

Главный редактор:
Колчунов В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф.
(Россия)

Заместители главного редактора:
Гордон В.А., советник РААСН, д-р техн. наук,
проф. (Россия)
Коробко В.И., д-р техн. наук, проф. (Россия)
Савин С.Ю., канд. техн. наук, доц. (Россия)
Финадеева Е.А., канд. техн. наук, доц. (Россия)

Редакция:
Акимов П.А., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф.
(Россия)

Бакаева Н.В., советник РААСН, д-р техн. наук,
проф. (Россия)
Бок Т., д-р техн. наук, проф. (Германия)
Булгаков А.Г., д-р техн. наук, проф. (Германия)
Данилевич Д.В., канд. техн. наук, доц. (Россия)
Ерофеев В.Т., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф.
(Россия)

Есаулов Г.В., акад. РААСН, д-р арх., проф. (Россия)
Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф.
(Россия)

Колесникова Т.Н., д-р арх., проф. (Россия)
Колчунов В.И., д-р техн. наук, проф. (Россия)
Коробко А.В., д-р техн. наук, проф. (Россия)
Король Е.А., чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук,
проф. (Россия)

Кривошапко С.Н., д-р техн. наук, проф. (Россия)
Кудряшов Н.Н., канд. арх., проф. (Россия)
Лефай З., д-р техн. наук, проф. (Франция)

Мелькумов В.Н., д-р техн. наук, проф. (Россия)
Орлович Р.Б., д-р техн. наук, проф. (Польша)
Птичникова Г.А., д-р арх., проф. (Россия)

Ребож Д., д-р техн. наук, проф. (Словения)
Римшин В.И., чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук,
проф. (Россия)

Тамразян А.Г., д-р техн. наук, проф. (Россия)
Травуш В.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф.
(Россия)

Трещев А.А., д-р техн. наук, проф. (Россия)
Тур В.В., д-р техн. наук, проф. (Белоруссия)
Турков А.В., д-р техн. наук, проф. (Россия)

Федоров В.С., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф.
(Россия)
Федорова Н.В., советник РААСН, д-р техн. наук,
проф. (Россия)

Шах Р., д-р техн. наук, проф. (Германия)
Яковенко И.А., д-р техн. наук, проф. (Украина)

Исполнительный редактор:
Амелина М.А., (Россия)

Адрес редакции:
302030, Орловская обл., г. Орёл,
ул. Московская, д. 77.
Тел.: +79065704999
<http://oreluniver.ru/science/journal/sir>
E-mail: str_and_rek@mail.ru

Зарегистрировано в Федеральной службе
по надзору в сфере связи, информационных
технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство: ПИ №ФС 77-67169
от 16 сентября 2016 г.

Подписной индекс **86294**
по объединенному каталогу «Пресса России»
на сайтах www.pressa-ru.ru и www.akc.ru

© ОГУ имени И.С. Тургенева, 2024

Содержание

Теория инженерных сооружений. Строительные конструкции

- Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Моисеенко Г.А.** Диаграммы деформирования арматуры при совместном действии нагрузок и повышенных температур до +500°С..... 3
- Колчунов В.И., Федоров С.С.**, Определение уровня расстояния между трещинами в железобетонных конструкциях 14
- Кривошапко С.Н.** Аналитические поверхности с плоским контуром и суперэллипсами главного каркаса 28
- Лалин В.В., Лалина И.И., Нго Х.Х., Ле Ч.М.Д.** Алгоритм метода сил в форме метода контурных усилий..... 42
- Трошин М.Ю., Турков А.В.** Взаимосвязь максимального прогиба и частоты собственных колебаний в 3-хслойной плите из ДПК при переменной величине зазоров в поперечном слое при различных граничных условиях..... 56
- Тур В.В., Надольский В.В.** Методы оценки коэффициента вариации несущей способности при проектировании конструкций на основе нелинейных конечно-элементных моделей..... 64

Безопасность зданий и сооружений

- Мацевич Т.А., Шкарпова О.Г., Саиян С.Г.** Устойчивость сжатых металлических элементов при комбинированных температурных и сейсмических воздействиях..... 75
- Савин С.Ю., Шарипов М.З., Амелина М.А.** Несущая способность длительно нагруженных внецентренно сжатых железобетонных..... 90

Архитектура и градостроительство

- Глебушкина Л.В., Токарев А.Е.** Инфраструктурные предпосылки пространственного развития Иркутской области в составе Ангаро-Енисейского макрорегиона..... 105

Строительные материалы и технологии

- Зубарев К.П., Сапронова Ю.А., Алиханова З.Р., Зобнина Ю.С., Будник Ф.А., Федосеев В.Д.** Нестационарное температурное поле стен зданий при значениях эксплуатационной влажности строительных материалов..... 122
- Ткач Е.В., Шусев Г., Рахимова Г.М., Рахимов М.А.** Модифицированный тяжелый бетон для конструкций тоннелей с повышенными эксплуатационными свойствами..... 138

Editor-in-Chief
Kolchunov V.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Editor-in-Chief Assistants:

Gordon V.A., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Korobko V.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Savin S.Yu., candidate sc. tech., docent
(Russia)

Finadeeva E.A., candidate sc. tech., docent
(Russia)

Editorial Board

Akimov P.A., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Bakaeva N.V., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Bock T., doc. sc. tech., prof. (Germany)

Bulgakov A.G., doc. sc. tech., prof. (Germany)

Danilevich D.V., candidate sc. tech., docent.
(Russia)

Erofeev V.T., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Esaulov G.V., doc. arc., prof. (Russia)

Karpenko N.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Kolesnikova T.N., doc. arc., prof. (Russia)

Kolchunov V.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Korobko A.V., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Korol E.A., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Krivoshapko S.N., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Kudryashov N.N., candidate arc., prof.
(Russia)

Lafhaj Z., doc. sc. tech., prof. (France)

Melkumov V.N., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Orlovic R.B., doc. sc. tech., prof. (Poland)

Ptichnikova G.A., doc. arc., prof. (Russia)

Rebolj D., doc. sc. tech., prof. (Slovenia)

Rimshin V.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Tamrazyan A.G., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Travush V.I., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Treshev A.A., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Tur V.V., doc. sc. tech., prof. (Belorussia)

Turkov A.V., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Fedorov V.S., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Fedorova N.V., doc. sc. tech., prof. (Russia)

Schach R., doc. sc. tech., prof. (Germany)

Iakovenko I.A., doc. sc. tech., prof. (Ukraine)

Managing Editor:

Amelina M.A., (Russia)

The edition address:

302030, Oryol region., Oryol,

Moskovskaya Street, 77

+79065704999

<http://oreluniver.ru/science/journal/sir>

E-mail: str_and_rek@mail.ru

Journal is registered in Russian federal service for
monitoring communications, information

technology and mass communications

The certificate of registration:

ПН №ФЦ 77-67169 from 16.09.2016 r.

Index on the catalogue of the «Pressa Rossii»

86294 on the websites www.pressa-rr.ru and

www.akc.ru

© Orel State University, 2024

Contents

Theory of engineering structures. Building units

- Karpenko N.I., Karpenko S.N., Moiseenko G.A.** Diagrams of reinforcement deformation under the combined action of loads and elevated temperatures up to +500 °C..... 3
- Kolchunov V.I., Fedorov S.S.** Definition level distance between cracks in reinforced concrete structures..... 14
- Krivoshapko S.N.** Analytical surfaces with a plane contour and with superellipses of the main frame..... 28
- Lalin V.V., Lalina I.I., Ngo H.H., Le T.M.D.** The force method algorithm in the form of a loop resultant method..... 42
- Troshin M.Yu., Turkov A.V.** Relationship of maximum deflections and natural frequencies vibrations in a three-layer CLT panel with variable gaps in the transverse layer under different boundary conditions..... 56
- Tur V.V., Nadolski V.V.** Methods for estimating the coefficient of variation of the resistance in the design of structures based on nonlinear finite element models..... 64

Building and structure safety

- Matseevich T.A., Shkarpova O.G., Saiyan S.G.** Stability of compressed metal elements under combined temperature and seismic effects..... 75
- Savin S.Y., Sharipov M.Z., Amelina M.A.** Capacity of compressed reinforced concrete element under dynamic load considering effect of long-term preloading..... 90

Architecture and urban planning

- Glebushkina L.V., Tokarev A.E.** Infrastructural prerequisites for the spatial development of the Irkutsk region as part of the Angara-Yenisei macroregion..... 105

Construction materials and technologies

- Zubarev K.P., Saponova Y.A., Alihanova Z.R., Zobnina Y.S., Budnik F.A., Fedoseev V.D.** Unsteady-state temperature field of building walls using building materials operating moisture values..... 122
- Tkach E.V., Shusev G., Rakhimova G.M., Rakhimov M.A.** Modified heavy concrete for tunnel structures with increased operational properties..... 138

Н.И. КАРПЕНКО¹, С.Н. КАРПЕНКО¹, Г.А. МОИСЕЕНКО¹¹НИИСФ РААСН, Москва, Россия

ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ АРМАТУРЫ ПРИ СОВМЕЩНОМ ДЕЙСТВИИ НАГРУЗОК И ПОВЫШЕННЫХ ТЕМПЕРАТУР ДО +500°C

Аннотация. Реальные нелинейные диаграммы деформирования арматуры и бетона составляют основу современного диаграммного метода расчета железобетонных конструкций. Данный метод позволяет наиболее точно учитывать физико-механические и реологические свойства железобетона при различных режимах силового нагружения конструкций. Для распространения диаграммного метода на расчет железобетонных конструкций при совместном действии нагрузок и повышенных температур необходима существенная корректировка диаграмм деформирования арматуры и бетона. В данной статье рассматривается переход от диаграмм деформирования арматуры при нормальной температуре к диаграммам деформирования при совместном действии силовых и температурных воздействий до +500°C. При этом изменяются основные физико-механические характеристики диаграмм в зависимости от значений температуры нагрева. Рассматриваются изменения этих характеристик для двух видов арматуры – без площадки текучести и с площадкой текучести. Полученные результаты представляют основу для построения метода расчета железобетонных конструкций при совместном действии нагрузок и различных режимов нагрева.

