced concrete beams without shear reinforcement // Engineering Structures. - 2021. - № 235. - Article no. 112017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.112017 EDN: PSZOZY
8. Ban H., Tan E.L., Uy B. Strength of multi-span composite beams subjected to combined flexure and torsion // Journal of Constructional Steel Research. - 2015. - № 113. - С. 1-12. DOI: 10.1016/j.jcsr.2015.05.023
9. Mostofinejad D., Talaeitaba S.B. Nonlinear Modeling of RC Beams Subjected to Torsion using the Smeared Crack Model // Procedia Engineering. - 2011. - № 14. - С. 1447-1454. DOI: 10.1016/j.proeng.2011.07.182
10. Kalkan I., Kartal S. Torsional rigidities of reinforced concrete beams subjected to elastic lateral torsional buckling // International Journal of Civil and Environmental Engineering. - 2017. - № 11 (7). - С. 969-972.
11. Gunasekaran K., Ramasubramani R., Annadurai R., Prakash Chandar S. Study on reinforced lightweight coconut shell concrete beam behavior under torsion // Materials and Design. - 2014. - № 57. - С. 374-382. DOI: 10.1016/j.matdes.2013.12.058
12. Rahal K.N. A unified approach to shear and torsion in reinforced concrete // Structural Engineering and Mechanics. - 2021. - № 77 (5). - С. 691-703. DOI: 10.12989/sem.2021.77.5.691 EDN: QPNRVL

13. Bernardo L.F.A., Andrade J.M.A. A unified softened truss model for RC and PC beams under torsion // *Journal of Building Engineering*. - 2020. - № 32. - Article no. 101467. DOI: 10.1016/j.jobbe.2020.101467 EDN: NGNIAA
14. Bernardo L.F.A., Andrade J.M.A., Nunes N.C.G. Generalized softened variable angle truss-model for reinforced concrete beams under torsion // *Materials and Structures*. - 2015. - № 48 (7). - С. 2169-2193. DOI: 10.1617/s11527-014-0301-z EDN: IATIIYK
15. Jafari F., Akbari J. Reliability-based design of reinforced concrete beams for simultaneous bending, shear, and torsion loadings // *Frattura ed Integrità Strutturale*. - 2020. - № 14 (51). - С. 136-150. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.51.11
16. Колчунов В.И., Пимочкин В.Н. Методика экспериментальных исследований сопротивления растянутого бетона между трещинами в железобетонных конструкциях для уточнения параметра // *Известия Орловского государственного технического университета. Серия: Строительство и транспорт*. - 2007. - № 2-14. - С. 56-60. EDN: KZHKON
17. Колчунов В.И., Федоров С.С. Проблема нормирования параметров предельных состояний второй группы для конструкций из высокопрочного железобетона // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. - 2024. - № 20 (3). - С. 145-158. DOI: 10.22337/2587-9618-2024-20-3-145-158 EDN: VBOQHX
18. Колчунов В.И., Никулин А.И., Обернихин Д.В. Ширина раскрытия трещин железобетонных конструкций трапециевидного поперечного сечения с учетом новых эффектов сопротивления // *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*. - 2018. - № 10. - С. 64-73. DOI: 10.12737/article_5bd95a75010906.70019486 EDN: YMVPJZ
19. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Основные результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций из высокопрочного бетона В100 круглого и кольцевого сечений при кручении с изгибом // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. - 2019. - № 1. - С. 51-61. DOI: 10.22363/1815-5235-2019-15-1-51-61 EDN: YZIQCD
20. Колчунов В.И. Обобщенные гипотезы деформации линейных и угловых деформаций в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением // *Научный журнал строительства и архитектуры*. - 2023. - № 1 (69). - С. 9-26. DOI: 10.36622/VSTU.2023.69.1.001 EDN: UEDCTP
21. Амелина М.А., Колчунов В.И., Федорова Н.В. Раскрытие трещин во внецентренно сжатых железобетонных элементах, испытывающих сжатие с кручением // *Жилищное строительство*. - 2025. - № 6. - С. 20-28. DOI: 10.31659/0585-430X-2025-836-6-20-28 EDN: JTONCM
22. Колчунов В.И., Демьянов А.И., Протченко М.В. Моменты в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением // *Строительство и реконструкция*. - 2021. - № 3 (95). - С. 27-46. DOI: 10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46 EDN: LJRRVP
23. Колчунов В.И., Сальников А.С. Экспериментальные исследования трещинообразования в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом // *Строительство и реконструкция*. - 2016. - № 3 (65). - С. 24-32. EDN: WFGVSH
24. Колчунов В.И., Пимочкин В.Н. Деформационный эффект при сопротивлении растянутого бетона между трещинами в железобетонном элементе // *Известия Орловского государственного технического университета. Серия: Строительство и транспорт*. - 2005. - № 3-4. - С. 49-55. EDN: JWVREM
25. Колчунов В.И., Амелина М.А. Деформирование внецентренно сжатого и испытывающего кручение железобетонного элемента // *Научный журнал строительства и архитектуры*. - 2025. - № 2 (78). - С. 11-25. DOI: 10.36622/2541-7592-2025.78.2.001 EDN: LLNNGX
26. Колчунов В.И., Рыпаков Д.А. Моделирование пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. - 2016. - № 5. - С. 11-16. EDN: WKFLRT
27. Колчунов В.И. Метод расчетных моделей сопротивления для железобетона // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. - 2023. - Т. 19, № 3. - С. 261-275. DOI: 10.22363/1815-5235-2023-19-3-261-275 EDN: PUMWAG

REFERENCES

1. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Design Models of Force Resistance. – Moscow: ASV, 2004. (In Russ.) DOI: 10.34910/MCE.129.1 EDN: QNKPAF
2. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. Results of experimental studies of square and box-section structures made of high-strength concrete under torsion with bending. *Building and Reconstruction*. 2018. No. 6 (80). Pp. 32–43. (In Russ.) EDN: VQNSNS
3. Rodevich V.V., Arzamastsev S.A. On the calculation of reinforced concrete elements for bending with torsion. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2015. No. 9. Pp. 99–109. (In Russ.) EDN: VJKAKJ
4. Demyanov A.I., Salnikov A.S., Kolchunov V.I. Experimental studies of reinforced concrete structures under torsion with bending and analysis of their results. *Building and Reconstruction*. 2017. No. 4 (72). Pp. 17–26. (In Russ.) EDN: ZHHHHB

5. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Kolchunov V.I., Kolchunov V.I. Deformation of box-sectional structures during torsion with bending. *Magazine of Civil Engineering*. 2024. No. 17 (5). Article no. 12901. DOI: 10.34910/MCE.129.1. EDN: EWUEYH
6. Travush V.I., Kolchunov V.I., Bulkin S.A., Protchenko M.V. Deformation model and algorithm for calculation of reinforced concrete structures of round cross-section under torsion with bending. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022. No. 18 (2). Pp. 14–30. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-2-14-30, EDN: TAFTNB
7. Ali A.H., Mohamed H.M., Chalioris C.E., Deifalla A. Evaluating the shear design equations of FRP-reinforced concrete beams without shear reinforcement. *Engineering Structures*. 2021. No. 235. Article no. 112017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.112017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.112017, EDN: PSZOZY
8. Ban H., Tan E.L., Uy B. Strength of multi-span composite beams subjected to combined flexure and torsion. *Journal of Constructional Steel Research*. 2015. No. 113. Pp. 1–12. DOI: 10.1016/j.jcsr.2015.05.023. DOI: 10.1016/j.jcsr.2015.05.023
9. Mostofinejad D., Talaeitaba S.B. Nonlinear Modeling of RC Beams Subjected to Torsion using the Smeared Crack Model. *Procedia Engineering*. 2011. No. 14. Pp. 1447–1454. DOI: 10.1016/j.proeng.2011.07.182. DOI: 10.1016/j.proeng.2011.07.182
10. Kalkan I., Kartal S. Torsional rigidities of reinforced concrete beams subjected to elastic lateral torsional buckling. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. No. 11 (7). Pp. 969–972.
11. Gunasekaran K., Ramasubramani R., Annadurai R., Prakash Chandar S. Study on reinforced lightweight coconut shell concrete beam behavior under torsion. *Materials and Design*. 2014. No. 57. Pp. 374–382. DOI: 10.1016/j.matdes.2013.12.058. DOI: 10.1016/j.matdes.2013.12.058
12. Rahal K.N. A unified approach to shear and torsion in reinforced concrete. *Structural Engineering and Mechanics*. 2021. No. 77 (5). Pp. 691–703. DOI: 10.12989/sem.2021.77.5.691. EDN: QPNRVL
13. Bernardo L.F.A., Andrade J.M.A. A unified softened truss model for RC and PC beams under torsion. *Journal of Building Engineering*. 2020. No. 32. Article no. 101467. DOI: 10.1016/j.jobbe.2020.101467. EDN: NGNIAA
14. Bernardo L.F.A., Andrade J.M.A., Nunes N.C.G. Generalized softened variable angle truss-model for reinforced concrete beams under torsion. *Materials and Structures*. 2015. No. 48 (7). Pp. 2169–2193. DOI: 10.1617/s11527-014-0301-z. EDN: IATIYK
15. Jafari F., Akbari J. Reliability-based design of reinforced concrete beams for simultaneous bending, shear, and torsion loadings. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2020. No. 14 (51). Pp. 136–150. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.51.11.
16. Kolchunov V.I., Pimochkin V.N. Methodology for experimental studies of the resistance of tensile concrete between cracks in reinforced concrete structures to refine the parameter. *Proceedings of Oryol State Technical University. Series: Construction and Transport*. 2007. No. 2-14. Pp. 56–60. (In Russ.) EDN: KZHKON
17. Kolchunov V.I., Fedorov S.S. The problem of standardizing the parameters of the second group limit states for high-strength reinforced concrete structures. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2024. No. 20 (3). Pp. 145–158. DOI: 10.22337/2587-9618-2024-20-3-145-158, EDN: VBOQHX
18. Kolchunov V.I., Nikulin A.I., Obernikhin D.V. Crack opening width of reinforced concrete structures of trapezoidal cross-section considering new resistance effects. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2018. No. 10. Pp. 64–73. (In Russ.) DOI: 10.12737/article_5bd95a75010906.70019486, EDN: YMVPJZ
19. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. Main results of experimental studies of reinforced concrete structures made of high-strength concrete B100 of circular and annular cross-sections under torsion with bending. *Structural Mechanics of Engineering Structures and Buildings*. 2019. No. 1. Pp. 51–61. (In Russ.) DOI: 10.22363/1815-5235-2019-15-1-51-61, EDN: YZIQCD
20. Kolchunov V.I. Generalized hypotheses of warping of linear and angular deformations in reinforced concrete structures under bending with torsion. *Scientific Journal of Construction and Architecture*. 2023. No. 1 (69). Pp. 9–26. (In Russ.) DOI: 10.36622/VSTU.2023.69.1.001. EDN: UEDCTP
21. Amelina M.A., Kolchunov V.I., Fedorova N.V. Crack opening in eccentrically compressed reinforced concrete elements under compression with torsion. *Housing Construction*. 2025. No. 6. Pp. 20–28. (In Russ.) DOI: 10.31659/0585-430X-2025-836-6-20-28, EDN: JTOHCM
22. Kolchunov V.I., Demyanov A.I., Protchenko M.V. Moments in reinforced concrete structures under bending with torsion. *Building and Reconstruction*. 2021. No. 3 (95). Pp. 27–46. (In Russ.) DOI: 10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46. EDN: LJRRVP
23. Kolchunov V.I., Salnikov A.S. Experimental studies of crack formation in reinforced concrete structures under torsion with bending. *Building and Reconstruction*. 2016. No. 3 (65). Pp. 24–32. (In Russ.) EDN: WFGVSH
24. Kolchunov V.I., Pimochkin V.N. Deformation effect in the resistance of tensile concrete between cracks in a reinforced concrete element. *Proceedings of Oryol State Technical University. Series: Construction and Transport*. 2005. No. 3-4. Pp. 49–55. (In Russ.) EDN: JWVREM

25. Kolchunov V.I., Amelina M.A. Deformation of an eccentrically compressed reinforced concrete element subjected to torsion. *Scientific Journal of Construction and Architecture*. 2025. No. 2 (78). Pp. 11–25. (In Russ.) DOI: 10.36622/2541-7592-2025.78.2.001. EDN: LLNNGX
26. Kolchunov V.I., Rypakov D.A. Modeling of a spatial crack in reinforced concrete structures under torsion with bending. *Structural Mechanics of Engineering Structures and Buildings*. 2016. No. 5. Pp. 11–16. (In Russ.) EDN: WKFLRT
27. Kolchunov V.I. Method of design resistance models for reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Structures and Buildings*. 2023. Vol. 19, No. 3. Pp. 261–275. (In Russ.) DOI: 10.22363/1815-5235-2023-19-3-261-275. EDN: PUMWAG

Сведения об авторах:

Колчунов Виталий Иванович, академик РААСН, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 57219135548, SPIN-код: 4512-6499, AuthorID: 143969, ResearcherID: S-7792-2016, <https://orcid.org/0000-0001-5290-3429>. Email: KolchunovVI@mgsu.ru.

Амелина Маргарита Андреевна, аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 58509539000, SPIN-код: 5381-8678, AuthorID: 1233069, ResearcherID: LUY-7877-2024, <https://orcid.org/0009-0000-6958-6933>. Email: AmelinaMA@mgsu.ru.

Федорова Наталия Витальевна, доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой промышленного и гражданского строительства, директор филиала НИУ МГСУ в г. Мытищи, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 57196437054, SPIN-код: 3365-8320, AuthorID: нет, ResearcherID: O-8119-2015, <https://orcid.org/0000-0002-5392-9150>. Email: FedorovaNV@mgsu.ru.

About the authors:

Vitaly I. Kolchunov, Academician of the RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 57219135548, SPIN-code: 4512-6499, AuthorID: 143969, ResearcherID: S-7792-2016, <https://orcid.org/0000-0001-5290-3429>. Email: KolchunovVI@mgsu.ru.

Margarita A. Amelina, Postgraduate Student of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 58509539000, SPIN-code: 5381-8678, AuthorID: 1233069, ResearcherID: LUY-7877-2024, <https://orcid.org/0009-0000-6958-6933>. Email: AmelinaMA@mgsu.ru.

Natalia V. Fedorova, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Industrial and Civil Engineering, Director of the Mytishchi Branch of Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 57196437054, SPIN-code: 3365-8320, AuthorID: none, ResearcherID: O-8119-2015, <https://orcid.org/0000-0002-5392-9150>. Email: FedorovaNV@mgsu.ru.

Вклад авторов: Амелина М.А. – разработка аналитической модели и алгоритма расчёта, проведение экспериментальных исследований, конечно-элементное моделирование (ANSYS, ЛИРА-САПР), обработка и анализ данных, подготовка текста; Колчунов В.И. – постановка научной проблемы, разработка концепции и гипотез деформационной модели, научное руководство, редактирование; Федорова Н.В. – верификация результатов, оформление таблиц и иллюстраций.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The author declares no conflict of interest.

The author has approved the final version.

Статья поступила в редакцию 22.06.2026
Одобрена после рецензирования 02.07.2026
Принята к публикации 14.07.2026

The article was submitted 22.06.2026
Approved after reviewing 02.07.2026
Accepted for publication 14.07.2026

П.Д. АРЛЕНИНОВ^{1,2}, С.Б. КРЫЛОВ¹

¹ Научно-исследовательский, проектно-конструкторский и технологический институт бетона и железобетона им. А.А. Гвоздева, г. Москва, Россия

² Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫСОКОПРОЧНЫХ БЕТОНОВ В СОСТАВЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Аннотация. Статья посвящена актуальным проблемам определения деформационных характеристик высокопрочных бетонов (В60–В100) в составе железобетонных конструкций. На основе обширных экспериментальных данных авторы демонстрируют несоответствие нормативных подходов СП 63.13330 и ГОСТ 24544, разработанных для бетонов обычной прочности, современным самоуплотняющимся модифицированным составам. Показано, что понижающий коэффициент 0,85 к модулю упругости для кратковременных нагрузок завышен и требует дифференциации по классу бетона. Выявлены значительные расхождения в методиках расчёта предельных деформаций ползучести и коэффициентов ползучести, особенно при учёте влажности. Предложены уточнённые значения и рекомендации по корректировке нормативных документов, а также обозначены перспективные направления дальнейших исследований релаксационных процессов и запредельного деформирования.

Ключевые слова: высокопрочный бетон; самоуплотняющийся бетон; модуль упругости; ползучесть; коэффициент ползучести; сталежелезобетон.

Для цитирования: Арленинов П.Д., Крылов С.Б. Актуальные проблемы исследований деформационных характеристик высокопрочных бетонов в составе железобетонных конструкций // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 22-32. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-22-32. EDN: NAWXGS

© Арленинов П.Д., Крылов С.Б., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

P.D. ARLENINOV^{1,2}, S.B. KRYLOV¹¹A.A. Gvozdev Research, Design, and Technological Institute of Concrete and Reinforced Concrete (NIIZHB),
Moscow, Russia²Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russia**CURRENT ISSUES IN RESEARCH ON DEFORMATION
CHARACTERISTICS OF HIGH-STRENGTH CONCRETE IN
REINFORCED CONCRETE STRUCTURES**

Abstract. *The article is very strong, highly relevant, and of great practical value. It is based on unique, long-term experimental data and reveals real contradictions between current standards and the behaviour of modern concretes, offering concrete quantitative corrections. Particularly valuable are the new, previously unpublished findings on the elastic modulus after failure loads and on the influence of humidity on creep. The work is critical yet constructive — the authors not only point out shortcomings but also provide well-founded solutions. It will be useful for both structural engineers and code developers. Highly recommended for publication in a peer-reviewed journal.*

Keywords: *high-strength concrete; self-compacting concrete; modulus of elasticity; creep; creep coefficient; steel-reinforced concrete.*

For citation: Arleninov P.D., Krylov S.B. Current issues in research on deformation characteristics of high-strength concrete in reinforced concrete structures. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 22-32. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-22-32. EDN: NAWXGS

Введение

Высокопрочные бетоны классов В60–В100 являются основным конструкционным материалом современного высотного, уникального и специального строительства [1]. Применение таких бетонов в каркасах высотных зданий, элементах ядер жёсткости и несущих конструкциях объектов атомной отрасли предъявляет повышенные требования к точности задания деформационных характеристик в расчётных моделях: модуля упругости, деформаций усадки и ползучести, относительных предельных деформаций. Ошибка в этих параметрах напрямую транслируется в ошибку в перемещениях элементов здания, перераспределении усилий в жёстких узлах и долгосрочном поведении конструкции.

Между тем основные положения действующей нормативной базы — прежде всего СП 63.13330.2018 и ГОСТ 24544 — были сформированы на основе испытаний бетонов обычной прочности в середине XX века. Появление современных модифицированных самоуплотняющихся бетонов со значительно изменённой поровой структурой и принципиально иным характером деформирования создало разрыв между нормативными предпосылками и реальной потребностью строительной отрасли. При этом обращает на себя внимание интересная комбинация фактов:

- бетоны, имеющие класс по прочности на сжатие ниже В60, могут быть как самоуплотняющимися, так и выполненными из жестких смесей с обязательным вибрированием, такие бетоны также могут иметь как модифицированную структуру цементного камня, так и стандартный набор компонентов (песок, щебень, вода, цемент).

- практически все современные высокопрочные бетоны имеют модифицированную структуру цементного камня и являются самоуплотняющимися.

Настоящая работа систематизирует ключевые особенности при определении набора деформационных характеристик таких бетонов, сложности в их научном обосновании, несоответствия, выявленные в ходе цикла исследований, проводимых авторами, и описывает пути их устранения.

Модели и методы

Работа железобетонных конструкций при кратковременных воздействиях

Основной деформационной характеристикой бетона при кратковременном воздействии, на которую опирается весь современный расчетно-аналитический аппарат, является начальный модуль упругости, коэффициент Пуассона, предельные относительные деформации бетона.

В соответствии с СП 63.13330.2018 при расчёте по второй группе предельных состояний на кратковременные нагрузки начальный модуль упругости бетона принимается с понижающим коэффициентом 0,85. Анализ отечественной технической литературы показывает, что данный коэффициент впервые был предложен А.А. Гвоздевым в 1962 г. для учёта неупругих деформаций при кратковременном нагружении бетонов обычной прочности [2]. В последующих работах его физический смысл неоднократно переосмысливался: в 1978 г. — как учёт быстронатекающей ползучести; в 1988 г. Залесов А.С. и Кодыш Э.Н. установили переменность коэффициента в зависимости от уровня нагружения и указали, что при различных сценариях нагружения значения этого коэффициента как могут приближаться к единице, так опускаться ниже нормативного значения 0,85 [3]. В зарубежных нормах (ACI 318-19, п. 6.6.3) разделение нагрузок на кратковременные и длительные при оценке жёсткости отсутствует вовсе, что свидетельствует об условности рассматриваемого коэффициента применительно к современным высокопрочным бетонам.

В связи с этим для оценки применимости коэффициента 0,85 к современным высокопрочным бетонам была проведена комплексная экспериментальная работа на более чем 100 образцах из самоуплотняющейся бетонной смеси В90–В100 с начальным модулем упругости 55 ГПа (призмы, цилиндры, сталежелезобетонные образцы с листовым армированием, керны из предварительно нагруженных колонн). Рассматривались все возможные сценарии снижения модуля: повышенные выдержки под нагрузкой (до 2 часов); нагрузки до 80% от разрушающей; предварительное обжатие в течение более 3 месяцев с последующим догружением без разгрузки; испытания кернов из образцов колонн, нагруженных до уровней от 0,3 до 0,8 от разрушающей нагрузки. По результатам всех сценариев максимальное снижение модуля упругости не превысило 10%, причем для образцов призм стандартного размера 150×150×600 мм — снижение составило не более 7% по отдельным образцам и около 6% в среднем по серии [4]. На основании полученных результатов при соответствующем теоретическом обосновании можно рекомендовать дифференцировать значение данного коэффициента в зависимости от класса бетона что при расчёте каркасов высотных зданий обеспечивает снижение расчётных горизонтальных перемещений на 5–10% — на рисунке 1 черным и серым цветом показаны графики зависимости начального модуля упругости от класса бетона без учета и с учетом снижения, синим и красным по результатам экспериментов и рекомендуемые значения.

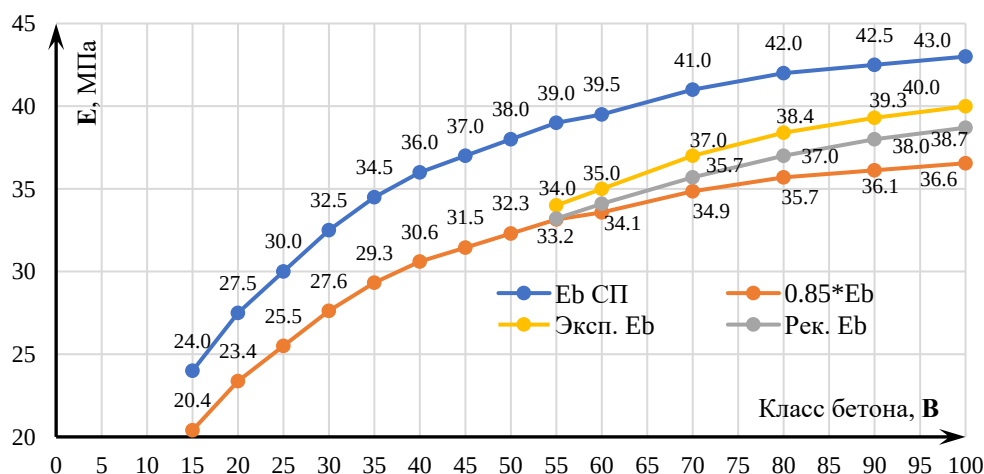


Рисунок 1 – Графики зависимости модуля упругости от класса бетона

Полученные результаты объясняются принципиально иным механизмом деформирования высокопрочных модифицированных бетонов — практически линейная диаграмма σ – ε вплоть до хрупкого разрушения, минимальное накопление внутренних микродефектов, крайне малые деформации быстронатекающей ползучести. Для оценки механики деформирования рассматриваемых бетонов были проведены обширные экспериментально-теоретические исследования, для определения границ трещинообразования и возможности применимости существующих теорий для описания их работы под нагрузкой [5]. Первые исследования процессов микро трещинообразования и, соответственно, линейности работы бетона в зависимости от уровня напряжений были праведны американскими специалистами из Корнуэльского Университета, под руководством профессора Винтера [6] в 60-70-ых годах прошлого столетия (на основе этих экспериментов построено большинство последующих теоретических исследований), было определено, что микротрещины в бетоне начинают развиваться примерно после уровня 0,4-0,5 от разрушающей нагрузки (что в какой-то мере соответствует урону расчетного сопротивления бетона) и ближе к уровням напряжений 0,7-0,8 от разрушающей нагрузки интенсивность микро разрушений значительно возрастает. В продолжение этих исследований была разработана фундаментальная методика О.Я. Берга [7], на основе которой базируются все дальнейшие предложенные теории [8].

Испытания проводились на референсных образцах различных типоразмеров (призмы со стороной 100 и 150 мм и цилиндры Ø150мм высотой 300 и 600мм), на которых определялся модуль упругости и разрушающая нагрузка R_1 в соответствии с ГОСТ24452; образцах близнецах, которые нагружались деформациями и использовались для получения ниспадающей ветви и определения пикового значения нагрузки которую выдерживает образец R_2 (эта нагрузка хотя и близка к R_1 , получаемой при стандартном испытании в соответствии с ГОСТ24452, но несколько ниже вследствие отсутствия эффекта динамического удара при напряжениях близких к разрушению); образцах, которые вначале нагружались деформациями до пикового значения разрушающей нагрузки, после этого разгружались выдерживались определенное время и далее испытывались на модуль упругости и в последствии до разрушения R_3 . Полученные результаты сравнивались со значениями модуля упругости, полученными на этих же образцах в начале эксперимента, общая схема испытания приведена на рисунке 2а.

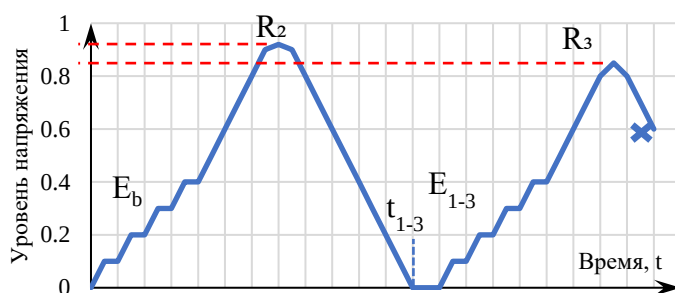


Рисунок 2а – Описание режима испытания для определения модуля упругости после работы в запредельном состоянии в осях «уровень напряжения – время испытания»

Рисунок 2б – Образец, доведенный до пиковой разрушающей нагрузки

Определение уровня начала образования микротрещин в бетоне определялось по О.Я. Бергу [7] для этого на каждом этапе нагружения образцы в прессе прозвучивались с помощью приборов ультразвукового контроля. Выполнялось как поверхностное, так и сквозное прозвучивание с помощью приборов УК-1401 и Пульсар 1.0 соответственно. Полученные результаты показали, что классические теории по определению уровня

микротрещинообразования и их производные не применимы в полной мере к высокопрочным бетонам.

Помимо определения границ микротрещинообразования исследовалось поведение рассматриваемого материала в так называемом запредельном состоянии — на рисунке 2b показан образец, доведенный до пиковой разрушающей нагрузки (сразу же сброшенной после нагружения) для последующего испытания на модуль упругости. Из рисунка видно, что образец сохранил форму, но получил ряд повреждений (сколы и трещины), которые видны невооруженным глазом, такие дефекты присутствовали на образцах всех видов.

По результатам испытаний были зафиксированы следующие значения модуля упругости после достижения бетоном предельной нагрузки и различной выдержки после разгрузки перед новым нагружением в сравнении с начальным модулем упругости, определенного непосредственно на этом же образце.

$E_b = 53,0$ ГПа – средний начальный модуль упругости для всех серий образцов.

$E_{b1} = 52,3-59,1$ ГПа

$E_1 = 1,41-1,71 E_{b1}$ (73,6-101,1 ГПа) – начальный модуль упругости для серии образцов и модуль упругости, определенный практически сразу же после доведения до разрушающей нагрузки с последующей разгрузкой (выдержка для релаксации остаточных напряжений составила около 1 часа).

$E_{b2} = 54,3$ ГПа, $E_2 = 1,06 E_{b2}$ (57,7 ГПа) – начальный модуль упругости для серии образцов и модуль упругости, определенный на разгруженных образцах с выдержкой в свободном состоянии, равной 8 суток.

$E_{b3} = 52,0-57,8$ ГПа, $E_3 = 1,00 E_{b3}$ (52,0-58,0 ГПа) – начальный модуль упругости для серии образцов и модуль упругости, определенный на разгруженных образцах с выдержкой в свободном состоянии, равной 1-3 суток.

Результаты исследования и их анализ

Анализируя данные результаты видно, что при небольших выдержках после доведения образца до разрушающей нагрузки, несмотря на накопленные в нем повреждения произошло значительное увеличение модуля упругости бетона от 1,4 до 1,7 раза. Возможно, это связано с механикой деформирования высокопрочного бетона при сверхвысоких нагрузках – практически линейное деформирования до разрушения, минимальное количество накопленных внутренних дефектов (микротрещин) и закрытие их при еще большем уровне напряжений, определенная инерционность процесса релаксации внутренних напряжений после снятия сжимающей нагрузки. Эти результаты являются новыми и ранее не опубликованными.

При выдержках сутки и более происходит значительная релаксация внутренних напряжений в образце и полученные значения модуля упругости оказываются близкими к начальному модулю упругости ($\pm 6\%$). Такие результаты также крайне необычны поскольку уже разрушенный образец сохранил свои основные начальные деформационные характеристики.

Крайне важным моментом в данном случае является величина выдержки, достаточная чтобы остаточные напряжения после разгрузки релаксировали. Точное ее значение будет зависеть от многих факторов, в первую очередь от состава бетонной смеси, то есть для каждого типа бетона она может быть своя. В результате данного эксперимента рассматривались несколько сценариев выдержки образца после первоначальной загрузки и усреднённой величиной можно принять одни сутки как полностью достаточную выдержку для релаксации всех внутренних напряжений.

Испытания показали, что при коротких выдержках произошло значительное увеличение модуля упругости, но одновременно произошло падение прочности бетона. При выдержках более суток произошла стабилизация всех данных с приближением к начальным

результатам. Эти результаты представляют огромный интерес и подтверждают одну из важнейших ролей процесса релаксации напряжений в бетоне. Процессы релаксации вообще исследованы недостаточно, при этом если теоретические работы в можно найти, то экспериментальные исследования являются единичными [9].

В исследованиях, рассмотренных выше, особое внимание уделялось форме и размерам образцов, и это неслучайно, проведенный анализ [10] основных этапов проведения испытаний по определению модуля упругости выявил серьезные отличия в подходах ГОСТ 24452 и зарубежных стандартов ISO 1920-10, ASTM C469, BS EN 12390 (между собой все зарубежные стандарты относительно гармонизированы, хотя также присутствуют отличия). Основных отличия два, хотя на самом деле их значительно больше, начиная измерительным оборудованием и заканчивая расчетом и оформлением результатов.

Первое, это отличия в отношении ширины или диаметра образца к его высоте (для ГОСТ 24452 отношение $\frac{1}{4}$, для зарубежных стандартов $\frac{1}{2}$).

Второе, разный подход к режимам загрузки, за рубежом образец нагружается монотонно за несколько циклов с обязательной разгрузкой для выборки неупругих деформаций, в ГОСТ 24452 – нагружение происходит ступенями с выдержкой и фиксацией напряжений для последующего вычета из общих деформаций деформаций быстроснабжающей ползучести. На рисунке 3 приведены схемы загрузки по всем рассмотренным стандартам, сведенные в одних координатах.

Указанные отличия при проведении испытаний могут оказывать влияние на получаемые результаты, что в свою очередь может привести к разнице значений модулей упругости для соответствующих по прочности классов бетона по российским нормам и зарубежным. Также это важно, поскольку в зарубежных нормативных документах помимо табличных значений модуля упругости (в зависимости от класса бетона) можно получить расчетным путем значения модуля на более прочных заполнителях в любом возрасте и т.д. По российским нормам такие результаты можно получить только путем испытаний.

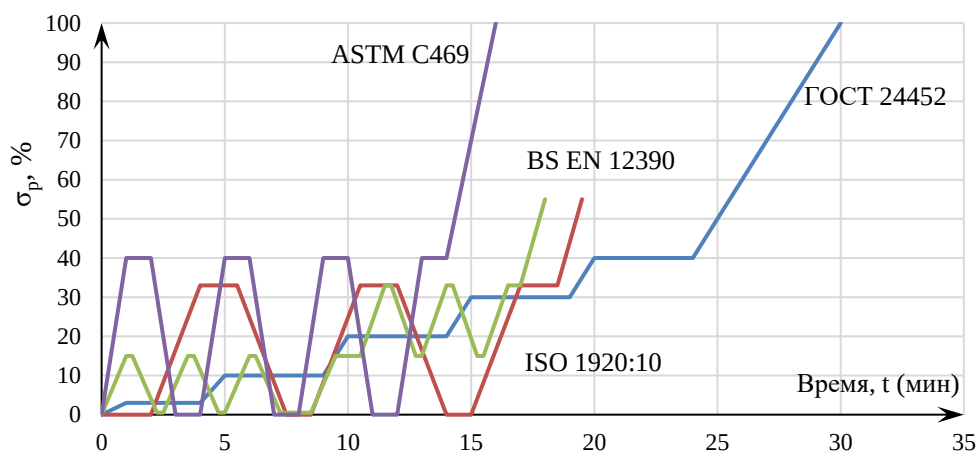


Рисунок 3 - Сравнительный график загрузки образцов при различных методах проведения испытаний по определению модуля упругости по ГОСТ, ISO, BS EN, ASTM

Работа железобетонных конструкций при длительных воздействиях

Длительные испытания по определению ползучести бетона — одно из наиболее сложных и ресурсоёмких направлений экспериментальных исследований. Для их проведения требуются климатические помещения со стабильными параметрами среды, специализированные установки, поддерживающие постоянную нагрузку в течение 6 месяцев и более, установленные в этих климатических помещениях, большое количество систем оснастки и съема показаний. Это делает такие исследования редкими и результаты их крайне ценными. Причем это справедливо не только для нашей страны, но и за рубежом. Применительно к высокопрочному бетону ситуация осложняется. При таких испытаниях повышаются требования к испытательному оборудованию (требуется создание более

высоких уровней напряжений). Высокопрочные бетоны широкое развитие особенно в нашей стране получили относительно недавно. Одновременно это совпало с развалом Советского Союза и практически полной остановкой всех экспериментальных исследований в этом направлении. Это привело к тому огромное количество экспериментальных [11-13] и теоретических исследований [14-16] проведенных ранее, устарели. Как будет показано ниже, к современным бетонам полученные ранее результаты могут быть применимы только с рядом ограничений и это особенно печально, поскольку советская научная школа была сильнейшей в мире и это признавалось ведущими зарубежными специалистами

При сравнения различных методик испытаний по определению деформаций ползучести бетона между российским ГОСТ 24544 и зарубежными стандартами ISO 1920-9, ASTM C512, EN 12390-17 отличий оказалось еще больше, чем при сравнении методик по определению модуля упругости [17]. Самыми принципиальными, оказывающими сдерживающий эффект на проведение широких исследований в этой области являются:

- во-первых, способ передачи нагрузки на образец, в России нагрузка на образцы передается через стальной шарик на опорные пластинки, приклеенные к образцу, и в купе с соотношением ширины к высоте образца 1 к 4 в пружинную или гидравлическую установку обычно ставится только один, максимум два и в крайне редком случае три образца (огромные установки и сложность центрирования). Западные стандарты регламентируют передачу усилия на образец и между образцами через плоский контакт выполненный из специального раствора на основе серы, и имея соотношения сторон образца 1 к 2 в установки свободно устанавливаются 4 и даже 5 образцов, то есть получается полноценная серия в одной компактной установке (рисунок 4).

- во-вторых, за рубежом периодические снятия показаний осуществляются с использованием переносных деформометров, работающих по принципу DEMEC которые с точностью 0,001 мм измеряют расстояние между специальными метками, приклеенными к образцу (рисунок 4). Только в 2020 году в актуализированной редакции ГОСТ 24544 добавилась возможность проводить измерения таким образом, несмотря на это и в настоящее время большая часть испытаний проводится с использованием стандартных рамок и механических индикаторов часового типа, с одной стороны это обеспечивает требуемую точность и удобство снятия показаний, с другой - требует огромного количества поверенных датчиков, накладываются ограничения по проведению испытаний при повышенной влажности, повышенных температурах и испытаний образцов увеличенных габаритов.

По результатам испытаний по определению деформаций ползучести бетона уже расчетным путем вычисляется коэффициент ползучести бетона $\varphi_{b,cr}$, который в свою очередь входит в основную формулу (1) для определения модуля упругости бетона при длительно действующей нагрузке $E_{b,T}$



Рисунок 4 - Испытания по определению ползучести бетона по ASTM C512 (слева) ГОСТ 24544 (справа)

$$\varphi_{b,cr} = \frac{\varepsilon_{п}}{\varepsilon_{уп}}, \quad E_{b,\tau} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}} \quad (1)$$

Величины $\varepsilon_{уп}$ и $\varepsilon_{п}$ представляют собой упругую и ползучую часть общей деформации образца (в относительных единицах) под длительно действующей нагрузкой. При этом $\varepsilon_{п}$ является предельной относительной деформацией ползучести бетона, то есть это максимальная возможная деформация образца при бесконечно большом времени приложения нагрузки. Понятно, что получить предельную относительную деформацию из реальных данных эксперимента можно только путем вероятностного прогнозирования. В ГОСТ 24544 приведена методика определения $\varepsilon_{п}$ с использованием линеаризации построенной по точкам функции ползучести. Для линеаризации осуществляется переход из координат $\varepsilon - t$ в координаты $t/\varepsilon - t$. После построения линии регрессии в координатах $t/\varepsilon - t$ определяется предельное значение относительных деформаций ползучести равное котангенсу угла наклона данной прямой к оси абсцисс (t). Эта методика впервые была предложена в 1981 году и с тех пор не менялась. Ниже в табличном виде приведены результаты расчета предельных деформаций ползучести бетона для нескольких составов тяжелого и легкого высокопрочного бетона классов по прочности на сжатие B60-B100, отличающихся модулем упругости и испытанными при разных влажностях [18]. По данной методике вычислялись предельные деформации ε_{cr}^1 . Также приведены последние зафиксированные значения по результатам испытаний ε_{cr}^2 , которые длились значительно более 180 суток (срок испытания по ГОСТ 24544) и по которым фиксировалось практически полное затухание деформаций ползучести в течении последних месяцев. Как видно из таблицы 1 при отдельных сценариях испытаний фиксируются отличия расчетных предельных относительных деформаций от полученных экспериментально, более чем в 1,6 раза. Учитывая длительность испытаний и затухающей характер кривой можно сделать вывод о значительных погрешностях при использовании методики ГОСТ применительно к высокопрочным бетонам.

Таблица 1 - Предельные деформации и коэффициенты ползучести

Класс бетона (Модуль упругости, ГПа), влажность, %	Относительные деформации ползучести			Коэффициент ползучести, $\varphi_{b,cr}^1 / \varphi_{b,cr}^2$
	$\varepsilon_{cr}^1 \cdot 10^5$	$\varepsilon_{cr}^2 \cdot 10^5$	$\varepsilon_{cr}^1 / \varepsilon_{cr}^2$	
B100 (55,0) W=60	13,81	12,3	1,13	0,26 / 0,24
B100 (44,6) W=60	37,0	25,5	1,45	0,59 / 0,41
B100 (40,5) W=20	63,2	39,2	1,61	0,99 / 0,61
B70 (40,5) W=20	50,6	40,5	1,25	0,89 / 0,71
B70 (40,5) W=60	28,6	27,5	1,04	0,52 / 0,50
B60л (40,5) W=20	28,2	25,8	1,09	0,48 / 0,44
B60л (40,5) W=90	13,3	10,1	1,32	0,21 / 0,16

Из таблицы 1 наглядно видно, как сильно влияет фактическая влажность на результаты испытаний относительно стандартной влажности 60% по ГОСТ 24544 для одних и тех же классов бетона. До последнего времени в России не было испытательных площадок, на которых такие испытания можно провести, а их важность невозможно переоценить. В своде правил по железобетону СП 63.13330 приведено единое значение коэффициентов ползучести для всех классов высокопрочных бетона от B60 до B10 (2,0 для W =20%, 1,0 для W =60% и 1,0 для W =60%). Эти цифры были и приняты в 2000-ых годах на основе обзора литературных источников для бетона класса B60 и распространены на высокопрочные бетоны, в зарубежных нормативных документах причем такая дифференциация есть (рисунок 5.) В 2024г. на испытательной площадке НИИЖБ им. А.А. Гвоздева были

подготовлены залы длительных испытаний, позволяющих проводить параллельные испытания в трех влажностях от 20 до 95%.

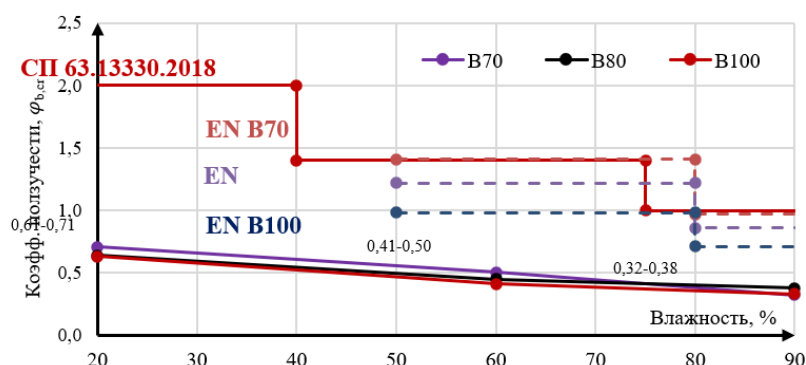


Рисунок 5 - Сравнение экспериментальных значений коэффициентов ползучести для бетонов классов В70-В100 при разной относительной влажности воздуха с их нормативными значениями по СП 63.13330.2018 и Еврокод EN 12390

В 2024-2025 г.г. была проведена комплексная экспериментально-теоретическая работа [18] по исследованию влияния влажности на коэффициенты ползучести высокопрочных бетонов с дифференциацией по классу и типу бетона (тяжелый легкий).

Полученные результаты свидетельствуют о значительных возможных резервах при назначении коэффициентов ползучести высокопрочных бетонов (на рисунке 5 коэффициенты ползучести определены по последним зафиксированным деформациям после их затухания). Эти данные являются крайне важными как для высотного строительства, так и для ответственных большепролетных конструкций, где жесткостные параметры могут быть важнее прочностных.

Заключение

В ходе комплексных исследований длительных и кратковременных деформационных характеристик железобетонных конструкций из обычных и высокопрочных бетонов, которая началась с 2017 года и продолжается по настоящее время авторами были получены следующие результаты:

1. Подготовлены и оснащены передовые испытательные площадки, позволяющие проводить параллельные длительные испытания образцов бетона и элементов железобетонных конструкций любого класса по прочности при сжатии, изгибе, различной влажности, воздействиях повышенных температур, режиме двухосного сжатия, экспериментального определения релаксации;

2. Разработаны методики проведения длительных и кратковременных испытаний, отличающихся от положений ГОСТ24544, а также методики расчета модуля упругости и прогнозирования деформаций ползучести бетона;

3. Определены недостаточно изученные научные области, в том числе и в нормативных документах, в части исследования деформационных характеристик высокопрочных бетонов;

4. Подготовлены предложения по учету особенностей деформирования железобетонных и сталежелезобетонных конструкций, выполняемых из высокопрочных бетонов, в нормативных документах и инженерных расчетах

В настоящей статье описана только часть проблем при исследовании высокопрочных бетонов и конструкций из них, эти работы в обязательном порядке должны продолжаться причем с вовлечением большего количества специалистов в области строительного материаловедения и железобетонных конструкций поскольку современные высокопрочные бетоны, учитывая входящее в них значительное количество разных компонентов даже в рамках одного класса могут иметь качественно разные деформационные характеристики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каприелов С.С., Шейнфельд А.В. и др. Технология возведения конструкций каркасов высотных зданий из высокопрочных бетонов классов В60–В100 // Вестник НИЦ «Строительство». 2022. № 33(2). С. 106–121. DOI: 10.37538/2224-9494-2022-2(33)-106-121. EDN: MWKCIE.
2. Гвоздев А.А., Дмитриев С.А., Гуца Ю.П. и др. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1978. 208 с.
3. Залесов А.С., Кодыш Э.Н., Лемыш Л.Л., Никитин И.К. Расчет железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: Стройиздат, 1988. 320 с.
4. Арленинов П.Д. Применимость нормативного подхода снижения модуля упругости при непродолжительных воздействиях для высокопрочных бетонов // Вестник НИЦ «Строительство». 2026. № 48(1). С. 7–20. DOI: 10.37538/2224-9494-2026-1(48)-07-20. EDN: DPMORZ.
5. Arleninov P.D. High-strength concrete behavior in post-limit conditions // Magazine of Civil Engineering. 2025. 18(8). DOI: 10.34910/MCE.140.2
6. Hsu T.T.C., Slate F.O., Sturman G.M., Winter G. Microcracking of Plain Concrete and the Shape of Stress-Strain Curve // JACI. 1963. 60(2). Pp. 209–223. DOI: 10.14359/7852.
7. Берг О.Я., Щербakov Е.Н., Писанко Г.Н. Высокопрочный бетон. М.: Издательство литературы по строительству, 1971. 208 с.
8. Istomin A.D., Belikov N.A. Dependence of the Borders of the Microcreeping in Concrete from Strengths and Strain Condition // Bulletin of MGSU. 2011. 2-1. Pp. 159–162. EDN: OUVYTL.
9. Арленинов П.Д., Крылов С.Б., Калмакова П.С. и др. Экспериментальные исследования процесса релаксации бетона в разных режимах // Вестник НИЦ «Строительство». 2023. № 1(36). С. 86–98. DOI: 10.37538/2224-9494-2023-1(36)-86-98. EDN: LMVDTU.
10. Крылов С.Б., Арленинов П.Д., Калмакова П.С. Сравнение методов испытаний на модуль упругости бетона по российским и зарубежным нормативным документам // Строительные материалы. 2022. № 9. С. 4–9. DOI: 10.31659/0585-430X-2022-806-9-4-9. EDN: KOHZOS.
11. Александровский С.В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести. М.: Стройиздат, 1973. 432 с.
12. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. М.: Гостехиздат, 1952. 324 с.
13. Тамразян А.Г., Есаян С.Г. Механика ползучести бетона. М.: МГСУ, 2012. 490 с. ISBN: 978-5-7264-0664-0. EDN: QNQFSB.
14. Тамразян А.Г. Жесткость изгибаемых железобетонных элементов с учетом нелинейной ползучести высокопрочного бетона на основе вязкоупругой модели наследственного старения // Вестник МГСУ. 2011. № 2-1. С. 121–126. EDN: OUVYQT.
15. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1968. 324 с.
16. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 413 с.
17. Арленинов П.Д., Крылов С.Б., Корнюшина М.П. Сравнение методов проведения длительных испытаний на ползучесть бетона в соответствии с российскими и зарубежными нормативными документами. Часть 1: Образцы и оборудование // Вестник НИЦ «Строительство». 2020. № 4(27). С. 5–17. DOI: 10.37538/2224-9494-2020-4(27)-5-17. EDN: BGUJFM.
18. Каприелов С.С., Арленинов П.Д., Шейнфельд А.В. и др. Влияние относительной влажности воздуха на коэффициент ползучести высокопрочных самоуплотняющихся бетонов // Строительные материалы. 2025. № 10. С. 25–35. DOI: 10.31659/0585-430X-2025-840-10-25-35. EDN: BYVKCZ.

REFERENCES

1. Kaprielov S.S., Sheinfeld A.V. et al. Technology for constructing frame structures of high-rise buildings from high-strength concretes of classes B60–B100. *Bulletin of the Research Center "Construction"*. 2022. No. 33(2). Pp. 106–121. (In Russ.) DOI: 10.37538/2224-9494-2022-2(33)-106-121, EDN: MWKCIE
2. Gvozdev A.A., Dmitriev S.A., Gushcha Yu.P. et al. New Developments in the Design of Concrete and Reinforced Concrete Structures. Moscow: Stroyizdat, 1978. 208 p. (In Russ.)
3. Zalesov A.S., Kodysh E.N., Lemysh L.L., Nikitin I.K. Calculation of Reinforced Concrete Structures for Strength, Crack Resistance and Deformations. Moscow: Stroyizdat, 1988. 320 p. (In Russ.)
4. Arleninov P.D. Applicability of the standard approach for reducing the elastic modulus under short-term loading for high-strength concretes. *Bulletin of the Research Center "Construction"*. 2026. No. 48(1). Pp. 7–20. (In Russ.) DOI: 10.37538/2224-9494-2026-1(48)-07-20, EDN: DPMORZ
5. Arleninov P.D. High-strength concrete behavior in post-limit conditions. *Magazine of Civil Engineering*. 2025. 18(8). DOI: 10.34910/MCE.140.2
6. Hsu T.T.C., Slate F.O., Sturman G.M., Winter G. Microcracking of Plain Concrete and the Shape of Stress-Strain Curve. *JACI*. 1963. 60(2). Pp. 209–223. DOI: 10.14359/7852
7. Berg O.Ya., Shcherbakov E.N., Pisanko G.N. High-Strength Concrete. Moscow: Publishing House of Literature on Construction, 1971. 208 p. (In Russ.)
8. Istomin A.D., Belikov N.A. Dependence of the Borders of the Microcreeping in Concrete from Strength and Strain Condition. *Bulletin of MGSU*. 2011. 2-1. Pp. 159–162. EDN: OUVYTL

9. Arleninov P.D., Krylov S.B., Kalmakova P.S. et al. Experimental studies of concrete relaxation process under different loading regimes. *Bulletin of the Research Center "Construction"*. 2023. No. 1(36). Pp. 86–98. (In Russ.) DOI: 10.37538/2224-9494-2023-1(36)-86-98, EDN: LMVDTU
10. Krylov S.B., Arleninov P.D., Kalmakova P.S. Comparison of test methods for concrete elastic modulus according to Russian and foreign regulatory documents. *Construction Materials*. 2022. No. 9. Pp. 4–9. (In Russ.) DOI: 10.31659/0585-430X-2022-806-9-4-9, EDN: KOHZOS
11. Alexandrovsky S.V. Calculation of Concrete and Reinforced Concrete Structures for Temperature and Moisture Changes Considering Creep. Moscow: Stroyizdat, 1973. 432 p. (In Russ.)
12. Arutyunyan N.Kh. Some Problems of Creep Theory. Moscow: Gostekhizdat, 1952. 324 p. (In Russ.)
13. Tamrazyan A.G., Yesayan S.G. *Mechanics of Concrete Creep*. Moscow: MGSU, 2012. 490 p. (In Russ.) EDN: QNQFSB
14. Tamrazyan A.G. Stiffness of bent reinforced concrete elements considering the nonlinear creep of high-strength concrete based on a viscoelastic model of hereditary aging. *Vestnik MGSU*. 2011. No. 2-1. Pp. 121–126. (In Russ.) EDN: OUVYQT
15. Bondarenko V.M. Some Problems of the Nonlinear Theory of Reinforced Concrete. Kharkiv: Kharkiv University Press, 1968. 324 p. (In Russ.)
16. Karpenko N.I. General Models of Reinforced Concrete Mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996. 413 p. (In Russ.)
17. Arleninov P.D., Krylov S.B., Korniyushina M.P. Comparison of methods for conducting long-term concrete creep tests in accordance with Russian and foreign regulatory documents. Part 1: Specimens and equipment. *Bulletin of the Research Center "Construction"*. 2020. No. 4(27). Pp. 5–17. (In Russ.) DOI: 10.37538/2224-9494-2020-4(27)-5-17, EDN: BGUJFM
18. Kapriylov S.S., Arleninov P.D., Sheinfeld A.V. et al. Effect of relative air humidity on the creep coefficient of high-strength self-compacting concretes. *Construction Materials*. 2025. No. 10. Pp. 25–35. (In Russ.) DOI: 10.31659/0585-430X-2025-840-10-25-35, EDN: BYVKCZ

Сведения об авторах:

Арленинов Петр Дмитриевич, кандидат технических наук, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия; заместитель заведующего лабораторией № 8 «Механики железобетона» НИИЖБ им. А.А. Гвоздева АО «НИЦ «Строительство», г. Москва, Россия. <https://orcid.org/0000-0003-4737-1549>. Email: arleninoff@gmail.com.

Крылов Сергей Борисович, академик РААСН, доктор технических наук, заведующий лабораторией № 8 «Механики железобетона» НИИЖБ им. А.А. Гвоздева АО «НИЦ «Строительство», г. Москва, Россия. <https://orcid.org/0009-0006-5633-399X>. Email: niizhb_lab8@mail.ru.

About the authors:

Petr D. Arleninov, Candidate of Technical Sciences, Docent of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia; Deputy Head of Laboratory No. 8 "Reinforced Concrete Mechanics", A.A. Gvozdev Research Institute of Reinforced Concrete, JSC "Research Center "Construction", Moscow, Russia. <https://orcid.org/0000-0003-4737-1549>. Email: arleninoff@gmail.com.

Sergey B. Krylov, Member of the RAACS, Doctor of Technical Sciences, Head of Laboratory No. 8 "Reinforced Concrete Mechanics", A.A. Gvozdev Research Institute of Reinforced Concrete, JSC "Research Center "Construction", Moscow, Russia. <https://orcid.org/0009-0006-5633-399X>. Email: niizhb_lab8@mail.ru.

Вклад авторов: авторы внесли равный вклад в работу.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The authors declare no conflict of interest.

The authors have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 20.07.2026
Одобрена после рецензирования 02.08.2026
Принята к публикации 13.08.2026

The article was submitted 20.07.2026
Approved after reviewing 02.08.2026
Accepted for publication 13.08.2026

Научная статья

Д.В. КОНИН¹, А.С. КРЫЛОВ¹, А.А. ЖДАНОВА¹, Д.Н. ГАВРИЛОВ¹

¹ Центральный научно-исследовательский институт строительных конструкций (ЦНИИСК)
имени В.А. Кучеренко АО «НИЦ «Строительство», г. Москва, Российская Федерация

ПРОЧНОСТЬ БЕТОННЫХ И СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБРАЗЦОВ С ЛИСТОВЫМ АРМИРОВАНИЕМ ПРИ МНОГООСНЫХ НАГРУЖЕНИЯХ

Аннотация. Современные конструкции зданий и сооружений, выполненные из бетона, железобетона и сталежелезобетона, как правило, работают в условиях сложного напряженного состояния, что приводит к изменению их прочностных характеристик. В случае многоосного сжатия бетона происходит увеличение его прочностных показателей, что может быть выгодно использовано при расчетах и проектировании конструкций. В связи с недостаточной проработкой вопроса в современной научно-технической и нормативной литературе был подготовлен эксперимент по изучению особенностей поведения современных, в том числе высокопрочных, бетонов в условиях многоосного напряженного состояния. Были исследованы образцы с внешним листовым армированием. Оценка особенности работы бетона при сложном многоосном напряженном состоянии выполнена на основе результатов экспериментальных исследований и анализа существующего мирового опыта. Представлено описание исследуемых моделей, приведены особенности использованных при изготовлении моделей материалов и их характеристики. Приведены данные об экспериментальном оборудовании, схеме испытания и нагружения конструкций. Представлены общие виды и характер разрушения, графические результаты испытаний. Выполнено сравнение теоретических и экспериментальных данных.

Ключевые слова: бетон, сталь, железобетон, сталежелезобетонная конструкция, листовое армирование.

Для цитирования: Конин Д.В., Крылов А.С., Жданова А.А., Гаврилов Д.Н. Прочность бетонных и сталежелезобетонных образцов с листовым армированием при многоосных нагружениях // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 33-46. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-33-46. EDN: OZCYI

© Конин Д.В., Крылов А.С., Жданова А.А., Гаврилов Д.Н., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the
Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

D. V. KONIN¹, A. S. KRYLOV¹, A. A. ZHDANOVA¹, D. N. GAVRILOV¹¹JSC Research Center of Construction TSNIISK named after V.A. Koucherenko, 2nd Institutskaya str., 6, bld. 1, Moscow, 109428, Russian Federation**STRENGTH OF CONCRETE AND COMPOSITE STEEL AND CONCRETE STRUCTURES WITH STEEL-PLATE REINFORCEMENT UNDER MULTYAXIAL LOADING**

Abstract. Modern structures of buildings made of concrete, reinforced concrete and composite steel and concrete are in a complex stress state, which leads to a change in their strength characteristics. In the case of multiaxial compression of concrete, its strength indicators increase, which can be advantageously used in calculations and design of structures. Due to the insufficient study of the issue in modern scientific, technical and regulatory literature, an experiment was conducted to study the behavior of modern, including high performance concrete in a complex multiaxial stress state. Models with steel-plate reinforcement were investigated. The assessment of the behavior of concrete in a complex multiaxial stress state is based on the results of experimental research and analysis of existing international experience. The description of the studied models is presented, the features of the materials used in the manufacture of models and their characteristics are given. Data on experimental equipment, the scheme of testing and loading structures are presented. The general types and nature of destruction, graphical test results are presented. A comparison of theoretical and experimental data is performed.