Ключевые слова: арматура, температурные воздействия, диаграммы деформирования арматуры, арматура без площадки текучести, арматура с площадкой текучести, диаграммный метод расчета конструкций.

N.I. KARPENKO¹, S.N. KARPENKO¹, G.A. MOISEENKO¹¹ NIISF RAASN, Moscow, Russia

DIAGRAMS OF REINFORCEMENT DEFORMATION UNDER THE COMBINED ACTION OF LOADS AND ELEVATED TEMPERATURES UP TO +500 °C

Abstract. Real nonlinear diagrams of reinforcement and concrete deformation form the basis of the modern diagrammatic method for calculating reinforced concrete structures. This method allows for the most accurate consideration of the physico-mechanical and rheological properties of reinforced concrete under various modes of force loading of constructions. To extend the diagrammatic method to the calculation of reinforced concrete structures under the combined action of loads and elevated temperatures, a significant adjustment of the deformation diagrams of reinforcement and concrete is necessary. This article discusses the transition from reinforcement deformation diagrams at normal temperature to deformation diagrams under the combined action of force and temperature influences up to +500°C. At the same time, the basic physical and mechanical characteristics of the diagrams change depending on the values of the heating temperature. Changes in these characteristics are considered for two types of reinforcement – without yield point and with yield point. The results obtained provide the basis for constructing a method for calculating reinforced concrete structures under the combined action of loads and various heating modes.

Keywords: reinforcement, temperature effects, reinforcement deformation diagrams, reinforcement without yield point, reinforcement with yield point, a diagrammatic method for calculating constructions.

© Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Моисеенко Г.А., 2024

1. Введение

Диаграммный метод расчета железобетонных конструкций с применением нелинейной деформационной модели с высокой степенью точности отражает реальную картину деформирования конструкции при различных видах и режимах нагружения. Основу данного метода составляют обобщенные физические соотношения, связывающие кривизны элемента и его относительные деформации на уровне выбранной оси с внутренними усилиями от внешнего нагружения. Достоверность получаемых результатов достигается путем введения в расчет параметров реальных диаграмм деформирования материала под нагрузкой. В связи с этим разработка способов математического описания диаграмм деформирования бетона и арматуры при силовых и других воздействиях приобретает особую актуальность. Совместное действие повышенных температур и силового нагружения существенно влияет на характер деформирования железобетонных конструкций.

Влияние нагрева на напряженно-деформированное состояние железобетонных изгибаемых элементов исследовалось в работах [1-4] и др. Влияние воздействия повышенных температур на свойства тяжелого бетона и их учет при проектировании с использованием современных подходов рассматривались в [5-13] и других исследованиях. В работах [14-16] изучались вопросы влияния повышенных температур на модуль упругости и коэффициент температурного расширения арматурных сталей. Для учета совместного действия силового нагружения и повышенных температур в нелинейной деформационной модели необходимо откорректировать методику описания криволинейных диаграмм деформирования арматуры и бетона с учетом режима нагрева.

Целью данного исследования является разработка способа учета воздействия повышенных до $+500^{\circ}\text{C}$ температур при теоретическом описании диаграмм деформирования стальной арматуры с наличием и отсутствием физической площадки текучести.

2. Модели и методы

Диаграммы деформирования арматуры в условиях действия повышенных температур. Виды диаграмм и их характерные точки.

Исследуемые диаграммы деформирования арматуры « $\varepsilon_s(T) - \sigma_s(T)$ », связывающие относительные деформации $\varepsilon_s(T)$ с напряжениями $\sigma_s(T)$, предназначены для расчета железобетонных конструкций по нелинейной деформационной модели при совместном действии нагрузок и повышенных температур, действие которых в представленных параметрах обозначается индексом (T) . Виды рассматриваемых диаграмм представлены на рисунке 1.

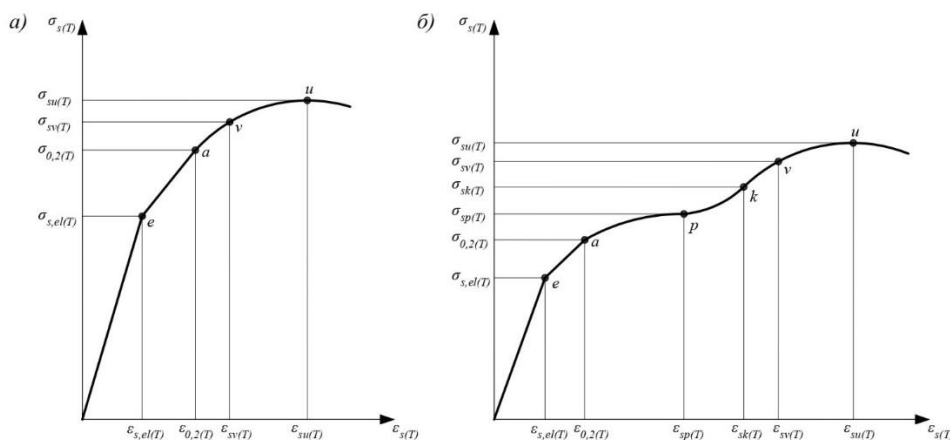


Рисунок 1 - Полные диаграммы деформирования: арматуры без физической площадки текучести (а); арматуры с физической площадкой текучести (б)

Диаграммы деформирования арматуры разделяются на два вида:

- на рисунке 1, *a* – без физической площадки текучести (согласно СП 63.13330.2018 [17] для арматуры А600–А1000, Вр500, Вр1200–1600, К1400–1700);
- на рисунке 1, *б* – с физической площадкой текучести (согласно СП 63.13330.2018 [17] для арматуры А240, А400, А500, В500).

На диаграммах (рисунок 1, а, б) выделены следующие характерные точки:

e – точка конца линейного участка диаграммы с напряжениями $\sigma_{s,el(T)}$ и деформациями (1):

$$\varepsilon_{s,el(T)} = \frac{\sigma_{s,el(T)}}{E_s(T)} \quad (1)$$

a – точка, соответствующая нелинейному отрезку диаграммы с напряжением $\sigma_{0,2(T)}$, которым соответствуют относительные деформации (2):

$$\varepsilon_{0,2(T)} = \frac{\sigma_{0,2(T)}}{E_s(T)} + 0,002 \quad (2)$$

v – точка, соответствующая предельным деформациям, при которых разрешается использование диаграммы при расчёте ответственных конструкций согласно СП 63.13330.2018 [17], для арматуры без физической площадки текучести $\varepsilon_{sv(T)} \leq 0,015$, для арматуры с физической площадкой текучести $\varepsilon_{sv(T)} \leq 0,025$;

u – точка, соответствующая разрыву арматуры с напряжениями $\sigma_{su(T)}$ и деформациями $\varepsilon_{su(T)}$; $E_s(T)$ – модуль деформации арматуры.

Величины $\varepsilon_s(T)$, $\sigma_{s,el(T)}$, $E_s(T)$, $\varepsilon_{0,2(T)}$, $\sigma_{0,2(T)}$ связываются с аналогичными величинами ε_s , $\sigma_{s,el}$, E_s , $\varepsilon_{0,2}$, $\sigma_{0,2}$ арматуры при нормальной температуре согласно [18, 19, 20] следующими соотношениями:

$$\varepsilon_{s,el(T)} = \frac{\sigma_{s,el(T)}}{E_s(T)} = \frac{\sigma_{s,el} \cdot \gamma_{st}}{E_s \cdot \beta_s}, \quad (3)$$

$$\sigma_{s,el(T)} = \sigma_{s,el} \cdot \gamma_{st}, \quad (4)$$

$$E_s(T) = E_s \cdot \beta_s, \quad (5)$$

$$\sigma_{0,2(T)} = \sigma_{0,2} \cdot \gamma_{st}, \quad (6)$$

$$\varepsilon_{0,2(T)} = \sigma_{0,2} \gamma_{st} / E_s \beta_s + 0,002, \quad (7)$$

где, параметры γ_{st} , β_s определяются по табл. 5.14 СП 27.13330.2017 [21] в зависимости от температуры нагрева; могут также использоваться результаты исследований [2].

Для диаграммы с площадкой текучести вводятся две дополнительные точки – точка *p*, соответствующая концу площадки текучести с напряжениями $\sigma_{sp(T)}$ и деформациями $\varepsilon_{sp(T)}$ и промежуточная точка *k* на ветви упрочнения с напряжениями $\sigma_{sk(T)}$ и относительными деформациями $\varepsilon_{sk(T)}$. Напряжения и недостающие относительные деформации в точках определяются по формулам:

$$\sigma_{su(T)} = \sigma_{0,2(T)} \cdot \gamma_{su}; \quad \varepsilon_{su(T)} = \varepsilon_{su} \cdot \gamma_{su}; \quad (8)$$

$$\sigma_{sp(T)} = \sigma_{0,2(T)} \cdot \gamma_{sp}; \quad \varepsilon_{sp(T)} = \varepsilon_{sp} \cdot \gamma_{sp}; \quad (9)$$

$$\sigma_{sk(T)} = \sigma_{sp(T)} + 0,2(\sigma_{su(T)} - \sigma_{sp(T)}); \quad \varepsilon_{sk(T)} = 1,2\varepsilon_{sp(T)}; \quad (10)$$

Коэффициенты $\gamma_{s,el}$, γ_{sp} , γ_{su} , а также относительные деформации ε_{sp} , ε_{su} соответствующие данным напряжениям, приведены в таблице 1 и таблице 2.

Таблица 1 – Характеристики арматуры с условным пределом текучести

Класс арматуры	Номинальный диаметр арматуры в мм	$\gamma_{s,el}$	γ_{su}	ε_{su}
A600	10-40	0,7	1,35	0,06
A800	10-32	0,7	1,28	0,07
A1000	10-32	0,7	1,23	0,06
Bp500	3-5	0,7	1,08	0,025
Bp1200	8	0,85	1,05	0,04
Bp1300	7	0,85	1,05	0,04
Bp1400	4-6	0,85	1,1	0,05
Bp1500	3	0,85	1,2	0,06
Bp1600	3-5	0,85	1,2	0,06
K1400	15	0,8	1,07	0,05
K1500	6-18	0,8	1,07	0,05
K1600	6, 9, 11, 12, 15	0,8	1,07	0,05
K1700	6-9	0,8	1,07	0,05

Таблица 2 – Характеристики арматуры с физическим пределом текучести

Класс арматуры	Номинальный диаметр арматуры в мм	$\gamma_{s,el}$	γ_{sp}	ε_{sp}	γ_{su}	ε_{su}
A240	6-40	0,97	1,01	0,015	2,0	0,19
A400	6-40	0,9	1,05	0,012	1,45	0,14
A500	10-40	0,85	1,07	0,008	1,3	0,10
B500	3-16	0,8	1,04	0,005	1,1	0,03

Нормативная диаграмма деформирования арматуры без физической площадки текучести

Диаграмма разделяется на два участка: линейный от $\sigma_s = 0$ до $\sigma_s = \sigma_{s,el(T)}$ и нелинейный от $\sigma_s = \sigma_{s,el(T)}$ до $\sigma_s = \sigma_{su(T)}$.

Нормативная диаграмма используется при расчёте конструкций по второй группе предельных состояний. При этом:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{0,2(T)} &= R_{s,ser} \gamma_{st} \\ \sigma_{s,el(T)} &= \sigma_{0,2(T)} \gamma_{s,el} = R_{s,ser} \gamma_{st} \gamma_{s,el} \\ \sigma_{su(T)} &= \sigma_{0,2(T)} \gamma_{su} = R_{s,ser} \gamma_{st} \gamma_{su} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где значения $\gamma_{s,el}$ и γ_{su} определяются по таблице 1.

На линейном отрезке (при $\sigma_{s(T)} \leq \sigma_{s,el(T)}$)

$$\varepsilon_{s(T)} = \frac{\sigma_{s(T)}}{E_{s(T)}} \quad (12)$$

где $E_{s(T)}$ – модуль упругости арматуры в условиях нагрева.

На нелинейном отрезке (при $\sigma_{s(T)} \geq \sigma_{s,el(T)}$)

$$\varepsilon_{s(T)} = \frac{\sigma_{s(T)}}{\nu_s E_{s(T)}} \quad (13)$$

где ν_s – коэффициент изменения секущего модуля арматуры:

$$v_s = \hat{v}_s + (v_0 - \hat{v}_s) \sqrt{1 - \omega\eta - (1 - \omega)\eta^2}, \quad (14)$$

здесь $\hat{v}_s$ – коэффициент изменения секущего модуля в вершине диаграммы (при $\sigma_{s(T)} = \sigma_{su(T)}$),

ω – коэффициент, характеризующий кривизну диаграммы,

η – уровень приращения напряжений,

v_0 – коэффициент секущего модуля в начале диаграммы:

$$v_0 = 1 \quad (15)$$

$$\hat{v}_s = \frac{\sigma_{su(T)}}{E_{s(T)} \varepsilon_{su(T)}}, \quad (16)$$

$$\eta = \frac{\sigma_{s(T)} - \sigma_{s,el(T)}}{\sigma_{su(T)} - \sigma_{s,el(T)}} \text{ (при } \sigma_{s(T)} = \sigma_{su(T}), \eta = 1), \quad (17)$$

$$2 \geq \omega = \frac{(v_0 - \hat{v}_s)^2 (\eta_{0,2} - 1) + (v_{0,2} - \hat{v}_s)^2}{\eta_{0,2} (\eta_{0,2} - 1) (v_0 - \hat{v}_s)^2} \quad (18)$$

$\eta_{0,2}$ – уровень напряжений при $\sigma_{s(T)} = \sigma_{0,2(T)}$; $v_{0,2}$ – коэффициент секущего модуля при $\sigma_{s(T)} = \sigma_{0,2(T)}$:

$$\eta_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2(T)} - \sigma_{s,el(T)}}{\sigma_{su(T)} - \sigma_{s,el(T)}}; \quad v_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2(T)}}{\sigma_{0,2(T)} + 0,002 E_{s(T)}}. \quad (19)$$

Если оказывается, что вычисленные по формуле (18) значения $\omega > 2$, то зависимость (19) становится справедливой только до уровней $\eta \leq \bar{\eta}$, где

$$\bar{\eta} = 0,92(\omega - 1) \quad (20)$$

от $\bar{\eta}$ до $\eta = 1$ используется линейный участок диаграммы.

Коэффициент изменения секущего модуля также может определяться через уровень деформаций $\eta_d = \varepsilon_{s(T)} / \varepsilon_{su(T)}$ из решения квадратного уравнения:

$$\begin{aligned} Av_s^2 + Bv_s + C &= 0; \\ A &= 1 + \frac{(1 - \omega)(v_0 - \hat{v}_s)^2 \eta_d^2 \sigma_{su(T)}^2}{\hat{v}_s^2 (\sigma_{su(T)} - \sigma_{s,el(T)})^2}; \\ B &= 2\hat{v}_s - \frac{\eta_d (v_0 - \hat{v}_s)^2 \sigma_{su(T)}}{\hat{v}_s (\sigma_{su(T)} - \sigma_{s,el(T)})} \left(\omega - \frac{2(1 - \omega)\sigma_{s,el(T)}}{\sigma_{su(T)} - \sigma_{s,el(T)}} \right); \\ C &= \hat{v}_s^2 - (v_0 - \hat{v}_s)^2 \left[1 + \frac{\omega \sigma_{s,el(T)}}{\sigma_{su(T)} - \sigma_{s,el(T)}} - \frac{(1 - \omega)\sigma_{s,el(T)}^2}{(\sigma_{su(T)} - \sigma_{s,el(T)})^2} \right]; \end{aligned} \quad (21)$$

при решении уравнения (21) перед квадратным корнем принимается знак плюс.

Нормативная диаграмма деформирования арматуры с физической площадкой текучести.

Линейный участок диаграммы описывается формулой (1). В диаграмму включается два нелинейных отрезка (рисунок 1 б):

- 1) от точки e (конца линейного участка) до точки p (конца площадки текучести);
- 2) от точки p до точки u (соответствующей разрыву арматуры).

Для описания первого нелинейного отрезка используются формулы (13) – (20), где $\sigma_{su(T)}$ заменяется $\sigma_{sp(T)}$, $\varepsilon_{su(T)}$ на $\varepsilon_{sp(T)}$; $\sigma_{sp(T)}$ определяется по формуле (9), а значение $\varepsilon_{sp(T)}$ определяется по формуле (9) и таблице 2.

Для описания второго нелинейного участка – участка упрочнения арматуры – также используются формулы (13) – (21), в которых следует заменить

$$\eta_{0,2} \text{ на } \eta_{sk} = (\sigma_{sk(T)} - \sigma_{sp(T)}) / (\sigma_{su(T)} - \sigma_{sp(T)});$$

$$\nu_{0,2} \text{ на } \nu_{sk} = \sigma_{sk(T)} / E_{s(T)} \varepsilon_{sk(T)}; \quad (22)$$

$\sigma_{s,el(T)}$ на $\sigma_{sp(T)}$
и принять

$$\nu_0 = \sigma_{sp(T)} / E_{s(T)} \varepsilon_{sp(T)};$$

$$\eta = (\sigma_{s(T)} - \sigma_{sp(T)}) / (\sigma_{su(T)} - \sigma_{sp(T)}); \quad (23)$$

где значения $\sigma_{su(T)}$, $\sigma_{sp(T)}$, $\sigma_{sk(T)}$, $\varepsilon_{sk(T)}$ определяются по формулам (8) – (10).

Расчётная диаграмма для арматуры.