Keywords: concrete, steel, reinforced concrete, composite steel and concrete structure, steel-plate reinforcement.

For citation: Konin D.V., Krylov A.S., Zhdanova A.A., Gavrilov D.N. Strength of concrete and composite steel and concrete structures with steel-plate reinforcement under multiaxial loading. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 33-46. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-33-46. EDN: OZCYI

Введение

В современной строительной отрасли возрастает технологичность и сложность конструктивных решений. Важным является наличие исчерпывающей информации о поведении конструкций и материалов при различных воздействиях, приводящих к возникновению сложного напряженного состояния в конструкции. Особенности изменения механических характеристик (прочности) современных бетонов при многоосном напряженном состоянии в современных нормах по проектированию железобетонных [1] и сталежелезобетонных конструкций [2] недостаточно раскрыты. Особенности работы бетона при одновременном действии нагрузок в различных плоскостях исследовалась различными авторами. Значимый вклад был внесен Г.А. Гениевым [3-5], Н.И. Карпенко, С.Н. Карпенко [6-10], Е.С. Лейтесом [11], К.Ж. Уиллам – Е.Р. Уорнке [12], другими отечественными и зарубежными авторами [13-23].

Базовым трудом по теории прочности и пластичности бетона и железобетона является [4], где рассмотрены существующие теории прочности, разработанные отечественными и зарубежными авторами, приведены данные экспериментальных и теоретических исследований. Гениевым Г.А. в ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко разработаны методы определения предельной несущей способности массивных и плоских конструкций из различных материалов, находящихся в сложном напряженном состоянии, основанные на теории идеально пластичной среды. За основу при разработке кривой, ограничивающей область прочного сопротивления при плоском напряженном состоянии, была принята парабола. Недостатком разработанной теории [4] является некоторое завышение несущей

способности при отдельных сочетаниях внешних нагрузок, действующих по различным ортогональным направлениям. Отличный от [4] критерий прочности предложен Е.С. Лейтесом [11], геометрическая интерпретация которого представляет собой сложную поверхность, сочлененную из трех частей. Критерий показывает хорошую сходимость с опытными данными при плоском напряженном состоянии и имеет некоторые расхождения при трехосном внешнем воздействии. Развитие теории [4] представлено в труде [5], где сформулирован доработанный критерий прочности, основанный, в том числе, на данных [11]. Поэтому недостатки, сформулированные для [4, 11], справедливы также и для теории, представленной в [5]. Условия прочности, разработанные Н.И. Карпенко [7] отличаются по способу построения от всех рассмотренных выше, что позволяет с одинаковой точностью описывать прочность бетона при напряженных состояниях сжатия-растяжения и трехосного сжатия [10]. В [10] приведены сведения о современных критериях прочности для бетонов при объемных напряженных состояниях, описаны достоинства, недостатки и особенности формирования критериев. Отмечается, что критерии прочности в работах [7] и [12] наиболее точно описывают экспериментальные данные при объемном напряженном состоянии. Специалистами НИИЖБ им. А.А. Гвоздева в 1985 году были выпущены Рекомендации по определению прочностных и деформационных характеристик бетона при неосесимметричных напряженных состояниях [24], где приведены основные положения по методике статических испытаний для определения механических свойств бетонов. Положения Рекомендаций были рассмотрены при планировании экспериментальной части исследований.

Зарубежными авторами исследованы различные аспекты теорий прочности и предложены собственные формулировки и интерпретации по определению несущей способности конструкций, находящихся в сложном напряженном состоянии. Например, в [15] приведены сведения по учету трещинообразования, происходящего по разным направлениям; в [20] исследованы особенности работы бетона при двухосном растяжении. В отдельных работах затронуты вопросы работы бетонов повышенной прочности [21, 22].

Рассмотренные экспериментальные и теоретические исследования отечественных и зарубежных авторов недостаточно полно охватывают вопросы работы бетонов высокой прочности, в том числе в составе конструкции (конструкции с листовым армированием), при многоосном напряженном состоянии.

Цель настоящей работы – получить актуальные сведения о работе современных бетонов, являющихся частью сталежелезобетонной конструкции с листовым армированием, находящейся в условиях сложного многоосного напряженного состояния.

Модели и методы

Для проведения испытаний по определению несущей способности бетонных и сталежелезобетонных моделей с листовым армированием при воздействии сжимающих напряжений в различных плоскостях были изготовлены 90 опытных образцов. Модели разделены на 5 групп по 18 моделей в каждой. Модели представлены бетонными и сталежелезобетонными кубами с листовым армированием. Размеры моделей 200х200 мм, приняты исходя из оптимизированных возможностей испытательного стенда и силового оборудования. Кроме того, при подборе размера образцов учитывался фактор соотношения внешних силовых воздействий при создании сложного напряженного состояния.

Модели группы 1 представляют собой бетонные кубы размером 200х200 мм. Проектный класс бетона по прочности на сжатие – В30.

Модели группы 2 представляют собой сталежелезобетонные кубы с листовым армированием размером 200х200 мм. Листовое армирование толщиной 3 мм. Материал листовой арматуры – сталь С255. Проектный класс бетона по прочности на сжатие – В30.

Модели группы 3 представляют собой сталежелезобетонные кубы с листовым армированием размером 200х200 мм. Листовое армирование толщиной 6 мм. Материал листовой арматуры – сталь С255. Проектный класс бетона по прочности на сжатие – В30.

Модели группы 4 представляют собой бетонные кубы размером 200х200 мм. Проектный класс бетона по прочности на сжатие – В100.

Модели группы 5 представляют собой сталежелезобетонные кубы с листовым армированием размером 200х200 мм. Листовое армирование толщиной 3 мм. Материал листовой арматуры – сталь С255. Класс бетона по прочности на сжатие – В100.

Общий вид моделей приведен на рисунках 1, 2. Характеристики моделей с указанием используемых материалов приведены в таблице 1.

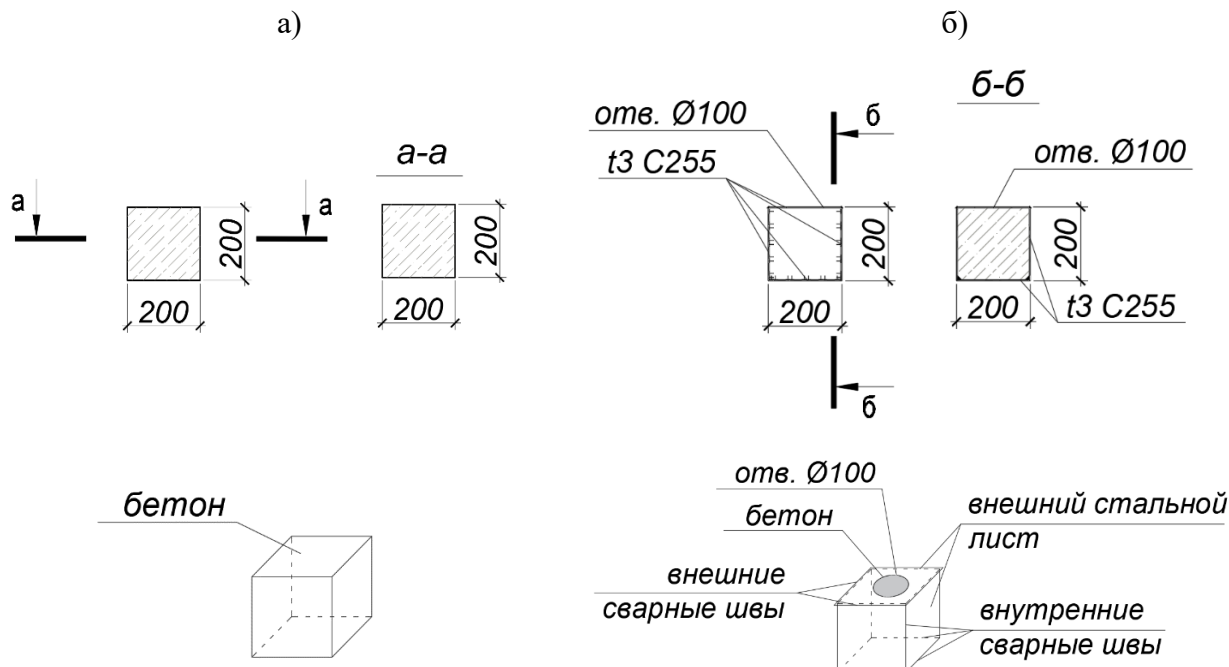


Рисунок 1 – Общий вид экспериментальных моделей:

а) экспериментальные модели бетонных кубов;

б) экспериментальные модели сталежелезобетонных кубов с листовым армированием

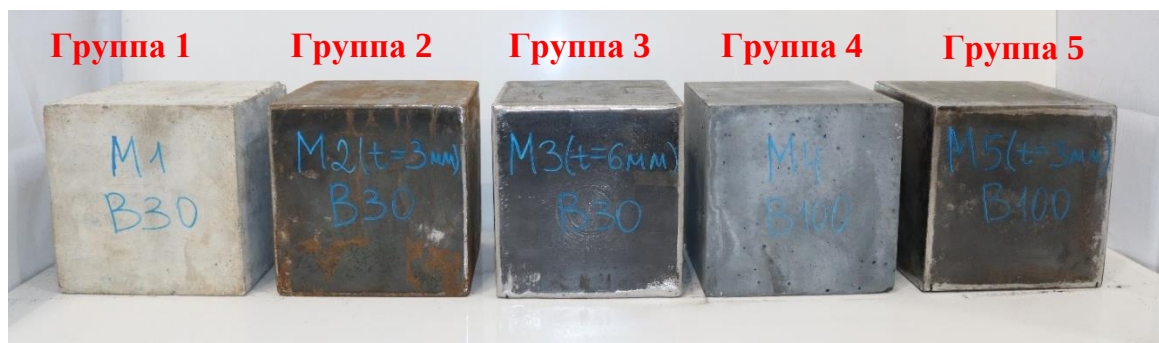


Рисунок 2 – Общий вид экспериментальных моделей

Таблица 1 – Характеристики экспериментальных моделей

№ модели	Группа моделей	Бетон	Тип конструкции	Листовое армирование
1, 2, 3	1	В30	бетон без армирования	-
4, 5, 6	2		бетон с листовым армированием	t=3 мм
7, 8, 9	3		бетон с листовым армированием	t=6 мм
10, 11, 12	4	В100	бетон без армирования	-
13, 14, 15	5		бетон с листовым армированием	t=3 мм

Для выполнения экспериментальных исследований использовано следующее силовое оборудование: машина испытательная гидравлическая Instron серии HDX мод.1000 HDX – максимальное усилие 1000 кН; пресс испытательный гидравлический ПММ-1000 (MAN 1000) – максимальное усилие 10000 кН; гидравлические домкраты ДГ100П300 – максимальное усилие 1000 кН.

Модели испытывались на одноосное, двухосное и трехосное сжатие. Для создания сложного напряженно-деформированного состояния в образце была разработана и изготовлена силовая рама, внутрь которой устанавливался экспериментальный образец. Нагружение по вертикальной оси выполнялось прессом ПММ-1000 (MAN 1000), по горизонтальным осям – домкратами ДГ100П300, установленными внутри силовой рамы. Общий вид испытательной установки приведен на рисунке 3.

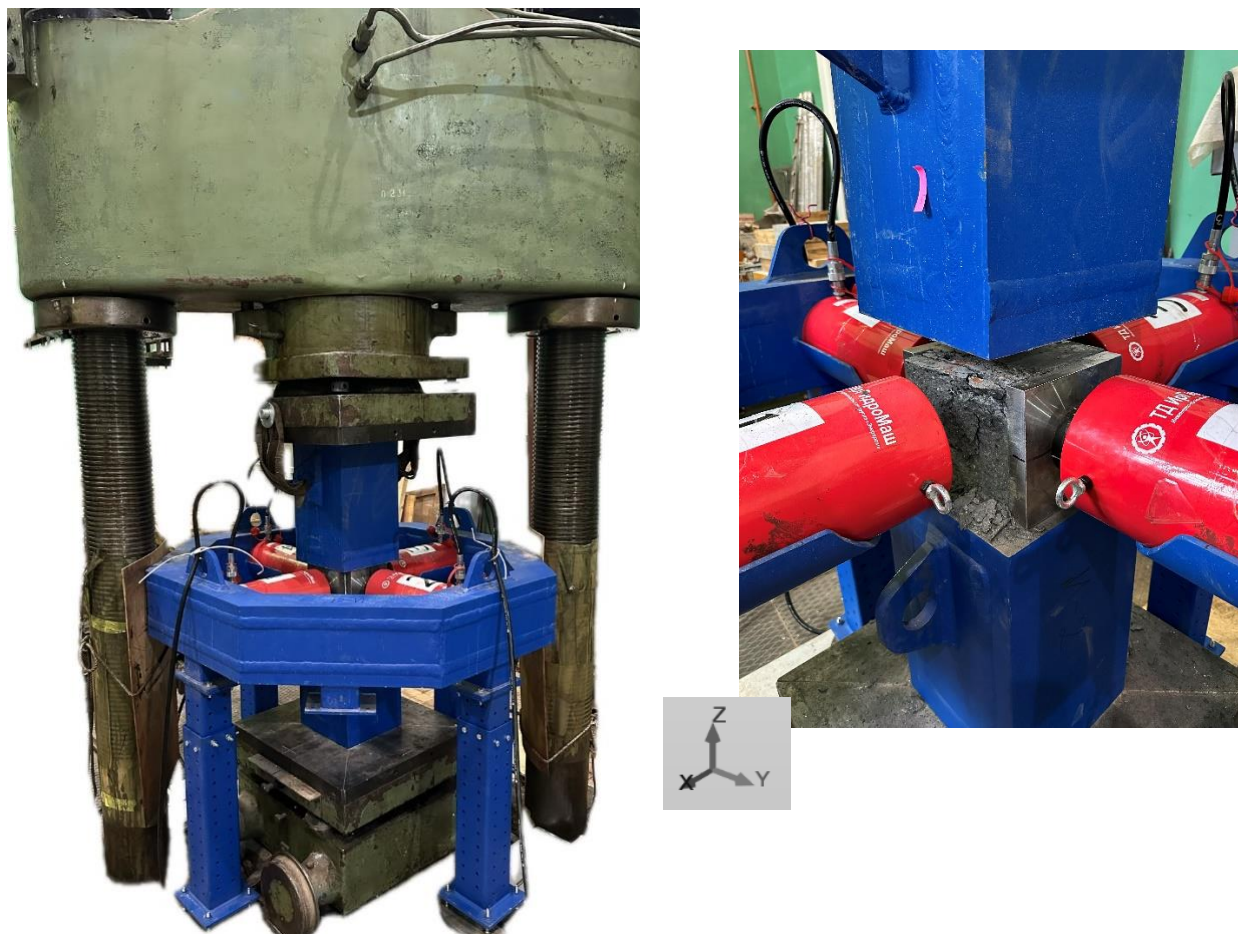


Рисунок 3 – Общий вид испытательной установки для испытаний на двух- и трехосное сжатие

Нагружение производилось с учетом положений ГОСТ 8829-2018 «Изделия строительные железобетонные и бетонные заводского изготовления. Методы испытаний нагружением. Правила оценки прочности, жесткости и трещиностойкости». Нагрузка прикладывалась ступенями с выдержкой на каждой ступени нагружения. Экспериментальные модели были испытаны при различном соотношении внешних воздействий.

Результаты исследования и их анализ

По результатам испытания стандартных образцов стали и бетона получены фактические прочностные характеристики материалов. Класс бетона по прочности на сжатие для моделей групп 1-3 – В41, для моделей групп 4-5 – В91. Предел текучести листового

армирования толщиной 3 мм – 305,1 МПа, толщиной 6 мм – 461,3 МПа. Фактические прочностные характеристики материалов учтены при обработке экспериментальных данных.

Для определения деформаций моделей использованы датчики перемещений – электронные индикаторы и индикаторы часового типа.

Результаты испытаний на одноосное сжатие показали, что достижение предельной нагрузки и разрушение кубов, выполненных из бетонов проектным классом В30 и В100 без листового армирования было схожим, характеризовалось выколом по всем четырем свободным граням фрагментов бетона сложной формы в виде пирамид, либо возникновением вертикальных трещин по свободным граням. Разрушение кубов с листовым армированием сопровождалось локальной потерей устойчивости стальных листов по свободным граням куба с характерным выгибом их наружу.

Общий вид моделей и характерные виды разрушения приведены на рисунках 4, 5.



Рисунок 4 – Общий вид моделей-кубов, испытанных на одноосное сжатие.

Бетон В30 и В100, без листового армирования:

а) до испытаний; б) после испытаний

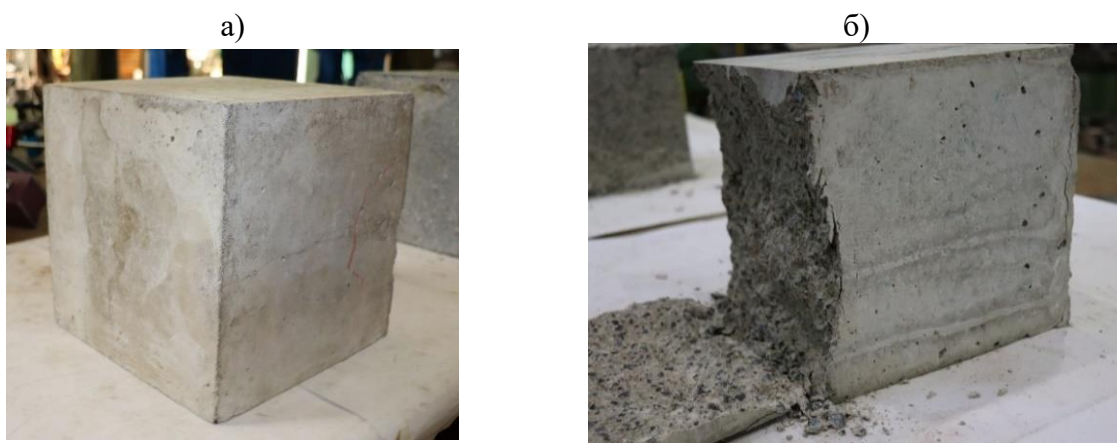


Рисунок 5 – Общий вид моделей-кубов, испытанных на одноосное сжатие.

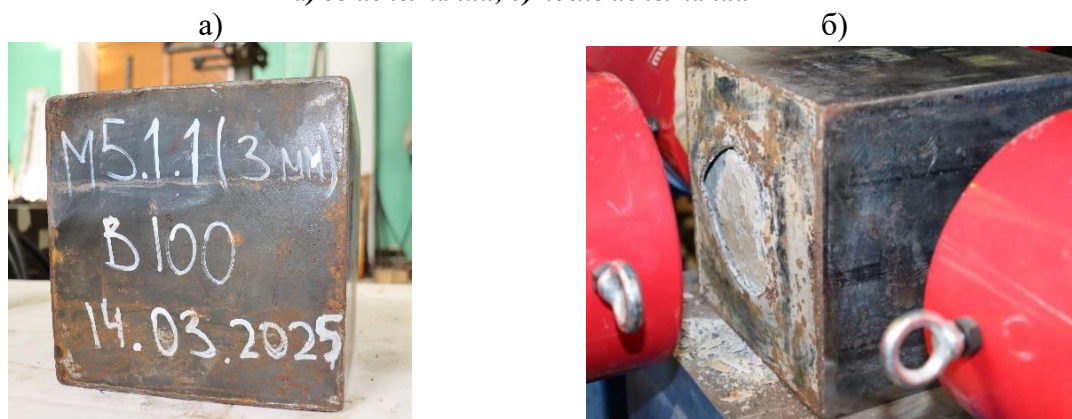
Бетон В30 и В100, с листовым армированием:

а) до испытаний; б) после испытаний

Результаты испытаний на двухосное сжатие показали, что достижение предельной нагрузки и разрушение кубов, выполненных из бетонов В30 и В100 без листового армирования было схожим, характеризовалось выколом по двум свободным граням, не подвергавшимся нагружению, фрагментов бетона сложной формы в виде пирамид, параллелепипедов. Разрушение кубов с листовым армированием сопровождалось локальной потерей устойчивости стальных листов по свободным граням куба с характерным выгибом наружу. Общий вид моделей и характерные виды разрушения приведены на рисунках 6, 7.



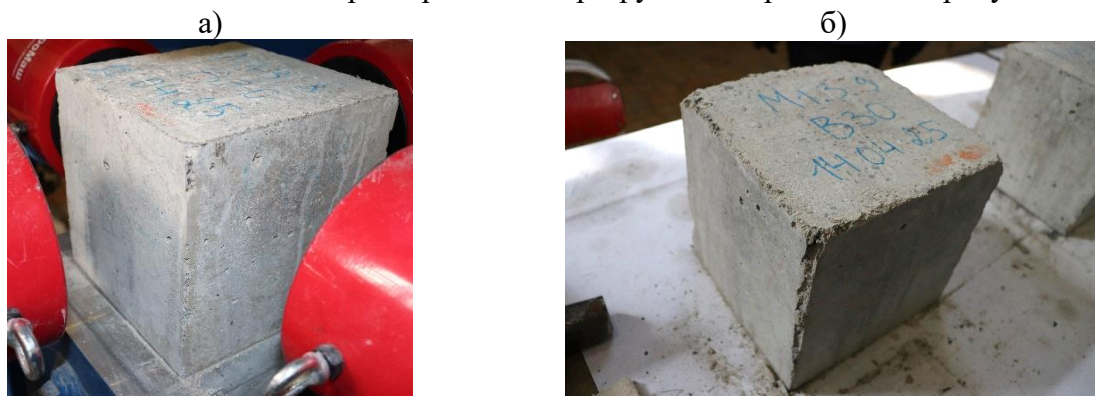
**Рисунок 6 – Общий вид моделей-кубов, испытанных на двухосное сжатие.
Бетон В30 и В100, без листового армирования:
а) до испытаний; б) после испытаний**



**Рисунок 7 – Общий вид моделей-кубов, испытанных на двухосное сжатие.
Бетон В30 и В100, с листовым армированием:
а) до испытаний; б) после испытаний**

Результаты испытаний на трехосное сжатие показали, что достижение предельной нагрузки и разрушение кубов, выполненных из бетонов В30 и В100 без листового армирования было схожим, характеризовалось уменьшением размера образца по вертикали – в направлении приложения основной сжимающей нагрузки. Почти для всех образцов видимые разрушения отсутствовали, за исключением околос вертикальных граней. Разрушение кубов с листовым армированием было аналогичным. Местной потери устойчивости стальных листов не зафиксировано.

Общий вид моделей и характерные виды разрушения приведены на рисунках 8, 9.



**Рисунок 8 – Общий вид моделей-кубов, испытанных на трехосное сжатие.
Бетон В30 и В100, без листового армирования: а) до испытаний; б) после испытаний**



**Рисунок 9 – Общий вид моделей-кубов, испытанных на трехосное сжатие.
Бетон В30 и В100, с листовым армированием:
а) до испытаний; б) после испытаний**

Обобщенные результаты по полученным разрушающим нагрузкам и вертикальным деформациям моделей представлены на рисунках 10 – 14.

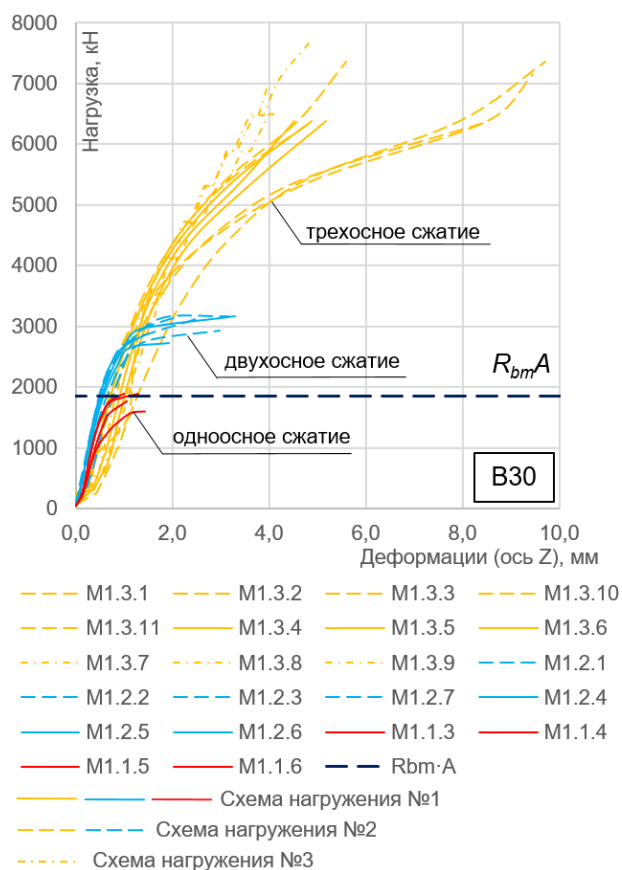


Рисунок 10 – Графическая зависимость деформирования экспериментальных образцов группы М1 под нагрузкой (бетон В30, без листового армирования)

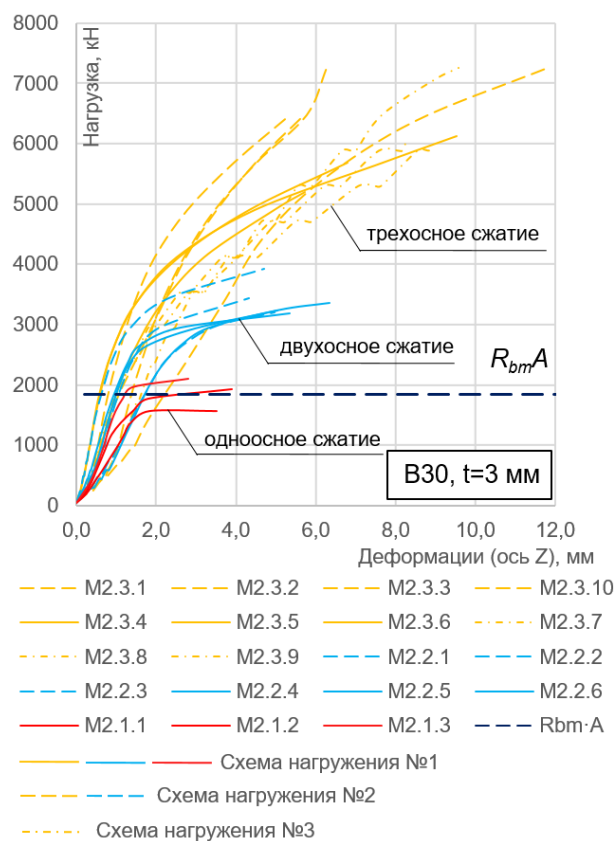
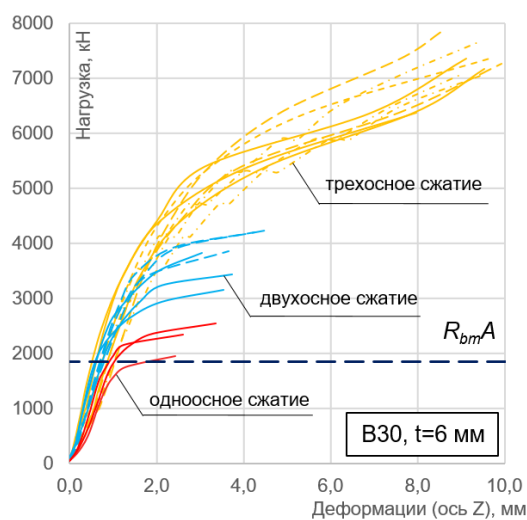
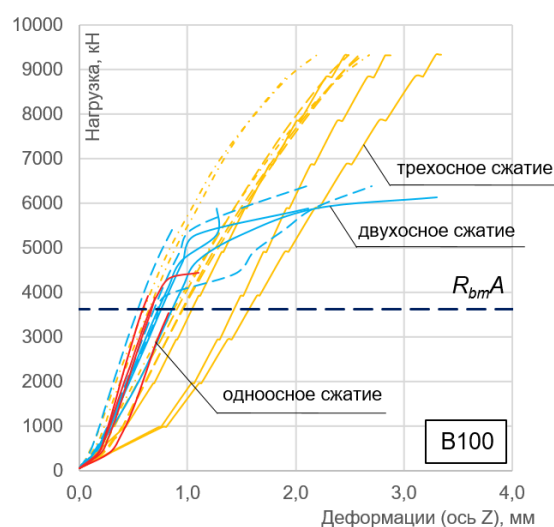


Рисунок 11 – Графическая зависимость деформирования экспериментальных образцов группы М2 под нагрузкой (бетон В30, листовое армирование t=3 мм)



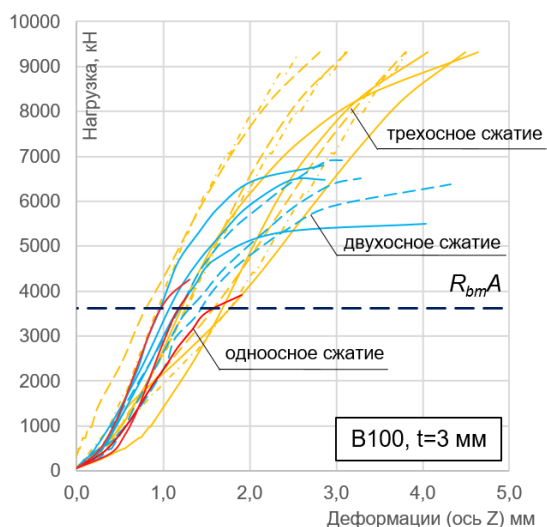
M3.3.1 M3.3.2 M3.3.3 M3.3.4
 M3.3.5 M3.3.6 M3.3.7 M3.3.8
 M3.3.9 M3.2.1 M3.2.2 M3.2.3
 M3.2.4 M3.2.5 M3.2.6 M3.1.1
 M3.1.2 M3.1.3 Rbm·A
 Схема нагружения №1
 Схема нагружения №2
 Схема нагружения №3

Рисунок 12 – Графическая зависимость деформирования экспериментальных образцов группы M3 под нагрузкой (бетон B30, листовое армирование $t=6$ мм)



M4.3.1 M4.3.2 M4.3.3 M4.3.4
 M4.3.5 M4.3.6 M4.3.7 M4.3.8
 M4.3.9 M4.2.1 M4.2.2 M4.2.6
 M4.2.3 M4.2.4 M4.2.5 M4.1.1
 M4.1.2 M4.1.3 M4.1.4 Rbm·A
 Схема нагружения №1
 Схема нагружения №2
 Схема нагружения №3

Рисунок 13 – Графическая зависимость деформирования экспериментальных образцов группы M4 под нагрузкой (бетон B100, без листового армирования)



M5.3.1 M5.3.2 M5.3.3 M5.3.4
 M5.3.5 M5.3.6 M5.3.7 M5.3.8
 M5.3.9 M5.2.1 M5.2.2 M5.2.3
 M5.2.4 M5.2.5 M5.2.6 M5.1.1
 M5.1.2 M5.1.3 Rbm·A
 Схема нагружения №1
 Схема нагружения №2
 Схема нагружения №3

Рисунок 14 – Графическая зависимость деформирования экспериментальных образцов группы M5 под нагрузкой (бетон B100, листовое армирование $t=3$ мм)

На рисунках 10 – 14 прослеживается разница в несущей способности экспериментальных моделей при испытаниях на одноосное, двухосное и трехосное сжатие. Отмечено увеличение прочности по отношению к одноосному сжатию: до двух раз при двухосном сжатии и до трех раз при трехосном сжатии.

Анализ результатов измерения деформаций моделей выявил особенности работы сталежелезобетонных конструкций при многоосном нагружении, обусловленные наличием листового армирования – отмечено более позднее возникновение деформаций растяжения в горизонтальной плоскости по сравнению с моделями без листового армирования. При этом возникновение горизонтальных деформаций растяжения для моделей с листовым армированием наблюдалось при нагрузках от 30 % до 80% от разрушающей. Отмеченный эффект был зафиксирован для одного, либо одновременно для двух горизонтальных направлений приложения нагрузки. Для моделей без листового армирования деформации растяжения в горизонтальной плоскости наблюдались с первой ступени нагружения.

Наличие замкнутого листового армирования и стеснение деформаций бетона по трем направлениям позволяет более эффективно использовать материал заполнения сталежелезобетонной конструкции, так как деформации растяжения в горизонтальном направлении при вертикальном сжатии появляются только на средних и более поздних стадиях нагружения (30-80% от разрушающей). Одновременно заполнение замкнутых полостей стальных конструкций позволяет повысить демпфирование конструкций для снижения отклика при сейсмических или ветровых воздействиях.

Выполнены теоретические расчеты несущей способности экспериментальных моделей, выполненных из бетона без листового армирования, находящихся в сложном напряженном состоянии, по [5]. Сравнение величин несущей способности, полученной экспериментальным и теоретическим путем, приведено в таблице 2 (для величины бокового обжатия 932,0 кН).

Таблица 2 – Сравнение экспериментальной и теоретической несущей способности моделей

№ п/п	Бетон	Напряженное состояние	Теоретическая разрушающая нагрузка, кН	Экспериментальная разрушающая нагрузка, кН	Отличие, %
1	В30	Одноосное	1940,4	1785,4	8,7
2		Двухосное	3135,3	3269,7	4,1
3		Трехосное	4420,4	6874,8	35,7
4	В100	Одноосное	3805,3	4105,5	7,3
5		Двухосное	5228,7	6410,8	18,4
6		Трехосное	6620,8	11772,0*	43,8
* - получена путем аппроксимации экспериментальной кривой (ввиду исчерпания нагрузочных мощностей прессового оборудований, ограниченного величиной 10000 кН)					

Из таблицы 2 видно, что отличие теоретических и экспериментальных данных достигает 43,8% при трехосном сжатии. При этом для одноосного и сжатия отличие не превышает 9,0%, для двухосного сжатия – 18,4 %, что является удовлетворительным результатом. Это говорит о том, что расчетные зависимости для вычисления несущей способности конструкций, выполненных из бетона и находящихся в сложном напряженном состоянии, используемые в базовом труде [5], имеют ограниченную область применения и адаптированы к бетонам низкой и средней прочности, при условии их работы при одноосном, либо при двухосном сжатии.

Ввиду отсутствия исчерпывающих данных (как отечественных, так и зарубежных исследователей) по испытанию сталежелезобетонных конструкций с листовым

армированием при сложных напряженных состояниях и отсутствию наработок по расчету подобных конструкций, теоретические расчеты и сопоставление с результатами проведенного эксперимента не выполнялось. Дальнейшие исследования в данной области планируется продолжить.

Заключение

1. Рассмотрена и проанализирована нормативно-техническая литература по определению прочностных характеристик бетона, находящегося в сложном напряженном состоянии. Запроектированы опытные модели для проведения эксперимента. Проведены испытания экспериментальных образцов-кубов, в том числе с внешним листовым армированием, выполненных из бетонов класса по прочности на сжатие В30, В100, на одно-, двух- и трехосное сжатие в количестве 90 шт.

2. Полученные по результатам испытаний картины разрушения моделей не противоречат известным теоретическим положениям строительной механики и сопротивления материалов. По результатам проведенных экспериментальных исследований зафиксированы и обобщены сведения о разрушающих нагрузках, перемещениях, деформациях и характере разрушения.

3. Результаты анализа данных экспериментальных исследований подтвердили, что в железобетонных и сталежелезобетонных конструкциях, находящихся в сложном напряженном состоянии, наблюдается изменение прочностных характеристик материалов. В частности, при двух-, либо трехстороннем сжатии отмечается повышение прочности бетона.

4. Анализ результатов измерения деформаций моделей выявил особенности работы сталежелезобетонных конструкций при многоосном нагружении, обусловленные наличием листового армирования. Наличие замкнутого листового армирования и стеснение деформаций бетона по трем направлениям позволяет более эффективно использовать материал заполнения сталежелезобетонной конструкции, так как деформации растяжения в горизонтальном направлении при вертикальном сжатии появляются только на средних и более поздних стадиях нагружения (30-80% от разрушающей). Одновременно заполнение замкнутых полостей стальных конструкций позволяет повысить демпфирование конструкций для снижения отклика при сейсмических или ветровых воздействиях.

5. Выполнен анализ экспериментальных данных и сопоставление с результатами, полученными расчетным путем (по существующим теориям прочности). Отличие теоретических и экспериментальных данных достигает 43,8% при трехосном сжатии. При этом для одноосного и сжатия отличие не превышает 9,0%, для двухосного сжатия – 18,4 %, что является удовлетворительным результатом. Это говорит о том, что зависимости, используемые в базовом труде [5], имеют ограниченную область применения и адаптированы к бетонам низкой и средней прочности, при условии их работы при одноосном, либо при двухосном сжатии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003.
2. СП 266.1325800.2016. Конструкции сталежелезобетонные правила проектирования. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003.
3. Гениев Г.А., Киссюк В.Н. К вопросу обобщения теории прочности бетона // Бетон и железобетон. 1965. № 2. С. 15–17.
4. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 316 с. EDN: RSNPAX.
5. Гениев Г.А., Аликова Н.М. Вариант условия прочности бетона // Теоретические исследования в области строительной механики пространственных систем: сборник научных трудов / под ред. М.И. Ерхова. М.: ЦНИИСК, 1974. С. 21–27.

6. Карпенко Н.И. К построению условия прочности бетонов при неодноосных напряженных состояниях // Бетон и железобетон. 1985. № 10. С. 35–37.
7. Карпенко С.Н. О разработке более совершенных трехинвариантных критериев прочности бетонов // Известия Орловского государственного технического университета. Серия «Строительство. Транспорт». 2007. № 2/14. С. 42–49. EDN: KZHKNT.
8. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
9. Автоматизированные методы расчета массивных железобетонных конструкций при объемном напряженном состоянии: методическое пособие / под рук. д.т.н. Н.И. Карпенко, д.т.н. В.И. Травуша. М.: Федеральный центр нормирования, стандартизации и технической оценки соответствия в строительстве, 2019. 131 с.
10. Корсун В.И., Карпенко С.Н., Макаренко С.Ю., Недорезов А.В. Современные критерии прочности для бетонов при объемных напряженных состояниях // Строительство и реконструкция. 2021. № 5 (97). С. 16–30. DOI: 10.33979/2073-7416-2021-97-5-16-30. EDN: HYNCLS.
11. Korsun V., Kalmykov Y., Niedoriezoa A., Korsun A. The Influence of the Initial Concrete Strength on its Deformation under Triaxial Compression // International Scientific Conference Urban Civil Engineering and Municipal Facilities. 2015. No. 117. P. 959–969. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.08.190. EDN: UZYNEX.
12. Geel van H.J.G.M. Concrete behaviour in multiaxial compression: experimental research: PhD Thesis. Technische Universiteit Eindhoven, 1998. 169 p. DOI: 10.6100/IR515170.
13. Cerioni R., Bernardi P., Michelini E., Mordini A. A general 3D approach for the analysis of multi-axial fracture behavior of reinforced concrete elements // Engineering Fracture Mechanics. 2011. No. 78. P. 1784–1793. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2011.01.020.
14. Chiew S.M., Ibrahim I.S., Sarbini N.N., Mohamed R.N., Jamaluddin N. Behaviour of Plain Concrete and Steel Fibre Reinforced Concrete (SFRC) under Biaxial Stresses – A Review // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 431. 14th International Conference on Concrete Engineering and Technology. DOI: 10.1088/1757-899X/431/4/042006.
15. Curbach M., Mosig O., Quast M. Die zweiaxiale dynamische Druckfestigkeit von Beton – The compressive strength of concrete under biaxial dynamic compression // Beton- und Stahlbetonbau. 2019. No. 114. P. 956–964. DOI: 10.1002/best.201900053.
16. Windisch A. Multiaxial strength and deformations of concrete, failure modes and a new failure criterion // Concrete Structures. 2023. P. 137–148. DOI: 10.32970/CS.2023.1.19.
17. Hobbs D.W. Strength of concrete under combined stress // Cement and Concrete Research. 1971. Vol. 1. P. 41–56. DOI: 10.1016/0008-8846(71)90082-2.
18. Lemnitzer L., Eckfeldt L., Lindorf A., Curbach M. Biaxial tensile strength of concrete – Answers from statistics // Materials Science. 2008. P. 1101–1102. DOI: 10.1201/9781439828410.CH184.
19. Yan-Bo Wang, Liew J.Y.R., Lee S.C., Xiong D.X. Experimental Study of Ultra-High-Strength Concrete under Triaxial Compression // ACI Materials Journal. 2016. Vol. 113(1). DOI: 10.14359/51688071.
20. Ritter R., Curbach M. Material Behavior of Ultra-High-Strength Concrete under Multiaxial Stress States // ACI Materials Journal. 2015. Vol. 112(5). P. 641–651. DOI: 10.14359/51687663.
21. Lei B., Qi T., Li Y., Qin S. An improved Lubliner strength model based on Ottosen failure criterion for concrete under multiaxial stress state // Structural Concrete. 2021. Vol. 23(5). P. 3199–3220. DOI: 10.1002/suco.202100450. EDN: WYQVZE.
22. Рекомендации по определению прочностных и деформационных характеристик бетона при неодноосных напряженных состояниях. М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1985. 72 с.

REFERENCES

1. SP 63.13330.2018. Concrete and Reinforced Concrete Structures. General Provisions. Updated edition of SNiP 52-01-2003. (In Russ.)
2. SP 266.1325800.2016. Steel-Reinforced Concrete Structures. Design Rules. Updated edition of SNiP 52-01-2003. (In Russ.)
3. Geniev G.A., Kissyuk V.N. On the problem of generalizing the strength theory of concrete. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1965. No. 2. Pp. 15–17. (In Russ.)
4. Geniev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin G.A. Theory of Plasticity of Concrete and Reinforced Concrete. Moscow: Stroyizdat, 1974. 316 p. (In Russ.) EDN: RSNPAX
5. Geniev G.A., Alikova N.M. A variant of the strength condition for concrete. Theoretical Studies in the Field of Structural Mechanics of Spatial Systems. Collection of scientific papers. Ed. by M.I. Erkhov. Moscow: TsNIISK, 1974. Pp. 21–27. (In Russ.)
6. Karpenko N.I. On constructing the strength condition for concretes under multiaxial stress states. *Concrete and Reinforced Concrete*. No. 10, 1985. Pp. 35–37. (In Russ.)
7. Karpenko S.N. On the development of more advanced three-invariant strength criteria for concretes. *Proceedings of Oryol State Technical University. "Construction. Transport"*. 2/14, 2007. Pp. 42–49. (In Russ.) EDN: KZHKNT

8. Karpenko N.I. General Models of Reinforced Concrete Mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996. 416 p. (In Russ.)
9. Methodological Guide. Automated Methods for Calculating Massive Reinforced Concrete Structures under Triaxial Stress State. Under the supervision of Dr. Sc. (Eng.) N.I. Karpenko, Dr. Sc. (Eng.) V.I. Travush. Ministry of Construction and Housing and Communal Services of the Russian Federation. Federal Autonomous Institution "Federal Center for Standardization, Standardization and Technical Conformity Assessment in Construction". Moscow: 2019. 131 p. (In Russ.)
10. Korsun V.I., Karpenko S.N., Makarenko S.Yu., Nedorezov A.V. Modern strength criteria for concretes under triaxial stress states. *Building and Reconstruction*. 2021. No. 5 (97). Pp. 16–30. (In Russ.) DOI: 10.33979/2073-7416-2021-97-5-16-30, EDN: HYNCLS
11. Korsun V., Kalmykov Y., Niedoriezoa A., Korsun A. The Influence of the Initial Concrete Strength on its Deformation under Triaxial Compression. *International Scientific Conference Urban Civil Engineering and Municipal Facilities*. 2015. No. 117. Pp. 959–969. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.08.190, EDN: UZYNEX
12. Geel, van, H. J. G. M. Concrete behaviour in multiaxial compression: experimental research. Phd Thesis 1 (Research TU/e / Graduation TU/e), Built Environment. Technische Universiteit Eindhoven. 1998. 169 p. <https://doi.org/10.6100/IR515170>.
13. Cerioni R., Bernardi P., Michelini E., Mordini A. A general 3D approach for the analysis of multi-axial fracture behavior of reinforced concrete elements. *Engineering Fracture Mechanics*. 2011. No. 78. Pp. 1784–1793. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2011.01.020,
14. Chiew S.M., Ibrahim I.S., Sarbini N.N., Mohamed R.N., Jamaluddin N. Behaviour of Plain Concrete and Steel Fibre Reinforced Concrete (SFRC) under Biaxial Stresses - A Review. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 431. 14th International Conference on Concrete Engineering and Technology. 2018. DOI: 10.1088/1757-899X/431/4/042006.
15. Curbach Manfred, Mosig Oliver, Quast Matthias. Die zweiaxiale dynamische Druckfestigkeit von Beton - The compressive strength of concrete under biaxial dynamic compression. *Beton- und Stahlbetonbau*. November 2019. No. 114. Pp. 956–964. DOI: 10.1002/best.201900053.
16. Windisch Andor. Multiaxial strength and deformations of concrete, failure modes and a new failure criterion. *Concrete Structures*. December 2023. Pp. 137–148. DOI: 10.32970/CS.2023.1.19.
17. Hobbs D.W. Strength of concrete under combined stress. *Materials Research Department, Cement and Concrete Association, Slough, Bucks, England. Cement and Concrete Research*. 1971. Vol. 1. Pp. 41–56. DOI: 10.1016/0008-8846(71)90082-2
18. Lemnitzer L., Eckfeldt L., Lindorf A., Curbach M. Biaxial tensile strength of concrete – Answers from statistics. *Materials Science*. 2008. Pp. 1101–1102. DOI: 10.1201/9781439828410.CH184. DOI: 10.1201/9781439828410.CH184
19. Yan-Bo Wang, Jat Yuen Richard Liew, Siew Chin Lee, D.X. Xiong. Experimental Study of Ultra-High-Strength Concrete under Triaxial Compression. February 2016. *ACI Materials Journal*. 113(1). DOI: 10.14359/51688071.
20. Robert Ritter, Manfred Curbach. Material Behavior of Ultra-High-Strength Concrete under Multiaxial Stress States. September 2015. *ACI Materials Journal*. 112(5):641–651. DOI: 10.14359/51687663.
21. Bo Lei, Taiyue Qi, Yan Li, Shaojie Qin. An improved Lubliner strength model based on Ottosen failure criterion for concrete under multiaxial stress state. November 2021. *Structural Concrete*. 23(5):3199–3220. DOI: 10.1002/suco.202100450. EDN: WYQVZE
22. Recommendations for Determining Strength and Deformation Characteristics of Concrete under Multiaxial Stress States. Moscow: NIIZhB Gosstroy USSR, 1985. 72 p. (In Russ.)

Сведения об авторах:

Конин Денис Владимирович, доктор техн. наук, заместитель Директора по научной работе, заведующий лабораторией Высотных зданий и сооружений, ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко АО "НИЦ "Строительство", г. Москва. Scopus ID: 57195770688, SPIN-код: 3456-9230, AuthorID: 558706, <https://orcid.org/0000-0002-9961-1631> E-mail: konden@inbox.ru

Крылов Алексей Сергеевич, канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник лаборатории Высотных зданий и сооружений, ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко АО "НИЦ "Строительство", г. Москва. SPIN-код: 3401-3073, AuthorID: 955166. E-mail: kryl07@mail.ru

Жданова Анастасия Андреевна, младший научный сотрудник лаборатории Комбинированных конструкций, ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко АО "НИЦ "Строительство", г. Москва. E-mail: zhdanovaaa8002@gmail.com

Гаврилов Дмитрий Николаевич, младший научный сотрудник лаборатории Комбинированных конструкций, ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко АО "НИЦ "Строительство", г. Москва. E-mail: gavrilovd_10@mail.ru

About the authors:

Denis V. Konin, Doctor of Technical Sciences, Deputy Director of Scientific Work, Head of Laboratory of High-Rise Buildings and Structures, JSC Research Center of Construction TSNIISK named after V.A. Koucherenko, Moscow. Scopus ID: 57195770688, SPIN-код: 3456-9230, AuthorID: 558706, <https://orcid.org/0000-0002-9961-1631>. E-mail: konden@inbox.ru

Alexey S. Krylov, Candidate of Technical Sciences, Leading Researcher of Laboratory of High-Rise Buildings and Structures, JSC Research Center of Construction TSNIISK named after V.A. Koucherenko, Moscow. SPIN-код: 3401-3073, AuthorID: 955166. E-mail: kry107@mail.ru

Anastasia A. Zhdanova, Junior Researcher of Laboratory of Composite Steel and Concrete Structure, JSC Research Center of Construction TSNIISK named after V.A. Koucherenko, Moscow. E-mail: zhdanovaaa8002@gmail.com

Dmitry N. Gavrilov, Junior Researcher of Laboratory of Composite Steel and Concrete Structure, JSC Research Center of Construction TSNIISK named after V.A. Koucherenko, Moscow. E-mail: gavrilovd_10@mail.ru

Вклад авторов: Конин Д.В., Крылов А.С. – концепция исследований, научное редактирование, выполнение теоретической подготовки данных; Гаврилов Д.Н., Жданова А.А. – научное редактирование, выполнение теоретической подготовки данных, подготовка рисунков и таблиц.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The author's declares no conflict of interest.

The author's has approved the final version.

Статья поступила в редакцию 20.07.2026

Одобрена после рецензирования 02.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 20.07.2026

Approved after reviewing 02.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026

В.Л. МОНДРУС¹, Р.В. ПОПОВ¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ),
г. Москва, Российская Федерация

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ НА СТОХАСТИЧЕСКОМ УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С УЧЕТОМ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ

Аннотация. В статье рассматривается методика вероятностного расчета железобетонной балки конечной длины, свободно лежащей на стохастическом упругом основании с двумя коэффициентами постели при действии случайно распределенной вибрационной нагрузки. Коэффициенты постели и внешняя нагрузка рассматриваются как случайные гауссовские стационарные функции координаты балки с заданными корреляционными функциями. Для решения дифференциального уравнения вынужденных колебаний балки используется обобщенный метод Бубнова-Галеркина в сочетании с статистическим методом Монте-Карло. Учет трещинообразования выполняется по двухэтапной схеме. На первом этапе определяется напряженно-деформированное состояние балки без трещин и выявляются сечения, в которых выполняется условие трещинообразования. На втором этапе для каждой реализации формируется кусочно-переменная функция жесткости, после чего выполняется перерасчет прогибов и изгибающих моментов. В результате определяются математические ожидания, стандарты, вероятности трещинообразования и вероятности превышения допустимого прогиба по длине балки. Численный расчет показал, что в рамках рассматриваемого примера, учет трещинообразования слабо влияет на вероятностные характеристики прогибов, однако существенно изменяет математические ожидания и стандарты изгибающих моментов вследствие перераспределения внутренних усилий.

Ключевые слова: упругое стохастическое основание, метод Монте-Карло, модель Власова-Пастернака, вынужденные колебания, коэффициент постели, корреляционная функция, балка конечной длины

Для цитирования: Мондрус В.Л., Попов Р.В. Вероятностный расчет железобетонной балки на стохастическом упругом основании с учетом трещинообразования // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 47-57. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-47-57. EDN: SHQXSV

© Мондрус В.Л., Попов Р.В., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

V.L. MONDRUS¹, R.V. POPOV¹¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation**PROBABILISTIC ANALYSIS OF A REINFORCED CONCRETE BEAM ON A STOCHASTIC ELASTIC FOUNDATION WITH CONSIDERATION OF CRACKING**

Abstract. *The article considers a methodology for the probabilistic analysis of a finite-length reinforced concrete beam freely resting on a stochastic elastic foundation with two bed coefficients under the action of a randomly distributed vibration load. The bed coefficients and the external load are treated as random Gaussian stationary functions of the beam coordinate with prescribed correlation functions. To solve the differential equation of the beam's forced vibrations, the generalized Bubnov-Galerkin method is used in combination with the statistical Monte Carlo method. Cracking is taken into account using a two-stage scheme. At the first stage, the stress-strain state of the uncracked beam is determined, and the sections in which the cracking condition is satisfied are identified. At the second stage, a piecewise-variable stiffness function is formed for each realization, after which the deflections and bending moments are recalculated. As a result, the mathematical means, standard deviations, cracking probabilities, and probabilities of exceeding the allowable deflection along the beam length are determined. The numerical analysis showed that, within the considered example, accounting for cracking has only a minor effect on the probabilistic characteristics of deflections; however, it substantially changes the mathematical means and standard deviations of bending moments due to the redistribution of internal forces.*

Keywords: *stochastic elastic foundation, Monte Carlo method, Vlasov-Pasternak model, forced vibrations, bed coefficient, correlation function, finite-length beam.*

For citation: Mondrus V.L., Popov R.V. Probabilistic analysis of a reinforced concrete beam on a stochastic elastic foundation with consideration of cracking. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 47-57. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-47-57. EDN: SHQXSV

Введение

Железобетонные балки, взаимодействующие с упругим основанием, широко применяются в строительной. В ряде случаев такие конструкции работают в условиях динамических воздействий, вызванных, например, работой технологического оборудования, движением транспортных средств или прохождением метрополитена мелкого заложения. При этом существенное влияние на напряженно-деформированное состояние конструкции оказывают как физико-механические свойства основания, так и особенности нелинейной работы железобетона, связанные с образованием трещин.

Вопросы статической работы конструкций на стохастическом упругом основании изучен достаточно подробно. В работе [1] рассмотрены задачи изгиба бесконечной плиты и бесконечной балки, а в [2-4] вопросы статического расчета железобетонной балки, расположенных на стохастическом упругом основании Власова-Пастернака. В этих работах коэффициенты податливости основания и рассматриваются как случайные стационарные функции координаты балки, изменяющиеся по длине случайным образом, а стохастическое дифференциальное уравнение изогнутой оси балки интегрируется методом малого параметра с последующим применением метода спектральных преобразований.

Особое место при расчете конструкций на стохастическом основании занимает метод статистического моделирования Монте-Карло. В статье [5] авторами предложен алгоритм расчета собственных частот балок конечной длины, лежащих на стохастическом двухпараметрическом основании, методом статистического моделирования Монте-Карло.

Предложенный алгоритм численного метода расчета позволяет учесть взаимную коррелированность случайных функций коэффициентов постели и достаточно просто получить статистические характеристики собственных частот колебаний балки. А в статье [6] представлен алгоритм расчета балок конечной длины по аналогичной методике, но уже на вынужденные колебания, в том числе с применением распределения Стюдента и Лапласа вместо нормально, которые позволяют моделировать ситуации с ограниченным количеством данных о грунте.

Научная новизна данной работы заключается в построении двухэтапной вероятностной схемы расчета, в которой на первом этапе определяется напряженно-деформированное состояние балки без учета трещин, а на втором этапе выполняется перерасчет с кусочно-переменной жесткостью на участках выявленного трещинообразования для каждой реализации случайных параметров.

Модели и методы

Рассмотрим балку конечной длины, свободно лежащую на стохастическом упругом основании с двумя коэффициентами постели. На основании принципа Даламбера дифференциальное уравнение вынужденных колебаний балки, на которую действует вибрационная нагрузка, изменяющаяся по координате по случайному закону, когда в железобетонной балке возникают трещины, можно записать так:

$$\begin{aligned} (m_s + m_z) \cdot \frac{\partial^2 \tilde{w}(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(B(x) \frac{\partial^2 \tilde{w}(x, t)}{\partial x^2} \right) + \tilde{C}_1(x) \tilde{w}(x, t) - \tilde{C}_2(x) \frac{\partial^2 \tilde{w}(x, t)}{\partial x^2} = \\ = \tilde{p}(x) \sin \theta t, \end{aligned} \quad (1)$$

где m_s – погонная масса балки;

m_z – погонная масса присоединенного грунта;

$B(x)$ – функция жесткости железобетонной балки;

$\tilde{w}(x, t)$ – прогиб балки в сечении с координатой x в момент времени t ;

$\tilde{C}_1(x)$, $\tilde{C}_2(x)$ – коэффициенты податливости основания, которые рассматриваются как нормально распределенные случайные стационарные функции координаты x с математическими ожиданиями $\langle C_1 \rangle$ и $\langle C_2 \rangle$, корреляционными функциями $K_{C_1}(x - x')$ и $K_{C_2}(x - x')$. Согласно исследованиям [7] и [8] рекомендовано принимать корреляционную функцию коэффициента постели в виде:

$$K_{C_i}(x - x') = D_{C_i} \cdot e^{-\nu_i |x - x'|} \cos[\varphi_i(x - x')], \quad \nu_i > 0, \varphi_i > 0, \quad (2)$$

где D_{C_i} – дисперсия функции $\tilde{C}_i(x)$;

ν_i – коэффициенты, характеризующий затухание корреляционных свойств по мере удаления точек x и x' друг от друга, φ_i – коэффициенты, отражающий скрытые периодичности корреляционных свойств основания, методика определения этих коэффициентов приведена, например, в работе [9].