Эта диаграмма используется для расчёта конструкций по первой группе предельных состояний. Она описывается зависимостями (1) – (23), где следует принимать

$$\sigma_{0,2(T)} = R_{s(T)} = R_s \cdot \gamma_{st} \quad (24)$$

Относительные деформации $\varepsilon_{su(T)}$, $\varepsilon_{sp(T)}$, а также переходные коэффициенты $\gamma_{s,el}$, γ_{sp} , γ_{su} , представленные в таблице 1, таблице 2, остаются без изменения. Согласно СП 63.13330.2018 [17], при расчёте ответственных конструкций диаграмму без физической площадки текучести разрешается использовать до $\varepsilon_{s(T)} \leq 0,015$, а для арматуры с физической площадкой текучести $\varepsilon_{s(T)} \leq 0,025$. После этого арматура исключается из расчёта.

Напряжения в арматуре, соответствующие $\varepsilon_{s(T)} = 0,015$, $\varepsilon_{s(T)} = 0,025$, представляется в виде $R_s \cdot \gamma_{s2} \gamma_{st}$, где γ_{s2} – коэффициент увеличения прочности. При этом разрешается принимать $\gamma_{s2} \leq 1,1$.

Общие деформации арматуры.

Общие деформации арматуры состоят из двух составляющих. Первая составляющая, рассмотренная в п. 1-4, связана с напряжениями в арматуре, вторая составляющая – с температурными деформациями. В результате общие деформации арматуры будут равны

$$\bar{\varepsilon}_{s(T)} = \varepsilon_{s(T)} + \alpha_{st} t_s \quad (25)$$

где α_{st} – коэффициент температурного расширения арматуры, принимаемые по таблице 5.14 СП 27.13330.2017 [21], t – температура нагрева арматуры, $\varepsilon_{s(T)}$ – относительные силовые деформации, принимаемые по формулам п. 1-4.

Диаграммы деформирования арматуры в элементах с трещинами без учета температурных деформаций.

Используются два вида диаграмм. Первая диаграмма связывает напряжения $\sigma_{sc(T)}$ с относительными деформациями $\varepsilon_{s(T)}$ в трещине, она записывается как для свободной арматуры по указаниям пунктов 1 – 2.

Вторая диаграмма связывает напряжения в арматуре в трещине $\sigma_{s(T)}$ со средними деформациями $\varepsilon_{sm(T)}$ арматуры на участках между трещинами, которые из-за влияния сцепления арматуры с бетоном на участках между трещинами оказываются меньше деформаций ε_s свободной арматуры. Средняя диаграмма имеет два участка. Первый участок (при $\sigma_{s(T)} \leq \sigma_{s,el(T)}$) соответствует линейной стадии деформирования арматуры в трещинах. На этом участке

$$\varepsilon_{sm(T)} = \sigma_{s(T)} \psi_{s(T)} / E_{s(T)} = \sigma_{s(T)} / E_{s(T)} \nu_{sm(T)} \quad (26)$$

где $\psi_{s(T)}$ – коэффициент, учитывающий работу растянутого бетона на участках с трещинами;

$$\nu_{sm(T)} = 1 / \psi_{s(T)}, \quad (27)$$

Коэффициент $\psi_{s(T)}$ определяется по формулам:

$$\psi_{s(T)} = 1 - 0,75 \varphi_{st} \frac{\sigma_{crc(T)}}{\sigma_{s(T)}} \quad (28)$$

или

$$\psi_{s(T)} = \frac{1 - 0,75\varphi_{sl}}{1 - 0,75\varphi_{sl}\left(1 - \frac{\varepsilon_{crc(T)}}{\varepsilon_s(T)}\right)}, \quad (29)$$

где, $\sigma_{crc(T)}$ – напряжения в арматуре в трещине в момент трещинообразования (в момент после образования трещины); $\sigma_{s(T)}$ – текущее напряжение в арматуре в трещинах; $\varepsilon_{crc(T)}$ – относительные деформации арматуры в трещине в момент трещинообразования; $\varepsilon_{s(T)}$ – текущие относительные деформации арматуры в трещине; $\varphi_{sl} = 1$ – при кратковременном действии напряжений, $\varphi_{sl} = 0,8$ – при длительном действии напряжений.

Второй участок диаграммы (при $\sigma_{s(T)} > \sigma_{s,el}$) представляется в виде:

$$\varepsilon_{sm(T)} = \sigma_{s(T)}\psi_{s(T)}/E_{s(T)}\nu_{s(T)} = \sigma_{s(T)}/E_{s(T)}\nu_{sm(T)}, \quad (30)$$

где параметр $\nu_{s(T)}$ секущего модуля определяется по указаниям пунктов 1-4,

$$\nu_{sm(T)} = \nu_{s(T)}/\psi_{s(T)} \quad (31)$$

Параметр $\psi_{s(T)}$, входящий в формулу (31), определяется по формуле (28).

Средние относительные деформации арматуры на участке между трещинами с учетом влияния температурных деформаций арматуры и бетона на участках между трещинами.

Полные средние относительные деформации арматуры составят:

$$\bar{\varepsilon}_{s(T)} = \varepsilon_{sm(T)} + [\alpha_{st} - \alpha_{bt}(1 - \psi_{s(T)})]t_s, \quad (32)$$

где, α_{st}, α_{bt} – коэффициенты температурных деформаций арматуры и бетона t_s .

Относительные деформации $\bar{\varepsilon}_{s(T)}$ могут использоваться для определения ширины раскрытия трещин a_{cn} :

$$a_{cn} = \bar{\varepsilon}_{s(T)}l_s, \quad (33)$$

где, l_s – расстояние между трещинами, определяемое согласно рекомендациям [19, 20].

На рисунке 2 представлены теоретические диаграммы деформирования арматуры A800 при температурах нагрева $t_s = 50^\circ\text{C}, 300^\circ\text{C}, 400^\circ\text{C}$ и 500°C , полученные согласно описанной методике.

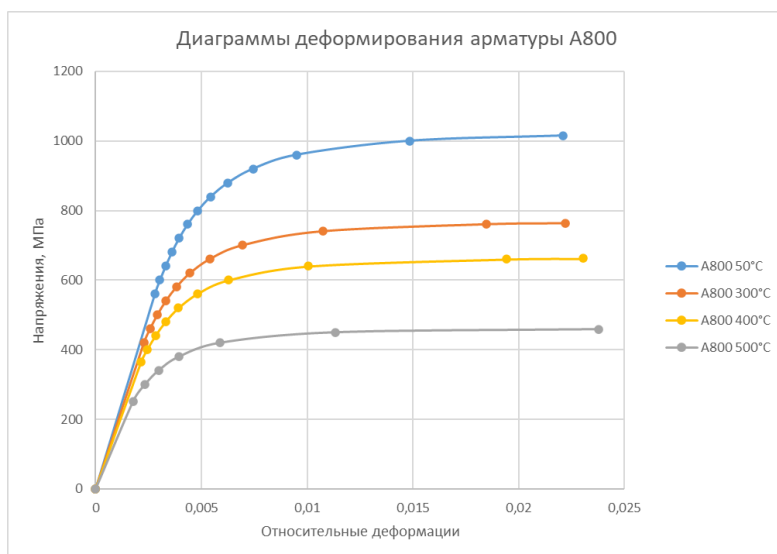


Рисунок 2 – Диаграммы деформирования арматуры A800 при совместном действии нагрузки и повышенных температур

На рисунке 3 представлены теоретические диаграммы деформирования арматуры A500 при температурах нагрева $t_s = 50^\circ\text{C}$, 300°C , 400°C и 500°C .

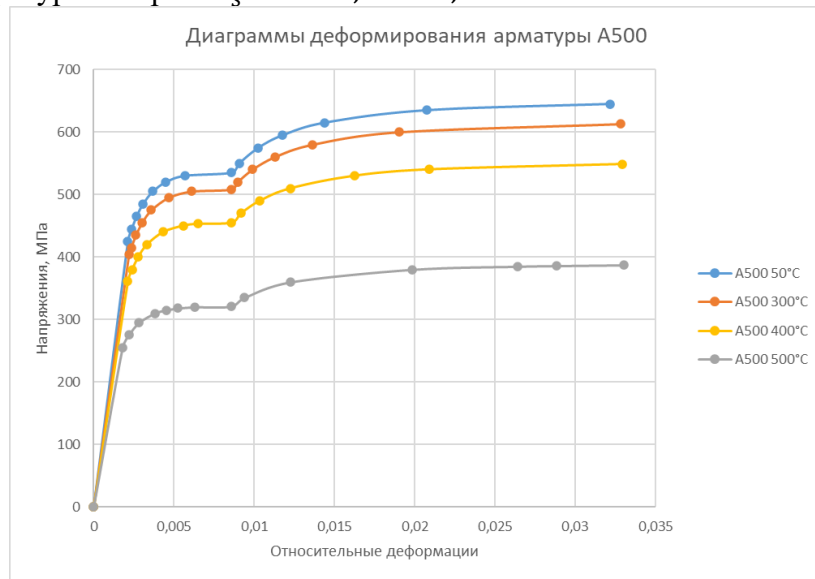


Рисунок 3 – Диаграммы деформирования арматуры A500 при совместном действии нагрузки и повышенных температур

4.Выводы

1. Рассмотрены все виды диаграмм деформирования арматуры в условиях действия нагрузок и повышенных температур.
2. Предложенные способы описания диаграмм деформирования арматуры могут быть использованы при расчете железобетонных конструкций по нелинейной деформационной модели при совместном действии силового нагружения и различных режимов нагрева.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Корсун В.И. Развитие методов расчета железобетонных конструкций зданий и сооружений на температурно-влажностные воздействия // Современное промышленное и гражданское строительство. 2021. Т. 17. № 1. С. 29-40.
2. Корсун В.И., Кхон Кхемарак, Ха Ван Куинь. Температурные моменты в статически неопределимых балках из высокопрочного бетона при одностороннем нагреве // В сборнике: Неделя науки ИСИ. Материалы всероссийской конференции в 3-х частях. Инженерно-строительный институт Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. Санкт-Петербург, 2021. С. 382- 384.
3. Rehman A., Masood A., Akhtar S., Ibrahim S.M., Shariq M. Experimental and numerical investigation into flexural bond strength of RC beams exposed to elevated temperature // Construction and Building Materials. 2021. (282). С. 122630.
4. Liu Jin, Renbo Zhang, Liang Li, Xiuli Du, Yunlong Yao. Impact behavior of SFRC beams at elevated temperatures: Experimental and analytical studies // Engineering Structures. 2019. (197). С. 109401. DOI:10.1016/j.engstruct.2019.109401.
5. Кхон Кхемарак, Корсун В.И., Ха Ван Куинь, Волков А.С. Влияние кратковременного нагрева до $+90^\circ\text{C}$ на деформацию и прочность высокопрочного бетона // Под ред. Б. Анатолийса, В. Николая, С. Виталия, Springer Nature Switzerland AG, 2020. С. 585-592. [Khemarak Khon, Vladimir Korsun, Quynh Ha, and Andrey Volkov. Effect of Short-Term Heating up to $+90^\circ\text{C}$ on Deformation and Strength 137 of High-Strength Concrete // Под ред. В. Анатолийса, В. Николая, С. Виталия, Springer Nature Switzerland AG, 2020. С. 585-592]. DOI: 10.1007/978-3-030-42351-3_51.
6. Корсун В.И., Баранов А.О., Кхон Кхемарак, Ха Ван Куинь. Влияние температуры и продолжительности нагрева на свойства высокопрочного бетона, модифицированного органоминеральными компонентами // Под ред. Н. Ватина, А. Бородина, Б. Тельтаева, Чам: Springer Nature Switzerland AG, 2021. С.

515-524. [Vladimir Korsun, Aleksey Baranov, Khemarak Khon, and Quynh Ha. The Influence of Temperature and Duration of Heating on the Properties of High-Strength Concrete Modified by Organo-Mineral Components // Под ред. N. Vatin, A. Borodinecs, B. Teltayev, Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2021. С. 515-524]. https://doi.org/10.1007/978-3-030-72404-7_50.

7. Корсун В.И., Кхон Кхемарак, Ха Ван Куинь, Баранов А.О. Прочность и деформации высокопрочного бетона при кратковременном нагреве до +90°C // Серия конференций IOP: Материаловедение и инженерия. 2020. (896). С. 012035. [Korsun V.I., Khon K., Ha V.Q., and Baranov A.O. Strength and deformations of highstrength concrete under short-term heating conditions up to + 90°C // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. (896). С. 012035]. DOI: 10.1088/1757- 899X/896/1/012035.

8. Korsun V., Korsun A., Volkov A. Characteristics of mechanical and rheological properties of concrete under heating conditions up to 200°C // MATEC Web of Conferences. 2013. (6). С. 1-8.

9. Korsun V., Shvets G. The calculation of creep deformation of high-strength concrete in relation to the conditions of exposure to elevated temperatures // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. (896). С. 012039. DOI: 10.1088/1757-899X/896/1/012039.

10. Mustafa M.A., Yusof K.M. Mechanical properties of hardened concrete in hothumid climate // Cement and Concrete Research. 1991. № 4 (21). С. 601-613.

11. Mohd Zain M.F., Radin S.S. Physical properties of high-performance concrete with admixtures exposed to a medium temperature range 20°C to 50°C // Cement and Concrete Research. 2000. (30). С. 1283-1287.

12. Samir N.S. [и др.]. Effect of moisture and temperature on the mechanical properties of concrete // Construction and Building Materials. 2011. (25). С. 688-696.

13. Корсун В.И., Баранов А.О. Расчёт температурно-усадочных деформаций высокопрочных бетонов применительно к условиям воздействия повышенных температур // Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования Российской академии архитектуры и строительных наук по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2019 году: Сб. науч. тр. РААСН. М.: Издательство АСВ, 2020. С. 314- 321.

14. Кричевский А.П. Расчет железобетонных инженерных сооружений на температурные воздействия. М., Стройиздат СССР, 1984.

15. Мадатян С.А. Арматура железобетонных конструкций. ООО «Воентехмет», М., 2000.

16. Милованов А.Ф., Тупов Н.И. Ползучесть и релаксация напряжений в бетоне зрелого возраста при длительном действии повышенных температур до 90°C. // Ползучесть и усадка бетона. Материалы совещания, подготовленные НИИЖБ Госстроя СССР. ЦИНИС, М., 1969.

17. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М., Стандартинформ, 2019.

18. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона / Н.И. Карпенко. – Москва: Стройиздат, 1996. – 416 с.

19. Карпенко Н.И. Методическое пособие «Статически неопределимые железобетонные конструкции. Диаграммные методы автоматизированного расчета и проектирования» ФАУ "Федеральный центр нормирования, стандартизации и оценки соответствия в строительстве". Москва, 2017, рук. работы Н.И. Карпенко.

20. Карпенко Н.И. Методическое пособие «Автоматизированные методы расчета массивных железобетонных конструкций при объемном напряженном состоянии» ФАУ "Федеральный центр нормирования, стандартизации и оценки соответствия в строительстве". Москва, 2019, рук. работы Н.И. Карпенко, стр. 29-36.

21. СП 27.13330.2017. Бетонные и железобетонные конструкции, предназначенные для работы в условиях воздействия повышенных и высоких температур. М., 2017.

REFERENCES

1. Korsun V.I. Development of methods for calculating reinforced concrete structures of buildings and structures for temperature and humidity effects. *Modern industrial and civil engineering*. 2021. Vol. 17. No. 1. Pp. 29-40.

2. Korsun V.I., Khon Khemarak, Ha Van Quynh. Temperature moments in statically indeterminate beams made of high-strength concrete with one-sided heating. [In the collection: Science Week of ISI. Proceedings of the All-Russian Conference in 3 parts.] *Civil Engineering Institute of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. Saint Petersburg*, 2021. P. 382-384.

3. Rehman A., Masood A., Akhtar S., Ibrahim S.M., Shariq M. Experimental and numerical investigation into flexural bond strength of RC beams exposed to elevated temperature. *Construction and Building Materials*. 2021. (282). С. 122630.

4. Liu Jin, Renbo Zhang, Liang Li, Xiuli Du, Yunlong Yao. Impact behavior of SFRC beams at elevated temperatures: Experimental and analytical studies. *Engineering Structures*. 2019. (197). P. 109401. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109401.
5. Khon Khemarak, Korsun V.I., Ha Van Quynh, Volkov A.S. Effect of Short-Term Heating up to +90°C on Deformation and Strength of High-Strength Concrete. Ed. B. Anatolijs, V. Nikolai, S. Vitalii, Springer Nature Switzerland AG, 2020. P. 585-592. DOI: 10.1007/978-3-030-42351-3_51
6. Korsun V.I., Baranov A.O., Khon Khemarak, Ha Van Quynh. [Vladimir Korsun, Aleksey Baranov, Khemarak Khon, and Quynh Ha. The Influence of Temperature and Duration of Heating on the Properties of High-Strength Concrete Modified by Organo-Mineral Components .Ed. N. Vatin, A. Borodinecs, B. Teltayev, Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2021. P. 515-524. https://doi.org/10.1007/978-3-030-72404-7_50
7. Korsun V.I., Khon Khemarak, Ha Van Quynh, Baranov A.O. Strength and deformations of highstrength concrete under short-term heating conditions up to + 90°C. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. (896). P. 012035. DOI: 10.1088/1757- 899X/896/1/012035
8. Korsun V., Korsun A., Volkov A. Characteristics of mechanical and rheological properties of concrete under heating conditions up to 200°C. *MATEC Web of Conferences*. 2013. (6). P. 1-8.
9. Korsun V., Shvets G. The calculation of creep deformation of high-strength concrete in relation to the conditions of exposure to elevated temperatures. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. (896). C. 012039. DOI: 10.1088/1757-899X/896/1/012039
10. Mustafa M.A., Yusof K.M. Mechanical properties of hardened concrete in hot humid climate. *Cement and Concrete Research*. 1991. No. 4 (21). C. 601-613.
11. Mohd Zain M.F., Radin S.S. Physical properties of high-performance concrete with admixtures exposed to a medium temperature range of 20°C to 50°C. *Cement and Concrete Research*. 2000. (30). C. 1283-1287.
12. Samir N.S. [and etc.]. Effect of moisture and temperature on the mechanical properties of concrete. *Construction and Building Materials*. 2011. (25). C. 688-696.
13. Korsun V.I., Baranov A.O. Calculation of temperature-shrinkage deformations of high-strength concretes in relation to conditions of exposure to elevated temperatures [Fundamental, exploratory and applied research of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences on scientific support for the development of architecture, urban planning and the construction industry of the Russian Federation in 2019: Coll. scientific. tr. RAASN. Moscow]: ASV Publishing House, 2020. Pp. 314-321.
14. Krichevsky A.P. Calculation of reinforced concrete engineering structures for temperature effects. Moscow, Stroyizdat USSR, 1984.
15. Madatyan S.A. Reinforcement of reinforced concrete structures. ООО Voentekhmet, Moscow, 2000.
16. Milovanov A.F., Tupov N.I. Creep and stress relaxation in mature concrete under long-term exposure to elevated temperatures up to 90 °C. Creep and shrinkage of concrete. Proceedings of the meeting prepared by the Research Institute of Reinforced Concrete of the USSR Gosstroy. TSINIS, Moscow, 1969.
17. SP 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. Moscow, Standartinform, 2019.
18. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics / N.I. Karpenko. - Moscow: Stroyizdat, 1996. - 416 p.
19. Karpenko N.I. Methodological manual "Statically indeterminate reinforced concrete structures. Diagrammatic methods of automated calculation and design" FAU "Federal Center for Normation, Standardization and Conformity Assessment in Construction". Moscow, 2017, supervised by N.I. Karpenko.
20. Karpenko N.I. Methodological manual "Automated methods for calculating massive reinforced concrete structures under volumetric stress state" FAU "Federal Center for Normation, Standardization and Conformity Assessment in Construction". Moscow, 2019, supervised by N.I. Karpenko, pp. 29-36.
21. SP 27.13330.2017. Concrete and reinforced concrete structures designed to work under conditions of elevated and high temperatures. M., 2017.