Для задания взаимно-корреляционных функций введен такой же «экспоненциально-гармонический» тип, как для корреляционных функций $K_{C_i}(x - x')$:

$$K_{C_{i_1} C_{i_2}}(x - x') = \rho \sqrt{D_{C_{i_1}} D_{C_{i_2}}} e^{-\nu_{ij} |x - x'|} \cos[\varphi_{ij}(x - x')], \quad \nu_{ij} > 0, \varphi_{ij} > 0, \quad (3)$$

где $\rho = \frac{K_{c_1 c_2}(0)}{\sqrt{D_{c_1} D_{c_2}}}$ – коэффициент корреляции при нулевом сдвиге, который принимает

значения в диапазоне $(0 \leq |\rho| \leq 1)$. Общее свойство стационарных процессов в общем случае: $K_{c_1 c_2}(x - x') = K_{c_2 c_1}(-(x - x'))$ [9-10], однако выбранная взаимно-корреляционная функция (3) является четной функцией, тогда $K_{c_2 c_1}(-(x - x')) = K_{c_2 c_1}(x - x')$, а значит в частном случае получаем $K_{c_1 c_2}(x - x') = K_{c_2 c_1}(x - x')$.

$\tilde{p}(x)$ рассматривается как нормально распределенная случайная стационарная функция координаты x с математическим ожиданием $M\{\tilde{p}(x)\} = p = \text{const}$, корреляционной функцией $K_{\tilde{p}(x)} = \sigma^2 \cdot e^{-\beta|x-x'|} \cdot \cos[\gamma(x-x')]$, где σ – дисперсия случайной функции $\tilde{p}(x)$, а β и γ – параметры корреляционной функции, характеризующие затухание смешанных дисперсий в различных сечениях в зависимости от разности абсцисс.

Решение дифференциального уравнения будем искать в виде:

$$\tilde{w}(x, t) = \tilde{X}(x) \cdot \sin \theta t \quad (4)$$

Так как положение трещин заранее неизвестно, расчет выполняется в два этапа для каждой реализации входных случайных параметров. На первом этапе балка рассматривается как элемент с начальной изгибной жесткостью [4]:

$$B_0(R) = 0,85 I_{red}(R) \cdot E_b(R), \quad (5)$$

где $I_{red}(R) = I_b + E_s / E_b(R) \cdot I_s$ – приведенный момент инерции;

$E_b(R) = 550000 \cdot R / (270 + R)$ – начальный модуль упругости бетона

После линеаризации функции математическое ожидание и дисперсия начального модуля упругости бетона [4]:

$$E_b = \frac{550000 \cdot \langle R \rangle}{270 + \langle R \rangle}; D_{E_b} = \left(\frac{550000 \cdot 270}{270 + \langle R \rangle^2} \right)^2 \cdot D_R \quad (6)$$

Тогда вероятностные характеристики распределения начальной жесткости равны:

$$\langle B_0(R) \rangle = 0,85 I_{red} \cdot \langle E_b \rangle; D_{B_0(R)} = (0,85 I_{red})^2 D_{E_b} \quad (7)$$

Подставив уравнение (4) в (1) и сократив обе части на $\sin \theta t$, и приведя подобные можно записать уравнение без учета образования трещин:

$$B_0(R) \cdot \tilde{X}^{IV}(x) + (\tilde{C}_1(x) - \theta^2 \cdot (m_\delta + m_\varepsilon)) \cdot \tilde{X}(x) - \tilde{C}_2(x) \cdot \tilde{X}''(x) = \tilde{p}(x) \quad (8)$$

Применим процедуру обобщенного метода Бубнова-Галеркина на отрезке $[-l, l]$ для приближенного решения дифференциального уравнения. Искомую амплитудную функцию прогибов $\tilde{X}(x)$ представим в виде конечной суммы:

$$\tilde{X}(x) = \sum_{m=1}^m \tilde{A}_m \psi_m(x), \quad (9)$$

где $\psi_m(x)$ – неслучайные аппроксимирующие функции, каждая из которых удовлетворяет граничным условиям;

$\tilde{A}_m$ – случайные коэффициенты. Целью решения является определение их вероятностных характеристик.

Подставим уравнение (9) в (8), а затем, умножив получившиеся тождество на функцию $\psi_n(x)$ (условие ортогональности невязки), и вводя упрощающие обозначения:

$$\tilde{\alpha}_{m,n} = B_0(R) \int_{-l}^l \psi_m^{IV}(x) \psi_n(x) dx + \int_{-l}^l \tilde{C}_1(x) \psi_m(x) \psi_n(x) dx - \int_{-l}^l \tilde{C}_2(x) \psi_m''(x) \psi_n(x) dx, \quad (10)$$

$$a_{m,n} = \int_{-l}^l \psi_m(x) \psi_n(x) dx, \quad (11)$$

$$\tilde{\alpha}_{i,p} = \int_{-l}^l \tilde{p}(x) \psi_i(x) dx, (i = 1, 2, \dots, m). \quad (12)$$

Получаем стохастическую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \sum_1^m [\tilde{\alpha}_{m,1} - a_{m,1}(m_\delta + m_\varepsilon) \cdot \theta^2] \tilde{A}_m = \tilde{\alpha}_{1,p} \\ \dots \\ \sum_1^m [\tilde{\alpha}_{m,n} - a_{m,n}(m_\delta + m_\varepsilon) \cdot \theta^2] \tilde{A}_m = \tilde{\alpha}_{n,p} \end{cases} \quad (13)$$

Математическое ожидание коэффициентов $\tilde{\alpha}_{m,n}$ выражается согласно теории случайных функций следующим образом и не будет зависеть от взаимной корреляции между $\tilde{C}_1(x)$ и $\tilde{C}_2(x)$:

$$M\{\tilde{\alpha}_{m,n}\} = \langle B_0(R) \rangle \int_{-l}^l \psi_m^{IV}(x) \psi_n(x) dx + \int_{-l}^l \langle C_1 \rangle \psi_m(x) \psi_n(x) dx - \int_{-l}^l \langle C_2 \rangle \psi_m''(x) \psi_n(x) dx \quad (14)$$

Дисперсия коэффициента $\tilde{\alpha}_{m,n}$ для случая, когда $\tilde{C}_1(x)$ и $\tilde{C}_2(x)$ взаимно коррелированы, а случайная величина R , определяющая начальную жесткость балки $B_0(R)$ статистически независима от случайных функций коэффициентов постели, запишется в виде:

$$D_{\tilde{\alpha}_{m,n}} = D_{B_0(R)} \left(\int_{-l}^l \psi_m^{IV}(x) \psi_n(x) dx \right)^2 + \iint_{-l-l}^{l+l} [K_{C_1}(x-x') \psi_m(x) \psi_m(x') + K_{C_2}(x-x') \psi_m''(x) \psi_m''(x') - K_{C_2 C_1}(x-x') \psi_m''(x) \psi_m(x')] \psi_n(x) \psi_n(x') dx dx' \quad (15)$$

Выражение для определения математического ожидания коэффициентов $\tilde{\alpha}_{i,p}$:

$$M\{\tilde{\alpha}_{i,p}\} = \langle p \rangle \int_{-l}^l \psi_i(x) dx \quad (16)$$

Для вычисления дисперсий коэффициентов $\tilde{\alpha}_{i,p}$:

$$D_{\alpha_{i,p}} = \sigma^2 \iint_{-l-l}^{l,l} \psi_i(x) \psi_i(x') e^{-\beta|x-x'|} \cdot \cos[\gamma(x-x')] dx dx' \quad (17)$$

После решения системы (13) методом Монте-Карло для каждой s -й реализации определяются амплитудные прогибы балки, а также изгибающие моменты без учета трещинообразования:

$$\tilde{X}^{(s)}(x) = \sum_1^m \tilde{A}_m^{(s)} \psi_m(x); \tilde{M}^{(s)}(x) = B_0^{(s)}(R) \tilde{X}^{(s)}(x) \quad (18)$$

Далее определяется в каких сечениях балки возникнут трещины для каждой реализации по условию трещинообразования:

$$|\tilde{M}^{(s)}(x)| \geq M_{crc}(R, R_{bt}), \quad (19)$$

где $M_{crc}(R, R_{bt}) = R_{bt} W_{pl}(R)$

После образования трещин жесткость балки на участках с трещинами определяется выражением [4]:

$$B_{crc}(R) = A_s h_0^2 E_s \frac{10\mu_s n(R)}{1,15 + 18\mu_s n(R) + 6\mu_s' n(R)}, \quad (20)$$

где $n(R) = \frac{E_s}{E_b(R)}$; $\mu_s = \frac{A_s}{bh_0}$; $\mu_s' = \frac{A_s'}{bh_0}$

Тогда для каждой реализации метода Монте-Карло по длине балки формируется кусочно-переменная функция жесткости:

$$B^{(s)}(x) = \begin{cases} B_0^{(s)}, & \text{на участке без трещин} \\ B_{crc}^{(s)}, & \text{на участках с трещинами} \end{cases} \quad (21)$$

Для каждой реализации после определения функции жесткости $B^{(s)}(x)$ уравнение (8) запишется:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (B^{(s)}(x) \cdot \tilde{X}^{(s)}(x)) + (\tilde{C}_1^{(s)}(x) - \theta^2 \cdot (m_\delta + m_\varepsilon)) \cdot \tilde{X}^{(s)}(x) - \\ - \tilde{C}_2^{(s)}(x) \cdot \tilde{X}^{(s)}(x) = \tilde{p}^{(s)}(x) \end{aligned} \quad (22)$$

Искомую функцию $\tilde{X}(x)$ вновь представим в виде конечной суммы:

$$\tilde{X}^{(s)}(x) = \sum_1^m \tilde{A}_m^{(s,crc)} \psi_m(x), \quad (23)$$

где $\tilde{A}_m^{(s,crc)}$ – случайные коэффициенты разложения после учета трещинообразования.

Подставим уравнение (23) в (22), а затем, умножив получившиеся тождество на функцию $\psi_n(x)$, и вводя упрощающее обозначение:

$$\tilde{k}_{m,n}^{(s)} = \alpha_{m,n}^{(s)} + \int_{-l}^l (B^{(s)}(x) - B_0^{(s)}) \psi_m^{IV}(x) \psi_n(x) dx \quad (24)$$

Получим систему алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_1^m [\tilde{k}_{m,1}^{(s)} - a_{m,1} (m_\delta + m_\varepsilon) \cdot \theta^2] \tilde{A}_m^{(s, crc)} = \tilde{\alpha}_{1,p}^{(s)} \\ \dots \\ \sum_1^m [\tilde{k}_{m,n}^{(s)} - a_{m,n} (m_\delta + m_\varepsilon) \cdot \theta^2] \tilde{A}_m^{(s, crc)} = \tilde{\alpha}_{m,p}^{(s)} \end{array} \right. \quad (25)$$

В итоге после решения системы (25) получаем соответствующие прогибы и изгибающие моменты с учетом трещинообразования по соотношениям (18). Так как после перехода к кусочно-переменной жесткости внутренние усилия по длине балки перераспределяются, при необходимости для каждой реализации может быть выполнено итерационное уточнение зон трещинообразования. Для этого вновь проверяется условие (19) после чего уточняются границы с жесткостью $B_{crc}^{(s)}$. Процесс продолжается до тех пор, пока схема расположения трещин для данной реализации не перестанет изменяться. В данной статье в первом приближении был произведен только один перерасчет: сначала без трещин, затем с трещинами на найденных участках.

Далее после статистической обработки результатов в сечениях балки строятся эпюры математических ожиданий и стандартов, а также гистограммы распределения в наиболее опасном сечении амплитудной функции прогибов для варианта без трещин и с учетом трещинообразования.

Вероятность возникновения трещин в сечении:

$$P_{crc}(x) = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N I_{crc}^{(s)}(x), \quad (26)$$

$$\text{где } I_{crc}^{(s)}(x) = \begin{cases} 1, \text{ если в } s\text{-й реализации в сечении } x \text{ образовалась трещина} \\ 0, \text{ если трещина не образовалась} \end{cases}$$

Вероятность превышения допустимого прогиба в сечении:

$$P_{[w]}(x) = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N I_{[w]}^{(s)}(x), \quad (27)$$

$$\text{где } I_{[w]}^{(s)}(x) = \begin{cases} 1, \text{ если } \tilde{X}^{(s)}(x) > [w] \\ 0, \text{ если } \tilde{X}^{(s)}(x) \leq [w] \end{cases}$$

Результаты исследования и их анализ

Введем безразмерную координату $\xi = \frac{x}{l}$. Искомую функцию $\tilde{X}(\xi)$ будем искать в виде суммы двух аппроксимирующих функций:

$$\tilde{X}(\xi) = \tilde{A}_1 \psi_1(\xi) + \tilde{A}_2 \psi_2(\xi), \quad (28)$$

где $\tilde{A}_1$ и $\tilde{A}_2$ – случайные числа, а $\psi_1(\xi)$ и $\psi_2(\xi)$ – неслучайные функции, выбранные в соответствии с граничными условиями.

Так как рассматривается свободно лежащая балка конечной длины, функции $\psi_1(\xi)$ и $\psi_2(\xi)$ будут выбираться из условия равенства нулю в сечениях $\xi = \pm 1$ их вторых и третьих производных (рис.1).

$$\psi_1(\xi) = \xi^6 - 5\xi^4 + 15\xi^2 + 15 \quad (29)$$

$$\psi_2(\xi) = \xi^7 - 4,2\xi^5 + 7\xi^3 \quad (30)$$

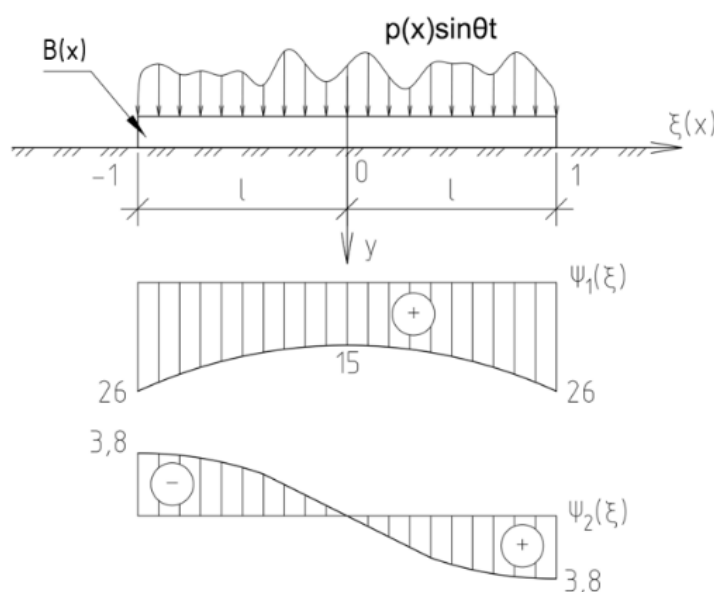


Рисунок 1 - $\psi_1(\xi)$ и $\psi_2(\xi)$ – неслучайные функции, выбранные в соответствии с граничными условиями

Расчет стохастической задачи (13, 25) по предложенной методике выполнялся в среде MATLAB R2024a со следующими исходными данными: $l = 10 \text{ м}$, $m_\delta = 1500 \text{ кг/м}$, $m_z = 200 \text{ кг/м}$, $C_1 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ кН/м}^2$, $C_2 = 0,5 \cdot 10^4 \text{ кН}$, $D_{C_1} = 25 \cdot 10^6 \left(\text{кН/м}^2 \right)^2$, $D_{C_2} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ кН}^2$, $R = 250 \text{ кгс/см}^2$, $D_R = 625 \left(\text{кгс/см}^2 \right)^2$, $R_{bt} = 16 \text{ кгс/см}^2$, $D_{Rbt} = 5,76 \left(\text{кгс/см}^2 \right)^2$, ширина балки $b = 0,25 \text{ м}$, высота балки $h = 0,5 \text{ м}$, $h_0 = 0,45 \text{ м}$, площадь растянутой арматуры 4d20 $A_s = 1256 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$, площадь сжатой арматуры 2d16 $A'_s = 402 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$, предельно допустимый прогиб $[w] = 0,08 \text{ м}$, $\nu_1 = \nu_2 = \nu_{12} = 0,5 \text{ м}^{-1}$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_{12} = 0,3 \text{ м}^{-1}$, $\theta = 15 \text{ с}^{-1}$, $p = 700 \text{ кН/м}$, $\sigma^2 = 10^4 \text{ кН}^2 / \text{м}^2$, $\beta = 0,5$, $\gamma = 0,3$, $\rho = 0,6$, число испытаний $N = 30000$, шаг рассматриваемых сечений по безразмерной координате $\Delta\xi = 0,05$.

В результате численного расчета получены эпюры вероятностных характеристик прогибов и изгибающих моментов (рис. 2), а также эпюры вероятностей образования трещин и превышения предельно допустимого прогиба (рис. 3).

В то же время математические ожидания и стандарты прогибов изменяются незначительно. Это можно объяснить тем, что в рассматриваемой задаче форма деформирования балки в значительной степени определяется работой упругого основания и инерционными силами, тогда как снижение изгибной жесткости вследствие трещинообразования влияет главным образом на локальные внутренние усилия.

В рассматриваемом примере образование трещин происходит преимущественно в центральной части балки, где вероятность трещинообразования достигает максимальных значений. После учета трещинообразования наблюдается существенное снижение математических ожиданий и стандартов изгибающих моментов, что связано с уменьшением изгибной жесткости трещиноватых участков и перераспределением внутренних усилий.

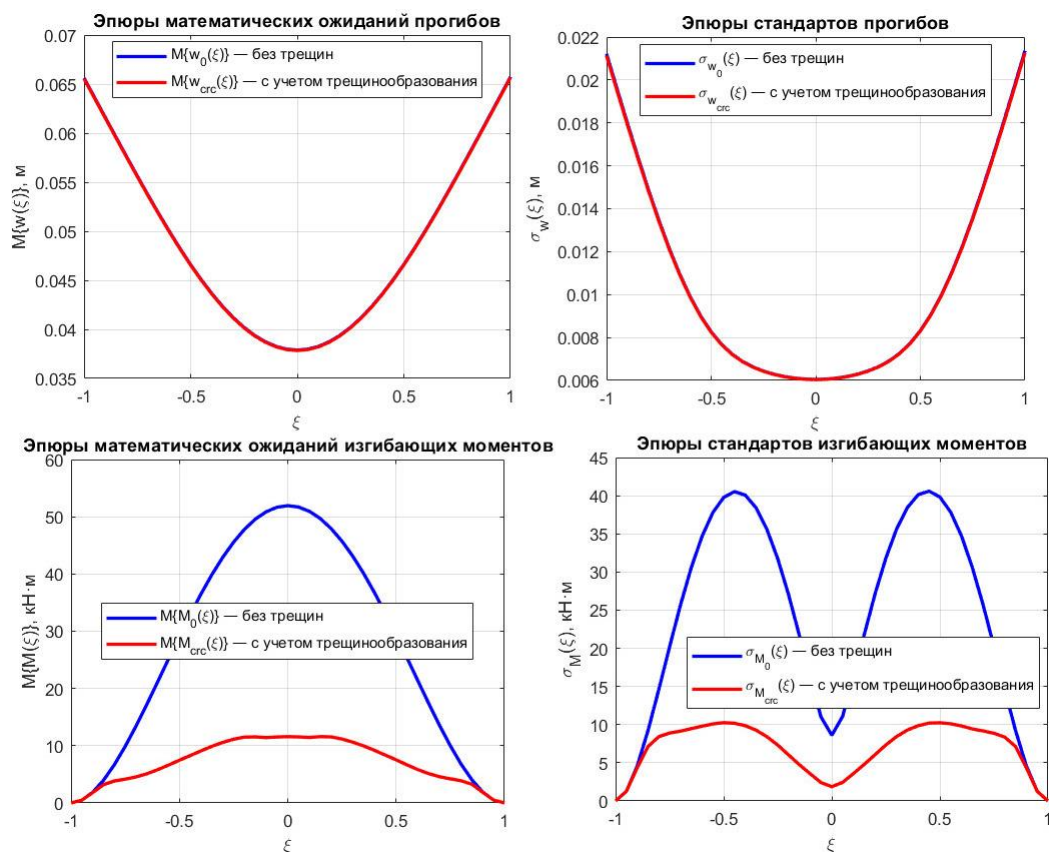


Рисунок 2 - Эпюры математических ожиданий и стандартов амплитудных прогибов и изгибающих моментов

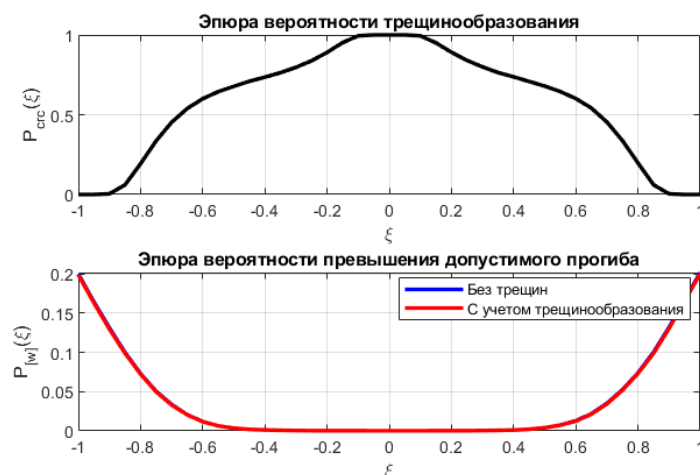


Рисунок 3 - Эпюры вероятности трещинообразования и превышения допустимого прогиба

Также надо иметь в виду, что полученные количественные оценки относятся к выбранному набору исходных параметров и к двухчленному аппроксимационному представлению функции $\tilde{X}(\xi)$.

Таким образом, в рамках рассматриваемого примера трещинообразование является более значимым фактором для оценки внутренних усилий и зон повреждаемости, чем для оценки прогибов балки.

Заключение

1. С использованием метода статистического моделирования Монте-Карло разработана методика расчета балки конечной длины на стохастическом упругом основании с двумя коэффициентами постели с учетом трещинообразования основанная на двухэтапном алгоритме: первоначальном расчете балки без трещин и последующем перерасчете для балки с кусочно-переменной жесткостью на участках выявленного трещинообразования.

2. В рамках рассматриваемого примера учет трещинообразования слабо влияет на математические ожидания и стандарты прогибов балки, но существенно изменяет статистические характеристики изгибающих моментов.

3. Учет трещинообразования необходим прежде всего для корректной оценки перераспределения внутренних усилий, вероятности возникновения трещин и локального снижения жесткости балки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев Д.Н. К расчету конструкций, лежащих на статистически неоднородном основании при помощи модели с двумя коэффициентами постели // Строительная механика и расчет сооружений. 1975. № 3. С. 27–31.
2. Деминов П.Д. Оценка вероятности образования запредельных прогибов после образования трещин в железобетонной балке на стохастическом основании // Строительство и реконструкция. 2022. № 1(99). С. 3–10. DOI: 10.33979/2073-7416-2022-99-1-3-10. EDN: YKUZBQ.
3. Деминов П.Д. Оценка вероятности разрушения железобетонной балки, лежащей на стохастическом упругом основании с двумя коэффициентами податливости, по наклонному сечению от поперечной силы // Строительство и реконструкция. 2021. № 1(93). С. 16–25. DOI: 10.33979/2073-7416-2021-93-1-16-25. EDN: PVGBXC.
4. Деминов П.Д. Оценка вероятности возникновения недопустимых прогибов в железобетонной балке, лежащей на стохастическом основании с двумя коэффициентами постели, под действием нестационарной случайной нагрузки // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2019. № 4(382). С. 48–54. EDN: CVMVRR.
5. Мондрус В.Л., Попов Р.В. Частоты собственных колебаний балки на стохастическом упругом основании // Промышленное и гражданское строительство. 2025. № 9. С. 12–19. DOI: 10.33622/0869-7019.2025.09.12-19. EDN: OKDKIN.
6. Мондрус В.Л., Попов Р.В. Вынужденные колебания балки конечной длины на стохастическом упругом основании под действием стационарной случайной нагрузки // Academia. Архитектура и строительство. 2026. № 1. С. 133–142. DOI: 10.22337/2077-9038-2026-1-133-142. EDN: HADCOJ.
7. Болотин В.В. Об упругих деформациях подземных трубопроводов, прокладываемых в статистически неоднородном грунте // Строительная механика и расчет сооружений. 1965. № 1. С. 4–8.
8. Благонадёжин В.Л., Кудрявцев Е.П. Статистическое исследование деформаций песчаных оснований и трубопроводов подземных волноводных линий связи // Доклады научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 1964–1965 г. Секция динамики и прочности машин. М.: МЭИ, 1965. С. 78–86.
9. Яглом А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций с примерами из метеорологии. Л.: Гидрометеиздат, 1981. С. 121–122, 129.

REFERENCES

1. Sobolev D.N. On the calculation of structures resting on a statistically inhomogeneous foundation using a model with two coefficients of subgrade reaction. *Structural Mechanics and Design of Structures*, 1975, No. 3, pp. 27–31. (In Russ.)
2. Deminov P.D. Assessment of the probability of excessive deflections after crack formation in a reinforced concrete beam on a stochastic foundation. *Building and Reconstruction*, 2022, No. 1(99), pp. 3–10. (In Russ.) DOI: 10.33979/2073-7416-2022-99-1-3-10, EDN: YKUZBQ
3. Deminov P.D. Assessment of the probability of failure of a reinforced concrete beam resting on a stochastic elastic foundation with two compliance coefficients, due to shear force in an inclined section. *Building and Reconstruction*, 2021, No. 1(93), pp. 16–25. (In Russ.) DOI: 10.33979/2073-7416-2021-93-1-16-25, EDN: PVGBXC

4. Deminov P.D. Assessment of the probability of unacceptable deflections in a reinforced concrete beam resting on a stochastic foundation with two coefficients of subgrade reaction, under a non-stationary random load. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Technology of the Textile Industry*, 2019, No. 4(382), pp. 48-54. (In Russ.) EDN: CVMVRR
5. Mondrus V.L., Popov R.V. Natural frequencies of a beam on a stochastic elastic foundation. *Industrial and Civil Engineering*, 2025, No. 9, pp. 12-19. (In Russ.) DOI: 10.33622/0869-7019.2025.09.12-19, EDN: OKDKIN
6. Mondrus V.L., Popov R.V. Forced vibrations of a beam of finite length on a stochastic elastic foundation under a stationary random load. *Academia. Architecture and Construction*, 2026, No. 1, pp. 133–142. (In Russ.) DOI: 10.22337/2077-9038-2026-1-133-142, EDN: HADCOJ
7. Bolotin V.V. On elastic deformations of underground pipelines laid in statistically inhomogeneous soil. *Structural Mechanics and Design of Structures*, 1965, No. 1, pp. 4-8. (In Russ.)
8. Blagonadezhin V.L., Kudryavtsev E.P. Statistical investigation of deformations of sandy foundations and pipelines of underground waveguide communication lines. *Proceedings of the Scientific and Technical Conference on the Results of Research Work for 1964-1965. Section on Machine Dynamics and Strength*. Moscow: MPEI, 1965, pp. 78-86.
9. Yaglom A.M. Correlation Theory of Stationary Random Functions with Examples from Meteorology. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1981, pp. 121-122, 129. (In Russ.)

Сведения об авторах:

Мондрус Владимир Львович, член-корр. РААСН, доктор технических наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 55976017400, SPIN-код: 3268-4484, AuthorID: 387581, <https://orcid.org/0000-0002-5029-871X>. Email: mondrusVL@mgsu.ru.

Попов Роман Владимирович, аспирант, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. SPIN-код: 1067-6517, AuthorID: 1315778. Email: popovRV@mgsu.ru.

About the authors:

Vladimir L. Mondrus, Corresponding member of RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 55976017400, SPIN-code: 3268-4484, AuthorID: 387581, <https://orcid.org/0000-0002-5029-871X>. Email: mondrusVL@mgsu.ru.

Roman V. Popov, Postgraduate Student, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. SPIN-code: 3268-4484, AuthorID: 1315778. Email: popovRV@mgsu.ru.

Вклад авторов: Мондрус В.Л. — концепция исследования, научное руководство, редактирование; Попов Р.В. — разработка методики расчета, выполнение численных исследований

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The author's declares no conflict of interest.

The author's has approved the final version.

Статья поступила в редакцию 20.07.2026

Одобрена после рецензирования 02.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 20.07.2026

Approved after reviewing 02.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026

В.С. ФЕДОРОВ, В.Е. ЛЕВИТСКИЙ¹¹ Российский университет транспорта, Москва, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОСИЛОВОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА В РЕЖИМНО-НАСЛЕДСТВЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ

Аннотация. Предложена методика применения простых изотермических диаграмм для моделирования напряженно-деформированного состояния бетона в условиях режимного термосилового нагружения и вынужденного деформирования. Методологический базис работы построен на четком разграничении понятий аддитивности деформаций и некоммутативности нагружения, что позволило адаптировать классический наследственный принцип Больцмана–Вольтерры для нелинейной стадии работы материала. Доказано, что приращения нелинейных деформаций сохраняют свойство физической аддитивности и могут корректно суммироваться при условии пошагового учета истории и траектории термосиловых воздействий. Экспериментально зафиксированное подобие геометрического вида кривых мгновенного, длительного и высокотемпературного деформирования обосновано с позиций единства физического закона деформирования бетона как вязкоупругой неоднородно-хрупкой среды. Представлено уравнение состояния в форме нелинейного закона Гука, учитывающее меру поврежденности структуры на основе двухпараметрического статистического распределения Вейбулла, что позволяет аналитически описать полную диаграмму деформирования бетона при нагреве. Разработан замкнутый алгоритм перехода между функциями деформаций и напряжений с использованием параметров промежуточной точки по методике Н.И. Карпенко, эффективный для решения задач как режимного нагружения, так и режимной релаксации бетона.

Ключевые слова: термосиловое воздействие, вынужденное деформирование, релаксация напряжений, аддитивность деформаций, некоммутативное нагружение, поврежденность структуры, распределение Вейбулла, уравнение состояния.

Для цитирования: Федоров В.С., Левитский В.Е. Моделирование термосилового деформирования бетона в режимно-наследственной постановке // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 58-74. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-58-74. EDN: UDULGE

©Федоров В.С., Левитский В.Е., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

V.S. FEDOROV, V.E. LEVITSKY¹¹ Russian University of Transport, Moscow, Russia**MODELING THERMAL-POWER DEFORMATION OF CONCRETE IN A REGIME-HEREDITARY FORMULATION**

Abstract. A method for using simple isothermal diagrams to study the crisis-strain state of concrete under regime-induced thermal-power loading and forced deformation is proposed. The methodological foundations of the study are built on a clear distinction between the concepts of strain additivity and loading non-commutativity, allowing for the adaptation of the classical traditional Boltzmann-Volterra principle to the nonlinear stage of material performance. It is demonstrated that nonlinear strain increments retain the property of physical additivity and can be correctly summed when the history and trajectory of thermal-power effects are taken into account step-by-step. The experimentally observed similarity in the geometric shape of the instantaneous, long-term, and high-temperature strain curves is substantiated in terms of the Unified Physical Law of Deformation of Concrete as a Viscoelastic Gravitationally Brittle Medium. An equation of state in the form of nonlinear Hooke's law is presented, observing the degree of structural damage based on a two-parameter Weibull statistical distribution. This allows for an analytical description of the complete concrete deformation diagram upon heating. A closed-loop algorithm for the transition between deformation and stress phenomena has been developed using intermediate point parameters according to N.I. Karpenko's methodology. It is effective for solving problems of both seasonal loading and seasonal relaxation of concrete.

Keywords: thermal loading, forced deformation, stress relaxation, strain additivity, noncommutative loading, damage structure, Weibull measures, stress-strain relationship.

For citation: Fedorov V.S., Levitsky V.E. Modeling of thermal-power deformation of concrete in a regime-hereditary formulation. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 58-74. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-58-74. EDN: UDULGE

Введение

Пожар является одним из наиболее сильных экстремальных воздействий, которым могут подвергаться здания в процессе эксплуатации. Железобетонные конструкции, хотя и обладают достаточно высокой «естественной огнестойкостью», она, тем не менее, нуждается в количественной оценке. Традиционно применяемые табличные методы позволяют обеспечить точность, достаточную лишь для случаев, когда требуемые показатели заведомо обеспечены. Даже несмотря на наблюдаемое в последнее время интенсивное внедрение в эту сферу технологий искусственного интеллекта [1], такой подход остаётся описательным, не затрагивающим физическую сущность происходящих процессов. Предлагаемые в нормативных документах (СП 468.1325800.2019, EN 1992-1-2) упрощенные методики ручного расчета оправдывают себя, по сути, лишь в одном единственном случае – при оценке огнестойкости свободно опертой балочной конструкции, поведение которой при пожаре определяется работой растянутой арматуры в наиболее нагруженном сечении. Практически все остальные виды конструкций требуют более детального анализа прогрева сжатого бетона и деградации его механических характеристик при нагреве.

Разработка методов расчета огнестойкости конструкций, учитывающих интенсифицированное воздействием температуры проявление физической и геометрической нелинейности деформирования, деградацию жёсткостных характеристик, развитие осевых и изгибных температурных деформаций позволит преодолеть ограничения традиционного предписывающего подхода и перейти к параметрическому (объектно-ориентированному) нормированию, что обеспечит возможность оптимизации и повышения эффективности проектных решений.

Для применения уточненных методов расчета необходимы соотношения, устанавливающие связь напряжений и деформаций (σ - ε) бетона в процессе нестационарного нагрева. Основная трудность в построении указанных соотношений связана с тем, что деформации бетона существенно зависят от последовательности приложения температурного и силового воздействий [2-5]. Бетон, подвергаемый нестационарному нагреву под нагрузкой постоянного уровня, демонстрирует более высокие (не менее чем в два раза) силовые деформации по сравнению с бетоном, который был вначале нагрет, а затем нагружен до тех же значений. Игнорирование особенностей деформирования при нагреве нагруженного бетона может существенно сказаться на точности расчёта и совершенно недопустимо [6-8].

Однако учёт условий работы бетона в нагруженном состоянии вызывает новую трудность – напряжения в процессе нестационарного нагрева не остаются постоянными. Даже в условиях стандартных испытаний, предполагающих не меняющееся значение внешней нагрузки, из-за различия жёсткостных характеристик компонентов неравномерно нагретого сечения, а также стесненных температурных деформаций происходит непрерывное перераспределение напряжений по сечению, вызывающее разгрузку одних участков и нагрузку других. Использование в расчёте соотношений, полученных при постоянных напряжениях, приводит к занижению жёсткости при возрастающем режиме напряжений и завышению жёсткости при их снижении [9]. Элементы реальных статически неопределимых конструкций при пожаре работают в условиях перераспределения внутренних усилий, что также требует режимно-наследственной постановки. В случае использования более сложных параметрических моделей пожара, включающих стадию затухания, без учёта режимного характера изменения напряжений уже и вовсе не обойтись [10].

Для учёта особенностей режимного нагружения предложен ряд моделей термосилового деформирования, которые явным образом разделяют полную деформацию бетона на компоненты и затем суммируют их в соответствии с историей приложения температуры и нагрузки.

Базовой является модель Андерберга-Теландерссона [2], в которой рассматриваются четыре компонента: ε_{th} – свободная температурная деформация (определяется при нагреве ненагруженного образца); ε_{σ} – часть силовой деформации, вызванная изменением напряжений (определяется при нагружении нагретого образца); ε_{cr} – деформация ползучести (при кратковременном нагреве незначительна); ε_{tr} – переходная (часть силовой деформации, возникающая вследствие нагрева в нагруженном состоянии). Температурная деформация ε_{th} принимается не зависящей от других компонентов; для определения деформации ε_{σ} используется парабола σ - ε Hognestad [11] с фиксированной кривизной восходящей ветви (пиковый коэффициент упругости $\nu_{bu} = 0,5$); деформацией длительной ползучести ε_{cr} допустимо пренебречь; переходная деформация ε_{tr} считается линейно зависящей от уровня нагружения и нелинейно от температуры. Основным недостатком данной модели считается допущение о пропорциональной связи переходной и температурной деформации, что не вполне соотносится с физической картиной.

В модели Шнайдера [3, 5, 8] использованы те же предпосылки, но силовая (она же механическая) деформация разделена на упругую ε_{el} , пластическую ε_{pl} и переходную ползучесть ε_{tr} (не зависящую от времени). Отличие от предыдущей модели состоит в том, что пластический и переходный компоненты изменяются пропорционально упругой деформации; для разделения упругой и пластической деформации используется диаграмма σ - ε Роровича [12] с фиксированной кривизной ветвей ($\nu_{bu} = 0,667$); модуль упругости зависит от уровня начального нагружения; для переходной деформации предложена функция, учитывающая начальную влажность бетона. Поскольку компоненты деформации взаимозависимы, модель получилась громоздкой и не очень удобной для использования (на это также указывает наличие несколько модификаций модели разных лет).

Модель Khougy [13, 14] делит силовую деформацию бетона на два компонента – упругую деформацию до нагрева и развивающуюся в процессе нагрева LITS (load induced thermal strain – термическую деформацию, инициированную нагрузкой), которая линейно зависит от уровня напряжений и нелинейно от температуры [15]. Завершенная модификация модели представлена Terro [16], где зависимость LITS от температуры описывается «базовой кривой», трансформируемой пропорционально уровню нагружения. В итоге модель превратилась из «явной» в «неявную», причём линейно-упругую.

В Еврокоде EN 1992-1-2 также принята «неявная» модель (модель ЕС), но выраженная в функции уровня деформаций. В качестве основы используется диаграмма σ - ε из модели Шнайдера с фиксированной кривизной ветвей ($v_{bu} = 0,667$). Поскольку главная трудность при описании диаграмм σ - ε при нагреве нагруженного бетона состоит в том, что пиковые деформации не могут быть определены непосредственно из эксперимента, их пришлось принять условно на основе ряда тестовых расчётов. В предварительной редакции документа (ENV) на этом отдельно акцентируется внимание и приводятся две серии значений: полученные при нагружении после нагрева и более высокие, соответствующие работе под нагрузкой.

Основываясь на этих сериях значений, Т. Герней и Ж.-М. Франссен [9] предложили определять переходный компонент как разность между начальными модулями соответствующих диаграмм и таким образом модифицировали модель Еврокода, включив в неё явный учёт переходного компонента на каждом итерационном шаге (модель ЕТС). Несмотря на алгоритмические сложности, на данный момент эта модель признана наиболее приемлемой для практического использования [10, 17].

Характерными особенностями всех рассмотренных моделей является, во-первых, использование диаграммы σ - ε с независимой от температуры кривизной (то есть фиксированным соотношением линейного и нелинейного компонента), а во-вторых, линейной зависимостью переходных деформаций от уровня напряжений (то есть включение переходной деформации происходит за счет увеличения доли линейного компонента). Примечательно, что вторая предпосылка сначала была принята для ограниченного диапазона температур и уровней нагружения, что в целом соответствовало данным экспериментов. Однако, начиная с модели ЕТС, она уже оказалась распространенной на весь диапазон работы вплоть до разрушения, в результате чего перестала отражать физическую сущность происходящих процессов.

Как хорошо известно, О.Я. Берг в своей «физической теории прочности бетона» [18] сформулировал и экспериментально доказал, что проявление нелинейного компонента деформации обусловлено развитием повреждений в его структуре. Не составляет сомнения, что снижение прочности бетона при нагреве также является результатом повреждения его структуры, поэтому соотношение линейного и нелинейного компонентов силовой деформации бетона должно быть увязано с изменением прочности и не может назначаться произвольно.

Количественной характеристикой нелинейности как отображения накопленного повреждения в теории Л.М. Качанова – Ю.Н. Работнова [19] принят параметр сплошности, меняющийся от 1 до 0 и показывающий уменьшение рабочего сечения материала по мере роста микроповреждений. Осреднённое по первоначальной площади сечения напряжение заменяется на «эффективное», или «структурное» напряжение по условно неповреждённой площади. Для бетона в роли параметра сплошности выступает предложенный В.И. Мурашёвым [20] коэффициент упругости v_b , изменяющийся от 1 при отсутствии повреждённости до некоторого критического значения v_{bu} в момент разрушения на пике диаграммы. Использование коэффициента упругости позволяет выразить связь напряжений и деформаций бетона в классическом виде через секущий модуль $E_b v_b$:

$$\sigma_b = \varepsilon_b \cdot E_b \cdot v_b. \quad (1)$$

В теории диаграмм-изохрон Н.И. Карпенко [21] показано, что вследствие общей физической природы накопления повреждений описываемые данным уравнением кривые деформирования бетона σ - ε имеют единообразный вид как для стандартного испытания действием возрастающей нагрузки (мгновенного нагружения), так и для иных монотонно изменяющихся режимов, что позволило построить изохроны «мягкого» и «жесткого» длительного нагружения.

В работах авторов [22, 23] по результатам испытаний образцов при нестационарном нагреве под нагрузкой получены аналогичные изохронам кривые изотермического деформирования нагруженного бетона, и сформулирован так называемый «принцип инвариантности пиковых структурных напряжений». Суть этого предположения, подтверждаемого обработкой параметров не только изотермических кривых, но и изохрон [23], состоит в том, что дополнительный фактор в виде температуры или длительного нагружения вместе с мгновенным силовым воздействием участвует в повреждении структуры, и это выражается в снижении пикового коэффициента упругости ν_{bu} , однако соответствующие ему структурные напряжения остаются такими же, как и при мгновенном силовом воздействии. Таким образом, формулируется критерий, который устанавливает пропорциональную связь между нелинейностью диаграммы σ - ε и снижением прочности. Это позволяет обоснованно разделить и количественно описать линейный и нелинейный компоненты деформаций бетона в условиях нагрева под нагрузкой [24]. Однако применение изотермических диаграмм нагруженного бетона в условиях режимного термосилового нагружения требует привлечения дополнительных гипотез, поскольку изотермические диаграммы получены при действии постоянных напряжений. Методика определения силовых деформаций бетона в условиях режимно изменяющейся температуры и нагрузки представлена в данной работе.

Модели и методы

Для учета накопления необратимых деформаций бетона предлагается моделировать пошаговую историю нагружения и нагрева, рассматривая процесс термосилового деформирования как ступенчатую последовательность равновесных состояний в виде выдержки под постоянной нагрузкой при меняющейся температуре и мгновенного нагружения при фиксированной температуре. Таким образом, траектория произвольного термосилового нагружения дискретизируется на элементарные этапы, каждый из которых соответствует простой однопараметрической программе. Деформация бетона на каждом этапе складывается из приращения силовой деформации вследствие изменения напряжений (нагружения или разгрузки) и наследуемой необратимой деформации, накопленной на предыдущих этапах. Предлагаемый подход развивает «методику конечных приращений» Н.И. Карпенко и аналогичен принципу суперпозиции Больцмана-Вольтерра в наследственной теории ползучести с той разницей, что приращение деформации на текущем этапе является нелинейным (линейным при разгрузке), а интеграл, учитывающий историю деформирования, заменен суммой. Справедливость аддитивного суммирования при этом сохраняется, то есть приращение деформации на текущем этапе не зависит от истории нагружения и нагрева, вся «память» материала о прошлых состояниях выражается лишь в величине накопленной необратимой деформации. Учет некоммутативности воздействия обеспечивается вычислением частных приращений в соответствии с историей нагружения. Для этого математический аппарат фиксирует не только изолированный шаг внешнего фактора, но также его начальное и конечное базовые значения на текущем этапе.

Для реализации данного режимно-наследственного подхода понадобится два типа диаграмм σ - ε для данного значения температуры: полученная испытанием возрастающей нагрузкой образцов, нагревавшихся в нагруженном состоянии (мгновенная диаграмма при фиксированной температуре), и полученная из результатов обработки испытаний образцов при нестационарном нагреве образцов под нагрузкой постоянного уровня (изотермическая диаграмма нагруженного бетона). Поскольку в обоих случаях бетон нагревался в нагруженном состоянии, прочность (ордината вершины) у данных диаграмм будет

одинаковой. Доля линейного компонента деформаций для каждой из диаграмм характеризуется коэффициентом упругости v_b (пиковым коэффициентом упругости v_{bu} для деформаций в вершине). В соответствии с принятым принципом инвариантности пиковых структурных напряжений изменение пикового коэффициента упругости v_{bu} при нагреве будет происходить пропорционально снижению прочности. Таким образом, два рассматриваемых типа диаграмм для данной температуры будут отличаться значением начального модуля $E_{b,t}$ и пиковых деформаций $\varepsilon_{bu,t}$ при сохранении того же соотношения линейного и нелинейного компонентов.

Параметры диаграмм мгновенного нагружения при фиксированной температуре устанавливаются непосредственно из испытания, для изотермических диаграмм в силу принятых предпосылок необходимо определить только начальный модуль. Это можно сделать либо непосредственным построением начального участка переносом точек с кривых развития силовых деформаций при нагреве, либо нормализацией (представлением в относительном виде) данных кривых [24].

Описание диаграмм σ - ε производится в относительных координатах (рис. 1), то есть вершина такой диаграммы находится в точке с координатами (1; 1). По оси ординат отложен локальный уровень нагружения $\eta_{\sigma,t}$ – отношение действующего напряжения σ_b к прочности бетона на сжатие $R_b\gamma_{b,t}$ при данной температуре нагрева:

$$\eta_{\sigma,t} = \frac{\sigma_b}{R_b\gamma_{b,t}} = \frac{\eta_{\sigma,0}}{\gamma_{b,t}}, \quad (2)$$

где $\gamma_{b,t}$ – прочностной температурный параметр, характеризующий снижение прочности бетона по отношению к начальному значению до нагрева R_b . Через прочностной параметр $\gamma_{b,t}$ происходит связь локального $\eta_{\sigma,t}$ и начального $\eta_{\sigma,0}$ уровней напряжений, если считать, что $\eta_{\sigma,0} = \sigma_b/R_b$.

По оси абсцисс отложен уровень деформаций $\eta_{\varepsilon,t}$ – отношение фактической деформации ε_b к пиковому значению $\varepsilon_{bu,t}$, соответствующему вершине диаграммы при данной температуре нагрева:

$$\eta_{\varepsilon,t} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bu,t}}. \quad (3)$$

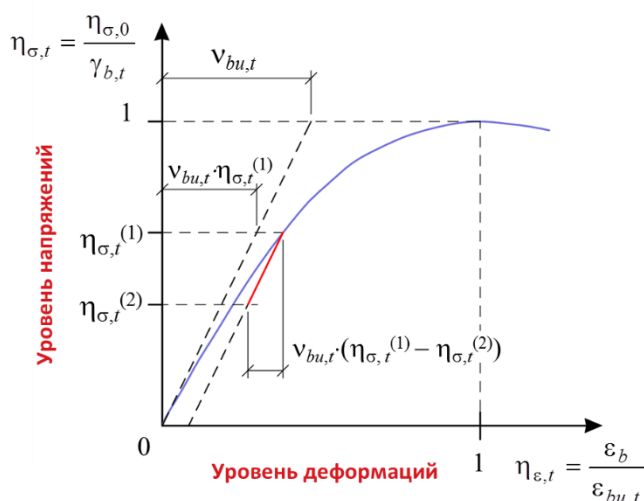


Рисунок 1 - Обобщенный вид изотермической диаграммы деформирования бетона в относительных координатах – уровнях напряжений и деформаций

За кривизну диаграммы отвечает пиковый коэффициент упругости $v_{bu,t}$ – отношение упругих деформаций к полным (по В.И. Мурашёву); при записи в уровнях он явным образом показывает долю линейного компонента в полной пиковой деформации (см. рис. 1). Таким образом, записанную в уровнях напряжений и деформаций диаграмму характеризуют три параметра: $\gamma_{b,t}$, $\varepsilon_{bu,t}$ и $v_{bu,t}$. Существующие предложения, как было показано выше, задают $\gamma_{b,t}$ и $\varepsilon_{bu,t}$ таблицами зависящих от температуры значений, а $v_{bu,t}$ принимают постоянным (0,5 или 0,667).

Предлагаемая предпосылка о том, что изменение пикового коэффициента упругости $v_{bu,t}$ при нагреве происходит пропорционально снижению прочности позволяет определять его через начальное значение до нагрева $v_{bu,0}$ и прочностной параметр $\gamma_{b,t}$

$$v_{bu,t} = v_{bu,0} \cdot \gamma_{b,t}, \quad (4)$$

а пиковые деформации определять через деформационный параметр $\beta_{b,t}$, характеризующий снижение начального модуля диаграммы при нагреве $E_{b,t}$ по отношению к его значению $E_{b,0}$ до нагрева ($\beta_{b,t} = E_{b,t} / E_{b,0}$):

$$\varepsilon_{bu,t} = \frac{\varepsilon_{bu,0}}{\beta_{b,t}}. \quad (5)$$

В итоге для описания диаграммы при данной температуре понадобятся только два параметра – прочностной и деформационный. Температурные зависимости для них предлагается принять в виде экспоненциальных функций

$$\gamma_{b,t} = \exp \left[-\gamma \cdot \left(\frac{t_b - 20}{1000} \right)^m \right]; \quad (6)$$

$$\beta_{b,t} = \exp \left[-\beta \cdot \left(\frac{t_b - 20}{1000} \right)^n \right], \quad (7)$$

где t_b – температура нагрева; γ , m , β , n – опытные числовые параметры для данного вида бетона.

Уравнение связи σ - ε в уровнях напряжений и деформаций (уравнение состояния) записывается через уровень поврежденности, то есть через соотношение текущего $v_{b,t}$ и пикового $v_{bu,t}$ коэффициентов упругости:

$$\eta_{\sigma,t} = \eta_{\varepsilon,t} \cdot \frac{v_{b,t}}{v_{bu,t}}. \quad (8)$$

Эта зависимость получается делением обеих частей классического уравнения (1) на $R_b \gamma_{b,t}$. При её использовании встречаются задачи двух типов: когда напряжение известно, необходимо найти деформацию, и обратная задача, когда необходимо найти напряжение в условиях вынужденного (релаксационного) деформирования.

При решении задач второго типа удобно воспользоваться экспоненциальной формулой Е.Н. Щербакова [25] и В.С. Федорова [22, 23], устанавливающей связь коэффициента упругости и уровня деформаций:

$$v_{b,t} = \exp [-k_{b,t} \cdot (\eta_{\varepsilon,t})^{1/k_{b,t}}], \quad (9)$$

$$\text{где } k_{b,t} = -\ln(v_{bu,t}). \quad (10)$$

При решении задач первого типа рекомендуется использовать параболу Н.И. Карпенко [21], устанавливающей связь коэффициента упругости и уровня напряжений, для восходящей ветви:

$$v_{b,t} = v_{bu,t} + (1 - v_{bu,t}) \cdot \sqrt{1 - \omega \eta_{\sigma,t} + \omega \eta_{\sigma,t}^2 - \eta_{\sigma,t}^2}, \quad (11)$$

где ω – параметр, ответственный за кривизну диаграммы.

В методике Н.И. Карпенко параметр ω определяется по упрощённой формуле $\omega = 2 - 2,5v_{bu,t}$, однако такой способ не позволяет оценить кривизну ветви с достаточной степенью точности (рис. 2). Выразим параметр ω из уравнения (11):

$$\omega = \frac{\left(\frac{v_{b,t} - v_{bu,t}}{1 - v_{bu,t}} \right)^2 + \eta_{\sigma,t}^2 - 1}{\eta_{\sigma,t}^2 - \eta_{\sigma,t}}. \quad (12)$$

Чтобы воспользоваться этой формулой, необходимо знать $v_{b,t}$ в промежуточной точке диаграммы с уровнем напряжений $\eta_{\sigma,t}$. Примем, что промежуточной точке соответствует уровень деформаций $\eta_{\varepsilon 1,t} = 0,8$, и определим для этой точки $v_{b1,t}$ и $\eta_{\sigma 1,t}$ по формулам (9) и (8) соответственно. Используя эти значения вместо $v_{b,t}$ и $\eta_{\sigma,t}$ в формуле (12), получаем параметр кривизны ω , соответствующий заданному значению $v_{bu,t}$ для температуры t_b .

Сравнение восходящих ветвей диаграмм, полученных с использованием коэффициентов $v_{b,t}$, найденных в функции уровней деформаций и напряжений соответственно по формулам (9) и (11) показывает практически полное их совпадение (рис. 3). Таким образом, совместное использование двух указанных подходов может осуществляться без потери точности.

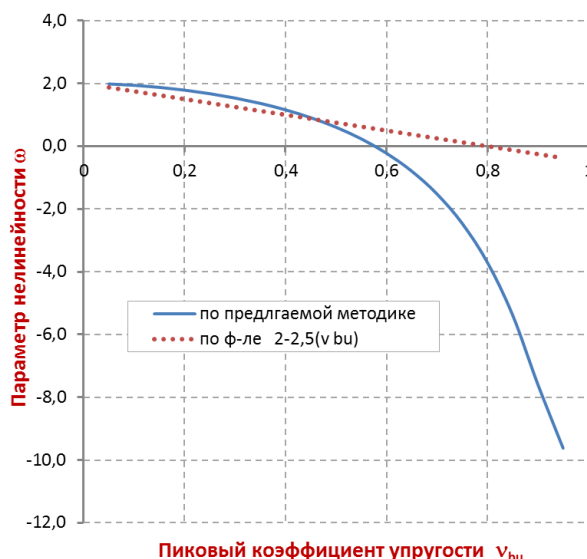


Рисунок 2 - Сравнение значений параметра нелинейности ω диаграммы Н.И. Карпенко, полученных из уравнения (11) и по упрощенной формуле СП 63.13330.2018

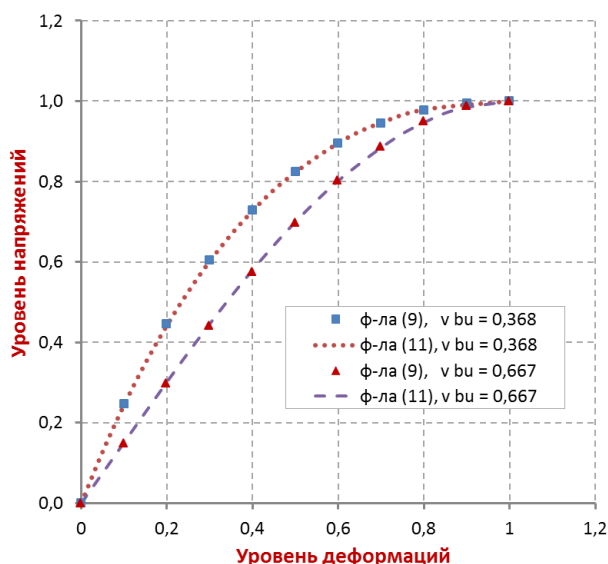


Рисунок 3 - Сравнение диаграмм, полученных по формуле (8) через коэффициент упругости в функции деформаций по формуле (9) и в функции напряжений по формуле (11)

Для расчета история приложения силового и температурного воздействий делится на ряд последовательных этапов. В соответствии с принятой предпосылкой о нелинейном суммировании силовая деформация бетона в завершении i -го этапа (обозначим её ε_i) складывается из наследуемой (накопленной) деформации на предыдущем этапе ε_{i-1} и двух приращений силовой деформации на данном этапе (рис. 4):

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i-1} + \Delta\varepsilon'_i + \Delta\varepsilon_i, \quad (13)$$

где $\Delta\varepsilon'_i$ – приращение деформации при нагреве от температуры t_{i-1} до t_i под постоянной нагрузкой σ_{i-1} ; $\Delta\varepsilon_i$ – приращение деформации при изменении напряжений от σ_{i-1} до σ_i при постоянной температуре нагрева t_i .

Для определения приращений $\Delta \varepsilon'_i$ и $\Delta \varepsilon_i$ используются соответственно изотермические диаграммы деформирования при нагреве под нагрузкой и диаграммы деформирования предварительно нагретого нагруженного бетона при действии изменяющейся нагрузки:

$$\Delta \varepsilon'_i = \varepsilon' (t_i; \sigma_{i-1}) - \varepsilon' (t_{i-1}; \sigma_{i-1}); \quad (14)$$

$$\Delta \varepsilon_i = \varepsilon (t_i; \sigma_i) - \varepsilon (t_i; \sigma_{i-1}). \quad (15)$$

В случае, если известен режим изменения напряжений и требуется найти деформации, вычисляются начальный ($\eta_{\sigma,0}^{(i-1)}$, $\eta_{\sigma,0}^{(i)}$) и локальный $\eta_{\sigma,t}^{(i)}$ для данной температуры уровни нагружения, коэффициенты упругости по формуле (11), уровни деформаций из формулы (8) и деформации из формулы (3). После этого вычисляются приращения деформаций $\Delta \varepsilon'_i$ и $\Delta \varepsilon_i$ по формулам (14) и (15), которые затем суммируются в соответствии с формулой (13).

При разгрузке ($\eta_{\sigma,t}^{(i-1)} > \eta_{\sigma,t}^{(i)}$) вместо формулы (15) используется линейная зависимость:

$$\Delta \varepsilon_i = \varepsilon_{bu,t}^{(i)} \cdot v_{bu,t}^{(i)} \cdot (\eta_{\sigma,t}^{(i)} - \eta_{\sigma,t}^{(i-1)}). \quad (16)$$

В случае, если известен режим изменения деформаций и необходимо найти напряжения, вычисляются начальный $\eta_{\sigma,0}^{(i-1)}$ и локальный $\eta_{\sigma,t}^{(i-1)}$ уровни нагружения, коэффициенты упругости по формуле (11), приращения деформаций при нагреве под нагрузкой $\Delta \varepsilon'_i$ по формуле (14), деформации нагретого нагруженного бетона $\varepsilon (t_i; \sigma_{i-1})$. Деформации $\varepsilon (t_i; \sigma_i)$ определяются из формул (13) и (15):

$$\varepsilon (t_i; \sigma_i) = \varepsilon_i - \varepsilon_{i-1} - \Delta \varepsilon'_i + \varepsilon (t_i; \sigma_{i-1}). \quad (17)$$

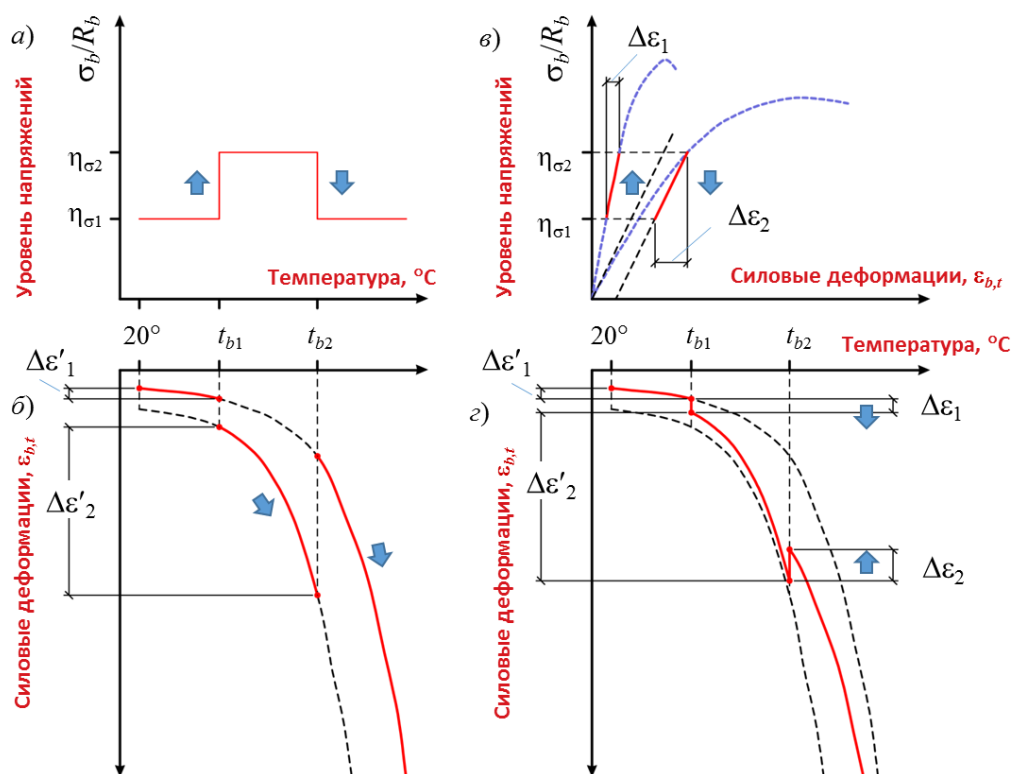


Рисунок 4 - Методика аддитивного суммирования конечных приращений деформаций при режимном термосиловом нагружении бетона: а – заданный режим нагружения; б – приращения деформаций на этапах нагрева под нагрузкой постоянного уровня; в – приращения деформаций на этапах нагружения/разгрузки нагретого бетона; г – итоговая кривая деформирования

Далее по найденному значению с помощью формулы (3) определяется уровень деформаций нагретого нагруженного бетона, по формулам (9) и (10) вычисляется коэффициент упругости, по формуле (8) – локальный уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(i)}$, по которому определяются деформации $\varepsilon'(t_i; \sigma_i)$ при нагреве под нагрузкой. Затем локальный уровень нагружения преобразуется в начальный $\eta_{\sigma,0}^{(i)}$ и после вновь в локальный для температуры следующего шага.

При разгрузке получается $\varepsilon(t_i; \sigma_i) < \varepsilon(t_i; \sigma_{i-1})$, в этом случае локальный уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(i)}$ определяется из формулы (16):

$$\eta_{\sigma,t}^{(i)} = \eta_{\sigma,t}^{(i-1)} + \frac{\varepsilon(t_i; \sigma_i) - \varepsilon(t_i; \sigma_{i-1})}{\varepsilon_{bu,t}^{(i)} \cdot v_{bu,t}^{(i)}}. \quad (18)$$

Результаты исследования и их анализ

Реализация предлагаемой методики выполнена на примере опытных данных У. Шнайдера [3]. Обычный тяжелый бетон на гранитном заполнителе (2410 кг/м³) испытан в возрасте 860 дней. На момент испытания прочность кубов 20х20х20 см составляла 58,4 МПа, цилиндров 8х30 см – 41,0 МПа, влажность 1,66%. Образец NB16 нагревался со скоростью 2°С/мин и одновременно подвергался монотонному нагружению от уровня $\eta_{\sigma,0} = 0,1$ до 0,5 с последующей разгрузкой (рис. 5). Начальные характеристики бетона заданы относительными величинами – пиковыми деформациями $\varepsilon_{bu,0} = 0,002$ и пиковым коэффициентом упругости $v_{bu,0} = 0,455$. Числовые значения коэффициентов для определения температурных параметров получены обработкой опытных кривых по методике [24]: для прочностного параметра $\gamma = 2,8$; $m = 2,7$; для деформационного параметра при нагреве под нагрузкой $\beta' = 3,7$; $n' = 0,5$; при мгновенном нагружении $\beta = 1,8$; $n = 0,8$.

По данным значениям для температуры t_i каждого шага вычислены значения прочностного параметра $\gamma_{b,t}$, пикового коэффициента упругости $v_{bu,t}$, параметра нелинейности $k_{b,t}$ для работы с диаграммами в функции уровня деформаций и через координаты промежуточной точки ($v_{b1,t}$; $\eta_{\sigma1,t}$) параметра нелинейности ω для работы с диаграммами в функции уровня напряжений. Кроме этого вычислены значения деформационного параметра для условий нагрева бетона под нагрузкой $\beta'_{b,t}$ и для условий нагружения нагретого бетона $\beta_{b,t}$, а также значения пиковых деформаций $\varepsilon'_{bu,t}$ и $\varepsilon_{bu,t}$ соответствующих диаграмм. Результаты представлены в таблице 1.

Режим нагружения известен. При решении задачи определения деформаций по заданному режиму нагружения (табл. 2) на первом шаге ($i = 1$) определяются коэффициент упругости и деформация при нормальной температуре ($t_b^{(1)} = 20^\circ\text{C}$): $\eta_{\sigma,t}^{(1)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)} = 0,099$; $v_{b,t}^{(1)} = 0,976$; $\varepsilon_{b,t}^{(1)} = 0,092 \cdot 10^{-3}$ (или 0,092 ‰).

На втором шаге ($i = 2$) уровень нагружения $\eta_{\sigma,0}^{(2)} = 0,129$, температура нагрева $t_b^{(2)} = 60^\circ\text{C}$; для этой температуры определяем вначале коэффициент упругости $v(t_2; \sigma_1)$ и деформацию $\varepsilon'(t_2; \sigma_1)$ при нагреве под нагрузкой предшествующего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)} / \gamma_{b,t}^{(2)}$. Приrost деформаций при нагреве нагруженного бетона от температуры $t_b^{(1)}$ до температуры $t_b^{(2)}$ составил $\Delta\varepsilon'_2 = 0,193 - 0,092 = 0,101$ ‰. Здесь же определяем коэффициент упругости $v(t_2; \sigma_2)$ и деформацию $\varepsilon'(t_2; \sigma_2)$ при нагреве под нагрузкой текущего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(2)} / \gamma_{b,t}^{(2)}$; эта деформация будет использоваться на следующем шаге.

Для определения прироста деформаций бетона, нагретого до $t_b^{(2)}$ в результате мгновенного нагружения от $\eta_{\sigma,0}^{(1)}$ до $\eta_{\sigma,0}^{(2)}$ вычисляем деформации $\varepsilon(t_2; \sigma_1)$ при нагрузке предшествующего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)} / \gamma_{b,t}^{(2)}$, затем деформации $\varepsilon(t_2; \sigma_2)$ при нагрузке текущего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(2)} / \gamma_{b,t}^{(2)}$. Примечательно,

что коэффициенты упругости $\nu(t_2; \sigma_1)$ и $\nu(t_2; \sigma_2)$ в силу принятой предпосылки об инвариантности предельных структурных напряжений сохраняют те же значения, что и при нагреве под нагрузкой, и не требуют пересчёта. Прирост деформаций составил $\Delta \varepsilon_2 = 0,139 - 0,106 = 0,033 \text{ ‰}$. Итоговая силовая деформация в конце второго шага $\varepsilon_{b,t}^{(2)} = 0,092 + 0,101 + 0,033 = 0,227 \text{ ‰}$.

Далее осуществляется переход к следующему шагу, как показано в табл. 2. Полученные значения силовых деформаций на стадии роста напряжений очень хорошо соответствуют опытным (рис. 6). На стадии разгрузки ($i = 15$ и далее) прирост мгновенной деформации является отрицательным, при этом в силу линейного характера разгрузки деформации сохраняют некоторую необратимую часть. Как видно из рис. 6, расчёт в предположении, что разгрузка будет нелинейно-упругой (все мгновенные деформации обратимы) приводит к некоторому занижению деформаций.

Таблица 1 - Прочностные и деформативные параметры термосилового сопротивления бетона

i	$t_i, ^\circ\text{C}$	$\gamma_{b,t}$	$\nu_{bu,t}$	$k_{b,t}$	$\nu_{b1,t}$	$\eta_{\sigma 1,t}$	ω	$\beta'_{b,t}$	$\varepsilon'_{bu,t}$	$\beta_{b,t}$	$\varepsilon_{bu,t}$
шаг	задано	ф-ла (6)	ф-ла (4)	ф-ла (10)	ф-ла (9)	ф-ла (8)	ф-ла (12)	ф-ла (7)	ф-ла (5)	ф-ла (7)	ф-ла (5)
1	20	1,000	0,455	0,788	0,552	0,972	0,8705	1,000	0,002	1,000	0,002
2	60	1,000	0,454	0,789	0,552	0,972	0,8717	0,477	0,004	0,872	0,002
3	100	0,997	0,453	0,792	0,550	0,972	0,8781	0,351	0,006	0,788	0,003
4	140	0,991	0,450	0,798	0,547	0,972	0,8931	0,278	0,007	0,719	0,003
5	180	0,980	0,446	0,808	0,542	0,972	0,9189	0,228	0,009	0,660	0,003
6	220	0,964	0,438	0,825	0,533	0,973	0,9571	0,191	0,011	0,609	0,003
7	260	0,942	0,428	0,848	0,521	0,973	1,0081	0,163	0,012	0,563	0,004
8	300	0,914	0,415	0,879	0,506	0,974	1,0715	0,141	0,014	0,522	0,004
9	340	0,879	0,399	0,918	0,487	0,975	1,1456	0,123	0,016	0,485	0,004
10	380	0,837	0,381	0,966	0,465	0,976	1,2280	0,109	0,018	0,452	0,004
11	420	0,790	0,359	1,024	0,439	0,978	1,3159	0,096	0,021	0,421	0,005
12	460	0,737	0,335	1,094	0,410	0,979	1,4059	0,086	0,023	0,393	0,005
13	500	0,680	0,309	1,174	0,379	0,980	1,4948	0,077	0,026	0,368	0,005
14	520	0,650	0,295	1,219	0,362	0,981	1,5379	0,073	0,027	0,356	0,006
15	540	0,619	0,282	1,267	0,345	0,982	1,5797	0,069	0,029	0,344	0,006
16	560	0,588	0,267	1,319	0,328	0,982	1,6199	0,066	0,030	0,333	0,006
17	580	0,557	0,253	1,374	0,311	0,983	1,6583	0,063	0,032	0,322	0,006
18	600	0,526	0,239	1,432	0,294	0,984	1,6946	0,060	0,034	0,312	0,006
19	616	0,500	0,227	1,481	0,280	0,984	1,7221	0,057	0,035	0,304	0,007
20	640	0,463	0,210	1,559	0,259	0,985	1,7607	0,054	0,037	0,293	0,007
21	670	0,417	0,189	1,663	0,233	0,986	1,8041	0,051	0,040	0,279	0,007

Однако даже при учёте частичной необратимости деформаций при разгрузке они всё равно недостаточно близки к опытным. По всей видимости, это может быть связано с тем, что силовые деформации в опытах Шнайдера были определены вычитанием из полных деформаций их свободной температурной составляющей в предположении, что наличие приложенной нагрузки на неё не влияет. Однако есть основания полагать, что в нагруженном бетоне температурные деформации развиваются иначе, чем в ненагруженном.

Сравнение результатов с расчётом, выполненным во внережимной постановке, то есть, когда деформации определяются напрямую по изотермическим диаграммам нагруженного бетона, приводит к завышению деформаций при возрастающем режиме напряжений и очень сильному занижению при разгрузке (см. рис. 6). Это связано с тем, что деформация определяется не пошагово, а по текущему значению напряжения, будто бы оно действовало с самого начала нагрева, и пренебрегается накопленной необратимой деформацией.

Таблица 2 - Определение деформаций при известном режиме нагружения бетона и нестационарном нагреве

i	$\eta_{\sigma,0}$	$\nu(t_i; \sigma_{i-1})$	$\varepsilon'(t_i; \sigma_{i-1}),$ ‰	$\nu(t_i; \sigma_i)$	$\varepsilon'(t_i; \sigma_i),$ ‰	$\Delta\varepsilon'_i,$ ‰	$\varepsilon(t_i; \sigma_{i-1}),$ ‰	$\varepsilon(t_i; \sigma_i),$ ‰	$\Delta\varepsilon_i,$ ‰	$\varepsilon_i,$ ‰
шаг	задано	ф-ла (11)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (11)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (14)	ф-лы (8) и (3)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (15)	ф-ла (13)
1	0,099	-	-	0,976	0,092	-	-	0,092	0,092	0,092
2	0,129	0,976	0,193	0,968	0,254	0,101	0,106	0,139	0,033	0,227
3	0,161	0,967	0,346	0,959	0,436	0,091	0,154	0,194	0,040	0,358
4	0,191	0,958	0,552	0,949	0,662	0,116	0,213	0,256	0,042	0,517
5	0,223	0,947	0,809	0,937	0,955	0,147	0,279	0,329	0,050	0,714
6	0,253	0,933	1,142	0,923	1,310	0,187	0,359	0,412	0,053	0,954
7	0,286	0,917	1,546	0,905	1,764	0,235	0,448	0,512	0,063	1,253
8	0,316	0,895	2,064	0,882	2,313	0,299	0,558	0,626	0,068	1,620
9	0,344	0,867	2,694	0,854	2,979	0,381	0,685	0,757	0,073	2,073
10	0,380	0,833	3,469	0,814	3,925	0,489	0,834	0,944	0,110	2,672
11	0,410	0,784	4,594	0,765	5,079	0,669	1,051	1,162	0,111	3,452
12	0,441	0,725	6,014	0,702	6,663	0,935	1,314	1,456	0,142	4,529
13	0,471	0,647	8,065	0,620	8,996	1,402	1,690	1,885	0,195	6,126
14	0,487	0,584	10,056	0,568	10,699	1,060	2,066	2,198	0,132	7,318
15	0,416	0,527	12,153	0,603	9,084	1,454	2,450	1,832	-0,187	8,586
16	0,324	0,564	10,214	0,666	6,729	1,129	2,022	1,332	-0,253	9,462
17	0,243	0,633	7,445	0,726	4,875	0,716	1,449	0,949	-0,228	9,950
18	0,163	0,698	5,325	0,799	3,115	0,450	1,019	0,596	-0,235	10,165
19	0,095	0,782	3,306	0,874	1,717	0,191	0,624	0,324	-0,205	10,151
20	0,095	0,858	1,852	0,858	1,852	0,135	0,343	0,343	0,000	10,286
21	0,093	0,834	2,042	0,838	1,990	0,190	0,370	0,361	-0,007	10,470

Режим деформирования известен. Задача определения напряжений по заданному режиму изменения деформаций представляет существенный интерес, так как соответствует ситуации расчёта конструкций, когда известен закон деформирования плоского сечения, а все его компоненты находятся в условиях режимной релаксации. В качестве тестового примера далее приводится решение обратной задачи, где исходными данными выступают значения деформаций из предыдущего расчёта (табл. 3).

На первом шаге ($i = 1$) для нормальной температуры ($t_b^{(1)} = 20^\circ\text{C}$) по заданному значению деформации $\varepsilon_{b,t}^{(1)} = 0,092$ ‰ определяется коэффициент упругости $\nu_{b,t}^{(1)} = 0,984$ и уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(1)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)} = 0,099$. Незначительное отличие коэффициента упругости от предыдущего расчёта связано с тем, что они определялись по разным моделям, однако это практически не сказалось на точности определения напряжений.

На втором шаге ($i = 2$) температура нагрева поднялась до $t_b^{(2)} = 60^\circ\text{C}$. Определяем коэффициент упругости $\nu(t_2; \sigma_1)$ и деформацию $\varepsilon'(t_2; \sigma_1)$, которую получит бетон при нагреве до этой температуры под нагрузкой предшествующего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)}/\gamma_{b,t}^{(2)}$. Получено значение $\varepsilon'(t_2; \sigma_1) = 0,195$ ‰. Используя тот же коэффициент упругости, определяем мгновенную деформацию при нагрузке предшествующего уровня $\varepsilon(t_2; \sigma_1) = 0,107$ ‰. Мгновенная деформация, соответствующая нагрузке текущего уровня, составит $\varepsilon(t_2; \sigma_2) = 0,227 - 0,195 + 0,107 = 0,138$ ‰. Смысл этого выражения состоит в том, что мгновенная деформация при нагрузке текущего уровня складывается из разности заданного и накопленного значений деформации, а также из уже реализованной мгновенной деформации при нагрузке предыдущего уровня.

Таблица 3. - Определение напряжений при известном режиме деформирования бетона и нестационарном нагреве

i	$\varepsilon_i, \text{‰}$	$\nu(t_i; \sigma_{i-1})$	$\varepsilon'(t_i; \sigma_{i-1}), \text{‰}$	$\Delta\varepsilon'_i, \text{‰}$	$\varepsilon(t_i; \sigma_{i-1}), \text{‰}$	$\varepsilon(t_i; \sigma_i), \text{‰}$	$\eta_{\varepsilon,t}$	$\nu_{b,t}$	$\eta_{\sigma,t}$	$\nu(t_i; \sigma_i)$	$\varepsilon'(t_i; \sigma_i), \text{‰}$	$\eta_{\sigma,0}$
шаг	задано	ф-ла (11)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (14)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (17)	ф-ла (3)	ф-ла (9)	ф-ла (8)	ф-ла (11)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (2)
1	0,092	-	-	-	-	0,092	0,046	0,984	0,099	-	-	0,099
2	0,227	0,975	0,195	-	0,107	0,138	0,060	0,978	0,129	0,968	0,256	0,129
3	0,358	0,967	0,347	0,092	0,155	0,195	0,076	0,970	0,163	0,958	0,442	0,163
4	0,517	0,957	0,560	0,118	0,216	0,257	0,092	0,961	0,196	0,948	0,674	0,194
5	0,714	0,946	0,824	0,150	0,284	0,332	0,109	0,949	0,232	0,936	0,976	0,228
6	0,954	0,932	1,167	0,191	0,367	0,415	0,126	0,935	0,269	0,921	1,342	0,259
7	1,253	0,915	1,583	0,241	0,459	0,517	0,145	0,917	0,310	0,903	1,809	0,292
8	1,620	0,892	2,117	0,308	0,572	0,632	0,164	0,894	0,353	0,880	2,374	0,323
9	2,073	0,864	2,766	0,392	0,703	0,764	0,185	0,864	0,400	0,851	3,054	0,351
10	2,672	0,829	3,558	0,504	0,856	0,951	0,214	0,822	0,462	0,810	4,012	0,387
11	3,452	0,780	4,700	0,688	1,075	1,167	0,245	0,772	0,526	0,762	5,168	0,416
12	4,529	0,721	6,125	0,957	1,338	1,458	0,286	0,706	0,602	0,700	6,735	0,444
13	6,126	0,644	8,160	1,425	1,710	1,882	0,345	0,622	0,694	0,619	9,037	0,472
14	7,318	0,583	10,105	1,068	2,076	2,200	0,390	0,569	0,751	0,567	10,763	0,488
15	8,586	0,525	12,233	1,470	2,466	2,264	-	-	0,665	0,607	8,926	0,412
16	9,462	0,569	10,023	1,097	1,985	1,764	-	-	0,563	0,658	6,972	0,331
17	9,950	0,624	7,729	0,757	1,504	1,235	-	-	0,425	0,734	4,689	0,237
18	10,165	0,707	5,113	0,425	0,978	0,768	-	-	0,313	0,797	3,157	0,165
19	10,151	0,780	3,352	0,195	0,633	0,424	-	-	0,190	0,873	1,729	0,095
20	10,286	0,857	1,865	0,136	0,346	0,344	-	-	0,205	0,858	1,856	0,095
21	10,470	0,834	2,047	0,191	0,371	0,364	-	-	0,222	0,837	1,991	0,093

Используя найденное значение мгновенной деформации $\varepsilon(t_2; \sigma_2)$, определяется коэффициент упругости $\nu(t_2; \sigma_2)$ и локальный уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = 0,129$. Затем для этого уровня напряжений определяется необходимая для следующего шага деформация $\varepsilon'(t_2; \sigma_2) = 0,256 \text{‰}$, которую получит бетон при нагреве под нагрузкой; коэффициент упругости $\nu(t_2; \sigma_1)$ сохраняет своё прежнее значение, но для повышения точности его рекомендуется пересчитать. Далее найденный локальный уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(2)}$ преобразуется в начальный $\eta_{\sigma,0}^{(2)} = \eta_{\sigma,t}^{(2)} \cdot \gamma_{b,t}^{(2)}$, из которого определяется локальный уровень для следующего шага $\eta_{\sigma,t}^{(3)} = \eta_{\sigma,0}^{(2)} / \gamma_{b,t}^{(3)}$.

На третьем шаге ($i = 3$) температура $t_b^{(3)} = 100^\circ\text{C}$; определяем коэффициент упругости $\nu(t_3; \sigma_2)$ и деформацию $\varepsilon'(t_3; \sigma_2) = 0,347 \text{‰}$, прирост деформаций при нагреве нагруженного бетона от температуры $t_b^{(2)}$ до температуры $t_b^{(3)}$ составил $\Delta\varepsilon'_3 = 0,347 - 0,256 = 0,092 \text{‰}$. Используя тот же коэффициент упругости, определяем мгновенную деформацию при нагрузке предшествующего уровня $\varepsilon(t_3; \sigma_2) = 0,155 \text{‰}$. Мгновенная деформация, соответствующая нагрузке текущего уровня, составит $\varepsilon(t_3; \sigma_3) = 0,358 - 0,227 - 0,092 + 0,155 = 0,195 \text{‰}$.

Далее осуществляется переход к следующему шагу, как показано в табл. 3. Полученные значения уровня напряжений достаточно хорошо соответствуют опытным (см. рис. 5). В то же время, расчет во внережимной постановке (пунктирная кривая) приводит к занижению жёсткости при возрастающем режиме напряжений и завышению при разгрузке.

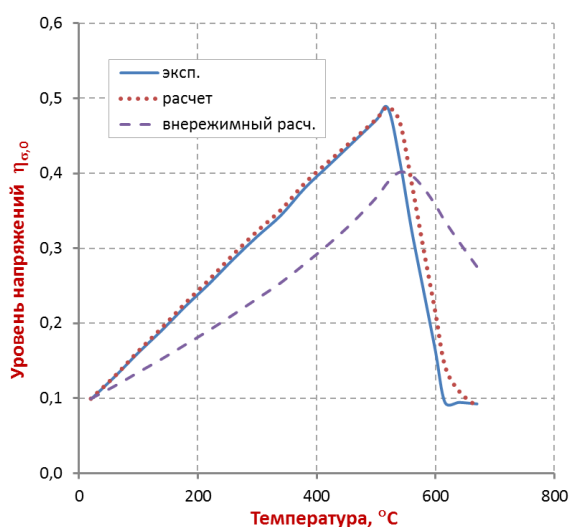


Рисунок 5 - Заданный режим нагружения бетона с ростом температуры и его моделирование при известном законе вынужденного деформирования

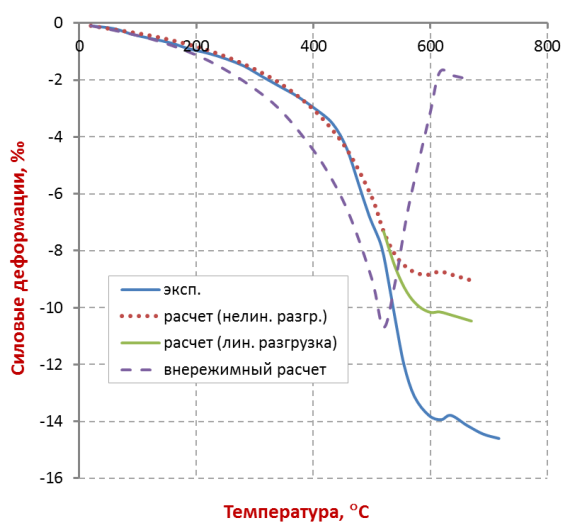


Рисунок 6. - Развитие силовых деформаций бетона с ростом температуры при заданном режиме монотонного нагружения и разгрузки

Заключение

1. Нагружение бетона в условиях нестационарного нагрева не является коммутативным, поскольку последовательность приложения механического и термического воздействий влияет на конечное напряжённо-деформированное состояние. Поэтому для получения объективных результатов необходимо моделировать пошаговую историю нагружения. В данной работе предлагается режимно-наследственный подход, рассматривающий процесс термосилового деформирования бетона как ступенчатую последовательность равновесных состояний в виде выдержки под постоянной нагрузкой при меняющейся температуре и мгновенного нагружения при фиксированной температуре, что позволяет корректно моделировать накопление необратимых деформаций.

2. Существенной особенностью предлагаемой модели термомеханического состояния бетона, отличающей её от известных решений, является учёт взаимосвязи соотношения линейного и нелинейного компонентов силовой деформации бетона с температурным снижением прочности. Это дает возможность адекватно описывать деформирование бетона как при нагружении после нагрева, так и при нагреве под нагрузкой унифицированными диаграммами σ – ε и определять параметры этих диаграмм непосредственно из результатов простых эталонных испытаний.

3. Разработаны методика и алгоритмы расчёта, позволяющие определять в условиях нестационарного нагрева как деформации бетона при заданном режиме нагружения, так и напряжения по заданному режиму деформирования. Полученные результаты расчёта достаточно хорошо соответствуют опытным данным. Учет накопленной необратимой деформации позволяет избежать характерного для внережимной постановки занижения жёсткостных характеристик бетона при возрастающем режиме действия напряжения и завышения их при разгрузке в условиях нестационарного нагрева.

4. Полученные результаты расширяют возможности расчёта огнестойкости железобетонных конструкций, для которых учёт жёсткостных характеристик имеет решающее значение – гибких колонн, разрушающихся вследствие потери устойчивости, а также статически неопределимых балок и плит, испытывающих существенное перераспределение усилий. Это создает основу для перехода от предписывающих методик к более точной параметрической (объектно-ориентированной) оценке огнестойкости, обеспечивающей повышение эффективности и надёжности проектных решений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wang Y., Liu Z., Zhang X., Qu S., Xu T. Fire resistance of reinforced concrete columns: State of the art, analysis and prediction // *Journal of Building Engineering*. 2024. Vol. 96. 110690. DOI: 10.1016/j.jobe.2024.110690. EDN: SJVURW.
2. Anderberg Y., Thelandersson S. Stress and Deformation Characteristics of Concrete: Part 2 – Experimental Investigation and Material Behavior Model. Bulletin 54. Lund Institute of Technology, Sweden. 1976. 85 p.
3. Schneider U. Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. Habilitationsschrift. Heft 42. Technischen Universität Braunschweig. 1979. 180 p.
4. Schneider U. Verhalten von Beton bei hohen Temperaturen (Behaviour of Concrete at High Temperatures). Heft 337 des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton. Munich: Wilhelm Ernst & Sohn, 1982.
5. Schneider U. Concrete at High Temperatures – a General Review // *Fire Safety Journal*. 1988. No. 13. P. 55–68. DOI: 10.1016/0379-7112(88)90033-1.
6. fib Bulletins No. 38: Fire design of concrete structures – materials, structures and modeling. State-of-art Report. 2007. 105 p.
7. Purkiss J.A., Long-Yuan Li. Fire Safety Engineering Design of Structures. 3rd ed. CRC Press Publ., 2013. 442 p. DOI: 10.1201/b16059.
8. Schneider U., Morita T., Franssen J.-M. A Concrete Model Considering the Load History Applied to Centrally Loaded Columns Under Fire Attack // *Proceedings of the Fourth International Symposium on Fire Safety Science*. 1994. P. 1101–1112. DOI: 10.3801/IAFSS.FSS.4-1101.
9. Gernay T., Franssen J.-M. A Formulation of the Eurocode 2 Concrete Model at Elevated Temperature that Includes an Explicit Term for Transient Creep // *Fire Safety Journal*. 2012. Vol. 51. P. 1–9. DOI: 10.1016/j.firesaf.2012.02.001.
10. Bamonte P., Kalaba N., Felicetti R. Computational study on prestressed concrete members exposed to natural fires // *Fire Safety Journal*. 2018. Vol. 97. P. 54–65.
11. Hognestad E. A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members. Bulletin No. 399. University of Illinois Engineering Experiment Station. Urbana, Illinois. 1951. 134 p.
12. Popovics S. A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete // *Cement and Concrete Research*. 1973. No. 3. P. 583–599. DOI: 10.1016/0008-8846(73)90096-3.
13. Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E. Transient Thermal Strain of Concrete: Literature Review, Conditions Within Specimen and Behaviour of Individual Constituents // *Magazine of Concrete Research*. 1985. Vol. 37. No. 132. P. 131–144. DOI: 10.1680/macr.1985.37.132.131.
14. Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E. Strain of Concrete During First Heating to 600°C under Load // *Magazine of Concrete Research*. 1985. Vol. 37. No. 133. P. 195–215.
15. Torelli G., Mandal P., Gillie M., Tran V.-X. Concrete Strains under Transient Thermal Conditions: A State-of-the-Art Review // *Engineering Structures*. 2016. Vol. 127. P. 172–188. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.08.021.
16. Terro M.J. Numerical Modeling of the Behaviour of Concrete Structures in Fire // *ACI Structural Journal*. 1998. Vol. 95. No. 2. P. 183–193. DOI: 10.14359/538.
17. Bamonte P., Lo Monte F. Reinforced Concrete Columns Exposed to Standard Fire: Comparison among Different Constitutive Models for Concrete at High Temperature // *Fire Safety Journal*. 2015. Vol. 71. P. 310–323. DOI: 10.1016/j.firesaf.2014.11.014.
18. Берг О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1962. 96 с.
19. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 311 с.
20. Мурашев В.И. Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона (теория сопротивления железобетона). М.: Машстройиздат, 1950. 268 с.
21. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
22. Федоров В.С., Левитский В.Е. Нелинейное деформирование бетона в условиях режимного нагружения при кратковременном нестационарном нагреве // *Инженерно-строительный вестник Прикаспия*. 2019. № 4(30). С. 89–93. EDN: RJDRIP.
23. Fedorov V.S., Levitsky V.E., Isaeva E.A. Basic Principles in the Theory of Force and Thermal Force Resistance of Concrete // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. T. 18. № 6. С. 584–596. DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-6-584-596. EDN: KHXPFK.
24. Левитский В.Е. Деформативные характеристики нагруженного бетона при нестационарном нагреве // *Строительство и реконструкция*. 2024. № 1(111). С. 64–77. DOI: 10.33979/2073-7416-2024-111-1-64-77. EDN: WLZZWZ.
25. Щербаков Е.Н. Прогнозирование физико-механических характеристик бетона как неоднородного материала сложной структуры // *Исследование деформаций, прочности и долговечности бетона транспортных сооружений* / под ред. Е.Н. Щербакова. М.: ЦНИИС, 1983. С. 5–21.

REFERENCES

1. Wang, Y., Liu, Z., Zhang, X., Qu, S., Xu, T. Fire resistance of reinforced concrete columns: State of the art, analysis and prediction. *Journal of Building Engineering*. 2024. Vol. 96 (110690). DOI: 10.1016/j.jobee.2024.110690, EDN: SJVURW
2. Anderberg Y., Thelandersson S. Stress and Deformation Characteristics of Concrete: Part 2 - Experimental Investigation and Material Behavior Model. Bulletin 54. Lund Institute of Technology, Sweden. 1976. 85 p.
3. Schneider U. Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. Habilitationsschrift. Heft 42. Technischen Universität Braunschweig. 1979. 180 p.
4. Schneider U. Verhalten von Beton bei hohen Temperaturen (Behaviour of Concrete at High Temperatures). Heft 337 des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton. Wilhelm Ernst & Sohn, Munich, Germany, 1982.
5. Schneider U. Concrete at High Temperatures – a General Review. *Fire Safety Journal*. 1988. No. 13. pp. 55-68. DOI: 10.1016/0379-7112(88)90033-1
6. fib Bulletins No. 38: Fire design of concrete structures – materials, structures and modeling. State-of-art Report. 2007. 105 p.
7. Purkiss J.A., Long-Yuan Li. Fire Safety Engineering Design of Structures. 2013. CRC Press Publ., 3rd edition. 442 p. DOI: 10.1201/b16059
8. Schneider U., Morita T., Franssen J.-M. A Concrete Model Considering the Load History Applied to Centrally Loaded Columns Under Fire Attack. Proceedings of the Fourth International Symposium on Fire Safety Science. 1994. pp. 1101–1112. DOI: 10.3801/IAFSS.FSS.4-1101
9. Gernay T., Franssen J.-M. A Formulation of the Eurocode 2 Concrete Model at Elevated Temperature that Includes an Explicit Term for Transient Creep. *Fire Safety Journal*. 2012. Vol. 51. pp. 1-9. doi: 10.1016/j.firesaf.2012.02.001
10. Bamonte P., Kalaba N., Felicetti R. Computational study on prestressed concrete members exposed to natural fires. *Fire Safety Journal*. 2018. Vol. 97. Pp. 54–65.
11. Hognestad E. A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members. Bulletin No. 399. University of Illinois Engineering, Experiment Station. Urbana, Illinois. 1951. 134 p.
12. Popovics S. A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete. *Cement and Concrete Research*. 1973. No. 3. Pp. 583-599. doi: 10.1016/0008-8846(73)90096-3
13. Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E. Transient Thermal Strain of Concrete: Literature Review, Conditions Within Specimen and Behaviour of Individual Constituents. *Magazine of Concrete Research*. 1985. Vol. 37. No. 132. Pp. 131-144. DOI: 10.1680/mac.1985.37.132.131
14. Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E. Strain of Concrete During First Heating to 600°C under Load. *Magazine of Concrete Research*. 1985. Vol. 37. No. 133. Pp. 195-215.
15. Torelli G., Mandal P., Gillie M., Tran V.-X. Concrete Strains under Transient Thermal Conditions: A State-of-the-Art Review. *Engineering Structures*. 2016. Vol. 127. Pp. 172-188. doi: 10.1016/j.engstruct.2016.08.021
16. Terro M.J. Numerical Modeling of the Behaviour of Concrete Structures in Fire. *ACI Structural Journal*. 1998. Vol. 95. No. 2. pp. 183-193. DOI: 10.14359/538
17. Bamonte P., Lo Monte F. Reinforced Concrete Columns Exposed to Standard Fire: Comparison among Different Constitutive Models for Concrete at High Temperature. *Fire Safety Journal*. 2015. Vol. 71. pp. 310–323. doi: 10.1016/j.firesaf.2014.11.014.
18. Berg O.Ya. Fizicheskiye osnovy teorii prochnosti betona i zhelezobetona [Physical foundations of the theory of strength of concrete and reinforced concrete]. Moscow: Stroyizdat. 1962. 96 p. (In Russ.).
19. Kachanov L.M. Osnovy mekhaniki razrusheniya [Fundamentals of fracture mechanics]. Moscow: Nauka. 1974. 311 p. (In Russ.).
20. Murashev V.I. Treshchinoustoychivost', zhestkost' i prochnost' zhelezobetona (teoriya soprotivleniya zhelezobetona) [Crack resistance, rigidity and strength of reinforced concrete (theory of reinforced concrete resistance)]. Moscow: Mashstroyizdat. 1950. 268 p. (In Russ.).
21. Karpenko N.I. Obshchiye modeli mekhaniki zhelezobetona [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow: Stroyizdat. 1996. 416 p. (In Russ.).
22. Fedorov V.S., Levitskiy V.Ye. Nelineynoye deformirovaniye betona v usloviyakh rezhimnogo nagruzheniya pri strogom nestatsionarnom nagreve [Nonlinear Deformation of Concrete under Regime Loading during Strict Transient Heating]. *Inzhenerno-stroitel'nyy vestnik Prikaspiya*. 2019. Vol. 30. No. 4. Pp. 89-93. (In Russ.). EDN: RJDRIIP
23. Fedorov V.S., Levitskiy V.E., Isaeva E.A. Basic Principles in the Theory of Force and Thermal Force Resistance of Concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. Vol. 18. No. 6. C. 584-596. (In Russ.) DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-6-584-596, EDN: KHXPFK
24. Levitskiy V.Ye. Deformatsionnyye kharakteristiki zagruzhennogo betona pri nestatsionarnom nagreve [Deformation characteristics of loaded concrete under non-stationary heating]. *Building and reconstruction*. 2024. Vol. 111. No. 1. Pp. 64-77. (In Russ.) DOI 10.33979/2073-7416-2024-111-1-64-77. (rus).
25. Shcherbakov Ye.N. Prognozirovaniye fiziko-mekhanicheskikh kharakteristik betona kak struktury tverdogo materiala [Forecasting the physical and mechanical characteristics of concrete as a structure of a solid material] / Issledovaniye deformatsiy, prochnosti i prochnosti betona. Pod red. Ye.N. Shcherbakova. M.: TSNIIS, 1983. Pp. 5-21. (In Russ.).

Сведения об авторах:

Федоров Виктор Сергеевич, академик Российской академии архитектуры и строительных наук, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Строительные конструкции, здания и сооружения», Российский университет транспорта, г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 57202801196, SPIN-код: 5729-7193, AuthorID: 143968, <https://orcid.org/0000-0002-0906-716X>. Email: fvs_skzs@mail.ru.

Левитский Валерий Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Строительные конструкции, здания и сооружения», Российский университет транспорта, г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: нет, SPIN-код: 5795-2905, AuthorID: 1216423, <https://orcid.org/0000-0002-9355-4488>. Email: dobriy_vecher@mail.ru.

About the authors:

Viktor S. Fedorov, Academician of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Building Construction, Buildings and Structures, Russian University of Transport, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 57202801196, SPIN-code: 5729-7193, AuthorID: 143968, <https://orcid.org/0000-0002-0906-716X>. Email: fvs_skzs@mail.ru.

Valery E. Levitsky, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor of the Department of Building Construction, Buildings and Structures, Russian University of Transport, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: none, SPIN-code: 5795-2905, AuthorID: 1216423, <https://orcid.org/0000-0002-9355-4488>. Email: dobriy_vecher@mail.ru.

Вклад авторов: **Федоров В.С.** — концептуализация, координация, общее руководство; **Левитский В.Е.** — методология исследования, разработка и отладка алгоритма, выполнение расчета, оформление результатов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The authors declare no conflict of interest.

The authors have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 19.07.2026

Одобрена после рецензирования 03.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 19.07.2026

Approved after reviewing 03.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026

А.В. АЛЕКСЕЙЦЕВ¹, В. ФАНЬ^{1,2}, С.И. КОКОТОВ¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия

²Государственная ключевая лаборатория безопасности и устойчивости мостов, Институт гражданского строительства, Хунаньский университет, г. Чанша, Китай.

ОЦЕНКА МЕХАНИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН НА ОСНОВЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Аннотация. Механическую безопасность железобетонных колонн при авариях предлагается оценивать с помощью предельной поверхности, формирующейся при совместном рассмотрении локальных критериев прочности по каждому виду предельного усилия без рассмотрения отдельного опасного сечения. Выполнено построение такой поверхности для вертикальных несущих элементов (колонн и пилонов) прямоугольного сечения, работающих в условиях сложного сопротивления. В частности, рассмотрены случаи внецентренного сжатия с изгибающими моментами, действующими в двух главных плоскостях, а также комбинированное действие сжимающей силы, изгибающего момента и крутящего момента, вызванного особенностями приложения нагрузки. Расчеты проведены в динамической постановке с учетом физической и геометрической нелинейности. Для бетона применена модель пластичности с повреждениями, а для арматуры — упругопластическая модель с билинейной диаграммой без упрочнения. Динамическое догружение моделируется импульсной нагрузкой, величина и время действия которой определяются приближенно на основе закона сохранения импульса. Такая нагрузка имитирует аварийное воздействие, например падение ударяющего тела на деформируемую плиту в зоне сопряжения с элементом. На основе построенной предельной поверхности динамической прочности выполнена оценка механической безопасности, включающая не только гарантии отсутствия полного разрушения, но и учет риска материальных потерь при различных аварийных сценариях. На примерах элементов из тяжелого бетона, армируемого сварными каркасами продемонстрированы практическая реализуемость предлагаемого подхода и алгоритм расчета рисков.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, колонна, динамические воздействия, механическая безопасность, внецентренное сжатие с кручением, косое внецентренное сжатие.

Для цитирования: Алексейцев А.В., Фань В., Кокотов С.И. Оценка механической безопасности железобетонных колонн на основе предельных поверхностей // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 75-88. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-75-88. EDN: DSHTEP

© Алексейцев А.В., Фань В., Кокотов С.И., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

A.V ALEKSEYTSEV¹, WEI FAN^{1,2}, S.I. KOKOTOV¹¹ Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia² State Key Laboratory of Bridge Safety and Resilience, College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, China**MECHANICAL SAFETY ASSESSMENT FOR REINFORCED CONCRETE COLUMNS BASED ON ULTIMATE LIMIT SURFACES**

Abstract. It is proposed to assess the mechanical safety of key structural elements under accidental conditions using an ultimate limit surface formed by the joint consideration of local strength criteria for each type of ultimate internal force, without analyzing a single critical cross-section. Such a surface is constructed for vertical load-bearing elements (columns and pylons) of rectangular cross-section subjected to combined loading. Specifically, cases of eccentric compression with bending moments in the two principal planes are considered, as well as the combined action of axial compressive force, bending moment, and torque induced by the specific features of load application. The calculations are performed in a dynamic formulation accounting for both physical and geometric nonlinearities. A plasticity-based damage model is adopted for concrete, while an elastoplastic model with a bilinear stress-strain diagram and no hardening are used for the reinforcement. The dynamic additional loading is modeled by an impulsive load, the magnitude and duration of which are determined approximately based on the law of conservation of momentum. Such a load simulates an accidental action, for example, the impact of a falling body on a deformable slab at the joint interface with the element. Based on the constructed dynamic ultimate limit surface, an assessment of mechanical safety is performed, which includes not only ensuring the absence of total failure but also accounting for the risk of material losses under various accidental scenarios. Practical aspects of the assessment and the risk calculation algorithm are demonstrated using examples of elements made of normal-weight concrete reinforced with welded frames.

Key words: Reinforced concrete structures, columns, dynamic effects, mechanical safety, eccentric compression with torsion, biaxial eccentric compression.

For citation: Alekseytsev A.V., Fan W., Kokotov S.I. Mechanical safety assessment for reinforced concrete columns based on ultimate limit surfaces. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 75-88. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-75-88. EDN: DSHTPE

Введение

Динамические догружения несущих конструкций возникают на различных этапах жизненного цикла зданий и сооружений. В период строительства это могут быть падения частей конструкций или строительных изделий, при эксплуатации – техногенные аварии, столкновения техники, взрывные воздействия, а при реконструкции – удары от демонтируемых элементов. Особую опасность представляют воздействия на крайние колонны и пилоны первых этажей (рис. 1, а), которые часто имеют повышенную высоту (порядка 6–8 м и более) и работают в условиях сложного напряжённо-деформированного состояния. Для объектов незавершённого строительства (рис. 1, б) динамическое догружение колонн может возникнуть из-за локальной просадки грунта фундамента под соседними более нагруженными колоннами. Кроме того, в период строительства возможны падения частей конструкций или изделий на стилобатную часть, а также техногенные аварии, связанные с механическими повреждениями, например, столкновения техники с колоннами или взрывные воздействия.

В общем случае динамические воздействия изучаются в научной литературе [1], [2] причём они могут вызывать в колоннах не только разрушение по материалу, но и потерю устойчивости, особенно для гибких железобетонных элементов. Кроме механических повреждений колонны испытывают деформации от других опасных воздействий, связанных

с коррозией, высокотемпературным нагревом, просадками грунта основания, горизонтальными ударами и другими факторами.

Для предотвращения отказа несущей системы в целом исследователями разрабатываются различные методики оптимизации и повышения безопасности [3-5], при этом может исследоваться надёжность конструкции с повреждениями [6, 7]. В целом для конструктивной системы или отдельных её элементов предотвращается риск наступления прогрессирующего разрушения [8-10]. Повышение сопротивляемости вновь проектируемых конструкций аварийным ситуациям, а также конструкций с накопленными повреждениями [11], оптимизация конструктивных, технологических и организационных решений, рассмотрение поведения колонн при комбинированных воздействиях [12-14] – все эти исследования направлены на повышение механической безопасности зданий. В связи с этим тематика данной работы является актуальной.



Рисунок 1 – Железобетонные каркасы зданий: с пилонами первого этажа высотой 6м (а), объект незавершенного строительства с колоннами длиной 8м в составе рам (б): А, В – узлы соединения пилон с фундаментом и с перекрытием соответственно, 1 – монолитное перекрытие, 2 – прямоугольный пилон

В настоящей работе предлагается единый подход к оценке механической безопасности железобетонных колонн и пилонов, основанный на построении предельной поверхности динамической прочности. Этот подход является развитием и расширением исследований [15] и позволяет количественно оценивать риск материального ущерба при аварийных ситуациях.

Модели и методы

Критерий механической безопасности. Механическую безопасность конструктивных элементов предлагается оценивать путём построения огибающей предельной поверхности Φ_{ult} по некоторым опорным сечениям. Каждая поверхность Φ_i (i – номер опорного сечения), использованная для построения огибающей, формируется при совместном рассмотрении локальных критериев прочности по каждому виду предельного внутреннего усилия. Внутренняя область предельной поверхности Φ_{ult} представляет собой геометрическое место точек в пространстве внутренних усилий, соответствующих таким усилиям, которые не приводят к достижению предельного состояния первой группы для любого сечения по длине конструкции при любом сочетании нагрузок. Если точка, определяемая фактическими усилиями от расчётной нагрузки (в том числе динамической), располагается на границе области, ограниченной поверхностью Φ_{ult} , то конструкция находится в предельном состоянии; в противном случае наступает отказ.

Для железобетонных элементов, работающих в условиях сложного напряжённого состояния, предельная поверхность строится на основе уравнений равновесия

равнодействующих усилий в бетоне и с учётом нелинейных свойств этих материалов. При динамическом нагружении дополнительно учитываются инерционные эффекты, демпфирование и изменение жёсткости во времени. Универсальность подхода заключается в том, что он применим для любых форм поперечного сечения и любых комбинаций внутренних усилий, включая двухосный изгиб и кручение. В общем случае неявное уравнение предельной поверхности для сечения i можно представить в виде

$$\Phi_{0i} \left(N_i / N_{i,ult} + Q_{xi} / Q_{xi,ult} + Q_{yi} / Q_{yi,ult} + M_{xi} / M_{xi,ult} + M_{yi} / M_{yi,ult} + T_i / T_{i,ult} \right) = 1, \quad (1)$$

где Φ_{0i} – аппроксимирующая функция, $N_i - T_i$ – внутренние усилия от нагрузки, $N_{i,ult} - T_{i,ult}$ – предельные усилия, воспринимаемые бетоном и арматурой. При неполной квадратичной функции взаимодействия уравнение (1) сводится к классической гиперповерхности Мизеса, в форме шестиосного гипер-эллипсоида. Однако для аварийно догружаемых колонн зданий наиболее общая запись формы этой поверхности может содержать компоненты, связанные с косым внецентренным сжатием (2) или с внецентренным сжатием и кручением (3). Тогда при условии превалирования изгибного разрушения для Φ_i можно записать:

$$\left(N_i / N_{i,ult} \right)^2 + \left(M_{xi} / M_{xi,ult} \right)^2 + \left(M_{yi} / M_{yi,ult} \right)^2 = 1, \quad (2)$$

$$\left(N_i / N_{i,ult} \right)^2 + \left(M_{xi} / M_{xi,ult} \right)^2 \vee \left(M_{yi} / M_{yi,ult} \right)^2 + \left(T_i / T_{i,ult} \right)^2 = 1, \quad (3)$$

Особую важность построение поверхностей Φ_{ult} с использованием зависимостей (2) и (3) имеет для ключевых колонн, устранение которых приведет к значительному прогрессирующему разрушению или полному разрушению. Это позволит не только обеспечить локальную прочность, но и снизить риск материальных потерь при различных сценариях аварийных нагрузок.

Следует отметить, что выбор квадратичной функции аппроксимации не всегда соответствует действительной форме предельной поверхности. Расчеты показывают, что эта поверхность для конкретных сечений, материалов конструкции и условий ее закрепления может иметь совершенно различную форму. Для практического построения поверхности Φ_{ult} выполняется серия поисковых экстремальных расчётов с варьированием параметров нагружения, в ходе которых строятся поверхности Φ_i , а далее строится огибающая этих поверхностей. В динамической постановке предельные усилия находятся как максимальные значения, которые элемент может воспринять за время действия импульсной нагрузки без нарушения критериев прочности. После построения поверхности Φ_{ult} можно оценивать прочность колонны без расчета и без привязки к сечениям, в которые может быть приложена нагрузка.

Оценка НДС колонн и рисков аварийных воздействий. Задача анализа динамики железобетонных колонн может решаться с помощью метода конечных элементов в объемной постановке на базе неявного интегрирования системы уравнений движения. При этом локальные повреждения характеризуются низкими скоростями воздействия, а демпфирование колебаний моделируется по схеме Релея. Для бетона использовались 8-узловые гексаэдрические конечные элементы, деформируемые в соответствии с моделью, учитывающей дилатацию бетона, а также функцию разупрочнения для деформаций сжатия, имитирующую падение прочности бетона. Схема кинематических ограничений колонны предполагает жёсткое защемление в фундаменте и шарнирное соединение с плитой в верхней части. Такое соединение выбрано в целях запаса прочности, так как считается, что при динамическом догружении бетон узла соединения с плитой разрушается и изгибающий момент на колонну передается только через арматуру. Арматура представлена пространственными стержнями, работающими по диаграмме Прандтля. Сцепление бетона с арматурой считается обеспеченным как при статическом, так и при динамическом нагружении. Нагружение во времени осуществляется с использованием коэффициента,

характеризующего динамический эффект, связанный как с изменением конструктивной системы при аварийном воздействии, так и с динамической природой нагрузки. Условно считается, что изгибающий момент от аварийной нагрузки передаётся на колонну с некоторым запаздыванием относительно продольной силы. В динамической постановке физическая нелинейность учитывалась методом Ньютона-Рафсона, где для каждого момента времени выполнялся внутренний цикл учёта упругопластического поведения материалов. Максимальное число итераций этого цикла принималось равным 30, при этом для получения решения невязка по силам должна быть менее 0,001.

Для случая совместного действия изгиба в одной плоскости и кручения критерий прочности формулируется как одновременное выполнение трёх неравенств:

$$N \leq N_{ult}; M \leq M_{ult}; T \leq T_{ult}, \quad (4)$$

где N_{ult} , M_{ult} , T_{ult} – значения предельного продольного усилия, изгибающего момента и крутящего момента соответственно, определяемые с помощью констант материалов и условий статического равновесия внутренних усилий в сечении, N , M , T – значения внутренних усилий, вызванные действием нагрузки. Поверхность Φ_{ult} для такого случая строится в осях этих усилий, а значения усилий определяются расчётом в динамической постановке при заданных графиках нагружения во времени.

При случае косоугольного сжатия условия прочности имеют вид:

$$N \leq N_{ult}; M_x \leq M_{x,ult}; M_y \leq M_{y,ult}. \quad (5)$$

Для построения огибающей предельной поверхности Φ_{ult} выполняется серия расчётов. Первоначально организуется цикл по числу n опорных сечений для каждого из которых выполняются следующие операции. По базовым точкам, соответствующим различным комбинациям усилий, например: только продольная сила, только изгибающий момент, только крутящий момент и т.п., выполняется поиск предельного значения этих усилий путем последовательности расчетов НДС конструкции. Например, для случая косоугольного сжатия необходимо осуществить такие расчеты: продольная сила $N \rightarrow N_{ult} | M_x \approx 0, M_y \approx 0$; изгиб в одной плоскости: $M_x \rightarrow M_{x,ult} | N \rightarrow \max$, $M_y \rightarrow M_{y,ult} | N \rightarrow \max$; изгиб в двух плоскостях: $(M_x \wedge M_y) \rightarrow \max | N \rightarrow \max$.

Общий вид огибающей предельной поверхности при постулировании эллиптической формы предельной поверхности (по Мизесу) для случая внецентренного сжатия с кручением показан на рис. 2.

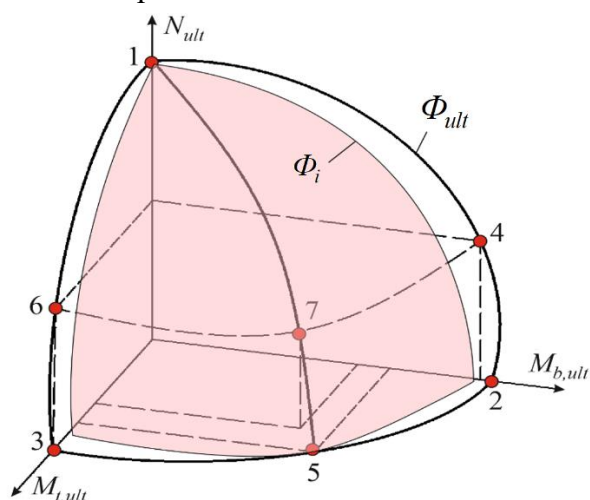


Рисунок 2 – Огибающая предельная поверхность и предельная поверхность для сечения
i: 1-7 номера точек поверхности Φ_{ult}

Оценку риска материального ущерба при нарушении механической безопасности при изгибе с кручением сжатых пилонов при построенной поверхности Φ_{ult} можно определять по известным формулам теории надежности. Запишем пример таких зависимостей для обобщенного (главного) момента. Для косоугольного сжатия

$$M_g = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + (Ne)^2}, \quad (6)$$

где $e \geq 1$ см – эксцентриситет продольной силы. Тогда риск $R(N)$ получения ущерба

$$R(N) = Up(\Delta M_g), \quad (7)$$

$$p(\Delta M_g) = 1 - (0,5 + \Phi(\beta_{Mg})), \quad (8)$$

$$\beta_{Mg} = \frac{|M_{gult}| - |M_g|}{\sqrt{S(M_{gult})^2 + S(M_g)^2}}. \quad (9)$$

Здесь M_{gult} , M_g – главные моменты, определенные на поверхности Φ_{ult} и фактически от действующей эксплуатационной нагрузки, $S(M_{gult})$, $S(M_g)$ это стандарты моментов, $\Phi(\beta_{Mg})$ это интеграл Лапласа, U – ущерб от аварии в стоимостном выражении.

В практических расчётах используется область прочности, ограниченная частью предельной поверхности. Эта часть ограничена характерными точками, например, пилоны и колонны практически всегда нагружены продольной силой со значениями от половины предельно допустимого уровня нагружения, а минимально это уровень от действия собственного веса конструкций. Поэтому $|N_{min}| \neq 0$. Для случая внецентренного сжатия с кручением формулы (6)-(9) имеют аналогичный вид.

Результаты исследования и их анализ

Анализ безопасности крайней колонны при внецентренном сжатии с двухосным изгибом. Модель колонны с исходными параметрами для материалов представлена на рис. 3. Для бетона использовались 8-узловые конечные элементы деформируемые в соответствии с DP моделью, учитывающей дилатацию бетона, начинающуюся на уровне относительных напряжений 0.3, а также функцию разупрочнения для деформаций сжатия, имеющую 4 характерные точки, указанные на рис. 4. Схема кинематических ограничений колонны предполагает жесткое защемление в фундаменте и шарнирное соединение с плитой в верхней части. Арматура представлена пространственными стержневыми конечными элементами. Сцепление бетона с арматурой считаем обеспеченным как при статическом, так и при динамическом нагружении.