Информация об авторах

Карпенко Николай Иванович

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук», г. Москва, Россия,
Академик РААСН, д-р техн. наук, проф., главный научный сотрудник лаборатории «Проблемы прочности и качества в строительстве»
E-mail: niisf_lab9n@mail.ru

Карпенко Сергей Николаевич

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук», г. Москва, Россия,
д-р техн. наук
E-mail: niisf_lab9n@mail.ru

Моисеенко Георгий Александрович

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук», г. Москва, Россия,
канд. техн. наук, научный сотрудник лаборатории «Проблемы прочности и качества в строительстве»
E-mail: gecklock@yandex.ru

Information about authors

Karpenko Nikolay Iv.

Federal State Budgetary Institution "Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences", Moscow, Russia,
Full member of RAACS, doctor in tech. sc., Prof., Chief Researcher of the Laboratory "Problems of Strength and Quality in Construction"
E-mail: niisf_lab9n@mail.ru

Karpenko Sergey N.

Federal State Budgetary Institution "Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences", Moscow, Russia,
doctor in tech. sc.
E-mail: niisf_lab9n@mail.ru

Moiseenko Georgy A.

Federal State Budgetary Institution "Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences", Moscow, Russia,
candidate in tech. sc., research fellow at the laboratory "Problems of Strength and Quality in Construction"
E-mail: gecklock@yandex.ru

ВЛ.И. КОЛЧУНОВ^{1,2}, С.С. ФЕДОРОВ¹¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
Москва, Россия²НИИСФ РААСН, Москва, Россия

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРОВНЕВОГО РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ТРЕЩИНАМИ В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Аннотация. Приведена расчетная модель для определения уровневого расстояния между трещинами в железобетонных конструкциях. Модель построена на обобщении известной в теории трещин в железобетоне гипотезы Томаса Ф.Г. и ее обобщении Вл.И. Колчуновым применительно к усовершенствованной теории деформирования железобетона с трещинами. Суть предложенного обобщения состоит в том, что напряженное состояние в бетоне и арматуре в окрестности трещины и на участке между трещинами определяется с учетом деформационного эффекта, заключающегося в том, что при хрупком разрушении растянутой бетонной матрицы деформация берегов трещины сдерживаются реакцией арматурного стержня, а профиль трещины нелинейно искривляется. В результате относительные взаимные смещения бетона и арматуры и уровневое расстояние между трещинами определяются интегрированием эпюр распределения деформаций бетона и арматуры на различных участках в блоке двумя смежными трещинами. С использованием полученных аналитических зависимостей для расчета уровневого расстояния между трещинами проведены численные исследования по определению расстояния между трещинами и ширины раскрытия трещин. Полученные результаты сопоставлены с имеющимися результатами испытаний железобетонных конструкций, а также с результатами расчета по методикам российских и зарубежных норм. Показано, что расчетные зависимости предлагаемой модели полностью отражают полученную экспериментально качественную картину многоуровневого процесса образования трещин, когда при дискретном уменьшении расстояния между трещинами обратно пропорциональном изменению изгибающих моментов происходит увеличение ширины раскрытия трещин.

Ключевые слова: железобетон, уровневое расстояние между трещинами, деформации, раскрытие трещин, депланация, деформационный эффект.

VL.I. KOLCHUNOV^{1,2}, S.S. FEDOROV¹¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia²NIISF RAASN, Moscow, Russia

DEFINITION LEVEL DISTANCE BETWEEN CRACKS IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Abstract. A calculation model for determining level distance between cracks in reinforced concrete structures. The model is based on the generalization of the known in the F.G. Thomas hypothesis known in the theory of cracks in reinforced concrete and its generalization by V.I. Kolchunov in relation to the improved theory of deformation of reinforced concrete with cracks. The essence of the proposed generalization is that the stress state in concrete and reinforcement in the vicinity of the crack and in the area between the cracks is determined taking into account the deformation effect, which consists in the fact that at brittle fracture of the stretched concrete matrix the deformation of the crack banks is restrained by the reaction of the reinforcement bar, and the crack profile is nonlinearly curved. As a result, the relative mutual displacements of concrete and reinforcement and the level distance between cracks are determined by integrating the distribution diagrams of concrete and reinforcement strains at different locations in the block by two adjacent cracks.

Using the obtained analytical relationships for the calculation of the level distance between cracks, numerical investigations are carried out to determine the distance between cracks and the crack opening width. The obtained results are compared with the available test results of reinforced concrete structures, as well as with the results of calculation according to the methods of Russian and foreign standards. It is shown that the calculation dependences of the proposed model fully reflect the qualitative picture of the multilevel crack formation process obtained experimentally, when at discrete decrease of the crack spacing inversely proportional to the change of bending moments there is an increase in the crack opening width.

Keywords: reinforced concrete, level distance between cracks, deformations, crack opening, deplanation, deformation effect

1. Введение

Несмотря на то, что параметр предельных состояний второй группы – ширина раскрытия трещин является одним из важнейших при оценке эксплуатационной пригодности и надежности железобетонных конструкций качество расчетного прогноза этого параметра в российских и зарубежных нормативных документах остается недостаточно строгим. На количественную величину этого параметра решающее значение оказывает используемый в расчетных моделях в нормах многих стран весьма условный расчетный параметр - среднее расстояние между трещинами [1-4] или, как он назван, в российских нормах - базовое расстояние между трещинами [5,6]. В этих нормативных документах принято, что процессом образования и раскрытия трещин можно управлять, используя функцию среднего напряжения сцепления арматуры с бетоном на участке между трещинами и ограничится только одним - двумя уровнями трещинообразования при фиксированном расстоянии между трещинами. Расчетные положения нормативных документов, как и модели, приведенные во многих публикациях, основываются на том, что в процессе трещинообразования изменения расстояния между трещинами в пределах эксплуатационных нагрузок затухает достаточно быстро и этот расчетный параметр можно принять постоянным. Анализируя публикации по этой тематике, не сложно видеть, что при моделировании раскрытия трещин значение расстояния между трещинами принимается как постоянная величина, называя его «базовым» [6] или средним [3,4,7,8]. При этом полагается, что процессом образования трещин в железобетонных элементах можно относительно легко управлять, используя функцию среднего напряжения сцепления арматуры с бетоном. Реальный же физический процесс образования и раскрытия трещин в железобетонных элементах, согласно экспериментальным результатам последнего десятилетия, с использованием более совершенной приборной базы, см. например [9,10] показал, что ширина раскрытия трещин возрастает с увеличением уровня нагружения несмотря на то, что с увеличением напряжений в арматуре происходит одновременное уменьшение расстояния между трещинами. При учете многоуровневого процесса образования трещин можно было ожидать уменьшение ширины раскрытия трещин, так как, несмотря на увеличение уровня нагружения и роста напряжений в арматуре, этот процесс носит противоположный характер. Однако в опытах этого не происходит. Полученные в опытах к настоящему времени данные для конструкций из обычного бетона [10,11], высокопрочного бетона [12,13] и легкого бетона [14] результаты ставят весьма конкретное требование к предлагаемым расчетным модели: расчет хотя бы качественно должен подтвердить эту закономерность, замеченную в опытах.

Можно предположить, что использование нелинейных функций изменения напряжений сцепления арматуры с бетоном на участках между трещинами, учета результатов экспериментальных исследований исследования автора и его учеников [15,16,23-25] и сформулированных ими фундаментальных принципов силового сопротивления железобетона [18-21] при различных напряженных состояниях, позволит более строго определить важнейшие параметры теории железобетона – расстояния между трещинами, раскрытия

трещин и другие параметры предельных состояний железобетонных конструкций адекватно отражающие суть физических явлений при силовом сопротивлении железобетона.

В этой статье предлагается методика для расчета уровня расстояния между трещинами в железобетонных конструкциях при различных видах напряженного состояния основанная на обобщении известной в теории трещин в железобетоне гипотезы Томаса Ф.Г.-Вл.И. Колчунова [21,29] и использовании отмеченных новых принципов теории железобетона.

2. Модели и Методы

В основу расчетной модели при решении рассматриваемой задачи положены следующие исходные предпосылки:

- раскрытие трещины в железобетонном элементе определяется как величина относительных смещений бетона и арматуры на длине зоны анкеровки определяемой из условия равновесия блока, расположенного между сечением с трещиной и сечением, в котором эти смещения равны нулю, с учетом нагельного эффекта в арматуре и сдвига вдоль трещины;

- напряженное состояние в бетоне и арматуре в окрестности трещины определяется с учетом деформационного эффекта [19-21] состоящего в том, что при хрупком разрушении растянутой бетонной матрицы берега трещины, сдерживаемые реакцией арматурного стержня депланируют, а профиль трещины нелинейно искривляется. Процесс деформирования растянутой зоны окрестности трещины и изменения профиля ее берегов моделируется с помощью специального двухконсольного элемента [27];

- образование трещин на соответствующем уровне нагружения конструкции происходит после достижения крайними растянутыми волокнами бетона предельных деформаций. При этом расстояния между трещинами последующего уровня меньше либо равно половине расстояния между трещинами предыдущего уровня;

- эпюры распределения деформаций в продольной и поперечной арматуре и бетоне на участке между смежными трещинами принимаются в соответствии со схемой показанной на рисунке 1, а связь между касательными напряжениями сцепления τ и относительными взаимными смещениями бетона и арматуры $\varepsilon_g(x)$ в межсредовой зоне их контакта принимается в соответствии со схемой рисунка 2).

В соответствии с принятыми гипотезами для взаимных относительных смещений арматуры и бетона можно записать:

$$\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bt}(x), \quad (1)$$

где $\varepsilon_s(x)$ – относительные деформации арматуры (см. рисунок 2); $\varepsilon_{bt}(x)$ – относительные деформации бетона в сечении x .

Деформации арматуры продольной арматуры в произвольном сечении x растянутой зоны на участке между трещинами, с учетом гипотезы о сдерживаемой реакции арматурного стержня у берегов трещины можно определить из условия сцепления (рисунки 2 и 3):

$$\varepsilon_s(x) = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} - \frac{S_s}{A_s E_s} \int_0^x \tau(x) dx, \quad (2)$$

где S_s – периметр поперечного сечения арматуры; ε_s – деформации арматуры в трещине; ΔT – результирующая условных касательных напряжений в местной зоне (локальной зоне), прилегающей берега к трещине; $\tau(x)$ – условные касательные напряжения в межсредовой зоне контакта и G – условный модуль деформации связи между арматурой и бетоном, который принимается равным $G = 0,25E_b$.

а)

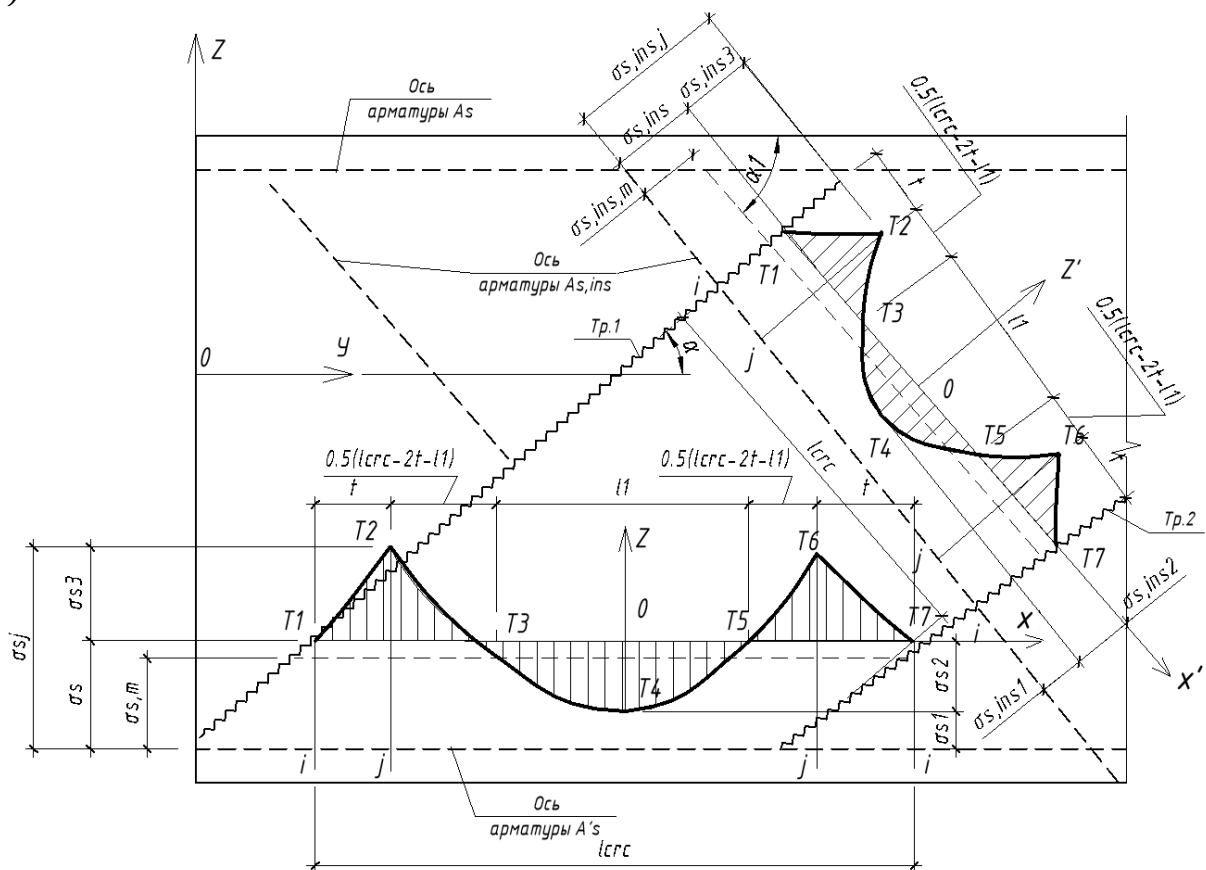


Рисунок 1 – Характерные опытные эпюры напряжений в продольных и наклонных арматурных стержнях и бетоне на участках между смежными трещинами

Полученный в опытах многих авторов экспериментальный аналитический [12,13,15,16,23,24] и численный [25,28,33] характер эпюры $\varepsilon_{bt}(x)$, показывает, что, в отличие от традиционно используемой эпюры деформационной теории В.И. Мурашева [34], при определенном уровне нагружения конструкции деформации растянутого бетона на участках примыкающих к трещине начинают уменьшаться и даже меняют знак. Деформации же в средней зоне между трещинами продолжают увеличиваться до тех пор, пока не достигнут предельных значений и в этом месте не появится новая трещина. В связи с таким характером распределения деформаций бетона на участке между двумя смежными трещинами деформации бетона $\varepsilon_{bt}(x)$ в изгибаемом железобетонном элементе можно определить из условия равновесия блока, расположенного между сечением с трещиной и сечением, проходящим на расстоянии $t + x$ от трещины (рисунки 2 и 3):

$$\varepsilon_{bt}(x) = (1 - K) \cdot B_3 \cdot f_* \cdot (1 - e^{-B \cdot x}) - \frac{\sigma_{crc, bt, c}}{\nu_c \cdot E_c}. \quad (3)$$

Здесь f_* - функция для учета полноты эпюры напряжений в поперечном сечении x из диаграммы деформирования; ν_c - коэффициент упругости бетона; $\sigma_{crc, bt, c}$ - сжимающее напряжение в бетоне вблизи арматуры, примыкающей к трещине; $B_3 = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s \cdot A_s} - \frac{\sigma_{ct, c}}{\nu_c \cdot E_c} - B_2$; B_2, B - параметры, учитывающие влияние нарушения сплошности бетона, геометрические характеристики сечения, а также сцепление арматуры с бетоном.