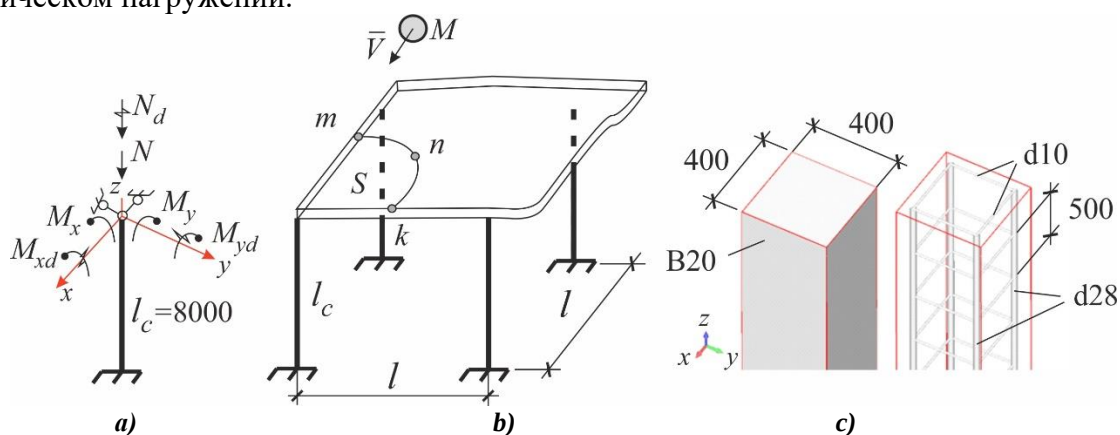


Рисунок 3 – Исходные данные: расчетная схема колонны (а); фрагмент несущей системы с окрестностью S ударного воздействия, ограниченной кривой $m-k$ (б); объемная модель колонны (в)

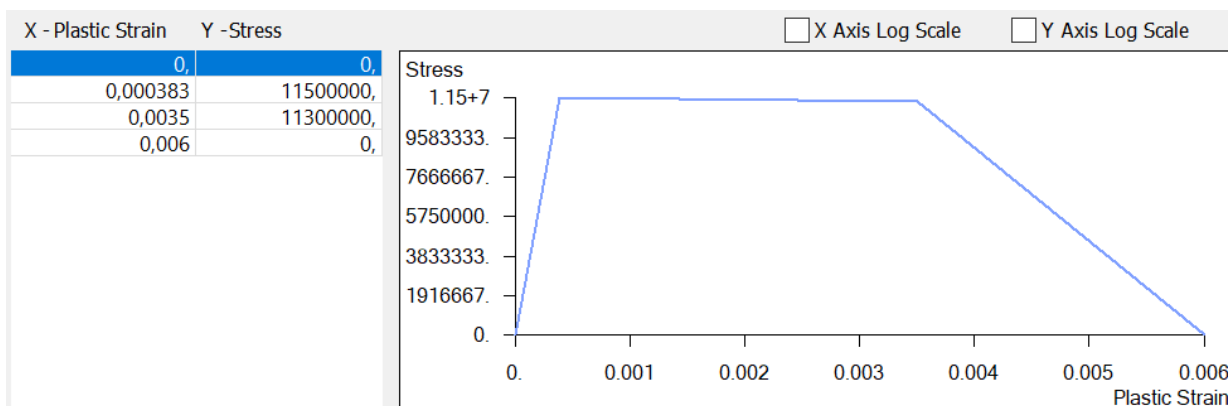


Рисунок 4 – Функция разупрочнения бетона по сжимающим напряжениям

Нагружение во времени осуществляем с использованием коэффициента динамического догружения, характеризующего динамический эффект, связанный с динамичностью и изменением конструктивной системы при аварийном воздействии. Условно считаем, что изгибающий момент передается на колонну с некоторым запаздыванием относительно продольной силы (рис. 5).

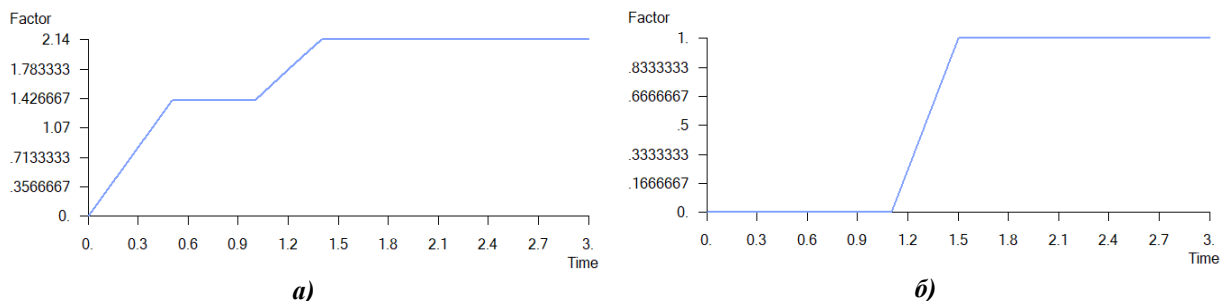


Рисунок 5 – Временная функция, моделирующая динамическое нагружение колонны: для продольной силы 10^6 Н, (а) и для изгибающего момента любого значения (б)

Горизонтальный участок (рис. 5, а) со значением безразмерного фактора силы 1,426667 на графике соответствует воспроизведению статического нагружения продольной силой в режиме нормальной эксплуатации. Значение 2,14 определяет величину динамического нагружения $2,14/1,426=1,5$, учитывающую процесс воздействия импульсом MV , приведенным к силе N , растущей в течение времени Δt , по графику $\Delta t=1,5-1,1=0,4$ с.

Жесткости бетона и арматуры корректировались коэффициентами, учитывающими длительность нагружения по СП 63.13330, путем введения коэффициентов k_s, k_b к модулям упругости этих материалов, а также коэффициентами динамического упрочнения. Переход к статическому эквиваленту динамической нагрузки, догружающей конструкцию в результате аварийного воздействия, осуществлялся на основе классического определения импульса силы. При этом считаем удар неупругим, когда большая часть кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию деформируемой системы:

$$\Delta P_d = (P_2 - P_1)\Delta t = MV, \quad (10)$$

где M это масса ударяющего тела, V его скорость в момент удара, Δt это время динамического догружения, P_2, P_1 уровни силового нагружения после удара и до удара соответственно. Принят класс бетона В20, расчётное сопротивление арматуры $R_s = R_{sc} = 420$ МПа, предельные деформации $\epsilon_{s2} = 0.015$. Результаты построения предельной поверхности приведены в таблице 1.

В таблице 1 зеленым цветом выделены строки, соответствующие характерным точкам предельной поверхности, а оранжевым – вспомогательные точки, позволившие завершить поиск. Для воспроизведения режима нагружения отдельной колонны в составе конструктивной системы был выполнен статический расчет упрощенной схемы (рис. 6, а), имеющей сетку колонн 6х6 и высоту колонн 8м, с полной расчетной нагрузкой на покрытие 60 kN/m^2 (учитывает нахождение на нем автомобилей). Расчет показал характерные для части колонны, обозначенной кружком внутренние усилия (рис. 6, б).

Для наглядности результатов расчета приведем некоторые данные о напряжённо-деформированном состоянии колонны при центральном и внецентренном сжатии. На рис. 7 показаны графики изменения во времени напряжений в арматуре и бетоне.

Таблица 1 – Поиск предельной поверхности для оценки прочности колонны при динамических нагружениях свободно падающим телом массой 0,5 тонны

№/ точка на рис. 3	N , kN	N_{dyn} , kN	M_x , kNm	M_y , kNm	h_v , m (рис. 3)	V , m sec (рис. 3)	Прочность обеспечена
1/о	1400	2140	1	1	13,37	59.2	Да
2	1400	2140	174*	-	13,37	59.2	Нет
3	280	428	174	-	2,67	11.84	Нет
4	280	428	168	-	2,67	11.84	Да
5	420	642	168	-	4,01	17.76	Да
6	560	856	168	-	5,34	23.68	Да
7	700	1070	168	-	6,68	29.6	Да
8	840	1284	168	-	8,02	35.52	Нет
9/м, (к)	770	1176	168	-	7,33	32.48	Да
10	280	428	115	115	2,67	11.84	Нет
11	280	428	103.5	103.5	2,67	11.84	Нет
12	280	428	92	92	2,67	11.84	Нет
13	280	428	80.5	80.5	2,67	11.84	Да
14	280	428	86.25	86.25	2,67	11.84	Нет
15	560	856	80.5	80.5	5,34	23.68	Да
16	840	1283	80.5	80.5	8,00	35.44	Да
17	1120	1711	80.5	80.5	10,67	47.28	Нет
18/п	980	1497	80.5	80.5	9,34	41.36	Да

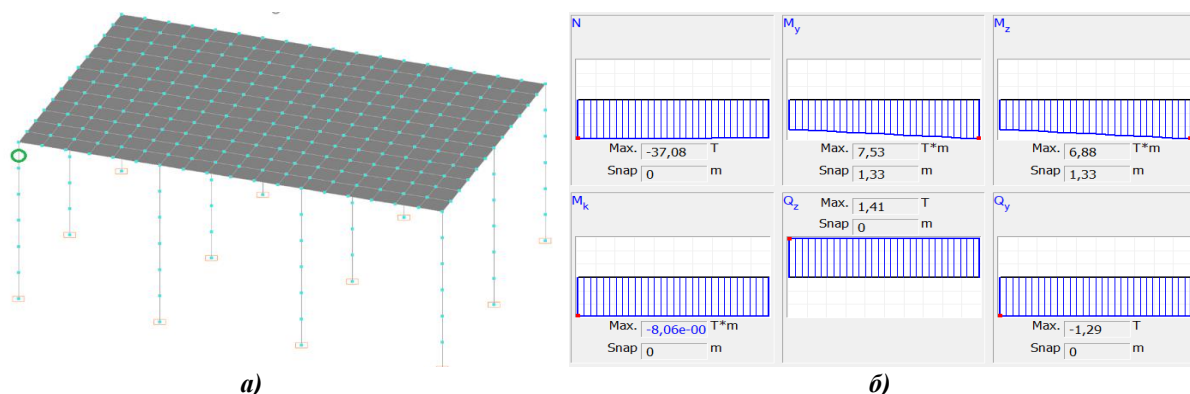


Рисунок 6 – Воспроизведение режима нормальной эксплуатации колонны

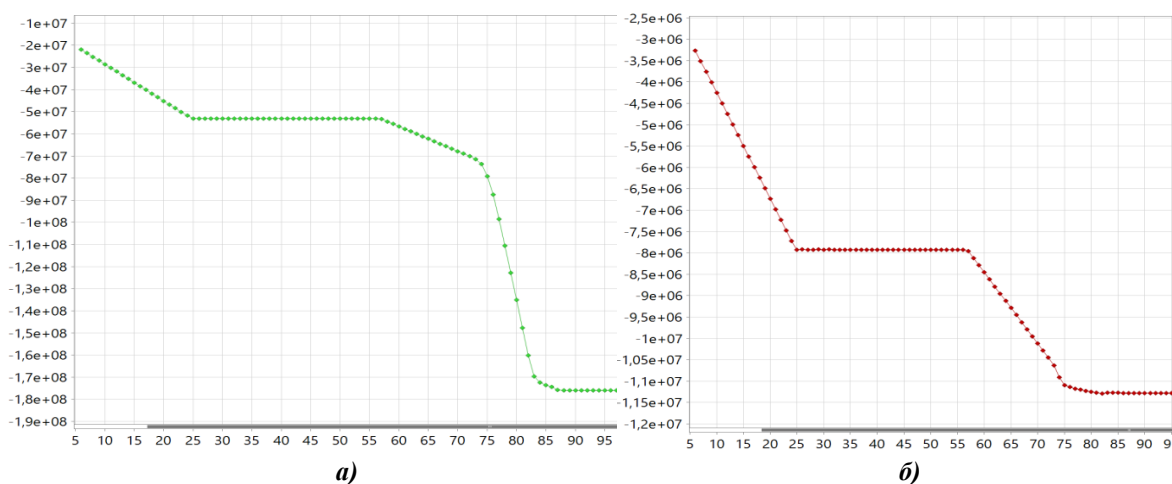


Рисунок 7 – Изменение напряжений во времени для центрально сжатой колонны: напряжения Мизеса (а) для арматурной стали; минимальные главные напряжения (б) для бетона

По горизонтальной оси на рис. 7 отложены номера шагов интегрирования. Один шаг составляет продолжительность времени 0,02 секунды. Рис. 7 показывает, что для выбранной конструкции колонны при максимальном динамическом догружении напряжения в бетоне становятся близкими к предельным напряжениям $R_b = 11,45$ МПа, а напряжения в стержнях арматуры не достигают расчетного сопротивления: $\sigma_s = 178$ МПа. Напряженно-деформированное состояние элементов колонны при косом внецентренном сжатии в момент времени, соответствующий пиковому уровню нагруженности, показано на рис. 8. Нагрузка на колонну соответствует п. 18 таблицы 1 ($t=1.87$ с).

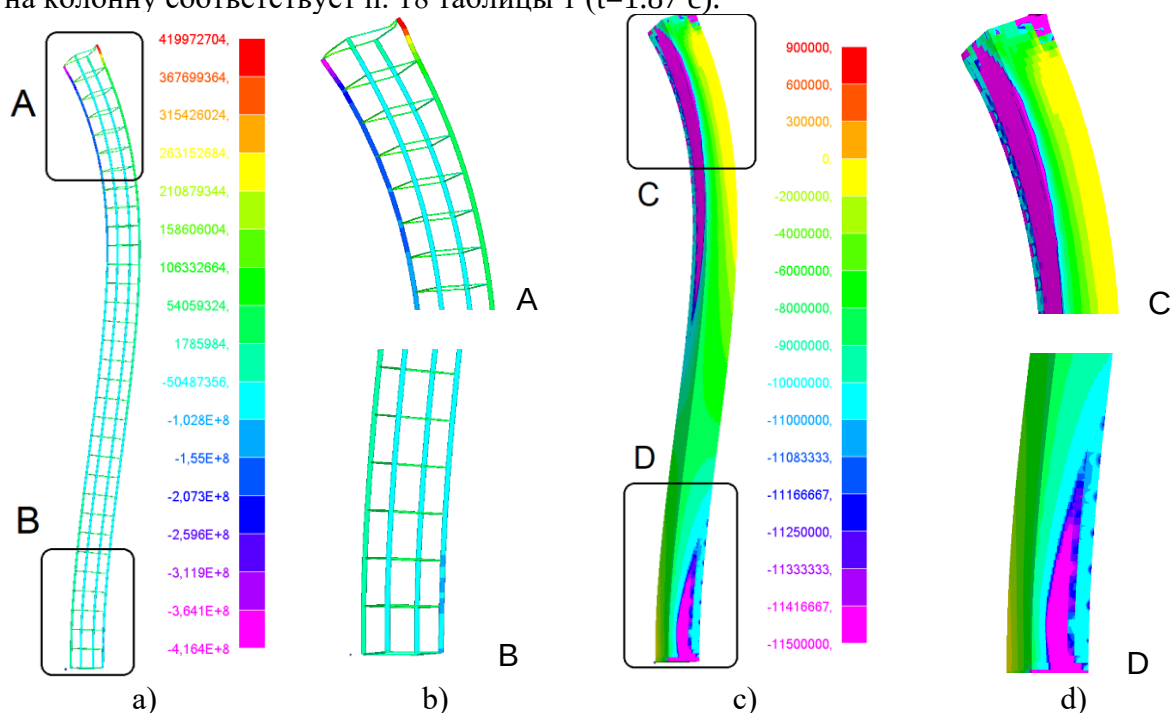


Рисунок 8 – Напряжения в элементах колонны при двухосном внецентренном сжатии: эквивалентные напряжения в арматурном каркасе (а), (б), главные сжимающие напряжения в бетоне (с), (д)

Геометрическая интерпретация предельной поверхности представлена на рис. 9.

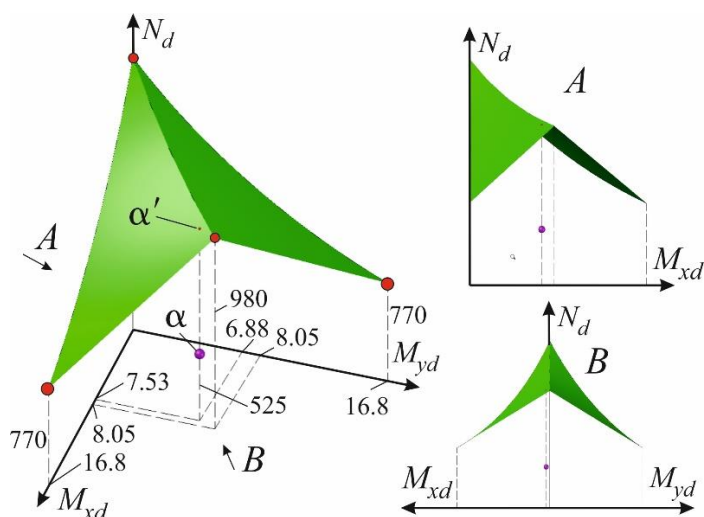


Рисунок 9 – Предельная поверхность динамической прочности

На рис. 9 точкой $\alpha (N; M_x; M_y)$ обозначено одно из возможных напряженных состояний колонны в эксплуатационном режиме (при реализации полного значения нагрузки на плиту, равного 60 кН/м.

Проекция этой точки на предельную поверхность обозначена точкой $\alpha' (N_{D,ult}; M_x; M_y)$. Такой же точкой может быть показано состояние усилий в динамике.

Если точка α расположена выше предельной поверхности, или выходит за пределы ее проекции на горизонтальные оси, то условие прочности колонны не выполняются. Запас прочности по главному моменту можно определить так:

$$M_g = \sqrt{(525 \cdot 0,01)^2 + 7,53^2 + 6,88^2} = 11,47 \text{ кНм}; M_{gult} = \sqrt{(980 \cdot 0,01)^2 + 8,05^2 + 8,05^2} = 15,08 \text{ кНм}.$$

Далее, при $S(M_g) = 1,14$, $S(M_{gult}) = 1,5$, по известным формулам теории надежности находим величину $\beta_{Mg} = 1,91$, и вероятность отказа $p(M_g) = 1 - (0,5 + 0,4719) = 0,0281$. Пусть с отказом конструкции связан материальный ущерб U равный стоимости поврежденной несущей системы и оборудования (автомобильный транспорт, расположенный на перекрытии и на уровне пола колонны).

При $U = 50000000$ у.е. допустимый риск $R = 1405000$ у.е. При различных сценариях аварийной ситуации (при различных сочетания переменных h_v , V , (табл. 1) риск R , будет меняться, при этом по его величине можно судить о степени опасности аварийного воздействия. Из данного расчета видно, что для данного режима эксплуатации присутствует риск материальных потерь при аварийной ситуации. Для его минимизации вместо квадратной угловой колонны можно предложить использование г-образного пилона. Такая конструкция существенно снизила бы риск возникновения аварийных ситуаций за пределами контура, обозначенного на рис. 3 в случае падения на плиту перекрытия груза с высоты h_v , помимо этого диапазон допустимых масс грузов также может быть расширен. Однако такое решение требует и экономического обоснования и оптимизации стоимости.

Анализ предельной несущей способности пилона при изгибе с кручением. Рассмотрим пилон высотой 8 м из бетона с напряжением сжатия 11,5 МПа и напряжением растяжения 0,9 МПа, армирование и размеры сечения, а также расчетные сечения и нагрузки показаны на рис. 10. Арматура имеет расчетное сопротивление растяжению-сжатию 420 МПа.

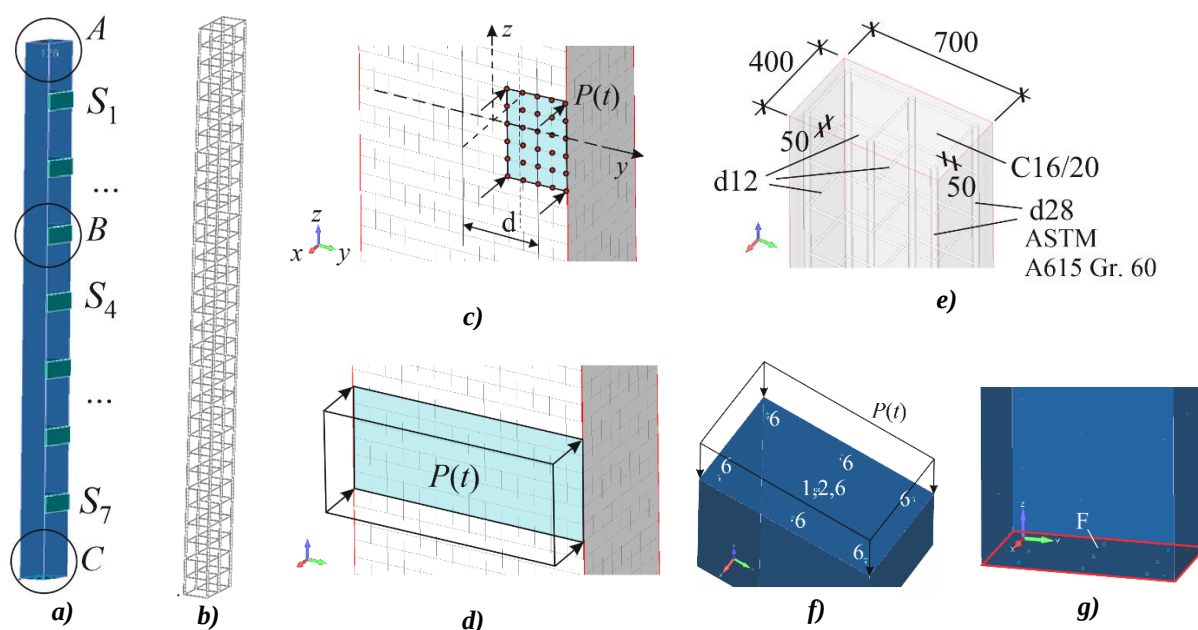


Рисунок 10 – Расчетная модель пилона: схема сечений на объемном теле бетона (а), арматурная клетка (б), параметры нагружения на фрагменте В – для изгиба с кручением (с) и для изгиба (d), параметры геометрии и армирования сечений (е), фрагмента А с приложением нагрузки (f), фрагмент С (g): 1,2,6 номера одинарных связей, F – жесткое защемление плоскости

Для схемы нагружения рис. 10, с-d использовался график рисунка 5, б; в данных нагружениях для продольной силы моделирование во времени осуществлялось по графику на рис. 5, а. Нагружение только крутящим моментом, только поперечной нагрузкой и только продольной силой осуществлялось по графику на рис. 5, а. В таблице 2 приведена последовательность расчетов для поиска базовых точек предельной поверхности для сечения S_4 , рис. 10, а. Выделенный жирным шрифтом обозначает итоговые значения при поиске решения. Из расчета по методу конечных элементов вычислялась максимальная сила, при которой конструкция не разрушалась, изгибающий момент вычислялся исходя из расчетной

схемы пилона как $3P_{ult}l/16$, крутящий момент произведением силы на плечо $d=0,25$ м (см. рис. 10, с). Построенная по рассмотренным в табл. 2 базовым точкам предельная поверхность представлена на рисунке 11.

Таблица 2 – Характеристика предельных динамических усилий, и нагрузок при поперечном ударе на пилон с учетом изгиба и кручения ($k=M_t/M_b=0.164$)

№ базовой точки/ схема нагружения (рис. 4)	$\bar{N}_{ult}$, kN	$\bar{M}_{b,ult}$, kNm	$\bar{M}_{t,ult}$, kNm	P_{ult} , kN	Условие прочности удовлетворено?
1/f	4600	1	0	4600	Нет
то же	4550	1	0	4550	Нет
то же	4500	1	0	4500	Да
2/d	0.0	480.0	0	320.0	Нет
то же	0.0	450.0	0	300.0	Нет
то же	0.0	420.0	0	280.0	Да
то же	0.0	435.0	0	290.0	Да
3/*	0.0	0.0	180	360.0	Да
то же	0.0	0.0	190	380.0	Да
то же	0.0	0.0	210	420.0	Да
то же	0.0	0.0	230	460.0	Нет
то же	0.0	0.0	220	440.0	Нет
4/d+f	2250	420.0	0	280.0	Нет
то же	2250	390.0	0	260.0	Нет
то же	2250	360.0	0	240.0	Нет
то же	2250	367.5	0	245	Да
то же	2250	375.0	0	250.0	Нет
5/с	0.0	420.0	70	280	Нет
то же	0.0	390.0	65	260	Нет
то же	0.0	380.0	62.5	250	Да
то же	0.0	382.5	63.75	255	Нет
6/*+f	2250	0.0	210	420.0	Да
то же	2250	0.0	230	460.0	Да
то же	2250	0.0	250	500.0	Да
то же	2250	0.0	260	520.0	Нет
то же	2250	0.0	255	510.0	Да
7/с	2250	300.0	50.0	200.0	Нет
то же	2250	270.0	45.0	180.0	Нет
то же	2250	250.0	42.5	170.0	Да
то же	2250	262.5	43.75	175.0	Да

* нагружение выполнялось аналогично схеме рис. 10, но по симметричной схеме силами, направленными друг к другу с каждой длинной стороны, что создавало только кручение сечения против хода часовой стрелки

Как видно из рисунка 11, б, если некоторая нагрузка создает в пилоне усилия, которые можно представить в виде точки Z и эта точка расположена в объеме между поверхностью и координатными плоскостями, то это означает, что критерий (4) удовлетворен – прочность обеспечена. Оценку безопасности пилона по значению продольной силы, опираясь на выражения (7)-(9) можно выполнить так.

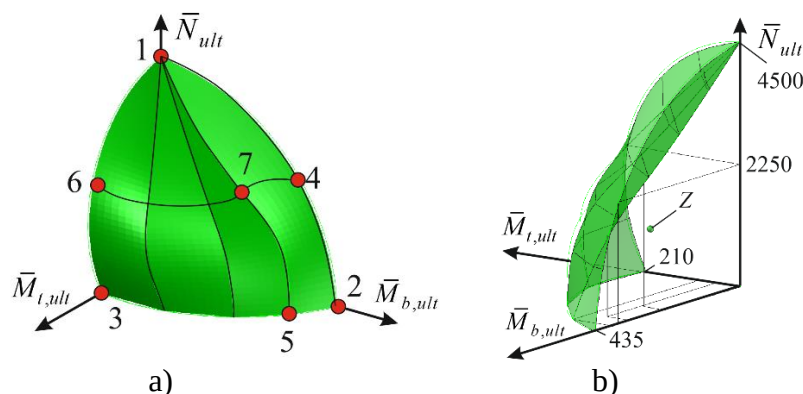


Рисунок 11 – Предельная поверхность для сечения S_4 : вид выпуклой части (а), вид сбоку с иллюстрацией фактического значения усилий для некоторой нагрузки (б)

Пусть нагрузка создает в колонне только продольные динамические усилия равные $N_{\max} = 3000$ кН. Тогда $\Delta N = |\bar{N}_{ult} - N_{\max}| = 4500 - 3000 = 1500$. С учетом проектных разбросов $S(\bar{N}_{ult}) = 20\text{ кН}$, $S(N_{\max}) = 100\text{ кН}$ получим $\beta_N \geq 5$, и вероятность отказа пилон $p(\Delta N) = 1 - (0,5 + \Phi(\beta_N)) \approx 0$. Для других внутренних усилий вероятности вычисляются аналогично, в расчет принимается наибольшая вероятность. Эта вероятность связана с реализацией стоимостного выражения ущерба U . Очевидно, что большие запасы прочности нивелируют риски ущербов от аварийной ситуации, однако принятие обоснованного решения требует применение оптимизации проектирования.

Дискуссия и перспективы исследований. Предложенный подход может быть использован при оценке безопасности как для ключевых элементов, так и для конструктивных систем в целом. При этом существует возможность моделирования различных сценариев аварийных ситуаций. Формирование базы предельных поверхностей прочности при динамических воздействиях для наиболее распространенных форм поперечного сечения колонн и сетки стандартизированных размеров их сечений позволит избежать недопустимых рисков аварийных ситуаций.

Построение предельной поверхности, возможно, требует рассмотрения большего числа опорных точек, однако это сопряжено с повышенной вычислительной ёмкостью решения задачи. Кроме того, ряд реальных нагрузок, в том числе характер их приложения, ведёт к необходимости построения и расчёта железобетонных конструкций в объёмной постановке. Несмотря на объёмную постановку, в данной модели введено упрощение, не учитывающее конечную величину сцепления бетона и арматуры, однако в конкретных рассмотренных случаях (в отличие, например, от коррозионных повреждений) этот факт существенно не влияет на значения предельных нагрузок. Следует также отметить, что временные параметры импульсных нагрузок приняты ориентировочно; для каждого конкретного объекта необходимо проводить дополнительные измерения и исследования для уточнения характера динамического воздействия.

Перспективы развития работы включают обобщение на колонны и пилоны сложной формы (Г-, Т-, двутавровые и т.п.), создание базы данных предельных поверхностей для типовых сечений и условий закрепления, интеграцию в ВМ-системы для автоматизированного анализа безопасности на всех этапах жизненного цикла, а также расширение на случай комбинированного нагружения с одновременным учётом продольной силы, изгибов и кручения для произвольных траекторий удара.

Заключение

1. Разработана поисковая методика построения предельной поверхности динамической прочности на основе данных, полученных из расчёта объёмной конечно-элементной модели в динамической постановке с учётом физической и геометрической нелинейности. Формирование области прочности с помощью такой поверхности позволяет идентифицировать степень опасности аварийной ситуации и определять граничные значения

параметров аварийного воздействия в пространстве допустимых нагрузок и рисков.

2. Показана применимость подхода для двух характерных задач – внецентренного сжатия с двухосным изгибом и комбинированного нагружения изгибом с кручением. В обоих случаях построены предельные поверхности и определены условия прочности. Полученные результаты могут служить основой для выбора рациональных конструктивных решений (увеличение армирования, изменение сечения, применение специальных мер защиты) и для оценки безопасности зданий в целом при различных сценариях прогрессирующего разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lu X., Zhang L., Lin K., Li Y. Improvement to composite frame systems for seismic and progressive collapse resistance // *Engineering Structures*. 2019. Vol. 186. P. 227–242. DOI: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2019.02.006.
2. Kiakojoury F., De Biagi V., Chiaia B., Sheidaii M.R. Strengthening and retrofitting techniques to mitigate progressive collapse: A critical review and future research agenda // *Engineering Structures*. 2022. Vol. 262. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.114274. EDN: NAXIZX.
3. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Evolutionary optimization of reinforced concrete beams, taking into account design reliability, safety and risks during the emergency loss of supports // *E3S Web of Conferences*. 2019. Vol. 97. DOI: 10.1051/e3sconf/20199704005. EDN: IYKSXO.
4. Alekseytsev A.V. Mechanical safety of reinforced concrete frames under complex emergency actions // *Magazine of Civil Engineering*. 2021. Vol. 103. DOI: 10.34910/MCE.103.6. EDN: ILMMNH.
5. Hassanzadeh A., Gholizadeh S. Collapse-performance-aided design optimization of steel concentrically braced frames // *Engineering Structures*. 2019. Vol. 197. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109411.
6. Jaiswal D.K., Murty C.V.R. Lateral deformation capacity of cantilever RC hollow columns using physics-based concrete confinement model // *Structures*. 2025. Vol. 75. 108662. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2025.108662. EDN: EKJANA.
7. Serpik I., Alekseytsev A. Optimization of steel frame building systems in terms of parameters and reliability requirements // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018. Vol. 365. DOI: 10.1088/1757-899X/365/5/052003. EDN: VBIPJF.
8. Alekseytsev A.V., Kurchenko N.S., Mohamad A.A. Risk-Based Optimization of RC Beams Under Different Local Damage Scenarios // *Advances in Transdisciplinary Engineering*. 2023. Vol. 43. DOI: 10.3233/ATDE230697.
9. Lin K., Zheng J., Wu Z., Lu X., Li Y. Risk-based life cycle cost-benefit analysis for progressive collapse design of RC frame structures // *Structures*. 2024. Vol. 63. 106468. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2024.106468. EDN: SFPNJF.
10. Jiang L., Ye J. Risk-based overall seismic robustness assessment of cold-formed steel structures considering vulnerability and fragility // *Bulletin of Earthquake Engineering*. 2022. Vol. 20. DOI: 10.1007/s10518-022-01435-7. EDN: IYCBIO.
11. Klueva N., Emelyanov S., Kolchunov V., Gubanova M. Criterion of Crack Resistance of Corrosion Damaged Concrete in Plane Stress State // *Procedia Engineering*. 2015. Vol. 117. P. 179–185. DOI: 10.1016/J.PROENG.2015.08.144. EDN: UZYOAB.
12. Chen Y., He Q., Chen Z., Liang X. Bending restoring force model of angle-steel reinforced concrete columns under combined torsion // *Structures*. 2023. Vol. 55. P. 2186–2198. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2023.07.008. EDN: NMRBLT.
13. Kolchunov V.I., Moskovtseva V.S. Robustness of reinforced concrete frames with elements experiencing bending with torsion // *Engineering Structures*. 2024. Vol. 314. 118309. DOI: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2024.118309. EDN: PNBEQJ.
14. Savin S.Y., Kolchunov V.I. Dynamic behavior of reinforced concrete column under accidental impact // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021. Vol. 17. No. 3. P. 120–131. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-3-120-131. EDN: PMDHWD.
15. Alekseytsev A. Local Fracture of a Reinforced Concrete Beam Under High-Velocity Impact on Biaxial Bending and Torsion Deformation // *Buildings*. 2025. Vol. 15. DOI: 10.3390/buildings15224153. EDN: UMRASV.

REFERENCES

1. Lu X., Zhang L., Lin K., Li Y. Improvement to composite frame systems for seismic and progressive collapse resistance. *Engineering Structures*. 2019. Vol. 186. Pp. 227–242. DOI: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2019.02.006.
2. Kiakojoury F., De Biagi V., Chiaia B., Sheidaii M.R. Strengthening and retrofitting techniques to mitigate progressive collapse: A critical review and future research agenda. *Engineering Structures*. 2022. Vol. 262. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.114274. EDN: NAXIZX
3. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Evolutionary optimization of reinforced concrete beams, taking into account design reliability, safety and risks during the emergency loss of supports. *E3S Web of Conferences*. Vol. 97. 2019. DOI: 10.1051/e3sconf/20199704005. EDN: IYKSXO

4. Alekseytsev A.V. Mechanical safety of reinforced concrete frames under complex emergency actions. Magazine of Civil Engineering. 2021. Vol. 103. DOI: 10.34910/MCE.103.6. EDN: ILMMNH
5. Hassanzadeh A., Gholizadeh S. Collapse-performance-aided design optimization of steel concentrically braced frames. Engineering Structures. 2019. Vol. 197. Article no. 109411. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109411
6. Jaiswal D.K., Murty C.V.R. Lateral deformation capacity of cantilever RC hollow columns using physics-based concrete confinement model. Structures. 2025. Vol. 75. Article no. 108662. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2025.108662. EDN: EKJANA
7. Serpik I., Alekseytsev A. Optimization of steel frame building systems in terms of parameters and reliability requirements. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. Vol. 365. 2018. DOI: 10.1088/1757-899X/365/5/052003. EDN: VBIPJF
8. Alekseytsev A.V., Kurchenko N.S., Mohamad A.A. Risk-Based Optimization of RC Beams Under Different Local Damage Scenarios. Advances in Transdisciplinary Engineering. Vol. 43. 2023. DOI: 10.3233/ATDE230697.
9. Lin K., Zheng J., Wu Z., Lu X., Li Y. Risk-based life cycle cost-benefit analysis for progressive collapse design of RC frame structures. Structures. 2024. Vol. 63. Article no. 106468. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2024.106468. EDN: SFPNJF
10. Jiang L., Ye J. Risk-based overall seismic robustness assessment of cold-formed steel structures considering vulnerability and fragility. Bulletin of Earthquake Engineering. 2022. Vol. 20. DOI: 10.1007/s10518-022-01435-7. EDN: IYCBIO
11. Klueva N., Emelyanov S., Kolchunov V., Gubanova M. Criterion of Crack Resistance of Corrosion Damaged Concrete in Plane Stress State. Procedia Engineering. 2015. Vol. 117. Pp. 179–185. DOI: 10.1016/J.PROENG.2015.08.144. EDN: UZYOAB
12. Chen Y., He Q., Chen Z., Liang X. Bending restoring force model of angle-steel reinforced concrete columns under combined torsion. Structures. 2023. Vol. 55. Pp. 2186–2198. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2023.07.008. EDN: NMRBLT
13. Kolchunov V.I., Moskovtseva V.S. Robustness of reinforced concrete frames with elements experiencing bending with torsion. Engineering Structures. 2024. Vol. 314. Article no. 118309. DOI: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2024.118309. EDN: PNBEQJ
14. Savin S.Y., Kolchunov V.I. Dynamic behavior of reinforced concrete column under accidental impact. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021. Vol. 17. No. 3. Pp. 120–131. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-3-120-131. EDN: PMDHW
15. Alekseytsev A. Local Fracture of a Reinforced Concrete Beam Under High-Velocity Impact on Biaxial Bending and Torsion Deformation. Buildings. 2025. Vol. 15. DOI: 10.3390/buildings15224153. EDN: UMRASV

Сведения об авторах:

Алексеев Анатолий Викторович, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. SPIN-code: 3035-5571, AuthorID: 605775, ORCID: 0000-0002-4765-5819, Scopus: 57191530761, ResearcherID: I-3663-2017

Вэй Фань, доктор наук, профессор, государственная ключевая лаборатория безопасности и устойчивости мостов, Институт гражданского строительства, Хунаньский университет, г. Чанша, Китай. ORCID: 0000-0002-6074-2917 Scopus Author ID: 36731024800

Кокотов Степан Иванович, магистрант кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия.

About the authors:

Anatoliy V. Alekseytsev, Doctor of Technical Sciences, Docent, Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. SPIN-code: 3035-5571, AuthorID: 605775, ORCID: 0000-0002-4765-5819, Scopus: 57191530761, ResearcherID: I-3663-2017

Wei Fan, Ph.D., Professor, State Key Laboratory of Bridge Safety and Resilience, College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, China. ORCID: 0000-0002-6074-2917 Scopus Author ID: 36731024800

Stepan I. Kokotov, Master Student of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia.

Вклад авторов: **Алексеев А.В., Фей Фань** - концепция исследования, разработка зависимостей аналитической модели, подготовка рисунков, подготовка конечно-элементной модели, научное редактирование; **Кокотов С.И.** - подготовка рисунков, подготовка конечно-элементной модели, получение результатов расчетов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The authors declare no conflict of interest.

The authors have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 21.07.2026

Одобрена после рецензирования 03.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 21.07.2026

Approved after reviewing 03.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026

Научная статья

М.В. БЕРЛИНОВ¹

¹ Национальный Исследовательский Московский Государственный Строительный Университет, г. Москва, Российская Федерация

ОСТАТОЧНЫЙ РЕСУРС ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ В УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО ИЗНОСА

Аннотация. Разработана усовершенствованная методика расчета железобетонных конструкций, опирающаяся на фундаментальные положения современной феноменологической теории нелинейно деформируемого упруго-ползучего тела, учитывающей тензорную нелинейность и реологию деформирования вместе с несиловыми эксплуатационными факторами. Проанализировано влияние арматурных стержней при трёхосном напряжённостно-деформированном состоянии с условием совместности деформаций бетона и арматуры. Выведены математические соотношения, позволяющие сформулировать уравнения для расчётных напряжений в армированных элементах. Представлены базовые феноменологические уравнения, описывающие вибрационные воздействия, дающие возможность определять работу железобетонных элементов как без трещинообразования, так и при его наличии. Предложен алгоритм линеаризации задачи на основе интегральных оценок, предусматривающий фиксацию коррозионных процессов и виброползучести.

Ключевые слова: железобетон, модели деформирования бетона, феноменологические уравнения, нелинейная деформация, напряжения, динамические нагрузки, ползучесть, процессы виброползучести, эксплуатация.

Для цитирования: Берлинов М.В. Остаточный ресурс железобетонных конструкций при динамических воздействиях в условиях эксплуатационного износа // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 88-99. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-89-99. EDN: DNGNPR

© Берлинов М.В., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

M.V. BERLINOV¹¹ National Researcher Moscow State University of Civil Engineering (NRU MSUCE), Moscow, Russian Federation**RESIDUAL RESOURCE OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES UNDER DYNAMIC LOADS IN CONDITIONS OF OPERATIONAL WEAR**

Abstract. An improved method for calculating reinforced concrete structures has been developed, based on the fundamental principles of the modern phenomenological theory of a non-linearly deformable elastic-creeping body, which takes into account tensor nonlinearity and rheology of deformation together with non-force operational factors. The influence of reinforcement in a three-axis stress-strain state with the condition of joint deformations of concrete and reinforcement is analyzed. Mathematical relations are derived that make it possible to formulate equations for design stresses in reinforced elements. The basic phenomenological equations describing vibration effects are presented, which make it possible to determine the operation of reinforced concrete elements both without cracking and in its presence. An algorithm for linearization of the problem based on integral estimates is proposed, which provides for the fixation of corrosion processes and vibration.

Keywords: reinforced concrete, concrete deformation models, phenomenological equations, nonlinear deformation, stress, dynamic loads, creep, vibro-creep processes, exploitation.

For citation: Berlinov M.V. Residual resource of reinforced concrete structures under dynamic loads in conditions of operational wear. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 89-99 DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-89-99. EDN: DNGNPR

Введение

Гарантирование эксплуатационной надежности и безопасности зданий представляет собой приоритетную инженерную задачу в контексте современного проектирования, возведения и последующей жизнедеятельности сооружений [1-6]. Её решение непосредственно связано с прогнозированием остаточного ресурса железобетонных элементов, поскольку в ходе длительной службы ухудшаются прочностные характеристики и увеличиваются деформационные показатели, что негативно отражается на несущей способности, вызывая дополнительные расходы на ремонт, реконструкцию и усиление конструкций, а также на технико-экономические показатели сооружения в целом [7-14].

Современная интерпретация остаточного ресурса - $r_i(t)$ коррелирует с апробированными методиками [15–19] и аксиомами теории предельных состояний, сущность которых в научной концепции формулируется так:

$$r_i(t) = \min \left\{ 1 - \frac{M_{\max}(t_i)}{M_{ult}(t_i)}; 1 - \frac{Q_{\max}(t_i)}{Q_{ult}(t_i)}; 1 - \frac{f(t_i)}{f_u(t_i)}; 1 - \frac{a_{crc}(t_i)}{a_{crc,u}(t_i)} \right\} \quad (1)$$

здесь анализируются максимально-экстремальные и предельные изгибающие моменты $M_{\max}(t_i)$ и $M_{ult}(t_i)$, а также поперечные усилия $Q_{\max}(t_i)$ и $Q_{ult}(t_i)$ в рассматриваемом сечении стержневого элемента под действием внешней нагрузки; кроме того, учитываются текущий прогиб $f(t_i)$, нормативно предельный прогиб $f_u(t_i)$, а также реальная ширина раскрытия трещин $a_{crc}(t_i)$ и допустимая по действующим нормам проектирования $a_{crc,u}(t_i)$.

Следовательно, остаточный ресурс T , измеряемый во времени, определяется разностью между отметками t_u и t_i (см. рис. 1). Ключевым фактором, приводящим к снижению конструктивной надежности, уменьшению несущей способности и, соответственно, к сокращению остаточного ресурса, который при нормативном состоянии сооружения обязан оставаться положительным, служит агрессивное воздействие окружающей среды на железобетонные элементы. Деграционные процессы включают карбонизацию, проникновение сульфатов, чередование циклов замораживания-оттаивания,

усталостное накопление микротрещин и увеличенное влагосодержание пористой структуры. Такая химико-физическая экспозиция одновременно ухудшает прочностные показатели бетона, вызывает коррозию арматуры, уменьшая площадь её поперечного сечения, причём в зонах раскрытия трещин процессы диффузии хлорид-ионов и карбонизации ускоряются, что в комплексе понижает расчётную несущую способность элемента.

Для повышения эффективности и качества строительного производства в условиях динамических воздействий, обусловленных ветровыми, сейсмическими, транспортными и технологическими нагрузками, необходимо применять более экономичные и долговечные несущие системы, что обеспечивается внедрением при проектировании прогрессивных вычислительных методик. Разработка указанных методик обусловлена потребностью адекватного моделирования реальных характеристик материалов с учетом их работы под многокомпонентным нагружением и агрессивных факторов среды, проявляющихся, преимущественно, в форме коррозионных процессов. Эволюция расчетных алгоритмов неразрывно сопряжена с учетом физико-нелинейных и вязкопластических, реологических свойств материалов и композитных элементов [20].

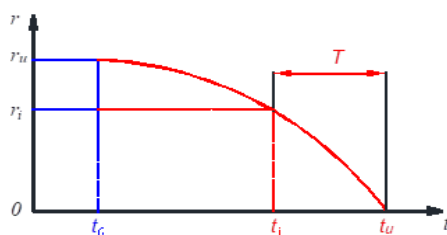


Рисунок 1 - Динамика остаточного эксплуатационного ресурса

Очевидно, что дальнейшее развитие вычислительных алгоритмов обусловлено их неуклонным усложнением вследствие потребности в применении высокоуровневого математического аппарата, поскольку именно данное обстоятельство обеспечивает моделирование указанного многообразия взаимодействий и процессов, характерных для постиндустриальной цифровой глобальной экономики и современной научно-технической парадигмы. При этом эксплуатация такого мощного инструментария, как суперкомпьютеры и специализированные программные платформы, позволяет осуществлять трудоёмкие математические расчёты посредством численных алгоритмов и корректной линеаризации нелинейных зависимостей.

Для выполнения динамического анализа, как правило, применяют классические инерционные уравнения равновесия движений, представленные так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= \beta \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= \beta \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

где: X, Y, Z — проекции объёмных сил вдоль соответствующих осей; β — плотность среды; u, v, w — смещения по декартовым осям, t — текущий момент времени.

Разработанная методика численного анализа опирается на фундаментальные принципы актуальной феноменологической модели нелинейно-деформируемого упруго-вязкопластического континуума и включает геометрическую нелинейность, проявляющуюся в нелинейных конститутивных связях деформаций с тензором напряжений (гипотеза Коши традиционно принимается корректной). Поэтому интегрирование указанных уравнений при учёте совокупности перечисленных факторов заметно усложняется.

Модели и методы

Для формирования разрешающих математических зависимостей применяется апробированная вариационная методика, обеспечивающая вывод релаксационных уравнений в напряжениях:

$$\Theta(t) = \frac{1-2\nu}{E_0(t)} S_m(F) F(t) - (1-2\nu) S_p(F) F(t) K(F, \omega, \omega_{min}, t) C(t) - \quad (3)$$

$$-(1 - 2\nu) \int_{t_0}^t \frac{\partial}{\partial \tau} S_p(F) F(\tau) K(F, \omega, \omega_{min}, t) C(t, \tau) d\tau,$$

здесь: ν – параметр относительных поперечных деформаций; $E_0(t)$ – эквивалентный модуль упруго-пластической деформируемости; $\Theta = \varepsilon_x(t) + \varepsilon_y(t) + \varepsilon_z(t)$ – обобщённая относительная объёмная деформация; $K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)$ – интегральный коэффициент виброползучести [12]; $C(t, t_0)$ – характеристика неравновесности деформаций.

Функции нелинейности мгновенных упругих деформаций и ползучести представлены следующим выражением [3]:

$$\begin{aligned} S_m(F) F(t) &= \sigma_x(t) S_m \left[\frac{\sigma_x(t)}{R(\rho, t)} \right] + \sigma_y(t) S_m \left[\frac{\sigma_y(t)}{R(\rho, t)} \right] + \sigma_z(t) S_m \left[\frac{\sigma_z(t)}{R(\rho, t)} \right], \\ S_p(F) F(\tau) K(F, \omega, \omega_{min}, \tau) &= \sigma_x(\tau) S_p \left[\frac{\sigma_x(\tau)}{R(\rho, \tau)} \right] K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau) + \\ &+ \sigma_y(\tau) S_p \left[\frac{\sigma_y(\tau)}{R(\rho, \tau)} \right] K(\sigma_y, \omega, \omega_{min}, \tau) + \sigma_z(\tau) S_p \left[\frac{\sigma_z(\tau)}{R(\rho, \tau)} \right] K(\sigma_z, \omega, \omega_{min}, \tau) \quad (4) \end{aligned}$$

здесь: S — интегральный параметр упругопластической нелинейности материала при одноосном циклическом напряжённо-деформированном состоянии; $R(\rho, t)$ — расчётная предельная динамическая прочность бетона в момент времени t ; ρ — безразмерный коэффициент асимметрии схемы нагружения цикла; ω — частота колебаний; ω_{min} — минимальная частота колебаний начала виброползучести.

Согласно концепции В.М. Бондаренко [2], коррозионные дефекты железобетонных строительных систем при долговременной эксплуатации целесообразно вводить в расчёт посредством уточнённых физико-механических параметров деградировавшего бетона и арматуры исключительно внутри повреждённых областей сечения на заранее регламентированной глубине z . Обозначив символом Ω интересующую характеристику, получим: $\Omega^*(\sigma_b, \sigma_s) = K(z, t) \Omega(\sigma_b, \sigma_s)$; для модуля упругости бетона допустимо принять $E_0(t) = K_b(z, t) E_0(t_0)$, а для функции ползучести $C(t) = C_0(t_0, t) / K_b(z, t)$, причём $K_b(z, t)$ выражается:

$$K_b(z, t) = \{1 - [p/(t, t_0)]^2\} + [2p/\delta(t, t_0)^2] z - 1/\delta(t, t_0)^2 z^2$$

$$\text{при } \delta(t, t_0) = \left\| 1 - \{[\delta(t_0, t_0)]^{(-m)+1} + \alpha[(-m) + 1](t - t_0)\}^{\frac{1}{(-m)+1}} \right\| \delta_{cr}(t_0).$$

$$\text{Для арматурных стержней [14] аналогично: } A_s^0(t) = \omega_s A_s \text{ при } \omega_s = \left(1 - 2 \frac{k}{\sqrt{a}} t^n / D\right).$$

При условии применения известной обратной зависимости «напряжение–деформация» и учета коррозионной деградации бетона, в задаче трёхосного напряжённо-деформированного состояния допускается предположить следующее

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) &= E_0(t) \varepsilon_x(t) \varphi_m[\varepsilon_x(t)] + Q(t, t_0) \varepsilon_x(t) \varphi_p[\varepsilon_x(t)] C(t) \\ &- \int_{t_0}^t \frac{\varepsilon_x(\tau) \varphi_p[\varepsilon_x(\tau)]}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \quad (5) \end{aligned}$$

здесь: φ — нелинейные функции деформирования упруго-мгновенного отклика и ползучести, представленные через деформации.

$$\varphi_m = 1 + \eta_m \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R}\right)^{a_m} \quad \text{и} \quad \varphi_p = 1 + \eta_p \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R}\right)^{a_p} \quad (6)$$

В данном контексте: φ — показатель нелинейности деформационного процесса; $Q(t, t_0)$ — наследственная релаксационная функция второго порядка; ε_R — предельная относительная деформация бетона указанного класса, фиксируемая непосредственно перед разрушением и также точно оцениваемая экспериментально либо вычислительно по формуле:

$$\varepsilon_R = \frac{R(\rho, t)}{E(t)} \quad (7)$$

здесь: $E(t)$ — коэффициент модуля деформационной упругопластичности тяжёлого бетона.

Следует подчеркнуть, что параметры функций (6) определяются напрямую на экспериментальной кривой напряжение-деформация посредством аналитического численного расчёта систем нелинейных логарифмических уравнений.

Для тензорных сдвиговых напряжений формула записывается:

$$\tau_{xy}(t) = \frac{E_m^0(t)}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}(t) \varphi_m[\gamma_{xy}(t)] + \frac{Q(t, t_0)}{(1+\nu)} \gamma_{xy}(t) \varphi_p[\gamma_{xy}(t)] -$$

$$\frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\gamma_{xy}(\tau) \varphi_p[\gamma_{xy}(\tau)]}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \quad (8)$$

Параметры, фигурирующие в выражении (8), определяются тем же приёмом, что и для уравнения (5). Наследственную функцию второго порядка — резольвенту ползучести — в формулах (5) и (8) удаётся определить через решение интегрального соотношения:

$$L(t, \tau) - Q(t, \tau) = \int_{t_0}^t L(\xi, \tau) Q(t, \xi) d\xi \quad (9)$$

где:

$$L(t, \tau) = -E(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right]$$

Конститутивная связь тензора напряжений с тензором деформаций упруго-ползучего материала формулируется, анализируя её совместно с выражением (2), откуда в итоге выводится искомое соотношение:

$$\sigma_x(t) = \frac{\nu E_0(t)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varphi_m(\Theta) \Theta(t) + \frac{\nu Q(t, t_0)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varphi_p(\Theta) \Theta(t) - \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\varphi_n(\Theta) \Theta(\tau)}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau + \frac{E_0(t)}{2(1+\nu)} \varepsilon_x(t) \varphi_m(\varepsilon_x) - \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\varepsilon_x(\tau) \varphi_n(\varepsilon_x)}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau, \quad (10)$$

где: аналогично (4), $\varphi_m(\Theta)$ — универсально-квазилинейная характеристическая функция-оператор нелинейности, сформированная по эмпирико-статистическим данным либо аналитическим-расчётом:

$$\varphi_m(\Theta) \Theta(t) = \varepsilon_x(t) \varphi_m[\varepsilon_x(t)/\varepsilon_R(t)] + \varepsilon_y(t) \varphi_m[\varepsilon_y(t)/\varepsilon_R(t)] + \varepsilon_z(t) \varphi_m[\varepsilon_z(t)/\varepsilon_R(t)] \quad (11)$$

В условиях квазилинейной ползучести выражение (10) допустимо частично редуцировать до более рациональной формы:

$$\sigma_x(t) = \varphi \left[\frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_R(t)} \right] \left\{ \frac{\nu E_0(t)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \Theta(t) + \frac{\nu Q(t, t_0) \varphi(t)}{(1+\nu)(1-2\nu)} - \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\varphi(\tau)}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau + \frac{E_0(t)}{2(1+\nu)} \varepsilon_x(t) - \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\varepsilon_x(\tau)}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \right\} \quad (12)$$

В принятой редуцированной записи математические соотношения (10) и (12) излагаются следующим образом:

$$\sigma_x(t) = \tilde{\lambda}(t) \Theta(t) + 2\tilde{\mu}(t) \varepsilon_x(t) \quad (13)$$

где: $\tilde{\lambda}(t)$ и $\tilde{\mu}(t)$ — соответственно нелинейно-интегральные функциональные операторы.

Тензорные зависимости касательных напряжений с учетом (9) задаются так:

$$\tau_{xy} = \frac{E_0(t)}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}(t) S_m \left[\frac{\gamma_{xy}(t)}{\gamma_R(\rho, t)} \right] + \frac{Q(t, t_0)}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} S_p \left[\frac{\gamma_{xy}(t)}{\gamma_R(\rho, t)} \right] - \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \gamma_{xy}(\tau) S_n \left[\frac{\gamma_{xy}(\tau)}{\gamma_R(\rho, \tau)} \right] \frac{1}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \quad (14)$$

Используя идентичный методологический подход, возможно вывести аналогичные параметрические функциональные зависимости для компонент тензорных напряжений $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$, $\sigma_z(t)$, $\tau_{xy}(t)$, $\tau_{yz}(t)$ и $\tau_{zx}(t)$, которые в конечном итоге математически представляются ниже в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) &= \tilde{\lambda}(t) \Theta(t) + 2\tilde{\mu}(t) \varepsilon_x(t); & \tau_{xy} &= \tilde{\mu}(t) \gamma_{xy}(t), \\ \sigma_y(t) &= \tilde{\lambda}(t) \Theta(t) + 2\tilde{\mu}(t) \varepsilon_y(t); & \tau_{yz} &= \tilde{\mu}(t) \gamma_{yz}(t), \\ \sigma_z(t) &= \tilde{\lambda}(t) \Theta(t) + 2\tilde{\mu}(t) \varepsilon_z(t); & \tau_{zx} &= \tilde{\mu}(t) \gamma_{zx}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

При детальном анализе уравнений (15) несложно установить, что исключение нелинейных, реологических и несиловых компонент деформации сведёт их к математической формулировке обратного закона Гука.

Исследуя совместную работу бетона и арматуры, несложно сформулировать уравнения равновесия и совместности для железобетонных элементов с ортотропным сетчатым армированием (см. рис. 2.а), функционирующих в трещиноватом и монолитном состояниях. Так, для стержневых блоков, сохраняющих сплошность, интегральные операторные выражения приобретают модифицированную конфигурацию, отличную от формулы (15), поскольку в них отражается армирование.

$$\hat{\lambda}_i(t) = \frac{\nu E_m^0(t)(1-\mu_i)(1+\alpha\mu_i)}{(1+\nu)(1-2\nu)} - \frac{\nu(1-\mu_i)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\dots}{1+\mu_i E_s K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau -$$

$$\hat{\mu}_i(t) = \frac{E_m^0(t)(1+\alpha\mu_i)}{2(1+\nu)} \dots - \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\dots}{1+\mu_i E_s K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \quad (16)$$

Предложенная методика в целом допускает учет произвольного направления арматурных стержней, к примеру косоуго A_i (см. рисунок 2,б). При таком расчете параметр армирования задается: $\mu_{si} = \omega_s A_{si} / a_1 a_2$, где a_1, a_2 — шаг между индивидуальными наклонными стержнями сетки. Отметим, что выражение $\alpha_c = K(\sigma_{bp}, \omega_{min}, \omega, \tau) C(t, \tau) / K_s(\sigma_{sp}, \omega_{min}, \omega, \tau) C_s(t, \tau)$ интерпретируется как приведённый бетонный коэффициент с учетом ползучести, тогда как $\alpha = E_s / E_m^0(t)$ корректно описывает лишь упруго-мгновенные деформации железобетонной конструкции.

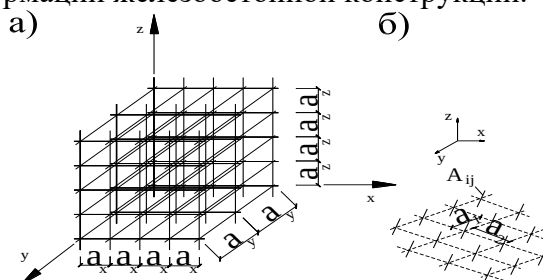


Рисунок 2 - Схемы армирования: а) – ортотропно-распределённое; б) – диагонально-ориентированное

Игнорируя прочие очевидные соображения для элементов с раскрытыми трещинами, при пренебрежении нелинейными эффектами и реологическими свойствами деформируемой арматурной стали во всех трех ортогональных направлениях, получаем:

$$\hat{\lambda}_i(t) = \frac{\nu E_s^0(t) \psi_{si} \mu_i}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \dots - \frac{\nu \psi_{si} \mu_i}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \int_{t_0}^t \dots \frac{\partial}{\partial \tau} Q_s(t, \tau) d\tau$$

$$\hat{\mu}_i(t) = \frac{E_s^0(t) \psi_{si} n_{ti} \mu_{si}}{2(1+\nu)} \dots - \frac{\psi_{si} n_{ti} \mu_{si}}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \dots \frac{\partial}{\partial \tau} Q_s(t, \tau) d\tau \quad (17)$$

В итоге формируются три варианта разрешающих уравнений, различающихся только интегральными параметрами, представляющими армирование и трещинообразование. Очевидно, что учет коррелированных зависимостей (15), (16) и (17) при формулировке численного решения посредством любого алгоритмического инструментария (скажем, метода конечных разностей, конечных объемов либо конечных элементов) неизбежно натолкнётся на непреодолимые аналитико-вычислительные трудности, поскольку потребует замкнутого интегрального сопровождения уравнений. Следовательно, чтобы получить инженерные итоговые результаты численно, задачу следует линеаризовать, по меньшей мере, в физической области. Указанная линеаризация осуществима с помощью классического метода интегральных оценок.

Расчёт железобетонных систем в монтажном, эксплуатационном и предельном состояниях, строго в соответствии с действующими нормативами проектирования, традиционно производится с использованием классического линейного аппарата теории упругости либо строительной статической механики, где в ортодоксальной постановке нелинейность, вязкоупругость, ползучесть, реологические эффекты и анизотропия деформирования конструкционного композита опускаются. Указанные несовершенства материала учитываются лишь путём введения в расчётные сопротивления множителей-коэффициентов эмпирического характера, не зависящих от амплитуды, спектра и схемы нагружения, а главное — от временной протяжённости действия сил и накопленного эксплуатационного ущерба.

Действующие нормативы и практика допускают рекомендательный учет реологических характеристик материала и нелинейного напряжённо-деформированного состояния преимущественно при проведении статических расчетов двумерных и пространственных несущих систем. Поэтому это мешает формированию комплексного решения, учитывающего нелинейную реологию и длительное деформирование, режим и длительность нагружения, усталостно-деградационные дефекты, энергорассеяние,

виброползучесть, циклическую усталость, трещинообразование, сейсмические импульсы, колебательные процессы, нестационарные пространственные эффекты и т.п., влияющие на трансформацию усилий.

Получить ответы на вышеуказанные вопросы позволяет процедура интегрального анализа. При рассматриваемой задаче следует учитывать такие допущения: конфигурация расчетной схемы сооружения сохраняется неизменной даже в момент, непосредственно предшествующий предельному состоянию. Обусловлено это тем, что к указанному времени поперечные сечения обладают остаточной несущей способностью при пусть минимальной, однако конечной изгибной жесткости. На критических зонах прогрессирующий рост внутренних сил под действием возрастающей внешней нагрузки замедляется механизмом их перераспределения и достигает пикового значения в пору разрушения; одновременно действует гипотеза малых деформаций при конечных перемещениях, а также посылка об аддитивности причинно-следственных связей воздействия. Для чисто упругих конфигураций считается, что внутренняя работа полностью трансформируется в упругую потенциальную энергию напряженно-деформированного состояния. В моделях с дефектами формы и структуры приходится учитывать необратимые энергетические издержки на петлю гистерезиса, остаточные деформации, действие внутреннего трения и сопутствующее тепловыделение, а также вязкоупругие демпфирующие механизмы рассеяния.

Поскольку энергетические затраты, сопровождающие пласто-вязкоупругую деформацию конструкционных материалов, определяются не только режимами и длительностью приложения внешних силовых полей, но и спектром возникающих внутренних напряжений, также локальных температурных градиентов и акустических скоростей, в дифференциальных формах баланса энергии следует учитывать указанные выше необратимые диссипативные потери. Гипотеза аддитивности, сформулированная в континуальной механике как принцип независимого суперпозиционного действия силовых факторов, обладает базовым методологическим значением при инженерном анализе несущих строительных систем. Тем не менее для расчёта нелинейно-упругопластических или повреждаемых систем данный принцип принципиально неприменим, а для линейных, однако термодинамически неравновесных объектов применим исключительно при синхронном во времени изменении внешних нагрузок и реологических параметров материала. При этом гипотеза аддитивности не сводится к суперпозиции сил, её целесообразно рассматривать как специфику аналитической структуры обобщённых уравнений разрешаемых в координатах перемещений-напряжений.

Предположив, что полные перемещения расчётной системы обязаны характеризовать совокупный уровень её напряженно-деформированного состояния, констатируем: эти перемещения функционально связаны с данным тензорным уровнем напряжений, тогда как структура исходных уравнений сохраняется. Практическая же реализация указанного формализма достижима лишь посредством метода интегральных оценок. В методе интегральных оценок процесс последовательных приближений рассматривается не как формальный математический прием, используемый вместо замкнутого решения, а как инженерный алгоритм уточнения искомых параметров, основанный на итерационном анализе напряженно-деформированного состояния, при котором внутренние силы постепенно перераспределяются со сверхнагруженных зон и элементов поперечных сечений на менее нагруженные области несущей конструктивной системы.

После принятия указанного выше допущения интегро-дифференциальные уравнения переходят в нелинейную дифференциальную форму, дискретизируемую вариационным методом конечных разностей либо конечно-элементным подходом, что далее сводит задачу к решению системы нелинейных алгебраических уравнений узловых неизвестных структурно связанной модели. С этой целью применяются базовые соотношения (15), причём вместо линейных упругих констант вводятся нелинейные интегральные операторные ядра (16) и (17), обеспечивающие конститутивное моделирование в широком диапазоне напряжений.

Следует подчеркнуть, что уравнения (15) при применении методики интегральной оценки, фиксирующей деформационные явления за анализируемый интервал, заметно

упрощаются, а расчетные физико-механические параметры принимают следующий итоговый формат:

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{E_{in}(t)\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \quad \tilde{\mu}(t) = \frac{E_{in}(t)}{2(1+\nu)} \quad (18)$$

здесь величина $E_{in}(t)$ трактуется как интегральный модуль деформации заданного материала, принимающий постоянное во времени значение на анализируемом интервале, однако определяемый уровнем напряжённо-деформированного состояния на каждой стадии при процедуре итерационных приближений. Для касательного модуля упругопластических деформаций он записывается так:

$$E_{in}^{kas}(t, t_{tek}) = \frac{E_m^0(t)}{\left[1 + V_m(1+m_m)\left(\frac{\sigma}{R^*(\rho)}\right)^{m_m}\right] + E_0(t)K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)C(t, t_{tek})\left[1 + V_n(1+m_n)\left(\frac{\sigma}{R^*(\rho)}\right)^{m_n}\right]} \quad (19)$$

где t_{tek} - продолжительность анализа шага численного итерационного цикла; $i = x, y, z$ - величина соответствующей компоненты тензора напряжений.

При учёте вышеизложенного алгебраические выражения (15) существенно упрощаются и принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\varepsilon_x E_{in}(x) + \frac{\nu \varepsilon_y E_{in}(y)}{1-\nu} + \frac{\nu \varepsilon_z E_{in}(z)}{1-\nu} \right]; & \tau_{xy} &= \frac{E_{in}(x)}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}; \\ \sigma_y &= \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\varepsilon_y E_{in}(y) + \frac{\nu \varepsilon_x E_{in}(x)}{1-\nu} + \frac{\nu \varepsilon_z E_{in}(z)}{1-\nu} \right]; & \tau_{yz} &= \frac{E_{in}(y)}{2(1+\nu)} \gamma_{yz}; \\ \sigma_z &= \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\varepsilon_z E_{in}(z) + \frac{\nu \varepsilon_x E_{in}(x)}{1-\nu} + \frac{\nu \varepsilon_y E_{in}(y)}{1-\nu} \right]; & \tau_{zx} &= \frac{E_{in}(z)}{2(1+\nu)} \gamma_{zx}. \end{aligned} \quad (20)$$

Заметим, что при вычислении сдвиговых напряжений согласно выражению (20) для элемента с трещинами, при определении интегрального модуля деформации вводится корректирующий коэффициент дюбель-эффекта поперечного сцепления арматуры.

Необходимо подчеркнуть, что расчётные величины интегральных модулей деформации армированных железобетонных элементов, без трещин, принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} E_{in}^{kas}(t, t_{tek}, i) &= [E_m^0(t)(1-\mu_i)(1+\alpha_i\mu_i)] \cdot \left\{ \left[1 + V_m(1+m_m) \left(\frac{\sigma_i}{R^*(\rho)} \right)^{m_m} \right] + \right. \\ &+ \left. E_m^0(t)(1-\mu_i) \frac{(1+\alpha_i\mu_i)}{(1+\alpha_{ci}\mu_i)} K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau) C(t, t_{tek}) \left[1 + V_n(1+m_n) \left(\frac{\sigma_i}{R^*(\rho)} \right)^{m_n} \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (21)$$

Для конструктивных элементов с трещинами величину модуля определяют формулой:

$$\begin{aligned} E_{in}^{kas}(t, t_{tek}, i) &= E_s^0(t) \psi_{si} \mu_i \left\{ \left[1 + V_m(1+m_m) \left(\frac{\sigma_i}{R_i(\rho)} \right)^{m_m} \right] + \right. \\ &+ \left. E_s^0(t) \psi_{si} \mu_i k_s(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau) C_s(t, t_{tek}) \left[1 + V_n(1+m_n) \left(\frac{\sigma_i}{R_i(\rho)} \right)^{m_n} \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (22)$$

Изложенные выше соображения применимы при вычислении компонент тензора напряжений либо деформаций для объёмных элементарных контролируемых ячеек, чьи грани ориентированы вдоль ортогональных декартовых координатных осей. Однако в реальных механических условиях зарождение трещин происходит не по этим направлениям, а по плоскостям, соответствующим осям главных растягивающих напряжений. Чтобы определить собственные значения главных напряжений в окрестности исследуемой области, при дискретизации конечными разностями или конечными элементами, компоненты тензора подставляют в характерное кубическое уравнение, для оценки возможных плоскостей будущего разрушения материала.

Результаты исследования и их анализ

Для верификации разработанной вычислительной схемы выполнен конечно-элементный анализ сплошной железобетонной плиты на совместное восприятие гармонического динамического воздействия и постоянной гравитационной нагрузки в рамках двумерной формулировки. Моделирование с введением допущений проведено лишь для интервалов эксплуатации 10 и 50 лет при стационарном симметричном равномерно распределённом весовом давлении $q = 0,03$ МН/м и циклическом усилии $P_0 = 0,05$ МН с

вынужденной частотой $\omega = 8$ Гц. Пролёт перекрытия принят $l=6$ м, толщина $h=30$ см, арматура класса А-400 характеризуется пределом текучести $R_s=340$ МПа, бетон В20 имеет расчётную прочность $R_b=11,5$ МПа. Характеристики коррозионного разрушения стали $k=1,62$, $n=0,68$, глубина защитного слоя $a=30$ мм. Коэффициенты нелинейности, ползучести и виброползучести указанного бетона даны в [12]. Постпроцессорный анализ выполнялся с шагом 5 лет. Расчётный процесс реализован в пакете «ЛИРА-САПР», что обеспечило мониторинг кинематических параметров модели. На рис.3 представлены итоговые диаграммы.

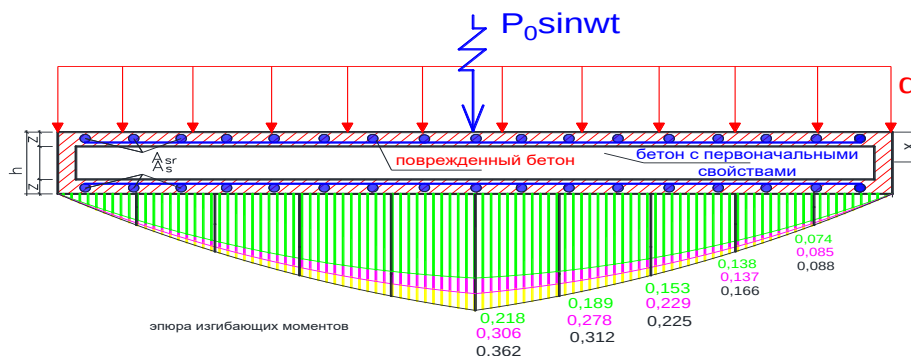


Рисунок 3 – Эпюра внутренних изгибающих моментов железобетонной плиты (мН·м);
 — при начале эксплуатации; — по истечении 50 лет; — через 10 лет

Анализ приведённых данных позволяет сформулировать заключение: учёт средовых-коррозионных дефектов железобетонной многослойной плиты перекрытия при разновременной эксплуатации приводит к снижению внутренних-расчётных усилий и напряжений по мере нарастания срока службы и глубины коррозионного износа арматуры. В исследуемом расчётно-экспериментальном примере уменьшение несущей способности по предельному изгибающему моменту достигло 40,3% при 50-летней эксплуатации, что эквивалентно потере долговечности 59,7% утраченного остаточного ресурса; прогноз оставшегося безопасного функционирования равен 42,5 года. При 10-летнем сроке снижение соответственно 15,1% и 84,6% утраченного ресурса, прогноз безопасной работы 99,9 лет.

Заключение

1. Следует подчеркнуть специфические аспекты применения численного метода конечных элементов при моделировании нелинейных, термодинамически неравновесных задач. Кардинальная особенность состоит в том, что на каждом интеграционном шаге уравнения (15) при формировании глобальной матрицы жесткости системы, компоненты этой матрицы рекурсивно корректируются в соответствии с актуальным напряженно-деформированным состоянием.

2. Следовательно, изложенные выше положения дают возможность получить решение поставленной задачи для трехосного нелинейно-упруго-ползучего продолжительно деформируемого тела при воздействии динамических нагрузок и несиловых деградиационных факторов. Использование указанной схемы позволяет адекватнее описывать физико-механические характеристики материалов с учетом их реального отклика на силовые и несиловые воздействия, тем самым снижая расход сырьевых ресурсов.

3. С другой стороны, прогнозирование остаточного ресурса конструкций, проанализировав его динамику во времени, позволяет оптимизировать длительность эксплуатационного жизненного цикла зданий и сооружений путём его увеличения и одновременно гарантировать условия их безопасной эксплуатации.

4. Подытоживая изложенные положения, следует отметить, что в современном строительном комплексе сформировалась острая необходимость разработки и дальнейшего внедрения усовершенствованных расчетно-проектных методик несущих систем зданий и сооружений, включающих оценку остаточного срока службы и его прогностическое моделирование при эксплуатации в коррозионно-активных средах, а также последующую регламентацию данных методик в актуализированных нормативно-технических документах, что гарантирует выполнение критериев структурной надежности промышленных объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тамразян А.Г. Расчет конструктивных элементов с заданным нормальным распределением и надежностью и несущей способностью // Вестник МГСУ. 2012. № 10. С. 109–115. EDN: PDUBKP.
2. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: АСВ, 2004. 471 с. ISBN: 5-93093-279-4. EDN: QNKPAR.
3. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Ярмаковский В.Н., Ерофеев В.Т. О современных методах обеспечения долговечности железобетонных конструкций // Academia. Архитектура и строительство. 2015. № 1. С. 93–102. EDN: TLLYWH.
4. Берлинов М.В., Берлинова М.Н. Моделирование длительной эксплуатации железобетонной балки на грунтовом основании // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 1. № 1. С. 19–27. EDN: KFAQUU.
5. ГОСТ 27.002-2016. Надежность в технике. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2016.
6. Технический регламент о безопасности зданий и сооружений : федеральный закон от 30 дек. 2009 г. № 384-ФЗ.
7. Kowal Z. Instruments of Probabilistic Optimisation of Load Bearing Capacity and Reliability of Statically Indeterminate Complex Structures // Archives of Civil Engineering. 2014. Vol. 60. No. 1. P. 77–90. DOI: 10.2478/ace-2014-0004.
8. Fedorova N.V., Savin S.Y. Time of dynamic impact to elements of RC frame at column buckling // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety. 2019. Art. 033030. DOI: 10.1088/1757-899X/687/3/033030. EDN: GEWYTS.
9. Schiessl P. Durability of reinforced concrete structures // Construction and Building Materials. 1996. Vol. 10. Issue 5. P. 289–292. DOI: 10.1016/0950-0618(95)00072-0.
10. Gusev B.V., Faivusovich A.S. Development of defining equations for the mathematical theory of concrete corrosion processes // Industrial and Civil Engineering. 2020. No. 5. P. 15–27. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.05.15-27. EDN: SARWIX.
11. Berlinov M.V. Strength resistance of reinforced concrete elements of high-rise buildings under dynamic loads // E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 33. Article no. 02049. DOI: 10.1051/e3sconf/20183302049. EDN: XXZWOD.
12. Берлинов М.В., Берлинова М.Н. Долговечность железобетонных конструкций в условиях длительной эксплуатации // БСТ: Бюллетень строительной техники. 2019. № 1 (1013). С. 60–61. EDN: YWGBBR.
13. Monteny J., Vincke E., Beeldens A., De Belie N., Taerwe L., Van Gemert D., Verstraete W. Chemical, microbiological, and in situ test methods for biogenic sulfuric acid corrosion of concrete // Cement and Concrete Research. 2000. Vol. 30. Issue 4. P. 623–634. DOI: 10.1016/S0008-8846(00)00219-2.
14. Тамразян А.Г., Саед Й.А.К. Влияние коррозии на поведение железобетонных балок // Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения : материалы Международных академических чтений. Курск : Курский государственный университет, 2021. С. 241–249. EDN: ZFMGQV.
15. Байбурун А.Х., Байбурун Д.А. Некоторые аспекты оценки остаточного ресурса строительных конструкций // Наука и безопасность. 2011. № 1 (9). С. 16–22. EDN: TJYDBN.
16. Дегтярь А.Н., Серых И.Р., Панченко Л.А., Чернышева Е.В. Остаточный ресурс конструкций зданий и сооружений // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2017. № 10. С. 94–97. DOI: 10.12737/article_59cd0c5e3177f3.90056458. EDN: ZOWEYF.
17. Беляев С.М. Расчет остаточного ресурса зданий с учетом запаса несущей способности конструкций // Вестник СГАСУ. Градостроительство и архитектура. 2013. № 3 (11). С. 22–25. DOI: 10.17673/Vestnik.2013.03.3. EDN: RSDLMN.
18. Шматков С.Б. Расчет остаточного ресурса строительных конструкций зданий и сооружений // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2007. № 22 (94). С. 56–57. EDN: KWYBAH.
19. Смоляго Г.А., Фролов Н.В. Прикладной способ прогнозирования коррозионных повреждений и остаточного ресурса изгибаемых железобетонных элементов с учетом опыта эксплуатации объектов-аналогов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 2. С. 49–54. DOI: 10.12737/article_5c73fc0ef063c3.60645861. EDN: YXMXNZ.
20. Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. М., 1982. 287 с.

REFERENCES

1. Tamrazyan A.G. Strength calculation of structural elements with specified Gaussian distribution, reliability and load-bearing capacity. *Bulletin of MGSU*. 2012. No. 10. Pp. 109–115. (In Russ.) EDN: PDUBKP.
2. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Design models for strength resistance of reinforced concrete. Moscow: ASV, 2004. 471 p. (In Russ.) EDN: QNKPAR.
3. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Yarmakovskiy V.N., Erofeev V.T. On modern methods for ensuring durability of reinforced concrete structures. *Academia. Architecture and Construction*. 2015. No. 1. Pp. 93–102. (In Russ.) EDN: TLLYWH
4. Berlinov M.V., Berlinova M.N. Modeling of long-term service of reinforced concrete beam on soil foundation. *Reinforced Concrete Structures*. 2023. Vol. 1. No. 1. Pp. 19–27. (In Russ.) EDN: KFAQUU

5. GOST 27.002-2016. Reliability in engineering. Terms and definitions. Moscow: Standartinform, 2016. (In Russ.)
6. Technical Regulation on Safety of Buildings and Structures: Federal Law No. 384-FZ of December 30, 2009. (In Russ.)
7. Kowal Z. Instruments of Probabilistic Optimisation of Load Bearing Capacity and Reliability of Statically Indeterminate Complex Structures. *Archives of Civil Engineering*. 2014. Vol. 60. No. 1. Pp. 77–90. DOI: 10.2478/ace-2014-0004
8. Fedorova N.V., Savin S.Y. Time of dynamic impact to elements of RC frame at column buckling. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety. 2019. Art. 033030. DOI: 10.1088/1757-899X/687/3/033030. EDN: GEWYTS
9. Schiessl P. Durability of reinforced concrete structures. *Construction and Building Materials*. 1996. Vol. 10. Issue 5. Pp. 289–292. DOI: 10.1016/0950-0618(95)00072-0
10. Gusev B.V., Faivusovich A.S. Development of defining equations for the mathematical theory of concrete corrosion processes. *Industrial and Civil Engineering*. 2020. No. 5. Pp. 15–27. (In Russ.) DOI: 10.33622/0869-7019.2020.05.15-27 EDN: SARWIX
11. Berlinov M.V. Strength resistance of reinforced concrete elements of high-rise buildings under dynamic loads. *E3S Web of Conferences*. 2018. Vol. 33. Article no. 02049. doi: 10.1051/e3sconf/20183302049. EDN: XXZWOD
12. Berlinov M.V., Berlinova M.N. Durability of reinforced concrete structures under long-term service conditions. *BST: Bulletin of Construction Equipment*. 2019. No. 1 (1013). Pp. 60–61. (In Russ.) EDN: YWGBBR.
13. Monteny J., Vincke E., Beeldens A., De Belie N., Taerwe L., Van Gemert D., Verstraete W. Chemical, microbiological, and in situ test methods for biogenic sulfuric acid corrosion of concrete. *Cement and Concrete Research*. 2000. Vol. 30. Issue 4. Pp. 623–634. DOI: 10.1016/S0008-8846(00)00219-2
14. Tamrazyan A.G., Saed Y.A.K. Effect of corrosion on the behavior of reinforced concrete beams. *Safety of the Russian Building Stock. Problems and Solutions: Proceedings of International Academic Readings*. Kursk State University. Kursk, 2021. Pp. 241–249. (In Russ.) EDN: ZFMGQV.
15. Bayburin A.Kh., Bayburin D.A. Some aspects of residual life assessment of building structures. *Science and Safety*. 2011. No. 1 (9). Pp. 16–22. (In Russ.) EDN: TJYDBN
16. Degtyar A.N., Serykh I.R., Panchenko L.A., Chernysheva E.V. Residual life of structures of buildings and facilities. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2017. No. 10. Pp. 94–97. (In Russ.) DOI: 10.12737/article_59cd0c5e3177f3.90056458 EDN: ZOWEYF
17. Belyaev S.M. Calculation of residual life of buildings considering the reserve of load-bearing capacity of structures. *Bulletin of SGASU. Urban Planning and Architecture*. 2013. No. 3 (11). Pp. 22–25. (In Russ.) DOI: 10.17673/Vestnik.2013.03.3 EDN: RSDLMN
18. Shmatkov S.B. Calculation of residual life of building structures of buildings and facilities. *Bulletin of South Ural State University. Series: Construction and Architecture*. 2007. No. 22 (94). Pp. 56–57. (In Russ.) EDN: KWYBAH
19. Smolyago G.A., Frolov N.V. Applied method for predicting corrosion damage and residual life of flexural reinforced concrete elements considering operational experience of analogous objects. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2019. No. 2. Pp. 49–54. (In Russ.) DOI: 10.12737/article_5c73fc0ef063c3.60645861. EDN: YXMXNZ
20. Bondarenko V.M., Bondarenko S.V. Engineering methods of nonlinear theory of reinforced concrete. Moscow. 1982. 287 p. (In Russ.)

Сведения об авторах:

Берлинов Михаил Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры Железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 3128-6652, ORCID: 0000-0002-9585-5460; e-mail: berlinov2010@mail.ru

About the authors:

Mikhail V. Berlinov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 3128-6652, ORCID: 0000-0002-9585-5460; e-mail: berlinov2010@mail.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор утвердил окончательный вариант статьи.

The author declares no conflict of interest.

The author has approved the final version.

Статья поступила в редакцию 23.05.2026

Одобрена после рецензирования 02.06.2026

Принята к публикации 14.06.2026

The article was submitted 23.05.2026

Approved after reviewing 02.06.2026

Accepted for publication 14.06.2026

Т.А. МАЦЕЕВИЧ¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, Россия

РЕЗЕРВ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ ЗДАНИЙ С УЧЁТОМ ДЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ФАКТОРОВ

Аннотация. Предложена расчётная методика оценки резервов несущей способности крупнопанельных зданий, учитывающая длительные эксплуатационные факторы (ползучесть, усадку, температурные деформации, коррозию, монтажные отклонения). Методика основана на пространственном моделировании в ПК «ЛИРА-САПР» и аналитической проверке контрольных элементов по прочности, трещиностойкости и деформативности. Для девятиэтажного панельного здания выполнены расчёты; для наиболее нагруженной стеновой панели получены главные сжимающие напряжения 7,72 МПа (коэффициент использования 0,53), для плиты перекрытия ПК 76.15-8 выявлен минимальный запас по верхней арматуре ($\eta \approx 1,0$) при значительном резерве по прогибу ($\eta_f = 0,035$). Установлено, что критические зоны формируются в верхних опорных участках плит и вертикальных стыках (усилия сдвига достигают 78 % от экспериментального предела). Результаты позволяют обоснованно назначать объём обследований и ремонтных мероприятий.

Ключевые слова: крупнопанельные здания, резерв прочности, стеновая панель, плита перекрытия, стык, ползучесть, численное моделирование, ЛИРА-САПР.

Для цитирования: Мацеевич Т.А. Резерв несущей способности крупнопанельных зданий с учётом длительных эксплуатационных факторов // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 100-109. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-100-109. EDN: BOKJDE

© Мацеевич Т.А., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the
Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

T.A. MATSEEVICH¹¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia**RESERVE BEARING CAPACITY OF LARGE-PANEL BUILDINGS
CONSIDERING LONG-TERM SERVICE FACTORS**

Abstract. A calculation method for assessing the bearing capacity reserves of large-panel buildings is proposed, considering long-term operational factors (creep, shrinkage, thermal deformations, corrosion, mounting deviations). The method is based on spatial modeling in the LIRA-SAPR software and analytical verification of control elements for strength, crack resistance and deformability. For a nine-story panel building, calculations are performed; for the most loaded wall panel, principal compressive stresses of 7.72 MPa are obtained (utilization factor 0.53); for the floor slab PK 76.15-8, a minimum margin in top reinforcement ($\eta \approx 1.0$) is identified with a significant reserve in deflection ($\eta_f = 0.035$). It is established that critical zones are formed in the upper support areas of slabs and vertical joints (shear forces reach 78 % of the experimental ultimate value). The results allow reasonable assignment of inspection scope and repair measures.

Keywords: large-panel buildings, strength reserve, wall panel, floor slab, joint, creep, numerical modeling, LIRA-SAPR.

For citation: Matseevich T.A. Reserve bearing capacity of large-panel buildings considering long-term service factors. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 100-109. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-100-109. EDN: BOKJDE

Введение

Крупнопанельные здания, эксплуатируемые длительное время, составляют значительную часть жилого фонда России. Их конструктивная схема – пространственная система из стеновых панелей, плит перекрытий и соединительных элементов, работающих совместно. В процессе эксплуатации под влиянием нагрузок, температурно-влажностных воздействий, дефектов монтажа и старения материалов происходит изменение напряжённо-деформированного состояния (НДС), что может приводить к снижению несущей способности и необходимости продления срока службы.

Вопросам оценки прочности и долговечности крупнопанельных зданий посвящено значительное число работ. В исследовании [1] рассматриваются контактные и платформенные стыки, выявлено неравномерное распределение напряжений по глубине опорной зоны и зависимость предельных усилий от соотношения контактных и платформенных участков. В [2] на основе натурных наблюдений 26-этажного панельного дома установили максимальные сдвиговые усилия в Т-образных узлах (49 кН) и линейных стыках (24 кН), причём расхождение с расчётом не превысило 15 %, что подтвердило применимость моделей с упругоподатливыми элементами. В [3] исследовано влияние пустот в опорных зонах многопустотных плит на прочность платформенных стыков, показав, что при ширине шага 7,2 м и более снижение несущей способности может достигать 30 %, а конструктивное усиление (уменьшение диаметра пустот или их добетонирование) повышает коэффициент η до 0,9–1,0.

Работы по усилению повреждённых элементов представлены в [4], которые классифицируют трещины в панелях и плитах, предлагая для раскрытий до 1–1,5 мм заделку полимерцементным раствором, а для больших – установку металлических шпонок. В [5] на основе методов предельного равновесия и конечных элементов оценили устойчивость крупнопанельных зданий против прогрессирующего обрушения, показав, что предельные моменты перемычек после усиления сходятся с расчётом с погрешностью не более 1,5 %. В

[6] методом статистического моделирования исследовали надёжность горизонтальных монолитных стыков, установив, что наибольший вклад в несущую способность вносит прочность бетона стены, затем – бетона замоноличивания, а геометрические отклонения оказывают меньшее влияние.

Влияние эксплуатационных факторов на изменение свойств бетона изучено в ряде публикаций. В [7] рассмотрели НДС горизонтальных стыков при длительном нагружении. В [8,9,10] рассмотрены вопросы оценки технического состояния и надёжности железобетонных конструкций зданий. В [11] предложен критерий оценки остаточной несущей способности железобетонных балок на основе прочности арматуры и бетона. В [12] рассмотрены рациональные схемы контроля прочности по ГОСТ 18105. В [13] выявлено влияние влажности на точность неразрушающего контроля, а в [14] выполнен расчёт длины температурных отсеков с учётом дискретных связей.

Зарубежные исследования дополняют картину. В [15] изучили прочностные свойства стеновых панелей из вспененного полистирола, показав зависимость прочности от увлажнения. В [16] исследовали двухоболочечные композитные панели, выявив критическую роль замковых соединений при изгибе. В [17] экспериментально подтвердили повышение несущей способности рам с заполнением из ячеистого бетона на 29,6 % при циклическом нагружении.

Таким образом, в литературе имеются обширные данные по отдельным аспектам прочности стыков, влиянию эксплуатационных факторов и локальному усилению. Однако комплексный подход, связывающий пространственную модель здания, учёт расхождения между нормативными и фактическими характеристиками материалов (с учётом ползучести, усадки, коррозии, монтажных отклонений) и проверку наиболее нагруженных элементов по прочности, трещиностойкости и деформативности, представлен недостаточно полно. Отсутствует методика, позволяющая на основе численного моделирования и аналитических зависимостей количественно оценить резервы несущей способности и выявить критические зоны для приоритетного обследования.

Актуальность настоящего исследования обусловлена необходимостью продления срока службы крупнопанельных зданий, составляющих значительную долю жилого фонда. Разработка расчётного порядка оценки резервов прочности с учётом длительной эксплуатации позволит обоснованно назначать объём ремонтно-восстановительных мероприятий и избегать неоправданного вывода зданий из эксплуатации.

Модели и методы

В данной работе рассматривается девятиэтажное крупнопанельное здание с габаритами в осях 30,5×11,2 м, высотой 31,7 м. Конструктивная схема – продольная бескаркасная с несущими наружными и внутренними стенами толщиной 300 мм из сборных железобетонных панелей. Перекрытия – многопустотные плиты толщиной 220 мм (серии ПК), опирающиеся на стены по слою цементно-песчаного раствора М50. Климатические параметры: снеговая нагрузка 150 кг/м², ветровой напор 23 кг/м², расчётная температура наружного воздуха –36 °С. Грунтовые условия – глины мощностью до 9 м, подстилаемые песками.

Пространственная модель создана в ПК «ЛИРА-САПР» с использованием оболочечных конечных элементов для стеновых панелей и плит перекрытий. Стыки моделировались упругими связями, учитывающими податливость вертикальных и горизонтальных соединений.

Загружения определялись собственным весом, постоянными нагрузками от конструкций пола и перегородок, временными полезными нагрузками (длительными и кратковременными), снеговой, ветровой (статическая и пульсационная) по двум направлениям, давлением грунта. Расчётные сочетания – по СП 20.13330.2016 с

использованием таблиц РСУ и РСН. Базовой принята комбинация РСН1, как наиболее неблагоприятная для вертикальных и горизонтальных элементов.

Учёт эксплуатационных факторов. Для перехода от нормативных характеристик к фактическим вводятся коэффициенты:

- k_b – снижение прочности бетона (по данным обследования или сценариям 0,85 и 0,75);
- k_s – сохранность арматуры (учитывает коррозию и повреждение защитного слоя);
- $E_{b,lt} = \frac{E_b}{1+\varphi}$ – приведённый модуль деформации при длительном действии нагрузки, где φ – коэффициент ползучести, зависящий от влажности (1,8 – выше 75 %, 2,5 – 40–75 %, 3,6 – ниже 40 %);
- температурные и усадочные деформации учитываются как $\varepsilon_T = \alpha_{bt} \Delta T$ и ε_{sh} ; при стеснении они создают дополнительные напряжения $\sigma_T = E_{b,lt}(\alpha_{bt} \Delta T + \varepsilon_{sh})$.

Проверка стеновой панели. Из модели для наиболее нагруженной панели (нижний этаж) извлекаются σ_x и σ_y – нормальные напряжения по направлениям локальных осей элемента, МПа; τ_{xy} – касательное напряжение, МПа. Определяются главные напряжения:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}. \quad (1)$$

Максимальное по модулю сжимающее напряжение $|\sigma_{max}|$ сравнивается с расчётным сопротивлением бетона $R_{b,red}$. Коэффициент использования бетона по сжатию $\eta_\sigma = \frac{|\sigma_{max}|}{R_{b,red}}$, коэффициент запаса по сжатию $K_\sigma = \frac{R_{b,red}}{|\sigma_{max}|}$.

Проверка плиты перекрытия. Для плиты ПК 76.15-8 ($l_0 = 7,46$ м, $h = 220$ мм, защитный слой 25 мм, арматура $\varnothing 10$ А500С с шагом 200 мм) фактическая площадь верхней арматуры $A_{s,f} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{1000}{s} = 3,927$ см²/м. Требуемая площадь $A_{s,req}$ из модели. Проверка по изгибу: $x = \frac{R_s A_s}{R_{bb}}$, $M_R = R_s A_s \left(h_0 - \frac{x}{2}\right)$, $\eta_M = \frac{M_{Ed}}{M_R}$.

Прогиб: $f_{lim} = \frac{l_0}{200}$, $\eta_f = \frac{f}{f_{lim}}$. Ширина раскрытия трещин – по СП 63.13330.2018.

Сопоставление с экспериментами. Для вертикальных стыков использованы данные натурных испытаний [2] (предельное усилие 64 кН); для горизонтальных – ориентиры по приросту несущей способности 10–15 % [1]; для плит – диапазон раскрытия трещин 0,2–0,5 мм [4].

Расчетный индикатор долговечности $K_d = \min\left(\frac{a_f}{a_{req}}, \frac{R_{b,f}}{R_b}, \frac{A_{s,f}}{A_s}, \frac{M_{crc}}{M_{Ed}}\right)$, где a_f – фактическая толщина защитного слоя; a_{req} – требуемая толщина защитного слоя; $R_{b,f}$ – фактическое сопротивление бетона; $A_{s,f}$ – работоспособная площадь арматуры; M_{crc} – момент образования трещин; M_{Ed} – изгибающий момент от расчетной нагрузки.

Результаты исследования и их анализ

Анализ НДС здания по данным численного моделирования. На рисунке 1 приведены изополюса перемещений по оси Z (вертикальные перемещения), показывающие, что максимальный прогиб перекрытий составляет около 1,3 мм, что значительно меньше предельного значения. На рисунках 2–4 показаны эпюры изгибающих моментов M_x , M_y и M_{xy} соответственно. Наибольшие моменты сосредоточены в опорных зонах плит и в местах сопряжения с внутренними стенами. На рисунках 5 и 6 представлены поперечные силы Q_x и Q_y , значения которых достигают 44,65 и 21,78 кН/м соответственно. На рисунках 7 и 8 отображены нормальные напряжения N_x и N_y , которые используются для вычисления главных напряжений в стеновых панелях. Результаты моделирования подтверждают, что наиболее напряжёнными элементами являются стеновые панели нижних этажей и плиты перекрытия в средних пролётах.

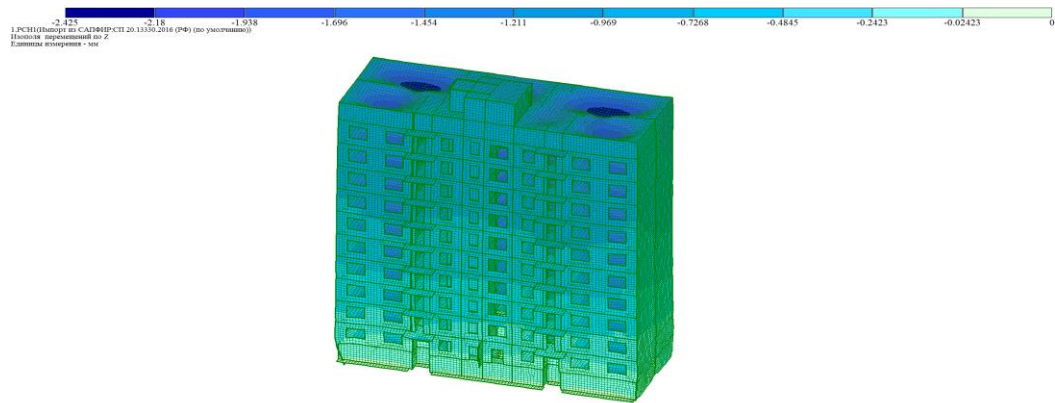


Рисунок 1 – Перемещения по оси Z по зданию

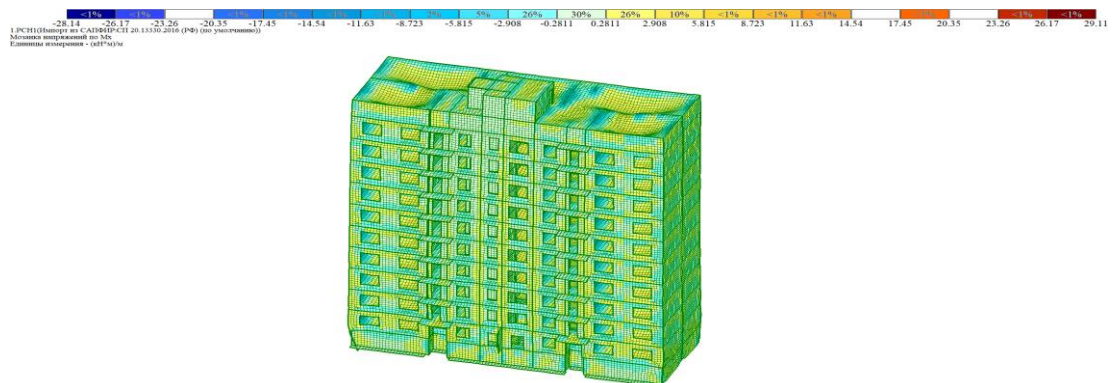


Рисунок 2 – Изгибающие моменты Mx по зданию

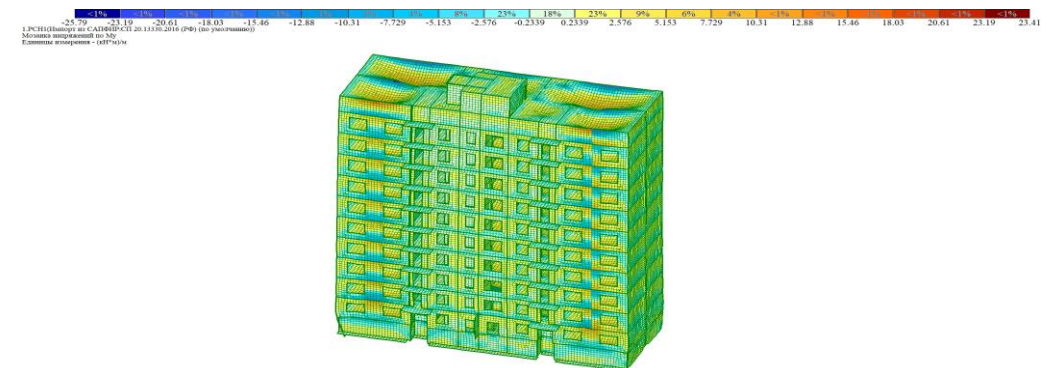


Рисунок 3 – Изгибающие моменты My по зданию

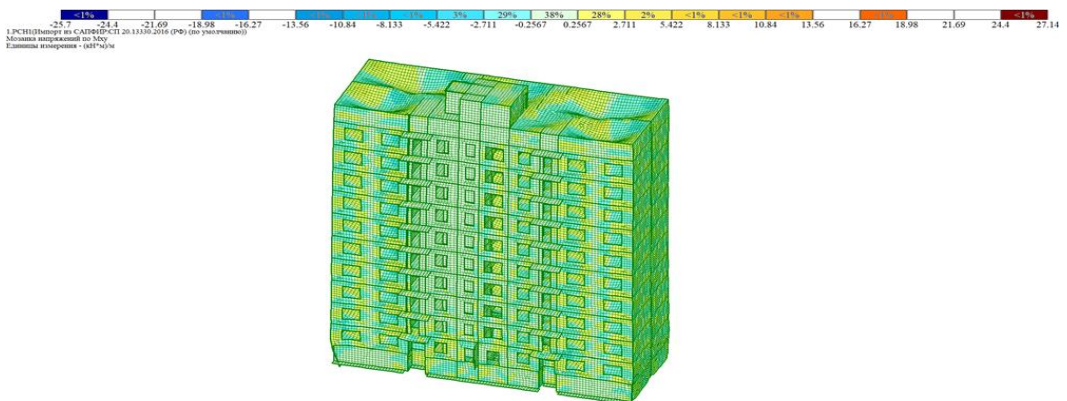
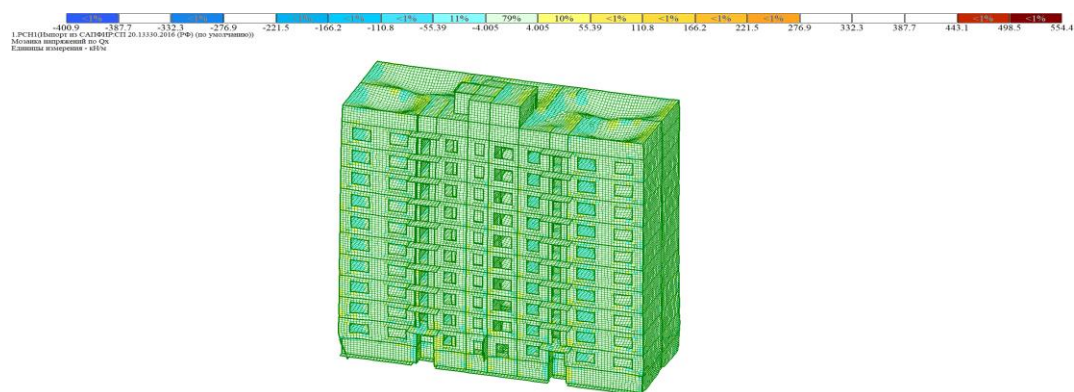
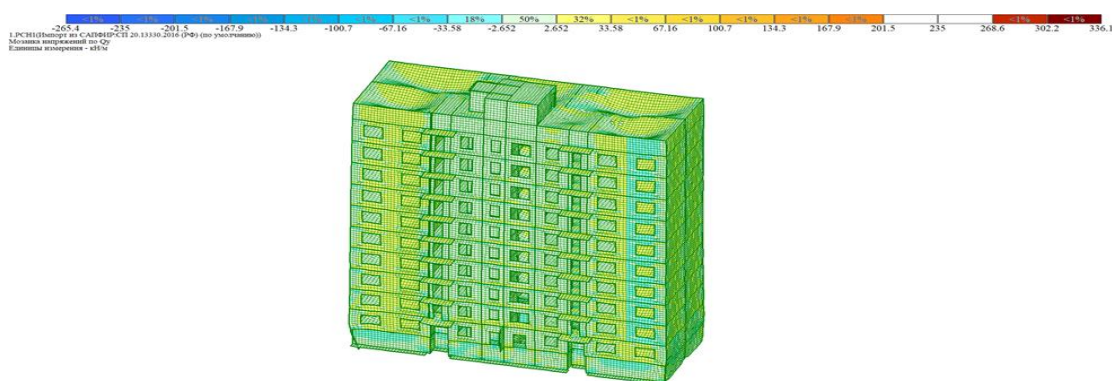
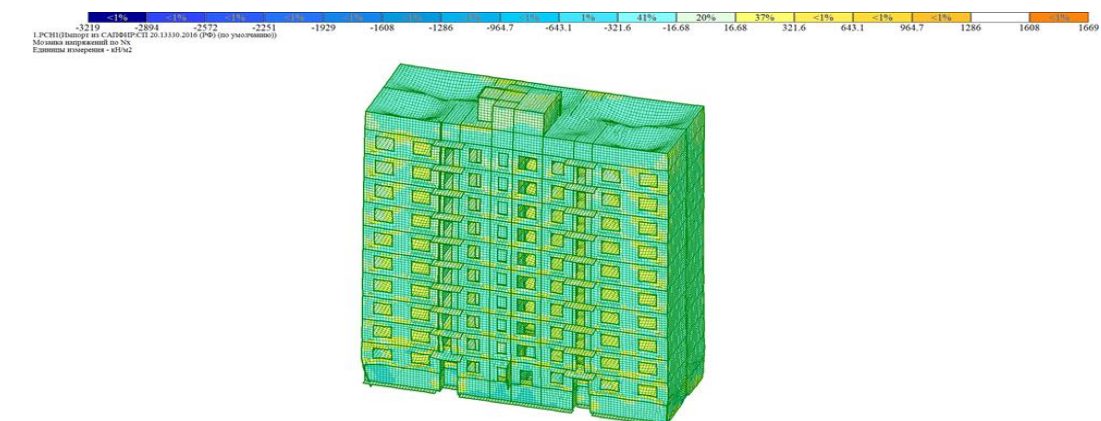
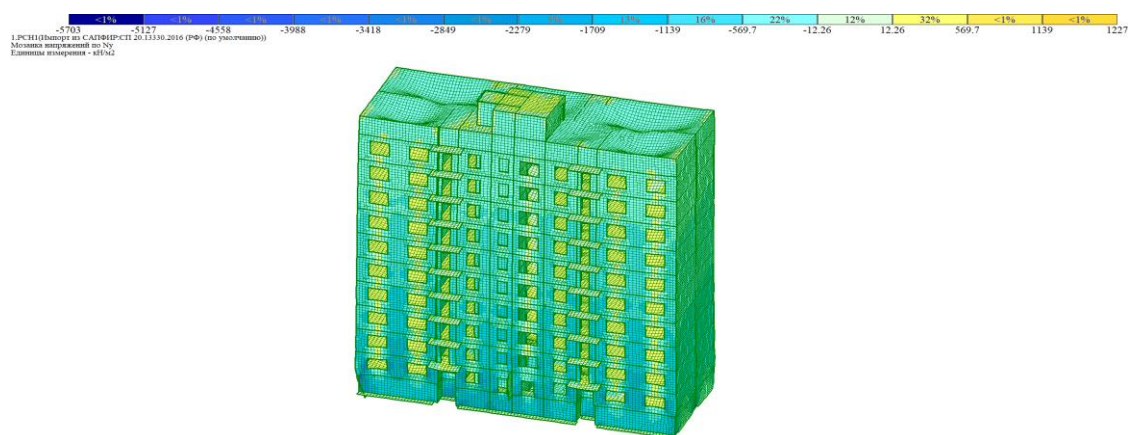


Рисунок 4 – Изгибающие моменты Mxy по зданию

Рисунок 5 – Поперечные силы Q_x по зданиюРисунок 6 – Поперечные силы Q_y по зданиюРисунок 7 – Нормальное напряжение N_x по зданиюРисунок 8 – Нормальное напряжение N_y по зданию

Проверка стеновой панели. По модели получены $\sigma_x = -3,219$ МПа, $\sigma_y = -5,643$ МПа, $\tau_{xy} = -3,057$ МПа. Главные напряжения: $\sigma_1 = -1,14$ МПа, $\sigma_2 = -7,72$ МПа. Для бетона В25 $R_b = 14,5$ МПа. $\eta_c = 0,53$, $K_c = 1,88$ (резерв 88 %). Изгибные моменты ($M_x = 11,34$ кН·м/м, $M_y = 9,757$ кН·м/м) создают напряжения 0,756 и 0,650 МПа, что ниже R_{bt} . Сдвиговая сила $Q = 49$, кН/м даёт касательное напряжение 0,166 МПа, значительно меньше главного сжатия. При снижении R_b на 15 % ($R_{b,red} = 12,33$ МПа) $\eta_c = 0,63$, $K = 1,60$; при снижении на 25% ($R_{b,red} = 10,88$ МПа) $\eta_c = 0,71$, $K = 1,41$. Граничное состояние ($K = 1$) наступило бы при $R_{b,red} = 7,72$ МПа, что значительно ниже проектного.

Длительные эффекты. При $\varphi = 2,5$ (нормальная влажность) $E_{b,lt} = 8571$ МПа (28,6 % от начального). С учётом перераспределения ($k_{ндс} = 1,10$) $|\sigma_{2,lt}| = 8,49$ МПа. $\eta_{\sigma,lt} = 0,59$, $K = 1,71$. При $\varphi = 3,6$ (пониженная влажность) и $k_{ндс} = 1,15$, $\eta_{\sigma,lt} = 0,61$, $K = 1,63$. Совместное влияние длительности и снижения R_b на 25 % даёт $\eta_{\sigma,lt,red} = 0,78$, $K = 1,28$. Усадка ($\varepsilon_{sh} = 0,0003$, $\mu_{sh} = 0,3$) создаёт напряжение $\sigma_{sh} = 0,77$ МПа; в направлении X суммарное растягивающее напряжение 1,53 МПа приближается к $R_{bt,ser} = 1,55$ МПа ($\eta_t = 0,99$), что указывает на опасность трещинообразования в зонах стыков и опирания.

Проверка плиты перекрытия. $A_{s,f} = 3,927$ см²/м, $A_{s,req,top} = 3,925$ см²/м – практически полное использование (запас 1,0005). Для нижней зоны $A_{s,req,bot} = 1,415$ см²/м, запас 2,77. Несущая способность по изгибу: $x = 11,78$ мм, $M_R = 31,45$ кН·м/м. Для верхней зоны $M_{Ed} = 31,43$ кН·м/м, $\eta_m = 1,00$; для нижней $M_{Ed} = 11,56$ кН·м/м, $\eta_m = 0,37$, запас 2,72. Прогиб $f = 1,289$ мм, $f_{lim} = 37,3$ мм, $\eta_f = 0,035$, запас 28,9. Аналитическая балочная оценка $f_{an} = 1,76$ мм (расхождение 26,8 % из-за пространственной работы). Момент трещинообразования $M_{crc} = 12,91$ кН·м/м – в верхней зоне он превышен, расчётная ширина раскрытия $a_{crc} = 0,24$ мм (согласуется с диапазоном 0,2–0,5 мм [4]); в нижней – 0,09 мм (некритично).

Сопоставление с экспериментами. Для вертикального стыка расчётное сдвигающее усилие 49,68 кН/м (или 49,68 кН на погонный метр) при пределе 64 кН [2] даёт $\eta_Q = 0,78$, $K = 1,29$. Это меньше запаса панели по сжатию, что подтверждает повышенную ответственность стыков. Для горизонтальных стыков с учётом прироста 12 % [1] экспериментальный момент $M_{exp} = 35,22$ кН·м/м, отношение $M_{Ed}/M_{exp} = 0,89$ – опорная зона плиты близка к пределу даже при возможном усилении.

В результате выявлены критические зоны:

- верхняя арматура плит (коэффициент использования $\sim 1,0$);
- вертикальные стыки по сдвигу (запас 29 %);
- участки сопряжения плит и стен, где усадка и изгиб создают растягивающие напряжения, близкие к $R_{bt,ser}$.

Стеновые панели имеют устойчивый запас по сжатию, но локальные растяжения требуют контроля трещин.

Заключение

1. Разработан расчётный порядок оценки резервов прочности крупнопанельного здания, основанный на пространственном моделировании в ПК «ЛИРА-САПР» и аналитических проверках по СП 63.13330.2018, учитывающий длительные эксплуатационные факторы (ползучесть, усадку, температурные деформации, коррозию, монтажные отклонения) через коэффициенты и приведённые характеристики материалов.

2. Для наиболее нагруженной стеновой панели установлено, что максимальное главное сжимающее напряжение составляет 7,72 МПа при расчётном сопротивлении бетона 14,5 МПа; коэффициент использования – 0,53, запас – 1,88. При снижении прочности бетона на 25 % и длительном режиме ($\varphi = 2,5$) коэффициент использования возрастает до 0,78, запас снижается до 1,28, что свидетельствует о сохранении несущей способности даже в неблагоприятных условиях.

3. Для плиты перекрытия ПК 76.15-8 выявлен минимальный запас по верхней рабочей арматуре (фактическая площадь 3,927 см²/м практически равна требуемой 3,925

см²/м), тогда как по нижней арматуре и прогибу имеются значительные резервы (запас по изгибу 2,72, по прогибу 28,9). Расчётная ширина раскрытия трещин в верхней зоне (0,24 мм) находится в допустимых пределах, но требует контроля защитного слоя и влажностного режима.

4. Сопоставление с экспериментальными данными показало, что вертикальные стыки по сдвигу имеют запас 1,29 (коэффициент использования 0,78), что существенно ниже запаса стеновых панелей по сжатию. Горизонтальные стыки в опорных зонах плит работают близко к пределу (отношение расчётного момента к экспериментальному с учётом усиления – 0,89). Эти зоны должны быть приоритетными при инструментальном обследовании.

5. Установлено, что длительное действие нагрузок и усадка приводят к росту растягивающих напряжений в зонах сопряжения до 1,53 МПа, что близко к расчётному сопротивлению бетона растяжению (1,55 МПа). Это обуславливает необходимость контроля трещиностойкости в опорных участках плит и вертикальных стыках, особенно при нарушении герметизации швов и повышенной влажности.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания в сфере научной деятельности Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект по теме «Оценка технического состояния зданий на основе параметров живучести и риска», номер темы FSWG 2024-0003 (госзадание НИУ МГСУ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грановский А.В., Доттуев А.И., Тихонов И.Н. Повышение прочности горизонтальных стыков крупнопанельных зданий // Жилищное строительство. 2011. № 6. С. 2–6. EDN: OBGOJP.
2. Дербенцев И.С., Карякин А.А., Тарасов М.В., Попп П.В. Исследование усилий в вертикальных шпоночных стыках крупнопанельного здания в процессе возведения // Вестник ЮУрГУ. Серия: Строительство и архитектура. 2020. Т. 20. № 1. С. 45–52. DOI: 10.14529/build200103. EDN: BIJCDP.
3. Киреева Э.И. Прочность горизонтальных стыков панелей и многопустотных плит перекрытий в крупнопанельных зданиях // Жилищное строительство. 2013. № 10. С. 32–36. EDN: REJQHV.
4. Филатов Е.Ф., Иванов А.В. Усиление железобетонных изделий крупнопанельных зданий, повреждённых трещинами // Жилищное строительство. 2019. № 3. С. 18–23. DOI: 10.31659/0044-4472-2019-3-47-52. EDN: WDNPZO.
5. Зенин С.А., Шарипов Р.Ш., Кудинов О.В., Шапиро Г.И., Гасанов А.А. Расчёты крупнопанельных зданий на устойчивость против прогрессирующего обрушения методами предельного равновесия и конечного элемента // Academia. Архитектура и строительство. 2016. № 4. С. 102–108. EDN: XDCWQX.
6. Тамразян А.Г., Дехтерев Д.С. Исследование надёжности горизонтального монолитного стыка сборных стеновых элементов панельных зданий методом статистического моделирования // Инновации и инвестиции. 2017. № 11. С. 167–172. EDN: RHGUSF.
7. Соколов Б.С., Никитин Г.П. Напряженно-деформированное состояние горизонтальных стыков стен крупнопанельных зданий // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2008. № 2. С. 89–95. EDN: MOTWUH.
8. Dekhterev D., Matseevich T. Assessment of the reliability of bent reinforced concrete elements under corrosive effects // E3S Web of Conferences. 2023. Vol. 410. 02029. DOI: 10.1051/e3sconf/202341002029. EDN: OSYWJW.
9. Тамразян А.Г., Мацеевич Т.А., Савин С.Ю. Оценка технического состояния несущих конструкций зданий на основе прогнозирования риска аварии // Строительство и реконструкция. 2024. № 6 (116). С. 82–91. DOI: 10.33979/2073-7416-2024-116-6-82-91. EDN: EQZYKS.
10. Тамразян А.Г., Мацеевич Т.А. Анализ надёжности железобетонной плиты с корродированной арматурой // Строительство и реконструкция. 2022. № 1 (99). С. 89–98. DOI: 10.33979/2073-7416-2022-99-1-89-98. EDN: DRZSEO.
11. Уткин В.С. Определение остаточной несущей способности железобетонных балок на стадии эксплуатации по критерию прочности арматуры и бетона // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1(53). С. 15–23. DOI: 10.5862/MCE.53.2. EDN: TIJSR.
12. Несветаев Г.В., Кардумян Г.С., Коллеганов А.В. Рациональные схемы контроля прочности бетона по ГОСТ 18105 // Инженерный вестник Дона. 2019. № 2. С. 1–7.

13. Бурмин А.В. Влияние влажности бетона на точность определения его прочности // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2007. № 4. С. 135–139. EDN: JUDAKR.
14. Ямлеев У.А., Насыров Р.Р. Расчёт длины температурного отсека крупнопанельного жилого дома с трёхслойными стеновыми панелями с дискретными связями на температурно-влажностное воздействие // Вестник УлГТУ. 2006. № 3(35). С. 41–45. EDN: RCKZSH.
15. Sivakanthan S., Karandeniya P., Thevarajah B., Jayasinghe M.T.R. Strength Development and Lateral Load Resisting Properties of Expanded Polystyrene Based Lightweight Concrete Panels // *Engineer – Journal of the Institution of Engineers, Sri Lanka*. 2022. Vol. 55. No. 3. P. 91–100. DOI: 10.4038/engineer.v55i3.7524. EDN: BPPOMO.
16. Weiss M., Hu X., Pereira M., Zhang P. Structural Performance and Failure Mechanisms in Bend Loading of Steel-Aerated Concrete Fire Wall Composite Panels // *Buildings*. 2025. Vol. 15. No. 8. 1338. DOI: 10.3390/buildings15081338. EDN: NBVRMD.
17. Salu Y., Parung H., Tjaronge M., Irmawaty R. Seismic Performance of Cellular Lightweight Concrete Block Panels as Infilled Wall in RC Frames Due to Cyclic Lateral Loading // *Engineering, Technology & Applied Science Research*. 2024. Vol. 14. No. 5. P. 16833–16839. DOI: 10.48084/etasr.8444. EDN: NRHMON.

REFERENCES

1. Granovskiy A.V., Dottuyev A.I., Tikhonov I.N. Increasing the strength of horizontal joints of large-panel buildings. *Housing Construction*. 2011. No. 6. Pp. 2–6. (In Russ.) EDN: OBGOJP
2. Derbentsev I.S., Karyakin A.A., Tarasov M.V., Popp P.V. Investigation of forces in vertical keyed joints of a large-panel building during construction. *Bulletin of SUSU. Series: Construction and Architecture*. 2020. Vol. 20. No. 1. Pp. 45–52. (In Russ.) DOI: 10.14529/build200103 EDN: BIJCDP
3. Kireyeva E.I. Strength of horizontal joints of panels and hollow-core floor slabs in large-panel buildings. *Housing Construction*. 2013. No. 10. Pp. 32–36. (In Russ.) EDN: REJQHV
4. Filatov Ye.F., Ivankov A.V. Strengthening of reinforced concrete products of large-panel buildings damaged by cracks. *Housing Construction*. 2019. No. 3. Pp. 18–23. (In Russ.) DOI: 10.31659/0044-4472-2019-3-47-52 EDN: WDNPZO
5. Zenin S.A., Sharipov R.Sh., Kudinov O.V., Shapiro G.I., Gasanov A.A. Calculations of large-panel buildings for stability against progressive collapse using limit equilibrium and finite element methods. *Academia. Architecture and Construction*. 2016. No. 4. Pp. 102–108. (In Russ.) EDN: XDCWQX
6. Tamrazyan A.G., Dekhterev D.S. Reliability study of horizontal monolithic joint of prefabricated wall elements of panel buildings using statistical modeling. *Innovations and Investments*. 2017. No. 11. Pp. 167–172. (In Russ.) EDN: RHGUSF
7. Sokolov B.S., Nikitin G.P. Stress-strain state of horizontal joints of walls in large-panel buildings. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2008. No. 2. Pp. 89–95. (In Russ.) EDN: MOTWUH
8. Dekhterev D., Matseevich T. Assessment of the reliability of bent reinforced concrete elements under corrosive effects. *E3S Web of Conferences*. 2023. Vol. 410. Article no. 02029. DOI: 10.1051/e3sconf/202341002029. EDN: OSYWJW
9. Tamrazyan A.G., Matseyevich T.A., Savin S.Yu. Assessment of the technical condition of load-bearing structures of buildings based on accident risk prediction. *Building and Reconstruction*. 2024. No. 6 (116). Pp. 82–91. (In Russ.) DOI: 10.33979/2073-7416-2024-116-6-82-91 EDN: EQZYKS
10. Tamrazyan A.G., Matseyevich T.A. Reliability analysis of a reinforced concrete slab with corroded reinforcement. *Building and Reconstruction*. 2022. No. 1 (99). Pp. 89–98. (In Russ.) DOI: 10.33979/2073-7416-2022-99-1-89-98 EDN: DRZSEO
11. Utkin V.S. Determination of residual bearing capacity of reinforced concrete beams at the operation stage according to the strength criterion of reinforcement and concrete. *Magazine of Civil Engineering*. 2015. No. 1 (53). Pp. 15–23. (In Russ.) DOI: 10.5862/MCE.53.2 EDN: TIJJSR
12. Nesvetaev G.V., Kardumyan G.S., Kolleganov A.V. Rational schemes for concrete strength control according to GOST 18105. *Engineering Bulletin of the Don*. 2019. No. 2. Pp. 1–7. (In Russ.)
13. Burmin A.V. Effect of concrete moisture content on the accuracy of strength determination. *Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. 2007. No. 4. Pp. 135–139. (In Russ.) EDN: JUDAKR
14. Yamleev U.A., Nasyrov R.R. Calculation of the temperature compartment length of a large-panel residential building with three-layer wall panels with discrete connections under temperature and humidity effects. *Bulletin of UlSTU*. 2006. No. 3 (35). Pp. 41–45. (In Russ.) EDN: RCKZSH
15. Sivakanthan S., Karandeniya P., Thevarajah B., Jayasinghe M.T.R. Strength Development and Lateral Load Resisting Properties of Expanded Polystyrene Based Lightweight Concrete Panels. *Engineer – Journal of the Institution of Engineers, Sri Lanka*. 2022. Vol. 55. No. 3. Pp. 91–100. (In Russ.) DOI: 10.4038/engineer.v55i3.7524 EDN: BPPOMO

16. Weiss M., Hu X., Pereira M., Zhang P. Structural Performance and Failure Mechanisms in Bend Loading of Steel-Aerated Concrete Fire Wall Composite Panels. *Buildings*. 2025. Vol. 15. No. 8. Article no. 1338. DOI: 10.3390/buildings15081338 EDN: NBVRMD

17. Salu Y., Parung H., Tjaronge M., Irmawaty R. Seismic Performance of Cellular Lightweight Concrete Block Panels as Infilled Wall in RC Frames Due to Cyclic Lateral Loading. *Engineering, Technology & Applied Science Research*. 2024. Vol. 14. No. 5. Pp. 16833–16839. DOI: 10.48084/etasr.8444 EDN: NRHMON

Сведения об авторах:

Мацеевич Татьяна Анатольевна, доктор физико-математических наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 51461741900, SPIN-код: 1299-6980, AuthorID: 690808, ResearcherID: AAB-2742-2020, <https://orcid.org/0000-0001-6292-0759>. Email: matseevichta@mgsu.ru.

About the authors:

Tatiana A. Matseevich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 51461741900, SPIN-code: 1299-6980, AuthorID: 690808, ResearcherID: AAB-2742-2020, <https://orcid.org/0000-0001-6292-0759>. Email: matseevichta@mgsu.ru.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор утвердил окончательный вариант статьи.

The author declares no conflict of interest.

The author have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 24.07.2026

Одобрена после рецензирования 02.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 24.07.2026

Approved after reviewing 02.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026

А. Г. ТАМРАЗЯН¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, Россия

ДЕМПФИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Аннотация. В данной статье рассматриваются свободные колебания железобетонной конструкции с нелинейной изгибной жёсткостью, обусловленной образованием и закрытием нормальных трещин, и с диссипацией энергии, представленной вязким демпфированием. Расчётная схема представляет собой консольный стержень, нагруженный постоянной продольной силой N и мгновенно удаляемой поперечной нагрузкой S . Задача разделена на три этапа. На первом этапе численно решается нелинейная статическая задача прогиба стержня с переменной по длине жёсткостью, зависящей от уровня изгибающего момента; для описания работы растянутого бетона используется коэффициент ψ_s . На втором этапе в рамках линейно-жёсткой динамической модели с внешними вязкими демпферами методом пространства состояний определяются критическое демпфирование и логарифмический декремент колебаний. На третьем этапе решается нелинейная динамическая задача, в которой матрица жёсткости зависит от текущего прогиба оголовья, а матрица демпфирования формируется с учётом наличия трещин. Расчёты выполнены в программном комплексе MATLAB. Установлено, что при малых и умеренных значениях поперечной нагрузки коэффициент демпфирования практически не зависит от образования трещин, однако при приближении нагрузки к предельной величине наблюдается резкое, близкое к степенному, увеличение диссипативных свойств конструкции. Полученная зависимость позволяет уточнить оценку демпфирования в железобетонных элементах при расчёте на динамические воздействия.

Ключевые слова: железобетонная конструкция, консольный стержень, жёсткость, диссипация энергии, матрица демпфирования, образованием трещин.

Для цитирования: Тамразян А.Г. Демпфирование железобетонных конструкций при свободных колебаниях // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 110-121. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-110-121. EDN: HURBBH

© Тамразян А.Г., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

A. G. TAMRAZYAN¹¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia**DAMPING OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES
UNDER FREE VIBRATIONS**

Abstract. This article considers the free vibrations of a reinforced concrete structure with nonlinear flexural stiffness due to the formation and closure of normal cracks and with energy dissipation represented by viscous damping. The calculation model is a cantilever bar loaded with a constant longitudinal force N and an instantly removed transverse load S . The problem is divided into three stages. In the first stage, a nonlinear static problem of bar deflection with a length-varying stiffness dependent on the bending moment level is numerically solved; the coefficient ψ_s is used to describe the behavior of tensile concrete. In the second stage, the critical damping and logarithmic decrement of vibrations are determined within the framework of a linearly rigid dynamic model with external viscous dampers using the state-space method. In the third stage, a nonlinear dynamic problem is solved, in which the stiffness matrix depends on the current headwall deflection, and the damping matrix is generated taking into account the presence of cracks. The calculations were performed using the MATLAB software package. It was found that for small and moderate transverse loads, the damping coefficient is virtually independent of crack formation. However, as the load approaches its limit, a sharp, power-law-like increase in the dissipative properties of the structure is observed. The resulting relationship allows for a more accurate assessment of damping in reinforced concrete elements when calculating dynamic loads.

Keywords: reinforced concrete structure, cantilever rod, rigidity, energy dissipation, damping matrix, crack formation

For citation: Tamrazyan A.G. Damping of reinforced concrete structures under free vibrations. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 110-121. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-110-121. EDN: HURBBH

Введение

В современном строительстве наблюдается устойчивая тенденция к увеличению этажности и сложности архитектурно-конструктивных решений зданий. Высотные здания предъявляют повышенные требования к обеспечению их надёжности и комфортности при динамических нагрузках, возникающих вследствие ветровых и сейсмических воздействий. Ключевым фактором, определяющим реакцию здания на эти воздействия, является демпфирование — способность конструкции рассеивать колебательную энергию [1-6].

Отечественные строительные нормы регламентируют использование фиксированных значений коэффициента демпфирования (например, 5% от критического для железобетонных конструкций). Однако анализ научно-технической литературы и данные натурных испытаний, свидетельствуют о том, что реальные диссипативные свойства железобетонных конструкций существенно зависят от их напряжённо-деформированного состояния [7-9]. В частности, наличие и раскрытие трещин, высота здания, уровень напряжений приводят к значительному изменению коэффициента демпфирования, что не учитывается действующими нормами [10-11]. Игнорирование этого факта может приводить к недооценке усилий в элементах конструкций и, как следствие, к завышению их несущей способности, что создаёт потенциальную угрозу безопасности высотных зданий при динамических воздействиях.

Модели и методы

При решении задачи о собственных и вынужденных колебаниях железобетонной колонны с диссипацией примем следующую расчётную схему: в монолитном железобетонном каркасе колонна обычно закреплена с обоих концов (в уровне перекрытий). Для упрощения, следуя стандартным допущениям практики расчёта строительных конструкций, заменим закреплённый с двух концов стержень стержнем, у которого один край закреплён (заделка), а другой край свободен (оголовье), данную схему (рис. 1) в рамках работы будем именовать «полуколонна» (длина консольного стержня l равна половине от исходной колонны $2l$). Такая замена корректна для определения усилий в конструкции и позволяет рассматривать простую статически определимую расчётную схему.

На оголовье стержня приложены продольная сжимающая нагрузка N (нагрузка, воспринимаемая от вышележащих конструкций) и поперечное усилие S . Усилие S является следствием воздействия динамической нагрузки (ветровая, сейсмическая). В данной работе рассматриваются собственные колебания железобетонной полуколонны, возникающие при мгновенном удалении нагрузки S .

Стержень обладает нелинейной жёсткостью, обусловленной раскрытием-закрытием трещин по длине элемента: по достижении в заделке величины изгибающего момента M_{cre} в заделке возникают нормальные трещины, и при дальнейшем увеличении поперечной нагрузки S увеличивается и длина участка, на котором раскрываются трещины — l_{cre} . Данный участок, в силу образования трещин, будет обладать пониженной жёсткостью.

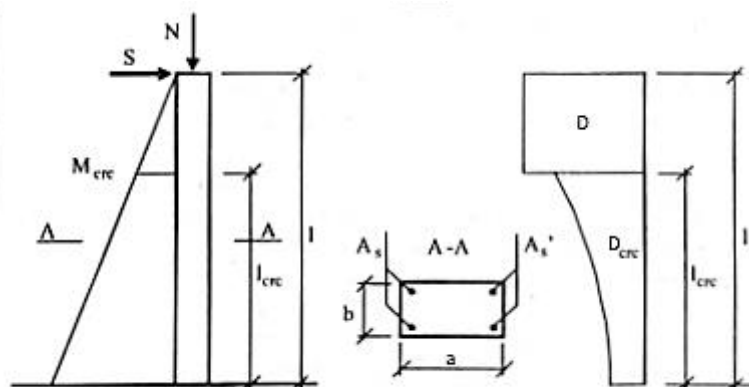


Рисунок 1 — Расчётная схема полуколонны с переменной жёсткостью

После мгновенного удаления нагрузки S стержень начинает совершать свободные колебания. При этом период свободных колебаний конструкции не является постоянной величиной в силу зависимости от жёсткости конструкции: по мере закрытия трещин в процессе возврата стержня к положению равновесия жёсткость железобетонной конструкции возрастает, соответственно, это приводит к уменьшению периода собственных колебаний. При этом по достижении положения равновесия жёсткость становится наибольшей и период колебаний становится минимальным, после чего, вследствие возникновения сил инерции, стержень отклоняется от положения равновесия, трещины вновь раскрываются, жёсткость железобетонного стержня падает, период колебаний увеличивается. Таким образом, период колебаний конструкции перманентно изменяется в процессе собственных колебаний и напрямую зависит от обобщённой координаты положения конструкции

Диссипативные свойства конструкции задаются посредством введения в систему вязкого трения. Изменение периода собственных колебаний неизбежно сказывается на диссипативных свойствах конструкции. К тому же следует добавить, что железобетон с нормальными трещинами обладает большей диссипативностью, чем бетон без трещин.

На основании вышеописанных исходных данных исходных данных введём следующее допущение: наибольшее влияние на процесс колебаний стержня с демпфированием оказывает первая форма. В таком случае в процессе колебаний стержень

принимает форму, подобную той, которую принимает при ранее описанном воздействии сосредоточенного усилия S в оголовье полуколонны. Тогда мы можем избежать трудоёмкого определения абсолютной координаты каждого узла балки в каждый момент времени. Вместо этого предлагается рассматривать оголовье колонны и на основании положения оголовья определять значение жёсткости для каждого участка стержня, в соответствии с результатами решения нелинейной статической задачи.

В таком случае, на основании ранее изложенных исходных данных и допущений, задача о собственных колебаниях нелинейно-жёсткого стержня с демпфированием разбивается на три подзадачи:

1. Решение задачи статического прогиба нелинейного-жёсткого стержня под воздействием поперечного усилия S
2. Решение линейно-жёсткой динамической задачи с диссипацией с целью определения диссипативных параметров системы
3. Решение нелинейно-жёсткой динамической задачи с демпфированием

Реализация трёх подзадач выполняется численными методами в программном комплексе MATLAB.

В рамках работы рассмотрим поведение полуколонн, характеристики которых представим в табл. 1.

Таблица 1 - Характеристики полуколонн, рассматриваемых в работе

№	Наименование типа	Длина, м	Размеры поперечного сечения, см	Класс бетона, В	Класс арматуры	Армирование с стороны ($A_s=A_s'$)	Площадь армирования, см ²
1	ПК.Т1	1,5	40×80	15	А500	5Ø20	15,71
2	ПК.Т2			30		5Ø25	25,60
3	ПК.Т3			30		5Ø32	32,10

Результаты исследования и их анализ

Решение задачи статического прогиба нелинейного-жёсткого стержня под воздействием поперечного усилия S

Зависимость между прогибом оголовья полуколонны w_{end} и горизонтальной нагрузкой S является нелинейной по ряду причин. Во-первых, из-за действия продольного усилия N , которое приводит к образованию дополнительного изгибающего момента в заделке с ростом прогиба (т. н. P – Δ эффект). Во-вторых, жёсткость железобетонной конструкции непостоянна по протяжённости: имеется участок с пониженной жёсткостью (l_{crc}) и участок с изначальной жёсткостью ($l-l_{crc}$). В-третьих, по мере увеличения усилия S увеличивается и участок l_{crc} .

Условием раскрытия трещин является превышение действующего изгибающего момента в сечении M над моментом трещинообразования M_{crc} :

$$M \leq M_{crc} = R_{bt,ser} W_{pl} + N e_x, \quad (1)$$

где W_{pl} — упругопластический момент сопротивления сечения для крайнего растянутого волокна в железобетонном сечении, и связывается с упругим моментом сопротивления W_{red} коэффициентом пластичности γ :

$$W_{pl} = \gamma W_{red}. \quad (2)$$

Коэффициент γ позволяет учитывать псевдотекучую работу бетона при раскрытии трещин. Однако, раскрытие трещин с реализацией псевдотекучести бетона справедливо только для первичного раскрытия трещин, при повторном раскрытии трещин бетон в сечении сопротивляется абсолютно упруго, поскольку раскрываются уже ранее

образованные трещины. Поскольку данный раздел необходим для дальнейшего решения задачи динамики, предлагается на данном этапе принимать $\gamma = 1$.

При раскрытии трещин жёсткость железобетонного стержня изменяется, и бетон растянутой зоны сечения частично выключается из работы. Оставшийся в работе растянутый бетон в участках между трещинами традиционно учитывают посредством применения коэффициента Мурашева ψ_s . В соответствии с актуальными строительными нормами, данный коэффициент для изгибаемых железобетонных конструкций равняется:

$$\psi_s(M) = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M} . \quad (3)$$

Отметим, что коэффициенту $\psi_s = 1$ (полное выключение растянутой зоны бетона из работы) соответствует изгибающий момент:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M} = 1 . \quad (4)$$

Отсюда заключаем, что вне зависимости от действующего в железобетонном элементе изгибающего момента, в растянутой зоне всегда остаётся бетон, включённый в работу конструкции. Тогда одна из предпосылок расчёта конструкции по предельным состояниям первой группы (выключение бетона растянутой зоны сечения из работы) выполняется для конкретного малого железобетонного сечения с трещиной, в окрестностях которой бетон растянутой зоны элемента остаётся включённым в работу. Однако подобное справедливо только для железобетонных элементов, рассматриваемых в континуальной постановке, но для того, чтобы решить поставленную задачу о нелинейном прогибе стержня численными методами, потребуется переход к кусочно-дискретной модели стержня. Тогда при постоянной длине конструкции $l = const$ и числе участков $n \rightarrow \infty$ (приближение к континуальной модели) на i -ом участке протяжённостью $h \rightarrow 0$ при $M = M_{ult}$ бетон растянутой зоны остаётся включённым в работу, что приводит к противоречию с предпосылкой расчёта по первой группы предельных состояний.

По причине описанных рассуждений наиболее целесообразным в рамках работы представляется применение коэффициента Мурашева, определяемого по формуле:

$$\psi_s(M) = 1,3 - S_\psi \frac{M_{crc}}{M} . \quad (5)$$

где S_ψ — коэффициент, зависящий от сцепления арматуры с бетоном и характера нагружения конструкции (для конструкций с арматурой с периодическим профилем при длительной нагрузке $S_\psi = 0,8$, для динамической нагрузки $S_\psi = 0,3$).

Формулу (5) модифицируем на основании ранее описанных рассуждений. Поскольку при $M = M_{ult}$ коэффициент $\psi_s = 1$, получим:

$$\frac{0,3}{S_\psi} = \frac{M_{crc}}{M_{ult}} . \quad (6)$$

Таким образом, автор данной работы предлагает следующую модификацию формулы (5): вместо статического коэффициента 1,3 перейти к подвижному $1 + k_\psi$, в таком случае придём к следующей записи:

$$\begin{cases} k_\psi = S_\psi \frac{M_{crc}}{M} \\ \psi_s(M) = (1 + k_\psi) - S_\psi \frac{M_{crc}}{M} \end{cases} . \quad (7)$$

Вслед рассмотрим жёсткость железобетонного элемента без раскрытия нормальных трещин. Традиционно (и в соответствии с требованиями актуальных строительных норм) жёсткость железобетонного стержня определяется на основании стандартных формул теории сопротивления материалов. Однако подобная оценка является тривиальной и негативно сказывается на дальнейшем решении динамической задачи. Для начала следует отметить, что подобный подход принуждает рассматривать, что по мере приближения величины изгибающего момента в сечении к величине M_{crc} в бетоне конструкции не возникает неоднородностей в распределении напряжений и, как следствие, постепенного изменения жёсткости. Вместо этого подразумевается, что жёсткость конструкции изменяется скачкообразно — вслед за образованием трещин возникает мгновенное уменьшение изгибной жёсткости [12]. Если при рассмотрении статической задачи можно допустить, что

данный подход имеет место, то при знакопеременной нагрузки, когда бетон уже обладает неоднородностями в силу уже ранее образовавшихся трещин, важно учитывать постепенное изменение жёсткости системы. Ко всему стандартный подход с «отскоком» на эпюре изгибной жёсткости приводит к негативным эффектам при решении динамической задачи (возникновение «шумов» на графике $w_{end}(t)$). Поэтому в рамках работы жёсткость бетона в растянутой зоне железобетонного сечения учитывается посредством коэффициента ψ_s при $M < M_{crc}$, определяемый в соответствии с формулой [13]:

$$\begin{cases} \psi_s(M) = a_{bc} + b_{bc} \left(\frac{M}{M_{ult}} \right)^{c_{bc}} \\ a_{bc} = \psi_s(0) = \frac{1}{1 + \frac{E_b I_b}{E_s I_s}} \\ c_{bc} = \frac{a_{ac} c_{ac}}{\psi_s(M_{crc}) - \psi_s(0)} \left(\frac{M}{M_{ult}} \right)^{c_{ac}} \\ b_{bc} = \frac{\psi_s(M_{crc}) - \psi_s(0)}{\left(\frac{M}{M_{ult}} \right)^{c_{ac}}} \end{cases} \quad (8)$$

Для примера представлен график зависимости $\psi_s(M)$ для образца ПК.Т1 на рис. 2.

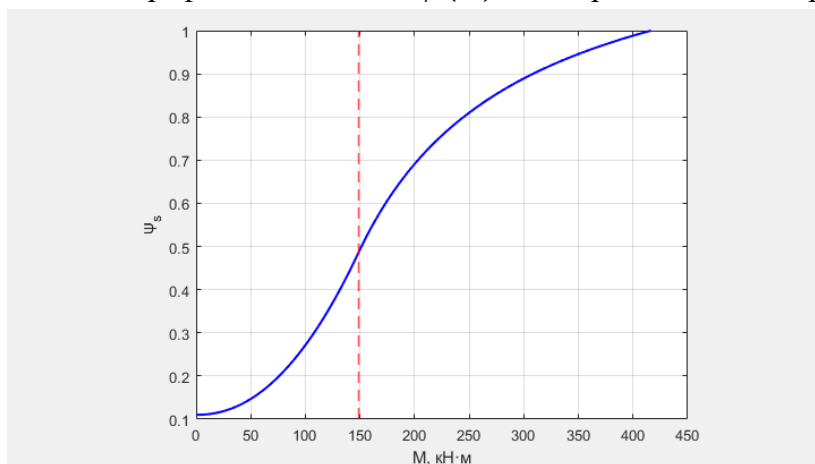


Рисунок 2 — График зависимости $\psi_s(M)$ для образца ПК.Т1

На основании изложенных выкладок решим задачу нелинейного прогиба полуколонны под действием нагрузки S с помощью численных методов. При решении возьмём за основу дифференциальное уравнение Эйлера-Бернулли с учётом граничных условий:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} \left(D(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + N \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \\ \left. \begin{aligned} w(0) = 0 \\ \frac{dw}{dx}(0) = 0 \end{aligned} \right\} - \text{кинематические граничные условия} \\ \left. \begin{aligned} \frac{d^2 w}{dx^2}(l) = 0 \\ \frac{d^3 w}{dx^3}(l) = S \end{aligned} \right\} - \text{статические граничные условия} \end{cases}, \quad (9)$$

где $D(x)$ — переменная по протяжённости полуколонны жёсткость.

Уравнение (9) решается с применением встроенных решателей MATLAB. Для решения нагрузка S прикладывается пошагово, на каждом шаге приложения уточняется распределение изгибной жёсткости по длине конструкции $D(x)$ в зависимости от величины изгибающего момента в сечении $M(x)$. На каждом шаге нагружения жёсткость принимается линейной.

На данном этапе расчёта получены:

– зависимость прогиба оголовья колонны w_{end} от поперечного усилия S при постоянном усилии $N = 400 \text{ кН}$ для каждого из рассматриваемых типов колонн (см. рис. 3)

– величина изгибной жёсткости на протяжении колонны при определённых значениях w_{end} (см. рис. 4)

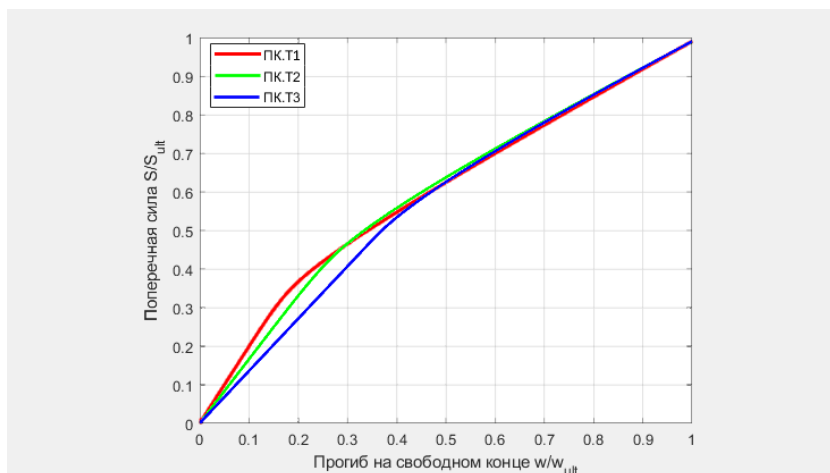


Рисунок 3 — Зависимость прогиба оголовья колонны w_{end} от действующего поперечного усилия S для 3 типов полуколонн в относительных величинах

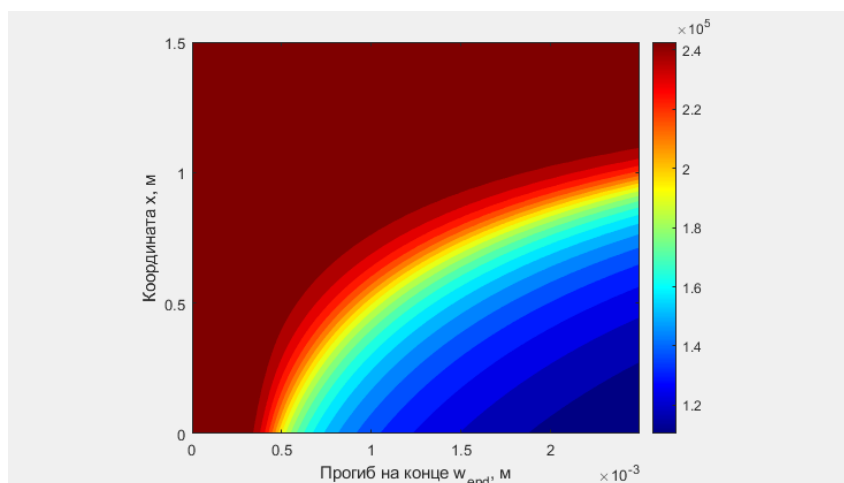


Рисунок 4 — Распределение изгибной жёсткости D по длине элемента x на основании в зависимости от прогиба оголовья колонны w_{end} для полуколонны ПК.Т1

Решение линейно-жёсткой динамической задачи с диссипацией с целью определения диссипативных параметров системы

В рамках решения данной задачи требуется определить диссипативные свойства конструкции без учёта образования трещин и изменения изгибной жёсткости. Уравнение собственных колебаний континуального железобетонного стержня с учётом демпфирования описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0. \quad (10)$$

При решении задачи численными методами осуществляется переход к кусочно-линейной постановке, тогда дифференциальное уравнение приобретает следующий вид:

$$M\ddot{W} + C\dot{W} + KW = 0. \quad (11)$$

Полуколонна разбивается на n -ое число узлов, каждый из которых обладает собственной массой m_i . Демпфирование в данной модели воссоздаётся с помощью совокупности внешних вязких демпферов с величиной вязкости c_i , один конец демпфера соединяется с узлами.

В рамках решения рассматриваемой задачи необходимо принять, что величина вязкого трения в демпферах с не зависит ни от инерционных, ни от жёсткостных свойств конструкции, а является независимой характеристикой материалов конструкции. Потому неприменимыми являются подходы описания демпфирования по Рэлею, а также

гистерезисное демпфирование. В связи с этим для решения уравнения (11) требуется произвести замену и перейти к пространству состояний (state space formulation) [14]. Произведём следующие замены:

$$z = \begin{bmatrix} W \\ \dot{W} \end{bmatrix}; \dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{W} \\ \ddot{W} \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где A — матрица состояний. В таком случае уравнение (11) сводится к уравнению:

$$\dot{z} = Az. \quad (13)$$

Таким образом, метод пространства состояний является переходом от n -ого числа линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка к $2n$ -ому числу дифференциальных уравнений первого порядка, что позволяет произвести вычисления и получить решение. По причине увеличения числа требуемых вычислений в два раза данный метод редко применяется на практике при решении задач динамики строительных систем с большим числом степеней свободы. Однако в рамках поставленной задачи, где краеугольным является вопрос диссипативных свойств конструкции, данный метод является наиболее целесообразным.

Необходимо определить величину вязкости c_i в демпферах. В соответствии с действующими строительными нормами, величина демпфирования в железобетонных конструкциях напрямую связана с критическим демпфированием. Критическому демпфированию будет соответствовать такое значение величины вязкости c_{crit} , при которой решение уравнения (11) перестаёт быть колебательным. В одномассовых осцилляторах с одним вязким демпфером (модель Фойгта) справедливым оказывается данное равенство [15]:

$$c_{crit} = 2\sqrt{mk}, \quad (14)$$

где

m — обобщённая инертность системы

k — обобщённая жёсткость системы

Но для системы с множеством числом степеней свободы (каковым является рассматриваемая полуколонна) равенство (14) неприменимо напрямую, требуется определить величину c_{crit} . Для этого примем, что величина вязкости всех демпферов одинакова и найдём величину с помощью численных методов. Решение дифференциального уравнения (13) принимает следующий вид [16]:

$$W(t) = e^{At}W(0). \quad (15)$$

Значение функции e^{At} находится через матрицу собственных векторов Φ и матрицу собственных значений Λ матрицы A :

$$e^{At} = \Phi e^{\Lambda t} \Phi^{-1}, \quad (16)$$

где

$$e^{\Lambda t} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & & \\ & e^{\lambda_2 t} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Если хоть один член λ_i матрицы собственных значений будет обладать мнимой частью — уравнение движения (которое и является решением уравнения (13)) будет обладать периодичностью, уравнение будет колебательным. Но если все члены λ_i будут действительными, то уравнение движения становится аperiodическим, система является передемпфированной. Таким образом, с помощью метода половинного деления (метод бисекции) можно подобрать значение c_{crit} — минимальное значение вязкости, при котором все члены λ_i матрицы (17) будут действительными и уравнение движения становится аperiodическим. Реализация данного алгоритма выполняется в программном комплексе MATLAB.

В завершении отметим, что матрицу демпфирования C можно представить в следующей форме:

$$C = c_{crit}Z, \quad (18)$$

где Z — диагональная матрица коэффициентов демпфирования в долях от критического (например, если всем вязким демпферам соответствует демпфирование ζ от критического $Z = \zeta \cdot I$).

Другой важной характеристикой, описывающей диссипативные свойства конструкции, является логарифмический декремент колебаний. В физическом смысле логарифмический декремент — натуральный логарифм отношения соседних амплитуд свободных колебаний с демпфированием:

$$\delta = \ln \frac{A_j}{A_{j+1}}. \quad (19)$$

Для одномассового осциллятора с вязким демпфированием величина δ с величиной ζ связана следующим соотношением:

$$\delta = 2\pi\zeta. \quad (20)$$

Данное соотношение часто применяется и в отечественных строительных нормах, однако на практике в системах с большим числом степеней свободы данное отношение тоже может не выполняться. В рамках данной работы определение величины δ производится на основании осциллограммы свободных колебаний оголовья полуколонны $w_{end}(t)$ (рис. 5). При этом вместо формулы (19) на основании численных методов применяется иной алгоритм: вместо того, чтобы определять по отдельности значение логарифмического декремента для соседних амплитуд колебаний производится определение амплитуд, которые объединяются экспоненциальной функцией следующего вида:

$$w_{end}(t) = w_{end}(0)e^{-\beta T}, \quad (21)$$

где β — декремент колебаний. Значение декремента колебаний подбирается с помощью численных методов (метод наименьших квадратов), после чего логарифмический декремент определяется на основании следующей связи с декрементом колебаний:

$$\delta = \beta T. \quad (22)$$

Так нам удастся добиться наиболее точного вычисления величины δ железобетонной конструкции. Затем, в соответствии с формулой, обратной формуле (20), можно определить фактический коэффициент демпфирования в долях от критического ζ_{fact} , который может применяться в дальнейшем при решении задач динамики строительных конструкций.

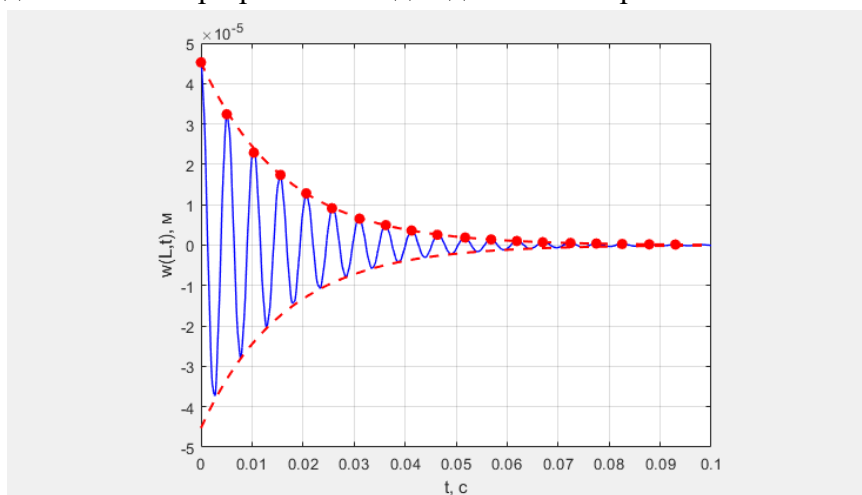


Рисунок 5 — К определению δ на примере полуколонны ПК.Т1

В качестве примера проанализируем образцы полуколонн из табл. 1, определим величину критической вязкости и зададимся вязкостью в долях от критической, на основании которого определим логарифмический декремент.

Решение нелинейно-жесткой динамической задачи с демпфированием

В предыдущем разделе была определена величина критической вязкости для каждого узла расчётной схемы. Значение критической вязкости является величиной, зависимой от

Таблица 2— Диссипативные характеристики полуколонн

№	Наименование типа	Критическая вязкость демпферов C_{crit} , кН·с/м ²	ζ , %	δ	ζ_{fact} , %
1	ПК.Т1	1949,70	5	0,317	5,04
2	ПК.Т2	2296,30		0,315	5,02
3	ПК.Т3	2423,40		0,316	5,03

жёсткости конструкции, после образования трещин жёсткость конструкции меняется, соответственно, меняется и критическая вязкость в демпферах. Примем следующее допущение: величина критической вязкости является исключительно характеристикой материалов конструкции (бетона и арматуры), а потому после изменения изгибной жёсткости вследствие трещинообразования будем принимать, что критическая вязкость демпферов остаётся неизменной и полностью соответствует ранее рассмотренной линейной задаче.

Так же необходимо отметить определение матрицы Z по формуле (18). Традиционно строительные нормы РФ рассматривают, что для железобетонных конструкций соответствует демпфирование, равное 5% от критического. Однако, как показывают результаты натурных испытаний, данная оценка является чересчур оптимистичной: зачастую 5% демпфирования от критического соответствует для железобетонных конструкций с трещинами, без трещин же демпфирование соответствует 2% от критического. На основании данных натурных испытаний в рассматриваемой железобетонной полуколонне с демпфированием предлагается следующий алгоритм формирования матрицы Z : после приложения нагрузки S первые n_{crc} узлов полуколонны попадают в зону с образованием трещин, соответственно, в матрице Z членам с 1-ого по n_{crc} присваиваются значения 0,05, оставшемуся же числу $n - n_{crc}$ членов присваивается значение 0,02.

В соответствии со всеми ранее приведёнными выкладками мы получаем следующее уравнение свободных колебаний конструкции с учётом кусочно-постоянного вязкого демпфирования и нелинейной жёсткостью в матричном виде:

$$M\ddot{W} + C\dot{W} + K(w_{end})W = 0, \quad (23)$$

где $K(w_{end})$ — матрица жёсткости, зависящая от величины прогиба оголовья полуколонны w_{end} .

Решим уравнение (23) с помощью программного комплекса MATLAB. При этом для расчёта дополнительно реализуем алгоритм вычисления изгибной жёсткости $D(x)$ для промежуточных значений w_{end} (рис.6).

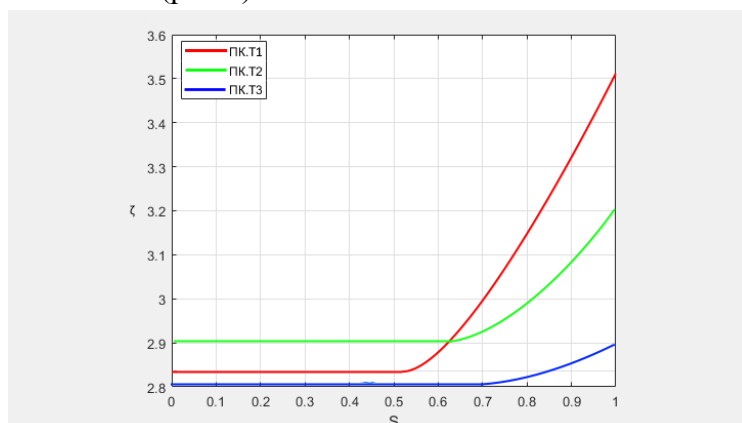


Рисунок 6 — Установленная зависимость между демпфированием в долях от критического ζ от приложенного безразмерного усилия S/S_{ult}

Закключение

1. В ходе работы получена зависимость диссипативных свойств железобетонной конструкции от приложенной нагрузки S .
2. Получено, что на большом промежутке величина S не оказывает прямого воздействия на диссипативные свойства конструкции, однако после некоего значения возникает зависимость, близкая к степенной с резким увеличением диссипативных свойств железобетонной конструкции.
3. Величина M_{ult} железобетонных конструкций сказывается на стадии резкого увеличения диссипативных характеристик конструкции.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания в сфере научной деятельности Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект по теме «Оценка технического состояния зданий на основе параметров живучести и риска», номер темы FSWG 2024-0003 (госзадание НИУ МГСУ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shein A., Zaitsev M., Tamrazyan A., Matseevich T. Damping Seismic Vibrations in High-Rise Buildings Using Controlled Reactive Dampers // Architecture and Engineering. 2025. Т. 10. № 3. С. 86–95. DOI: 10.23968/2500-0055-2025-10-3-86-95. EDN: SPIQNO.
2. Tamrazyan A.G., Chernik V.I., Matseevich T.A., Manaenkov I.K. Analytical Model of Deformation of Reinforced Concrete Columns Based on Fracture Mechanics // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2022. Т. 18. № 6. С. 573–583. DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-6-573-583. EDN: PBNUKS.
3. Ghahari F., Sargsyan K., Taciroglu E. Quantification of modeling uncertainty in the Rayleigh damping model // Earthquake Engineering & Structural Dynamics. 2024. Vol. 53.
4. Ahmed M., Mohamed H., Hassan H., Zaghlal M. Rubberized reinforced concrete columns under axial and cyclic loading // Frattura ed Integrità Strutturale. 2024. Vol. 18. P. 286–309. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.70.17.
5. Elmenshawi A., Brown T. Hysteretic energy and damping capacity of flexural elements constructed with different concrete strengths // Engineering Structures. 2010. Vol. 32. No. 1. P. 297–305. DOI: 10.1016/j.engstruct.2009.09.016.
6. Velani P., Dasari H., Bhalkikar A., Ramancharla P. Damping of RC tall buildings in India by ambient vibration test // 18th World Conference on Earthquake Engineering (WCEE2024). Milan, Italy. 2024.
7. Тамразян А.Г., Кудрявцев М.В. Влияние коррозионных повреждений арматуры на динамическое состояние сжатых железобетонных конструкций // Строительство и реконструкция. 2025. № 2 (118). С. 81–93. DOI: 10.33979/2073-7416-2025-118-2-81-93. EDN: LQAKKV.
8. Тамразян А.Г., Орлова М.А. Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния железобетонных изгибаемых элементов с трещинами // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 6 (53). С. 98–105. EDN: VAVKYX.
9. Мин Ко Ко, Тарануха Н.А., Сысоев О.Е. Математическая модель определения коэффициента демпфирования для конструкционных материалов // Вестник ИШ ДВФУ. 2024. № 3 (60).
10. Тамразян А.Г. К расчету железобетонных элементов с учетом ползучести и старения на основе реологической модели бетона // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 7. С. 26–27. EDN: PAVQEX.
11. Царева А.Д., Байдин О.В., Бондаренко В.М. Некоторые вопросы диссипации силового сопротивления деформированию железобетона // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 6. С. 31–38. EDN: PJQXYH.
12. Бондаренко В.М. Элементы диссипативной теории силового сопротивления железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 2. С. 24–31.
13. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1968. 323 с.
14. Гордеев Б.А., Ерофеев В.И., Плехов А.С. Математические модели адаптивных виброизоляторов мобильных и стационарных объектов. Нижний Новгород: Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 2017. 123 с.
15. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / пер. с англ. Я.Г. Пановко ; перераб. Д.Х. Янгом. 2-е изд., стер. М.: URSS, КомКнига, 2006. 439 с.
16. Prevosto M. State Space Formulation: A Solution to Modal Parameter Estimation // Journal of Sound and Vibration. 1991.

REFERENCES

1. Shein A., Zaitsev M., Tamrazyan A., Matseevich T. Damping Seismic Vibrations in High-Rise Buildings Using Controlled Reactive Dampers. *Architecture and Engineering*. 2025. Vol. 10. No. 3. Pp. 86–95. (In Russ.) DOI: 10.23968/2500-0055-2025-10-3-86-95 EDN: SPIQNO
2. Tamrazyan A.G., Chernik V.I., Matseevich T.A., Manaenkov I.K. Analytical Model of Deformation of Reinforced Concrete Columns Based on Fracture Mechanics. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. Vol. 18. No. 6. Pp. 573–583. (In Russ.) DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-6-573-583 EDN: PBNUKS
3. Ghahari F., Sargsyan K., Taciroglu E. Quantification of modeling uncertainty in the Rayleigh damping model. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 2024. Vol. 53.
4. Ahmed M., Mohamed H., Hassan H., Zaghlal M. Rubberized reinforced concrete columns under axial and cyclic loading. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2024. Vol. 18. Pp. 286–309. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.70.17.
5. Elmenshawi A., Brown T. Hysteretic energy and damping capacity of flexural elements constructed with different concrete strengths. *Engineering Structures*. 2010. Vol. 32. No. 1. Pp. 297–305.
6. Velani P., Dasari H., Bhalkikar A., Ramancharla P. Damping of RC tall buildings in India by ambient vibration test. *Proceedings of the 18th World Conference on Earthquake Engineering (WCEE2024)*. Milan, Italy. 2024.
7. Tamrazyan A.G., Kudryavtsev M.V. Effect of corrosion damage of reinforcement on the dynamic state of compressed reinforced concrete structures. *Building and Reconstruction*. 2025. No. 2 (118). Pp. 81–93. (In Russ.) DOI: 10.33979/2073-7416-2025-118-2-81-93 EDN: LQAKKV
8. Tamrazyan A.G., Orlova M.A. Experimental studies of the stress-strain state of reinforced concrete bending elements with cracks. *Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. 2015. No. 6 (53). (In Russ.) Pp. 98–105. EDN: VAVKYX
9. Min Ko Ko, Taranukha N.A., Sysoev O.E. Mathematical model for determining the damping coefficient for structural materials. *Bulletin of the School of Engineering of FEFU*. 2024. No. 3 (60).
10. Tamrazyan A.G. On the calculation of reinforced concrete elements considering creep and aging based on the rheological model of concrete. *Industrial and Civil Engineering*. 2012. No. 7. Pp. 26–27. (In Russ.) EDN: PAVQEX
11. Tsareva A.D., Baidin O.V., Bondarenko V.M. Some issues of dissipation of force resistance to deformation of reinforced concrete. *Structural Mechanics and Analysis of Structures*. 2012. No. 6. Pp. 31–38. (In Russ.) EDN: PJQXYH
12. Bondarenko V.M. Elements of dissipative theory of force resistance of reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014. No. 2. Pp. 24–31. (In Russ.)
13. Bondarenko V.M. *Some Problems of the Nonlinear Theory of Reinforced Concrete*. Kharkiv: Kharkiv University Press, 1968. 323 p. (In Russ.)
14. Gordeev B.A., Erofeev V.I., Plekhov A.S. Mathematical Models of Adaptive Vibration Isolators for Mobile and Stationary Objects. Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, 2017. 123 p. (In Russ.)
15. Timoshenko S.P. *Vibration Problems in Engineering*. (Revised by D.H. Young; translated from the 3rd American edition by Ya.G. Panovko). 2nd ed. Moscow: URSS, KomKniga, 2006. 439 p. (In Russ.)
16. Prevosto M. State Space Formulation: A Solution to Modal Parameter Estimation. *Journal of Sound and Vibration*. Elsevier BV. 1991. (In Russ.)

Сведения об авторе:

Тамразян Ашот Георгиевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 55975413900, SPIN-код: 2636-2447, AuthorID: 447901, ResearcherID: T-1253-2017, <https://orcid.org/0000-0003-0569-4788>. Email: tamrazian@mail.ru.

About the author:

Ashot G. Tamrazyan, Corresponding Member of the RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 55975413900, SPIN-code: 2636-2447, AuthorID: 447901, ResearcherID: T-1253-2017, <https://orcid.org/0000-0003-0569-4788>. Email: tamrazian@mail.ru.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор утвердил окончательный вариант статьи.

The author declares no conflict of interest.

The author has approved the final version.

Статья поступила в редакцию 25.07.2026

Одобрена после рецензирования 02.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 25.07.2026

Approved after reviewing 02.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026

Ю.В. ПУХАРЕНКО^{1,3}; В.И. ТКАЧЕНКО^{1,3}; М.К. КУДОБАЕВ^{1,2}

¹СПбГАСУ, г. Санкт-Петербург, Россия

²ООО «ПГС», г. Санкт-Петербург, Россия

³НИИСФ РААСН, г. Москва, Россия

ВЛИЯНИЕ КОМПЛЕКСНОГО НАНОМОДИФИКАТОРА НА УСАДКУ МЕЛКОЗЕРНИСТОГО БЕТОНА

Аннотация. В статье рассматривается влияние комплексного наномодификатора на усадочные деформации цементно-песчаного бетона. Указывается, что введение в смесь определенного количества целлюлозных нановолокон сдерживает деформации цементной матрицы и, таким образом, существенно уменьшает усадку, однако одновременно может приводить к снижению прочности композита в раннем возрасте. С целью компенсации негативных последствий изучена возможность применения комплексной модифицирующей системы, включающей суперпластификатор, наноцеллюлозу и модификатор, состоящий из наночастиц различной природы. Представлены результаты исследований влияния состава комплексного наномодификатора на усадку и прочность мелкозернистого бетона. Установлено рациональное сочетание компонентов, обеспечивающее снижение усадочных деформаций при сохранении прочностных характеристик материала.

Ключевые слова: цементный бетон, наноцеллюлоза, комплексная добавка, наномодификатор, усадка, прочность.

Для цитирования: Пухаренко Ю.В., Ткаченко В.И., Кудобаев М.К. Влияние комплексного наномодификатора на усадку мелкозернистого бетона // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 122-129. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-122-129. EDN: VSAEWF

© Пухаренко Ю.В., Ткаченко В.И., Кудобаев М.К., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

YU.V. PUKHARENKO^{1,3}; V.I. TKACHENKO^{1,3}; M.K. KUDOBAEV^{1,2}¹Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPbGASU), Saint Petersburg, Russia²PGS LLC, Saint Petersburg, Russia³Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (NIISF RAASN), Moscow, Russia

EFFECT OF A COMPLEX NANOMODIFIER ON THE SHRINKAGE OF FINE-GRAINED CONCRETE

Abstract. The article discusses the effect of a complex nano modifier on shrinkage deformations of cement-sand concrete. It is indicated that the introduction of a certain number of cellulose nanofibers into the mixture inhibits the deformation of the cement matrix and, thus, significantly reduces shrinkage, but at the same time can lead to a decrease in the strength of the composite at an early age. In order to compensate for the negative effects, the possibility of using a complex modifying system, including a superplasticizer, nanocellulose and a modifier consisting of nanoparticles of various nature, has been studied. The results of studies of the effect of the composition of a complex nanomodifier on shrinkage and strength of fine-grained concrete are presented. A rational combination of components has been established to reduce shrinkage deformations while maintaining the strength characteristics of the material.

Keywords: cement concrete, nanocellulose, complex additive, nano modifier, shrinkage, strength.

For citation: Pukharensko Yu.V., Tkachenko V.I., Kudobaev M.K. Effect of a complex nanomodifier on the shrinkage of fine-grained concrete. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 122-129. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-122-129. EDN: VSAEWF

Введение

Усадка цементных композитов является одной из причин образования трещин, повышения проницаемости и снижения долговечности строительных конструкций [1-4]. Перспективным способом снижения усадочных деформаций является направленное управление процессами структурообразования цементной матрицы и ее дисперсное армирование волокнами различной природы [3, 5, 6].

В последние годы для этих целей все чаще применяется наноцеллюлоза, представляющая собой систему наноразмерных волокон с развитой поверхностью и высоким отношением длины к диаметру [7-9].

В ходе предварительных экспериментов авторы данной работы подтвердили, что введение наноцеллюлозы, даже в небольших концентрациях, способствует снижению усадочных деформаций цементного камня (рисунок 1), что объясняется способностью нановолокон формировать пространственный каркас, ограничивать развитие микродефектов и перераспределять внутренние напряжения в цементной матрице.

Полученные результаты позволяют предположить, что при увеличении количества наноцеллюлозы в смеси можно ожидать дальнейшего снижения усадки цементных композитов. Вместе с тем установлено, что повышение содержания наноцеллюлозы может сопровождаться снижением ранней прочности цементного камня [9, 10], что определяет необходимость поиска решений, позволяющих при увеличении дозировки наноцеллюлозы сохранить прочностные характеристики материала. Представляется, что для этого может быть использована разработанная авторами комплексная добавка на основе суперпластификатора и наноцеллюлозы, обеспечивающая улучшение структуры и повышение прочности цементного камня [11].

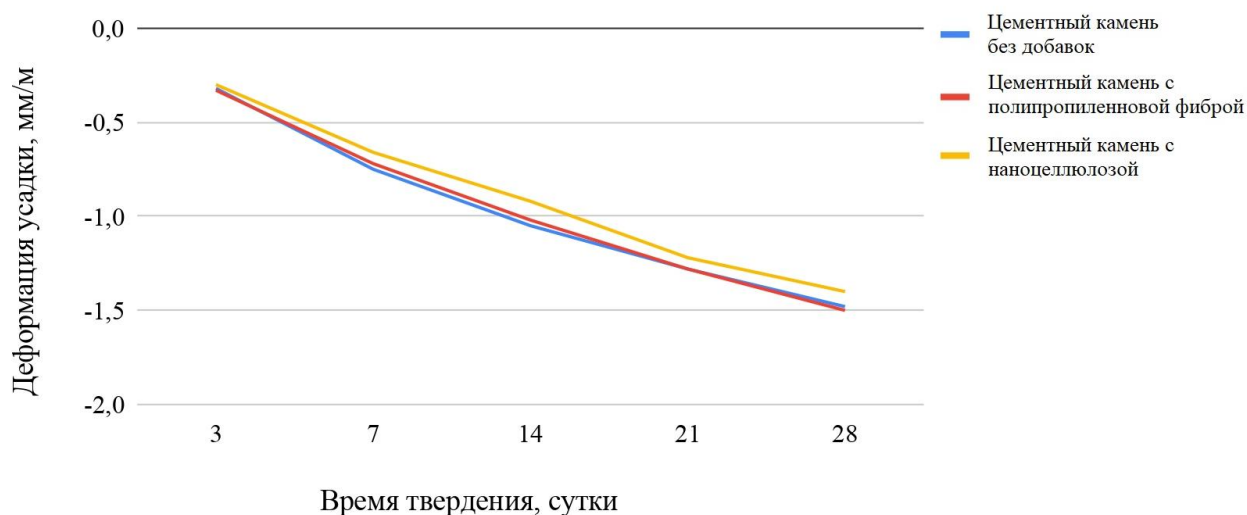


Рисунок 1 – Линейная деформация усадки цементного камня

Дальнейшее развитие и повышение эффективности данного способа связано с введением в состав добавки наномодификатора, содержащего комплекс наночастиц, дополняющих действие друг друга и оказывающего направленное воздействие на процессы гидратации и структурообразование цементных композитов. Предполагается, что применение комплексного наномодификатора позволит компенсировать снижение ранней прочности, возникающее при использовании повышенных концентраций наноцеллюлозы, при сохранении ее антиусадочного эффекта. Таким образом, целью работы являлось исследование возможности снижения усадочных деформаций мелкозернистого бетона путем повышения концентрации наноцеллюлозы при сохранении прочности материала за счет введения разработанного комплексного наномодификатора.

Модели и методы

Поскольку усадка бетонов во многом связана с процессами, происходящими в цементной матрице, ее снижение целесообразно обеспечивать за счет направленного воздействия на структурообразование нижних нанометровых уровней. В настоящей работе в качестве такого воздействия рассматривается введение комплексной добавки на основе поликарбоксилатного суперпластификатора и нанофибриллярной целлюлозы с соотношением указанных компонентов 1:(50-60) в пересчете на сухое вещество [11]. Для повышения эффективности базовой добавки в ее состав дополнительно введен наномодификатор, представляющий собой сочетание нанокремнезема и углеродных фуллероидных наночастиц, объединенных с помощью специальной технологии в нанодисперсный порошок с заранее установленным и апробированным сочетанием компонентов. Предполагается, что такое дополнение позволит сохранить положительное влияние наноцеллюлозы в процессе усадки цементного бетона и, одновременно, нивелировать отрицательное влияние ее повышенных концентраций на ранний набор прочности за счет активизирующего действия на процессы гидратации цемента.

Таким образом, задачей исследования являлось определение рационального сочетания повышенных концентраций наноцеллюлозы в составе комплексной добавки с органоминеральным наномодификатором, обеспечивающего снижение усадочных деформаций мелкозернистого бетона без ухудшения его прочностных характеристик.

Результаты исследования и их анализ

При проведении экспериментальных исследований использовали портландцемент ЦЕМ I 42,5 Н и кварцевый песок, удовлетворяющие требованиям нормативной документации для изготовления цементных бетонов. Исследования проводились на мелкозернистом бетоне с соотношением цемент: песок = 1:2 без добавок и модифицированном бетоне того же состава с варьированием количества наномодификаторов. Водоцементное отношение для всех составов принималось постоянным.

Приготовление смесей осуществлялось в лабораторном смесителе принудительного действия СЛ-5, в который загружали сухие компоненты (цемент и песок), после чего вводили воду затворения с предварительно растворенными в ней суперпластификатором (СП), наноцеллюлозой (НЦ) и наномодификатором (НМ) и осуществляли 2-хкратное (по 3 минуты каждое) перемешивание с интервалом в 5 минут. Применение двухстадийного режима перемешивания обусловлено необходимостью равномерного распределения нанокомпонентов и формирования однородной структуры цементной системы. Из полученной смеси литьевым способом формовали образцы размером 40х40х160 мм, которые выдерживались в воздушно-сухих условиях лаборатории в течение 28 суток с периодическим проведением испытаний. При определении физико-механических характеристик цементных образцов использовались стандартные методы испытаний, закреплённые в нормативно-технической документации.

Результаты определения усадочных деформаций мелкозернистых бетонов различного состава представлены на рисунке 2.

Из рисунка следует, что бетон без добавок (контрольный состав) характеризуется наибольшими значениями усадочных деформаций на протяжении всего периода твердения. При этом, наиболее интенсивный рост усадки наблюдается в ранние сроки твердения, после чего ее скорость постепенно снижается, что объясняется активным протеканием процессов гидратации цемента и испарением части свободной воды в начальный период твердения. Введение комплексной добавки, содержащей суперпластификатор, наноцеллюлозу и наномодификатор, приводит к существенному снижению усадочных деформаций твердеющего бетона по сравнению с контрольным составом. При этом увеличение содержания наномодификатора от 0,005 до 0,01 % сопровождается дополнительным уменьшением усадки.

Результаты определения прочности цементных бетонов при различном количестве комплексного наномодификатора представлены на рисунке 3.

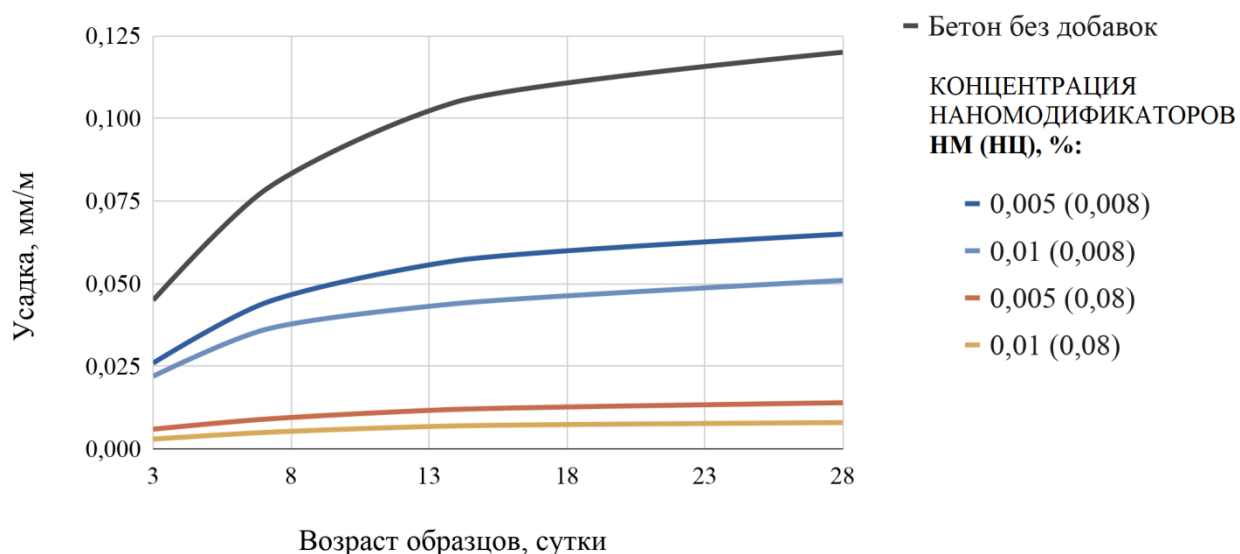


Рисунок 2 – Влияние комплексного наномодификатора на усадку мелкозернистого бетона

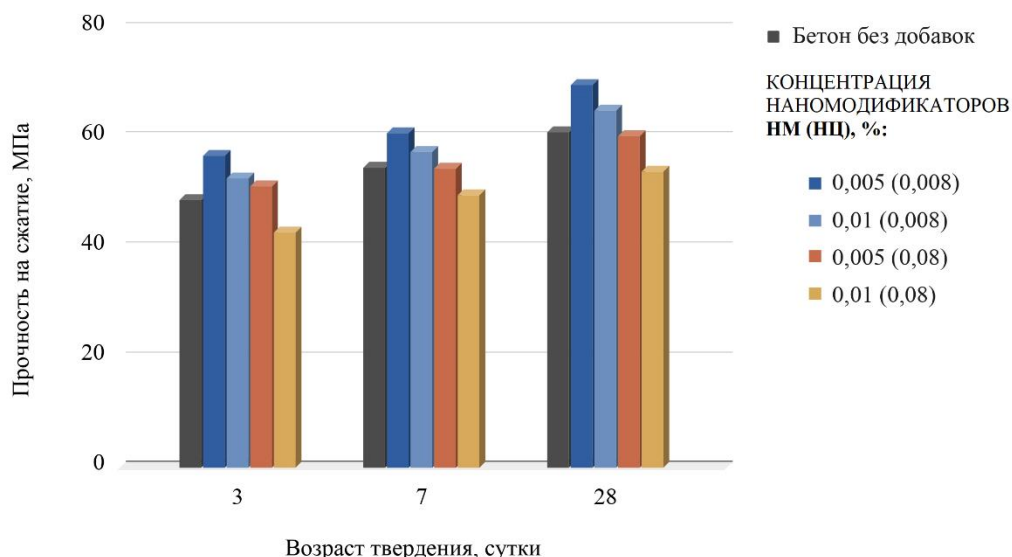


Рисунок 3 – Влияние комплексного модификатора на прочность мелкозернистого бетона

Полученный эффект может быть связан с более интенсивным формированием продуктов гидратации и уплотнением структуры цементного композита вследствие совместного действия nanoцеллюлозы, нанокремнезема и углеродных фуллероидных наночастиц. Одновременно повышение количества nanoцеллюлозы способствует ограничению деформаций за счет формирования пространственной волокнистой структуры. Таким образом, наибольшее снижение усадки на всех сроках твердения получено для составов с повышенным содержанием nanoцеллюлозы.

Полученные данные свидетельствуют о том, что введение комплексного наномодификатора позволяет компенсировать отрицательное влияние повышенных концентраций nanoцеллюлозы (НЦ) на ранний набор прочности бетона. При этом наибольший положительный эффект получен для состава комплексной добавки, содержащего nanoцеллюлозу (НЦ) и наномодификатор (НМ) в количестве 0,08% и 0,005 % соответственно. Данный состав характеризуется прочностью, близкой к прочности контрольного состава во все сроки твердения, что указывает на возможность применения повышенных концентраций nanoцеллюлозы без существенного ухудшения механических характеристик композита.

Полученный эффект может быть объяснен совместным действием компонентов наномодификатора: углеродные фуллероидные наночастицы, благодаря развитой поверхности и высокой поверхностной энергии, способны выступать дополнительными центрами кристаллизации продуктов гидратации цемента и активизировать процессы структурообразования на ранних стадиях твердения [12-15], а нанокремнезем одновременно и параллельно участвует во вторичных реакциях с гидроксидом кальция, обеспечивая образование дополнительного количества гидросиликатов и способствуя уплотнению структуры цементного камня [6]. В результате действие наномодификатора частично компенсирует снижение прочности, связанное с повышением степени насыщения цементной матрицы целлюлозными нановолокнами.

Заключение

1. В результате проведенных исследований установлено, что применение комплексной добавки, содержащей суперпластификатор, nanoцеллюлозу, нанокремнезем и углеродные фуллероидные наночастицы, оказывает существенное влияние на процессы структурообразования мелкозернистого бетона, его усадочные деформации и прочностные характеристики.

2. Показано, что повышение концентрации наноцеллюлозы способствует снижению усадочных деформаций вследствие насыщения цементной матрицы нановолокнами и ограничения деформаций в процессе твердения. Установлено, что введение наномодификатора позволяет компенсировать отрицательное влияние повышенных концентраций наноцеллюлозы на прочность цементного композита в раннем возрасте. Полученные результаты свидетельствуют о совместном действии компонентов комплексного наномодификатора, обеспечивающем формирование более плотной и устойчивой структуры цементного камня.

В целом результаты исследования подтверждают перспективность применения повышенных концентраций наноцеллюлозы совместно с комплексным наномодификатором для направленного регулирования структуры и свойств цементных композитов.

Благодарности

Исследования выполнены в соответствии с Планом фундаментальных научных исследований РААСН и Минстроя РФ на 2021-2030 г.г. (тема 3.1.2.4. Разработка научных и практических основ структурного модифицирования цементных композитов нанобибриллирной целлюлозой).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pham T.M., Hao H., Hao Y. Fibre-reinforced concrete: State-of-the-art review on durability and cracking behaviour // *Case Studies in Construction Materials*. 2025. DOI: DOI: 10.1016/j.cscm.2025.e04574. EDN: PDDBQS.
2. Da Silva Neto J.T., et al. Fiber-reinforced cementitious composites: recent advances and future perspectives // *Discover Civil Engineering*. 2025. DOI: 10.1007/s44290-025-00209-9. EDN: YSSFAV.
3. Folorunsho A.B., et al. A Review on the Performance of Fibers on Restrained Shrinkage Cracking in Concrete // *Buildings*. 2024. Vol. 14. No. 8. Article 2477. DOI: 10.3390/buildings14082477. EDN: ZKEQZC.
4. Bandagar S.S., et al. A Study on the Shrinkage, Cracking and Durability of Fiber Reinforced Concrete // *IJIREICE*. 2024. DOI: 10.17148/IJIREICE.2024.12604.
5. Пухаренко, Ю. В. Оценка эффективности дисперсного армирования бетонов по показателям прочности и трещиностойкости / Ю. В. Пухаренко, Д. А. Пантелеев, М. И. Жаворонков // *Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета*. – 2022. – Т. 19, № 5 (87). – С. 752–761. DOI: 10.26518/2071-7296-2022-19-5-752-761. EDN: SPRCLI.
6. Zeng Y., Peng L., Ma B., Sun W., Shi X., Zou Z., Chen W. Influence of multi-walled carbon nanotubes on the performance of nano-silica enhanced lightweight cement-based composites under cyclic action of freeze-thaw and erosion. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2025.143132. EDN: PSDCYH.
7. Moon R.J., Martini A., Nairn J. et al. Cellulose nanomaterials review: structure, properties and nanocomposites // *Chemical Society Reviews*. 2011. Vol. 40. No. 7. P. 3941–3994. DOI: 10.1039/c0cs00108b
8. Abdul Khalil H.P.S., Bhat A.H., Ireana Yusra A.F. Green composites from sustainable cellulose nanofibrils: A review // *Carbohydrate Polymers*. 2012. Vol. 87. No. 2. P. 963–979. DOI: 10.1016/j.carbpol.2011.08.078
9. Klemm D., Kramer F., Moritz S. et al. Nanocelluloses: A New Family of Nature-Based Materials // *Angewandte Chemie International Edition*. 2011. Vol. 50. No. 24. P. 5438–5466. DOI: 10.1002/anie.201001273
10. Хирхасова (Ткаченко), В. И. Влияние наноцеллюлозы на процесс гидратации портландцемента и свойства бетона / В. И. Хирхасова // *Вестник гражданского инженерного*. – 2020. – № 58 (82). – С. 155-160. DOI: [10.23968/1999-5571-2020-17-5-155-160](https://doi.org/10.23968/1999-5571-2020-17-5-155-160) EDN: [LKNNJO](https://www.edn.ru/LKNNJO)
11. Пухаренко, Ю. В. Целлюлоза в бетоне – новое направление в строительной нанотехнологии / Ю. В. Пухаренко, И. У. Аубакирова, В. И. Хирхасова (Ткаченко) // *Строительные материалы*. – 2020. – № 7. – С. 39-45. DOI: [10.31659/0585-430X-2020-782-7-39-44](https://doi.org/10.31659/0585-430X-2020-782-7-39-44) EDN: [WORYOY](https://www.edn.ru/WORYOY)
12. Пухаренко, Ю. В. Модификатор цементных композитов на основе наноцеллюлозы / Ю. В. Пухаренко, И. У. Аубакирова, В. И. Ткаченко // *Промышленное и гражданское строительство*. – 2025. – № 3. – С. 65-71. DOI: [10.33622/0869-7019.2025.03.05-11](https://doi.org/10.33622/0869-7019.2025.03.05-11) EDN: [YGVSWJ](https://www.edn.ru/YGVSWJ)
13. Пухаренко, Ю. В. Влияние углеродных наноматериалов на структуры и свойства цементных бетонов / Ю. В. Пухаренко, И. У. Аубакирова, В. Д. Староверов // *Бетон и железобетон – взгляд в будущее: научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону (Москва, 12–16 мая 2014 г.): в 7 т. – Т. 6. – Москва: МГСУ, 2014. – С. 205-211. EDN: [UCDLHL](https://www.edn.ru/UCDLHL)*
14. Пухаренко, Ю. В. Особенности структурообразования цементных композитов в присутствии углеродных наночастиц фуллероидного типа / Ю. В. Пухаренко, Д. И. Рыжов, В. Д. Староверов // *Вестник МГСУ*. – 2017. – № 7 (106). – С. 718-723. DOI: [10.22227/1997-0935.2017.7.718-723](https://doi.org/10.22227/1997-0935.2017.7.718-723) EDN: [ZATDHP](https://www.edn.ru/ZATDHP)

15. Пухаренко, Ю. В. Эффективность активации воды затворения углеродными наночастицами / Ю. В. Пухаренко, И. У. Аубакирова, В. Д. Староверов // Инженерно-строительный журнал. – 2009. – № 1. – С. 40-45. EDN: [NBMYNL](#)

REFERENCES

1. Pham T.M., Hao H., Hao Y. Fibre-reinforced concrete: State-of-the-art review on durability and cracking behaviour. *Case Studies in Construction Materials*. 2025. DOI: 10.1016/j.cscm.2025.e04574. EDN: [PDDBOS](#)
2. Da Silva Neto J.T., et al. Fiber-reinforced cementitious composites: recent advances and future perspectives. *Discover Civil Engineering*. 2025. DOI: 10.1007/s44290-025-00209-9. EDN: [YSSFAV](#)
3. Folorunsho A.B., et al. A Review on the Performance of Fibers on Restrained Shrinkage Cracking in Concrete. *Buildings*. 2024. Vol. 14. No. 8. Article no. 2477. DOI: 10.3390/buildings14082477. EDN: [ZKEQZC](#)
4. Bandagar S.S., et al. A Study on the Shrinkage, Cracking and Durability of Fiber Reinforced Concrete. *IJIREICE*. 2024. DOI: 10.17148/IJIREICE.2024.12604.
5. Pukhareno Yu.V., Panteleev D.A., Zhavoronkov M.I. Evaluation of the effectiveness of dispersed reinforcement of concretes in terms of strength and crack resistance. *Bulletin of Siberian State Automobile and Highway University*. 2022. Vol. 19. No. 5 (87). Pp. 752–761. (In Russ.) DOI: [10.26518/2071-7296-2022-19-5-752-761](#) EDN: [SPRCLI](#)
6. Zeng Y., Peng L., Ma B., Sun W., Shi X., Zou Z., Chen W. Influence of multi-walled carbon nanotubes on the performance of nano-silica enhanced lightweight cement-based composites under cyclic action of freeze-thaw and erosion. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2025.143132 EDN: [PSDCYH](#)
7. Moon R.J., Martini A., Nairn J., et al. Cellulose nanomaterials review: structure, properties and nanocomposites. *Chemical Society Reviews*. 2011. Vol. 40. No. 7. Pp. 3941–3994. DOI: 10.1039/c0cs00108b.
8. Abdul Khalil H.P.S., Bhat A.H., Ireana Yusra A.F. Green composites from sustainable cellulose nanofibrils: A review. *Carbohydrate Polymers*. 2012. Vol. 87. No. 2. Pp. 963–979. DOI: 10.1016/j.carbpol.2011.08.078.
9. Klemm D., Kramer F., Moritz S., et al. Nanocelluloses: A New Family of Nature-Based Materials. *Angewandte Chemie International Edition*. 2011. Vol. 50. No. 24. Pp. 5438–5466. DOI: 10.1002/anie.201001273.
10. Khirkhasova (Tkachenko) V.I. Effect of nanocellulose on the hydration process of Portland cement and concrete properties. *Bulletin of Civil Engineers*. 2020. No. 58 (82). Pp. 155–160. (In Russ.) DOI: [10.23968/1999-5571-2020-17-5-155-160](#) EDN: [LKNJJO](#)
11. Pukhareno Yu.V., Aubakirova I.U., Khirkhasova (Tkachenko) V.I. Cellulose in concrete – a new direction in construction nanotechnology. *Construction Materials*. 2020. No. 7. Pp. 39–45. (In Russ.) DOI: [10.31659/0585-430X-2020-782-7-39-44](#) EDN: [WORYOY](#)
12. Pukhareno Yu.V., Aubakirova I.U., Tkachenko V.I. Modifier of cement composites based on nanocellulose. *Industrial and Civil Engineering*. 2025. No. 3. Pp. 65–71. (In Russ.) DOI: [10.33622/0869-7019.2025.03.05-11](#) EDN: [YGVSWJ](#)
13. Pukhareno Yu.V., Aubakirova I.U., Staroverov V.D. Effect of carbon nanomaterials on the structure and properties of cement concretes. Concrete and Reinforced Concrete – A View into the Future: Scientific proceedings of the III All-Russian (II International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete (Moscow, May 12–16, 2014). In 7 vols. Vol. 6. Moscow: MGSU, 2014. Pp. 205–211. (In Russ.) EDN: [UCDLHL](#)
14. Pukhareno Yu.V., Ryzhov D.I., Staroverov V.D. Features of structure formation of cement composites in the presence of fulleroid-type carbon nanoparticles. *Bulletin of MGSU*. 2017. No. 7 (106). Pp. 718–723. (In Russ.) DOI: [10.22227/1997-0935.2017.7.718-723](#) EDN: [ZATDHP](#)
15. Pukhareno Yu.V., Aubakirova I.U., Staroverov V.D. Efficiency of activation of mixing water by carbon nanoparticles. *Magazine of Civil Engineering*. 2009. No. 1. Pp. 40–45. (In Russ.) EDN: [NBMYNL](#)

Сведения об авторах:

Пухаренко Юрий Владимирович, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (СПбГАСУ), г. Санкт-Петербург, Россия; главный научный сотрудник, НИИСФ РААСН, г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: нет, SPIN-код: нет, AuthorID: нет, ResearcherID: <https://orcid.org/0000-0003-1989-0595>. Email: tsik@spbgasu.ru.

Ткаченко Виктор Иванович, кандидат технических наук, преподаватель-исследователь, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (СПбГАСУ), г. Санкт-Петербург, Россия; ведущий инженер, НИИСФ РААСН, г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: нет, SPIN-код: нет, AuthorID: нет, ResearcherID: <https://orcid.org/0000-0001-6052-9633>. Email: vikatren@gmail.com.

Кудобаев Мурат Казбекович, аспирант, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (СПбГАСУ), г. Санкт-Петербург, Россия; генеральный директор, ООО «ПГС», г. Санкт-Петербург, Россия. Email: mkudobaev@spb-pgs.ru.

About the authors:

Yury V. Pukhareenko, Corresponding Member of the RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPbGASU), St. Petersburg, Russia; Chief Researcher, NIISF RAACS, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: none, SPIN-code: none, AuthorID: none, ResearcherID: <https://orcid.org/0000-0003-1989-0595>. Email: tsik@spbgasu.ru.

Viktor I. Tkachenko, Candidate of Technical Sciences, Lecturer-researcher, Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPbGASU), St. Petersburg, Russia; Leading Engineer, NIISF RAACS, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: none, SPIN-code: none, AuthorID: none, ResearcherID: <https://orcid.org/0000-0001-6052-9633>. Email: vikatren@gmail.com.

Murat K. Kudobaev, Postgraduate Student, Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPbGASU), St. Petersburg, Russia; General Director, LLC "PGS", St. Petersburg, Russia.

Вклад авторов: все авторы внесли равный вклад в концепцию исследования, проведение экспериментов, анализ и интерпретацию результатов, подготовку и редактирование статьи.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The authors declare no conflict of interest.

The authors have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 21.07.2026

Одобрена после рецензирования 01.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 21.07.2026

Approved after reviewing 01.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026

О.В. РАДАЙКИН^{1,2}, А.И. САЛИМХАНОВА¹¹Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия²Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К НОРМИРОВАНИЮ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БЕТОНА ПРИ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Аннотация. В статье рассматривается актуальная проблема перехода от детерминированных методов проектирования железобетонных конструкций к вероятностным моделям, требующим строгой конкретики в задании исходных механических характеристик бетона. Для этого предложен научно обоснованный подход к нормированию прочностных и деформационных параметров бетона, позволяющий проводить валидацию конечно-элементного моделирования в условиях ограниченного минимума экспериментальных данных. Представлен алгоритм трансформации нормативных значений в средние величины, необходимые для численного анализа в программных комплексах (на примере ПК «Ansys»). Предложенный подход показал свою работоспособность при сравнении результатов моделирования железобетонной балки с экспериментальными данными. Установлено, что расхождение по разрушающей нагрузке и максимальному прогибу не превышает 5,54%, что свидетельствует о высокой достоверности подхода. Работа вносит вклад в развитие методов валидации численных моделей железобетонных конструкций.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, конечно-элементное моделирование, механические характеристики бетона, метод предельных состояний, валидация моделей, прочность бетона, деформационные свойства.

Для цитирования: Радайкин О.В., Салимханова А.И. Вероятностный подход к нормированию механических характеристик бетона при конечно-элементном моделировании железобетонных конструкций // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 130-138. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-130-138. EDN: VUTAKO

© Радайкин О.В., Салимханова А.И., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

O.V. RADAIKIN^{1,2}, A.I. SALIMKHANOVA¹¹Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia²Kazan Federal University, Kazan, Russia**PROBABILISTIC APPROACH TO RATING THE MECHANICAL CHARACTERISTICS OF CONCRETE IN FINITE ELEMENT MODELING OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES**

Abstract. The article addresses the pressing issue of transitioning from deterministic design methods for reinforced concrete structures to probabilistic models that require high precision in defining the initial mechanical characteristics of concrete. The authors propose a scientifically grounded approach to standardizing the strength and deformation parameters of concrete, which minimizes subjectivity during data preparation for finite element modeling. The paper presents an algorithm for transforming standard values into the mean values required for numerical analysis in software packages (using Ansys as an example). The proposed approach was verified by comparing the simulation results of a reinforced concrete beam with experimental data. It was found that the discrepancy in ultimate load and maximum deflection does not exceed 5.54%, indicating the high reliability of the proposed methodology. This approach allows design engineers to more accurately account for the actual variability of material properties, thereby increasing the reliability and cost-effectiveness of constructed facilities. The work contributes to the development of numerical model validation methods in structural mechanics.

Keywords: reinforced concrete structures, finite element modeling, mechanical properties of concrete, limit state method, model validation, concrete strength, deformation properties.

For citation: Radaikin O.V., Salimkhanova A.I. Probabilistic approach to rating the mechanical characteristics of concrete in finite element modeling of reinforced concrete structures. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 130-138. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-130-138. VUTAKO

Введение

Современное проектирование строительных конструкций всё чаще опирается на численные методы, в первую очередь метод конечных элементов (МКЭ), позволяющие детально анализировать напряженно-деформированное состояние (НДС). Одновременно с этим наблюдается переход от традиционных детерминированных подходов к вероятностным методам расчёта, учитывающим реальную изменчивость свойств материалов. В этой связи строгость и конкретность задания исходных данных о механических характеристиках бетона становится критическим фактором, определяющим достоверность получаемых результатов. Существующие нормативные документы, например, [1] описывают эти характеристики, как показано в работах [2, 3], не вполне корректно, что создаёт разрыв между теоретическими моделями и реальным поведением железобетонных конструкций. В частности, нет определённости, какие именно значения характеристик вводить в программный комплекс при выполнении процедуры валидации конечно-элементной компьютерной модели конструкции, которая предполагает сравнение результатов численного расчёта с экспериментом. Обычно принимаются средние значения свойств – это вытекает из логики документов [4, 5, 6, 7]. Но практически всегда, за редким исключением, в экспериментальных работах, опубликованных в научных и технических изданиях, освещается не полный перечень опытных значений механических характеристик бетона, которые необходимы для построения модели. Инженер вынужден в таких случаях обращаться к нормам для восполнения недостающей информации, но в современных нормах

не приводятся ни сами средние величины, ни пути перехода к ним от нормативных либо расчётных значений.

В связи с этим целью настоящей работы является разработка научно обоснованного подхода к нормированию прочностных и деформационных характеристик бетона, и последующая интеграция этого подхода в конечно-элементные модели для повышения достоверности расчётов железобетонных конструкций. В качестве объекта верификации выбраны железобетонные балки – типовая конструкция, позволяющая наглядно продемонстрировать влияние точности задания свойств материала на результаты моделирования. Реализация поставленной цели предполагает создание методики подготовки исходных данных, которая минимизирует субъективность и учитывает реальную вариативность свойств бетона, что в итоге должно повысить надёжность и экономичность проектных решений.

Модели и методы

В статьях [2, 3] был представлен следующий подход к нормированию механических характеристик бетона:

- Нормирование данного параметра P (механической характеристики бетона):

$$\text{марка} = \bar{P}, p_n, p_l, p_{II}, \alpha, V, n. \quad (1)$$

- Трансформация P для расчётов по первой группе предельных состояний:

$$P_I = \frac{\bar{P}}{\gamma_{PI}}. \quad (2)$$

- Трансформация P для расчётов по второй группе предельных состояний:

$$P_{II} = \frac{\bar{P}}{\gamma_{PII}}. \quad (3)$$

В формулах (1-3) P – определённый параметр зависимости « $\sigma - \varepsilon$ », подлежащий нормированию и используемый в расчётах: например, это прочность бетона на сжатие или растяжение, начальный модуль деформаций, предельные относительные деформации на сжатие или растяжение и т. п., $\bar{P}$ – марка бетона по данному параметру, то есть среднее значение P , которое, по сути, является эталонным значением параметра; P_I, P_{II} – расчётные значения параметра P соответственно для расчетов по первой и второй группам предельных состояний; вероятности перцентиля: $p_n = 5\%$ – для нормативных (базовых) значений параметров « $\sigma - \varepsilon$ »; $p_l = 0,4$ – для расчётных значений в расчетах по первой группе предельных состояний; $p_{II} = (0,4\%; 5\%)$ – для расчётных значений в расчетах по второй группе ($p_{II} = 5\%$, если нет иных указаний проекта либо требований норм); $\alpha = 0,95$ – доверительная вероятность одностороннего доверительного интервала – одинаковая для нормативных и расчётных значений; V – коэффициент вариации параметра, характеризующего данное физико-механическое свойство бетона ($V_c = 0,135$ при сжатии и $V_t = 0,1757$ при растяжении), $n = 30$ шт. – количество образцов для контроля данного параметра согласно ГОСТ; $\gamma_{PI}, \gamma_{PII}$ – коэффициенты статистической трансформации эталонного значения рассматриваемого параметра:

$$\gamma_{PI} = \frac{1}{1 - z_{PI} V - \frac{t_{\alpha, n-1}}{\sqrt{n}} k_{PI} V}, k_{PI} = \sqrt{1 + 0,5 z_{PI}^2}, \gamma_{PII} = \frac{1}{1 - z_{PII} V - \frac{t_{\alpha, n-1}}{\sqrt{n}} k_{PII} V}, k_{PII} = \sqrt{1 + 0,5 z_{PII}^2}, \quad (4)$$

где z_{PI}, z_{PII} – перцентиль нормального распределения для вероятностей p_I и p_{II} соответственно;

$t_{\alpha, n-1}$ – квантиль распределения Стьюдента ($t_{0,95; 30-1} = 1,699$);

k_{PI}, k_{PII} – параметры, уточняющие коэффициент вариации при переходе от интервальных оценок среднего к интервальным оценкам перцентиля.

Алгоритм предлагаемого подхода к формированию исходных данных о механических свойствах бетона для построения МКЭ-модели в условиях неполного их определения заключается в следующем:

1. Экспериментально должна быть определена одна из следующих двух величин:

- среднее значение призмной прочности бетона на сжатие R_{bm} по методике [8], либо
- фактический класс бетона по прочности кубов на сжатие B_{ϕ} по методике [9].

В первом случае среднее значение R_{bm} приводится к нормативному (базовому) по формуле $R_{bn} = \frac{R_{bm}}{\gamma_{RbII}}$, где коэффициент γ_{RbII} определяется по формуле (4), причём количество образцов и коэффициент вариации принимают не фактическое значение, а нормируемое: $n = 30$ шт., $V_c = 0,135$. После этого по R_{bn} , интерполируя по табл. 6.7 [1], определяется B_{ϕ} .

Результатом данного шага алгоритма в конечном счёте является величина B_{ϕ} .

2. По B_{ϕ} , интерполируя значения по таблицам Раздела 6 [1], вычисляются все необходимые нормативные параметры физико-механических свойств бетона, например, предел прочности бетона на растяжение R_{bt} и др.

3. От полученных нормативных значений переходим к средним, например, $R_{bim} = \gamma_{RbIII} R_{bn}$, их и вводим в компьютерную программу.

Оценку достоверности предлагаемого подхода выполним путём сравнения результатов компьютерного моделирования в ПК «Ansys» с данными экспериментов для балок [10]. Ниже на рисунках показаны схемы нагружения и армирования, конечно-элементная модель образца-балки размером 2000x230x300 мм. Модель в силу симметрии построена только для левой половины балки, а действие правой заменено соответствующими связями.

Бетон моделируется КЭ *Solid186*. Для него принята теория пластического течения с элементами механики разрушения (разупрочнение) *Menetrey-Willam*, параметры которой сведены в табл. 1 и 2.

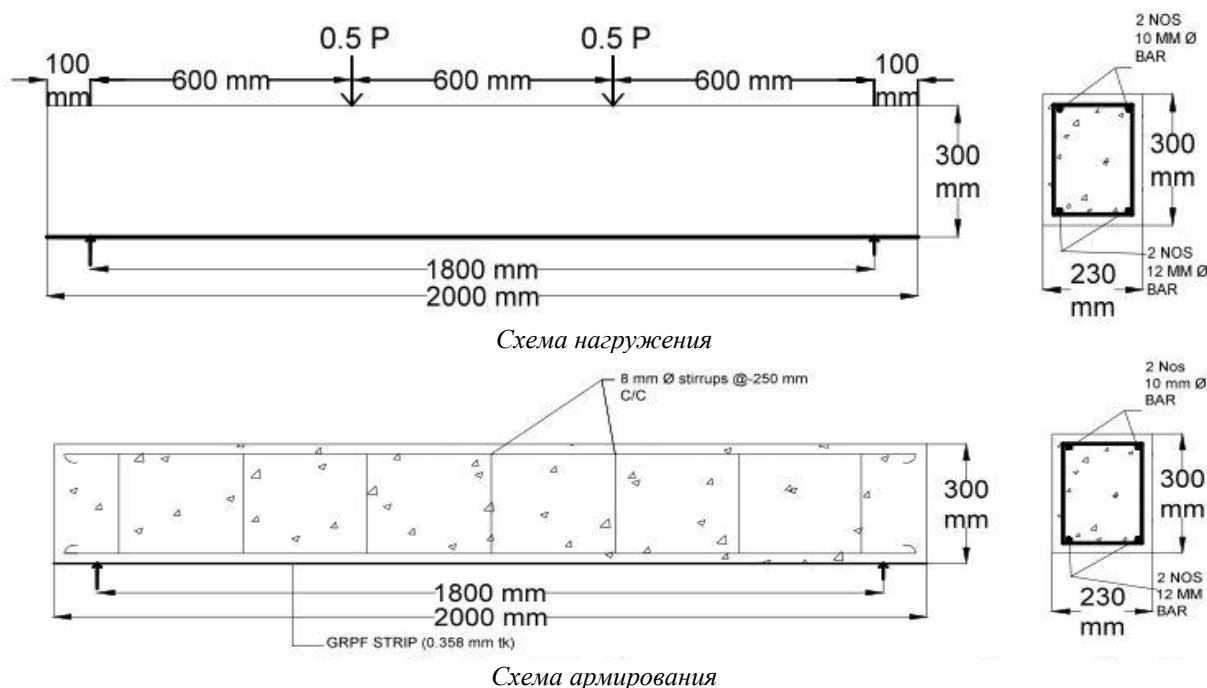


Рисунок 1 – Схемы нагружения и армирования образца-балки (источник: [10])

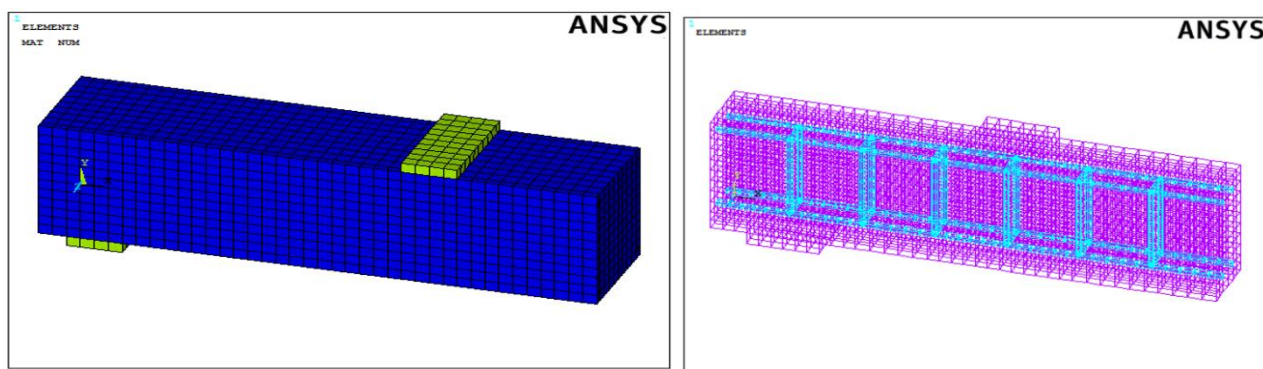


Рисунок 2 – МКЭ-модель балки-образца в ПК «Ansys»

Таблица 1 – Параметры бетона, вводимые в компьютерную модель

Наименование	Формула [Источник]
Среднее значение призмной прочности на сжатие	$R_{bm} = \gamma_c \times R_{bn} = 1,401 \times R_{bn}$ [2,3], R_{bn} по [1]
Среднее значение предела прочности на растяжение	$R_{btm} = \gamma_t \times R_{btn} = 1,533 \times R_{btn}$ [2,3], R_{btn} по [1]
Среднее значение предела прочности на двухосное сжатие равной интенсивности	$R_{2bm} = R_{bm} \frac{1+3,65\alpha}{(1+\alpha)^2}$, $\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$, при $\sigma_1 = \sigma_2$ $R_{2bm} = 1,1625 R_{bm}$ [11]
Угол дилатансии при одноосном сжатии	$\psi = \frac{R_{bm} \cdot (1-2\nu) \cdot \sqrt{2}}{ 2 \cdot R_{bm} \cdot (1+\nu) - 3 \cdot \varepsilon_{b0} \cdot E_{bm} }$ [12] $\varepsilon_{b0} = -\frac{B}{E_b} \lambda \frac{1 + \left(0,8 - 0,15 \frac{B^2}{10000}\right) \frac{\lambda B}{60} + 0,2 \frac{\lambda}{B}}{0,12 + 1,03 \frac{B}{60} + \frac{0,2}{B}}$ [13]
Пластическая деформация при пиковых напряжениях	$k_{cm} = \varepsilon_{b0m} \frac{R_{bm}}{E_{bm}}$
Пластическая деформация в точке перехода к экспоненциальному разупрочнению	$k_{cu} = \varepsilon_{b2} - \Omega_{cu} \frac{R_{bm}}{E_{bm}}$, ε_{b2} и $\Omega_{cu} = 0,85$ по [1]
Относительное напряжение начала нелинейного упрочнения	$\Omega_{ci} = 1 - \exp(-0,052 \cdot R_{bm}^{0,642})$ [12]
Остаточное относительное напряжение при осевом сжатии	$\Omega_{cr} = 0,2$ [14]
Остаточное относительное напряжение при осевом растяжении	$\Omega_{tr} = 0,1$ [15]
Энергия разрушения на единицу площади	$G_f = 1041 [(1 - \exp(-0,07 f_c))]$ [16]
Среднее и начальное значение модуля деформаций	E_{bm} по табл. 3.1 [17], E_b по табл. 6.11 [1]
Коэффициент Пуассона	$\nu = 0,2$ [1]

Таблица 2 – Параметры стальной арматуры, вводимые в компьютерную модель

Наименование	Формула [Источник]
Средний предел текучести	$R_{sm} = R_s + s = 570$ МПа [18]
Модуль упругости и коэффициент Пуассона	$E = 200\,000$ МПа, $\nu = 0,3$ [1]
Предельные деформации при разрыве	$\varepsilon_{s2} = 0,02$ [1]

Примечание к табл. 1 и 2: параметры, устанавливаемые из нормативных документов (СП, ГОСТ и т.д.), принимаются по своему среднему значению, то есть без учёта всех коэффициентов надёжности и статистических оценок; в связи с этим в нижних индексах обозначений параметров добавлен дополнительный «m», означающий «medium» – средний.

Арматура моделируется КЭ *Reinf26*. Для неё принята теория Мизеса с билинейным изотропным упрочнением. Стальные опорные пластины деформируется упруго.

Результаты исследования и их анализ

В результате компьютерного моделирования получены следующие данные (рис. 3, 4).

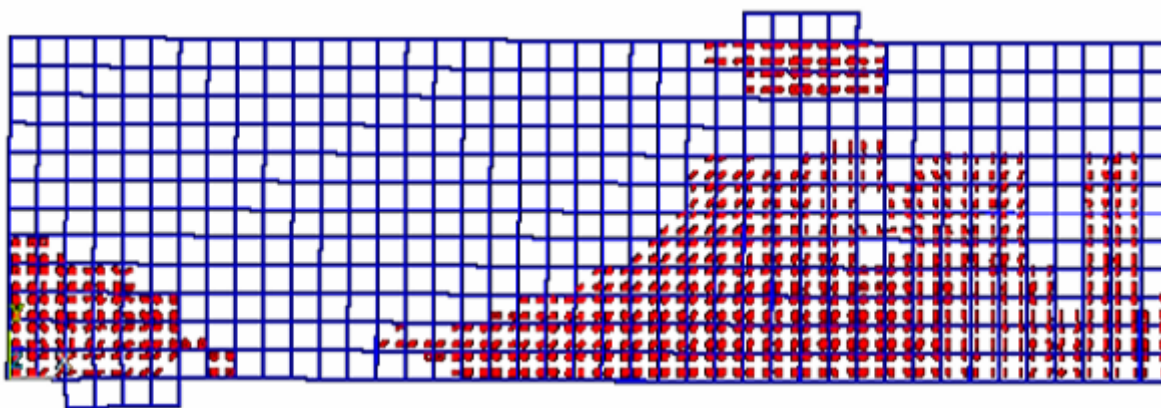


Рисунок 3 – Картина развития трещин в бетоне балки на стадии, близкой к разрушению

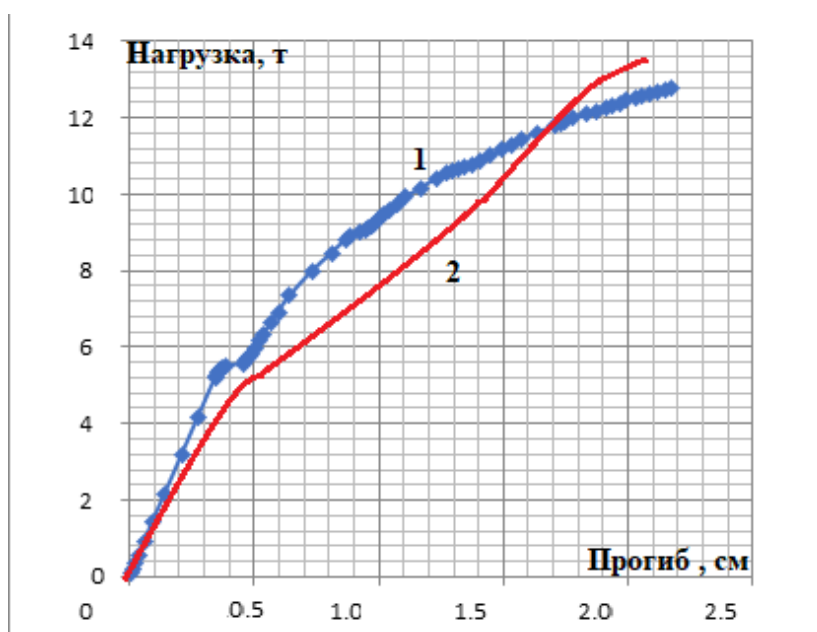


Рисунок 4 – Зависимость «Нагрузка-прогиб»: 1 – численный расчёт, 2 – эксперимент [10]

Сравнение результатов компьютерного моделирования с экспериментом приведено в таблице 3.

Таблица 3 – Сравнение результатов расчёта с экспериментом

Параметр НДС	Модель	Эксперимент [10]	Сравнение
Разрушающая нагрузка, т	12,81	13,52	5,54 %
Максимальный прогиб, см	2,2	2,08	5,45 %

Из таблицы 3 видно, что отличие в определении разрушающей нагрузки и прогиба между данными компьютерного моделирования и экспериментом не превышают 5,54%. Считаем такой процент приемлемым для расчёта железобетонных конструкций, поэтому предлагаемый подход подготовки исходных данных для компьютерного моделирования рекомендуется для внедрения.

Заключение

1. Разработан научно обоснованный алгоритм подготовки исходных данных для конечно-элементного моделирования, позволяющий переходить от нормативных значений характеристик бетона к их средним величинам с учетом статистической вариативности.

2. Подтверждена эффективность предложенного подхода на примере численного анализа железобетонной балки в ПК «Ansys»: расхождение между расчетными данными и результатами натурного эксперимента по разрушающей нагрузке составило 5,54%, по прогибу — 5,45%.

3. Доказано, что использование предложенной методики существенно снижает субъективность при выборе параметров бетона в условиях неполной экспериментальной информации, что повышает достоверность прогнозирования напряженно-деформированного состояния конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения : свод правил : утверждён Приказом Минстроя России от 19.12.2018 № 810/пр : введён в действие 20.06.2019. М.: Стандартинформ, 2018. 52 с.
2. Радайкин О.В. Уточнение положений метода предельных состояний в части нормирования зависимостей « $\sigma - \varepsilon$ » бетона при сжатии и растяжении. Часть 1 // Бетон и железобетон. 2025. № 3(628). С. 69–79. DOI: 10.37538/0005-9889-2025-3(628)-69-79. EDN: XMUZPX.
3. Радайкин О.В. Уточнение положений метода предельных состояний в части нормирования зависимостей « $\sigma - \varepsilon$ » бетона при сжатии и растяжении. Часть 2 // Бетон и железобетон. 2025. № 4(629). С. 58–66. DOI: 10.37538/0005-9889-2025-4(629)-58-66. EDN: JPLNAM.
4. ГОСТ Р 57700.25-2020. Компьютерные модели и моделирование. Процедуры валидации. М.: Стандартинформ, 2020. 16 с.
5. ГОСТ Р 57700.10-2018. Численное моделирование физических процессов. Определение напряженно-деформированного состояния. Верификация и валидация численных моделей сложных элементов конструкций в упругой области. М.: Стандартинформ, 2018. 24 с.
6. ASME V&V 10-2006. Guide to Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2006. 88 p.
7. ASME V&V 10.1-2012. An Illustration of the Concepts of Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2012. 46 p.
8. ГОСТ 24452-2023. Бетоны. Методы определения призмочной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. Введ. 2024-01-01. М.: Стандартинформ, 2023. 24 с.
9. ГОСТ 18105-2018. Бетоны. Правила контроля и оценки прочности. Введ. 2019-01-01. М.: Стандартинформ, 2018. 16 с.
10. Viradiya S.R., Vora T.P. Comparative study of experimental and analytical results of FRP strengthened beams in flexure // International Journal of Research in Engineering and Technology. 2014. Vol. 03. No. 04. P. 555–561. DOI: 10.15623/ijret.2014.0304097.
11. Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rüschi H. Behavior of concrete under biaxial stresses // Journal of the American Concrete Institute. 1969. Vol. 66. No. 8. P. 656–666.
12. Бударин А.М., Ремпель Г.И., Камзолкин А.А., Алехин В.Н. Деформационно-прочностная модель бетона с двойным независимым упрочнением и повреждением // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. № 4. С. 527–543. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.4.527-543. EDN: ППВРQ.
13. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // Строительство и реконструкция. 2012. № 2 (40). С. 11–19. EDN: OZMBYX.
14. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
15. Bazant Z.P., Oh B.H. Crack band theory for fracture of concrete // Materials and Structures. 1983. Vol. 16. P. 155–177. DOI: 10.1007/bf02486267. EDN: VSKHLA.
16. Kim J.-K. The fracture characteristics of crushed limestone sand concrete.

17. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings : EN 1992-1-1:2004+A1:2014 / CEN.
18. ГОСТ Р 52544-2006. Прокат арматурный свариваемый периодического профиля классов А500С и В500С для армирования железобетонных конструкций. Технические условия. М.: Стандартинформ, 2006. 20 с.

REFERENCES

1. SP 63.13330.2018. Concrete and Reinforced Concrete Structures. Basic Provisions. Set of rules: approved by Order of the Ministry of Construction of Russia No. 810/pr dated December 19, 2018; put into effect on June 20, 2019. Moscow: Standartinform, 2018. 52 p. (In Russ.)
2. Radaikin O.V. Refinement of the provisions of the limit state method regarding the standardization of " σ – ε " relationships of concrete under compression and tension. Part 1. *Concrete and Reinforced Concrete*. 2025. No. 3 (628). Pp. 69–79. DOI: 10.37538/0005-9889-2025-3(628)-69-79. (In Russ.) EDN: XMUZPX
3. Radaikin O.V. Refinement of the provisions of the limit state method regarding the standardization of " σ – ε " relationships of concrete under compression and tension. Part 2. *Concrete and Reinforced Concrete*. 2025. No. 4 (629). Pp. 58–66. DOI: 10.37538/0005-9889-2025-4(629)-58-66. (In Russ.) EDN: JPLHAM
4. GOST R 57700.25-2020. Computer Models and Simulation. Validation Procedures. Moscow: Standartinform, 2020. 16 p. (In Russ.)
5. GOST R 57700.10-2018. Numerical Simulation of Physical Processes. Determination of Stress-Strain State. Verification and Validation of Numerical Models of Complex Structural Elements in the Elastic Region. Moscow: Standartinform, 2018. 24 p. (In Russ.)
6. ASME V&V 10-2006. Guide to Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2006. 88 p.
7. ASME V&V 10.1-2012. An Illustration of the Concepts of Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2012. 46 p.
8. GOST 24452-2023. Concretes. Methods for Determining Prism Strength, Elastic Modulus and Poisson's Ratio. Effective from January 1, 2024. Moscow: Standartinform, 2023. 24 p. (In Russ.)
9. GOST 18105-2018. Concretes. Rules for Strength Control and Assessment. Effective from January 1, 2019. Moscow: Standartinform, 2018. 16 p. (In Russ.)
10. Viradiya S.R., Vora T.P. Comparative study of experimental and analytical results of FRP strengthened beams in flexure. *International Journal of Research in Engineering and Technology*. 2014. Vol. 3. No. 4. Pp. 555–561. DOI: 10.15623/ijret.2014.0304097
11. Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rüschi H. Behavior of concrete under biaxial stresses. *Journal of the American Concrete Institute*. 1969. Vol. 66. No. 8. Pp. 656–666.
12. Budarin A.M., Rempel G.I., Kamzolkin A.A., Alekhin V.N. Deformation-strength model of concrete with double independent hardening and damage. *Vestnik MGSU*. 2024. Vol. 19. No. 4. Pp. 527–543. (In Russ.) DOI: 10.22227/1997-0935.2024.4.527-543 EDN: IJBPQ
13. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radaikin O.V. On the determination of deformations of bent reinforced concrete elements using deformation diagrams of concrete and reinforcement. *Building and Reconstruction*. 2012. No. 2 (40). Pp. 11–19. (In Russ.) EDN: OZMBYX
14. Karpenko N.I. General Models of Reinforced Concrete Mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996. 416 p. (In Russ.)
15. Bazant Z.P., Oh B.H. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*. 1983. Vol. 16. Pp. 155–177. DOI: 10.1007/bf02486267 EDN: VSKHLA
16. Kim J.-K. The fracture characteristics of crushed limestone sand concrete.
17. Eurocode 2: Design of concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings: EN 1992-1-1:2004+A1:2014. CEN.
18. GOST R 52544-2006. Weldable Ribbed Reinforcing Bars of Classes А500С and В500С for Reinforcement of Reinforced Concrete Structures. Specifications. Moscow: Standartinform, 2006. 20 p. (In Russ.)

Сведения об авторах:

Радайкин Олег Валерьевич, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Энергообеспечение предприятий, строительство зданий и сооружений», Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия; профессор кафедры «Конструктивно-дизайнерское проектирование», Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия. Scopus AuthorID: 57213829424, SPIN-код: 7598-2215, AuthorID: 552243, ResearcherID: G-9111-2019, orcid.org/0000-0002-5575-450X. Email: olegxxii@mail.ru.

Салимханова Алина Игоревна, аспирант, Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия. <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. Email: salimhanova.alina@yandex.ru.

About the authors:

Oleg V. Radaikin, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Power Supply of Enterprises, Construction of Buildings and Structures, Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia; Professor of the Department of Structural Design, Kazan Federal University, Kazan, Russia. Scopus AuthorID: 57213829424, SPIN-код: 7598-2215, AuthorID: 552243, ResearcherID: G-9111-2019, orcid.org/0000-0002-5575-450X. Email: olegxxii@mail.ru.

Alina I. Salimkhanova, Postgraduate Student, Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia. <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. Email: salimkhanova.alina@yandex.ru.

Вклад авторов: Радайкин О.В. – концепция публикации, постановка цели, научное руководство; Салимханова А.И. – проведение компьютерного моделирования, анализ результатов и получение выводов, подготовка текста статьи.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The authors declare no conflict of interest.

The authors have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 22.07.2026
Одобрена после рецензирования 02.08.2026
Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 22.07.2026
Approved after reviewing 02.08.2026
Accepted for publication 14.08.2026

Уважаемые авторы!
Просим Вас ознакомиться с основными требованиями
к оформлению научных статей

- Представляемый материал должен быть **оригинальным, не опубликованным ранее** в других печатных изданиях.
- Объем материала, предлагаемого к публикации, измеряется числом знаков с учетом пробелов. Рекомендуемый объем статей: **от 15000 до 45000 знаков с пробелами**.
- Статья должна быть набрана на листах формата А4 шрифтом Times New Roman, размер 12 pt с одинарным интервалом, текст выравнивается по ширине; абзацный отступ – 1,25 см, правое поле – 2 см, левое поле – 2 см, поля внизу и сверху – 2 см; все страницы рукописи должны иметь сплошную нумерацию.
- Статья предоставляется в электронном виде по электронной почте или через систему электронной редакции.
- В одном сборнике может быть опубликована только **одна статья одного автора**, включая соавторство.
- Если статья возвращается автору на доработку, исправленный вариант следует прислать в редакцию повторно, приложив письмо с ответами на замечания рецензента. Доработанный вариант статьи рецензируется и рассматривается редакционной коллегией вновь. Датой представления материала считается дата поступления в редакцию окончательного варианта исправленной статьи.
- Аннотации всех публикуемых материалов, ключевые слова, информация об авторах, списки литературы будут находиться в свободном доступе на сайте соответствующего журнала и на сайте Российской научной электронной библиотеки – РУНЭБ (Российский индекс научного цитирования).

В тексте статьи не рекомендуется применять:

- обороты разговорной речи, техницизмы, профессионализмы;
- для одного и того же понятия различные научные термины, близкие по смыслу (синонимы), а также иностранные слова и термины при наличии равнозначных слов и терминов в русском языке;
- произвольные словообразования;
- сокращения слов, кроме установленных правилами русской орфографии, соответствующими стандартами.
- Сокращения и аббревиатуры должны расшифровываться по месту первого упоминания (вхождения) в тексте статьи.

Обязательные элементы:

- **заглавие (на русском и английском языке)** публикуемого материала должно быть точным и емким, слова, входящие в заглавие, должны быть ясными сами по себе, а не только в контексте; следует избегать сложных синтаксических конструкций, новых словообразований и терминов, а также слов узкопрофессионального и местного значения;
- **аннотация (на русском и английском языке)** кратко описывает объект исследования, мотивацию к проведению исследования, результаты исследования (рекомендуется указывать конкретные результаты и зависимости, полученные в исследовании), выводы (кратко); рекомендуемый объем – от 200 до 250 слов;
- **ключевые слова (на русском и английском языке)** – это текстовые метки, по которым можно найти статью при поиске и определить предметную область текста; обычно их выбирают из текста публикуемого материала, достаточно 5-10 ключевых слов.
- **список литературы**, на которую автор ссылается в тексте статьи; рекомендуемый объем списка литературы – не менее 20 источников.

В информации об авторах рекомендуется указывать ORCID, Scopus ID и SPIN-код, присвоенный в РИНЦ.

Редакция не взимает плату с авторов за подготовку, рецензирование и размещение в открытом доступе статей.

Право использования произведений предоставлено авторами на основании п. 2 ст. 1286 Четвертой части Гражданского Кодекса Российской Федерации.

С полной версией требований к оформлению научных статей
Вы можете ознакомиться на сайте <https://construction.elpub.ru/jour/index>

Строительство и реконструкция

№ 4 (126) 2026

Адрес издателя:

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева»
302026, Орловская область, г. Орёл, ул. Комсомольская д. 95
+7 (4862) 75-13-18

www.oreluniver.ru

E-mail: info@oreluniver.ru

Адрес редакции

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева»
302030, Орловская область, г. Орёл, ул. Московская, 77.
+79065704999

<http://oreluniver.ru/science/journal/sir>

E-mail: str_and_rek@mail.ru

Право использования произведений предоставлено авторами на основании
п. 2 ст. 1286 Четвертой части Гражданского Кодекса Российской Федерации

Главный редактор Колчунов В.И.
Технический редактор М.А. Амелина
Компьютерная верстка М.А. Амелина

Подписано в печать 18.06.2026 г.
Дата выхода в свет . . . 2026 г.
Формат 70×108/16. Печ. л. 14,6
Цена свободная. Тираж 500 экз.
Заказ №

Отпечатано с готового оригинал-макета
на полиграфической базе ФГБОУ ВО «ОГУ имени И.С. Тургенева»
302026, г. Орёл, ул. Комсомольская, 95.