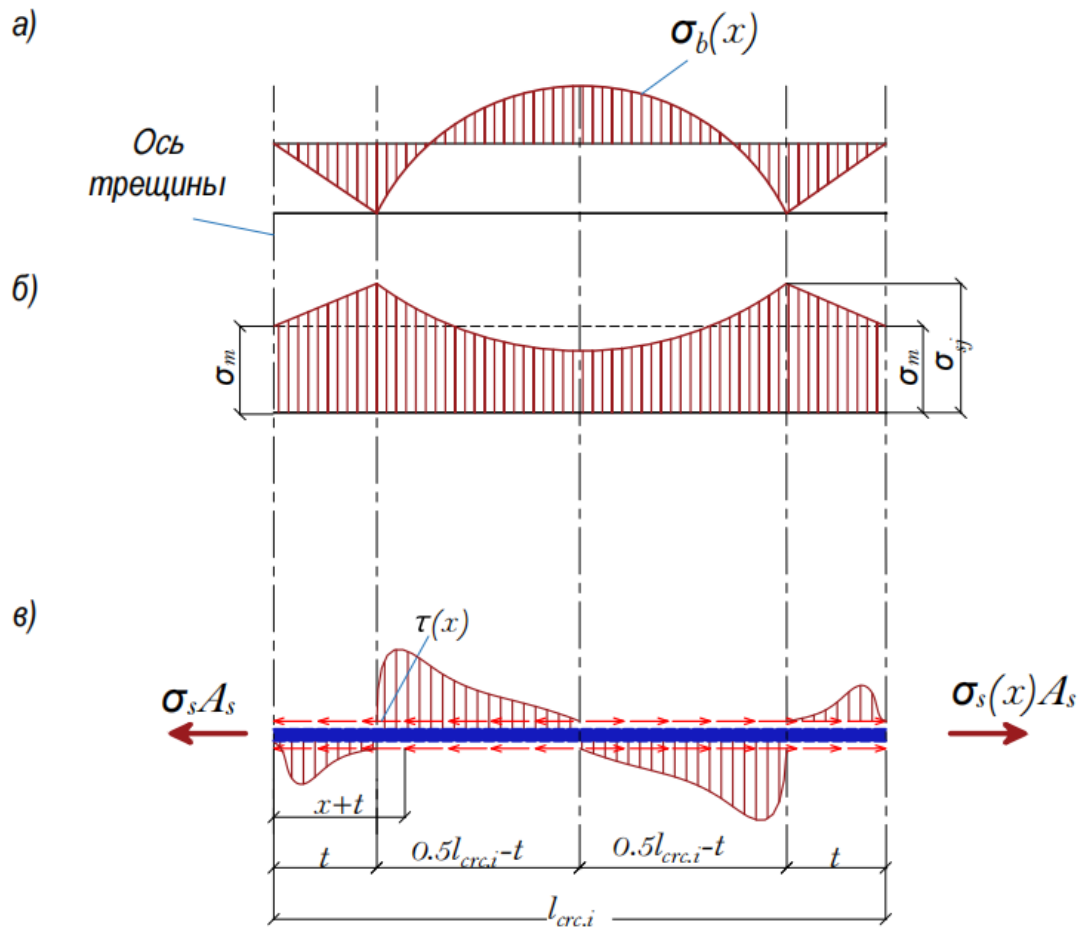


Рисунок 2 – К определению относительных деформаций (напряжений) у берегов трещины а): деформации в бетоне между трещинами, б) тоже арматуры; в) эпюры распределения касательных деформаций (напряжений) и скачок на участках между смежными трещинами

Подставляя значения деформаций бетона (3) и деформаций арматуры (2) в уравнение (1), после соответствующих преобразований, получим:

$$\frac{d\varepsilon_g(x)}{dx} + B \cdot \varepsilon_g(x) = 0, \quad (4)$$

Решение дифференциального уравнения (4) выглядит следующим образом:

$$\varepsilon_g(x) = C \cdot e^{-B \cdot x}. \quad (5)$$

Константа интегрирования C в (5) определяется из граничного условия по формуле (6):

$$C = \frac{B_{3,Q}}{B} + \frac{1}{B \cdot (1-K)} \cdot \left(-\frac{\sigma_{ct,c}}{\nu_c \cdot E_c} \right). \quad (6)$$

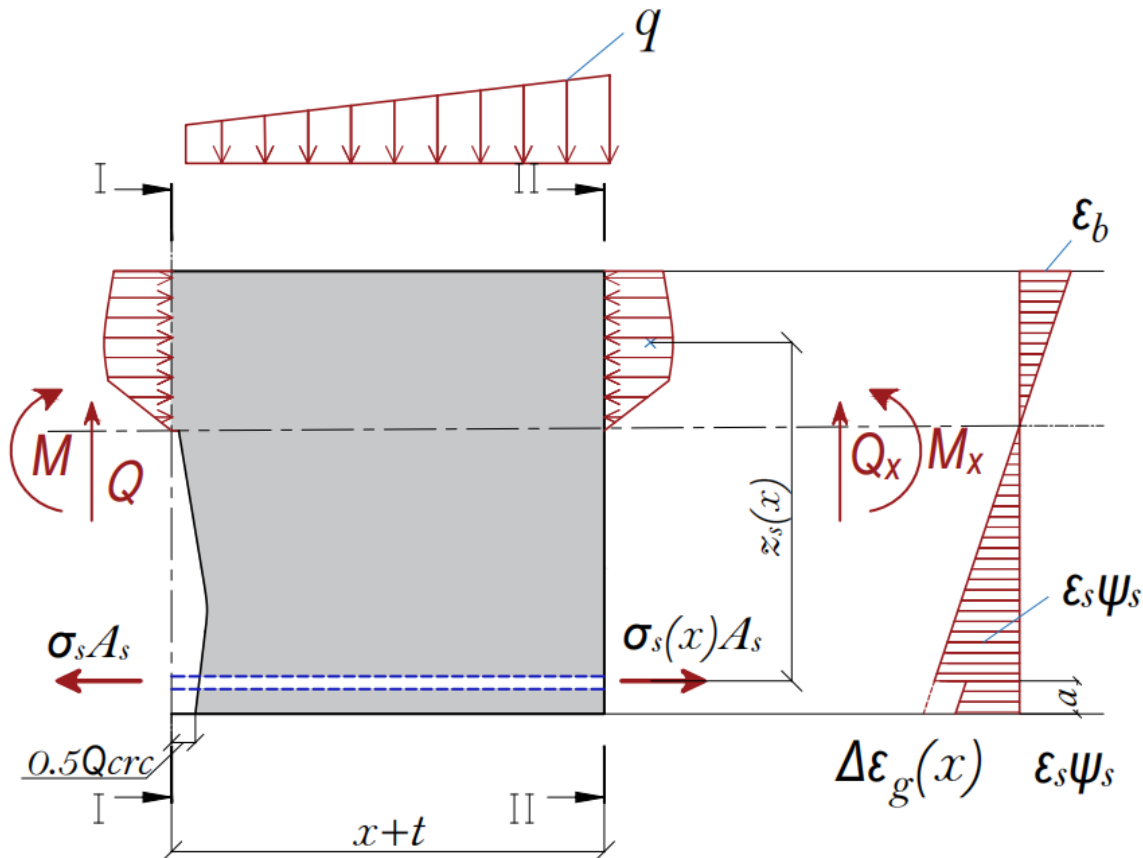


Рисунок 3 – Схема распределения усилий и деформаций в сечении I-I с трещиной и в сечении II-II на расстоянии x между трещин в настоящей модели обобщенной линейной гипотезы в железобетоне из дополнительные скачки в арматуры и депланаций

В формуле (6) параметры, учитывающие граничные растягивающие деформации бетона, влияние нарушения сплошности бетона, геометрические характеристики сечения, а также сцепление арматуры с бетоном (B_3) определяются следующим образом:

$$B = \frac{S_s \cdot G}{K \cdot A_s \cdot E_s}; \quad (7)$$

$$B_{2,Q} = \frac{\delta \cdot \frac{1}{G \cdot \nu_c \cdot A_c} \cdot Q}{t_* \cdot B}; \quad (8)$$

$$B_{3,Q} = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s \cdot A_s} - \frac{\sigma_{ct,c}}{\nu_c \cdot E_c} - B_{2,Q}; \quad (9)$$

В этих формулах (5) и (6) $\omega_{bt}(x)$ и $\nu_{bt}(x)$ – соответственно, коэффициент полноты эпюры деформаций (рис. 3) и коэффициент упругости растянутого бетона в сечении x , на участке между трещинами, произведение $\omega_{bt}(x) \cdot \nu_{bt}(x)$ близко к 0.5; $A_{bt}(x)$ – растянутая площадь сечения бетона в сечении x ; Q – действующая поперечная сила в поперечной сечении; δ – коэффициент, учитывающий расположение растянутой арматуры по высоте сечения, - $\delta = \frac{1-\xi}{\gamma-\xi}$, и $\xi = \frac{x_k}{h_0}$ - относительная высота сжатого бетона в поперечном сечении x ; $\gamma = \frac{h_0}{h}$ - отношение эффективной высоты сечения к полной высоте; t - расстояние вдоль оси балки от грани трещины до точки, в которой касательные напряжения в бетоне принимают нулевые

значения, как показано на рис. 2.

В этой формуле (7) обобщенный параметр K :

$$\frac{1}{K} = 1 + \frac{E_s \cdot A_s}{D_{1j}} \quad (10)$$

Здесь K - обобщенный параметр расчетного элемента; D_{1j} – параметры выражающиеся в виде функций от деформаций и усилий в сечениях, которые определяют некоторый «представительный объем» (см. рис. 1 - 3), с характеристиками бетона, армирования, сцепления, геометрическими и физико-механическими и другими характеристиками в поперечных сечениях элемента между трещинами.

Деформации от депланации берегов трещины бетона достаточно строго можно учитывать с помощью модели так называемого двухконсольного элемента ДКЭ [19,20,21,27]. В практических расчетах депланацию бетона можно учитывать в зависимости от расстояния от поверхности арматуры до поверхности бетона путем умножения на коэффициент k_r по формуле (11):

$$k_r = -0.088533 \left(\frac{r}{d_s} \right)^2 + 0.522666 \left(\frac{r}{d_s} \right) + 0.308801, \quad (11)$$

где d_s – диаметр арматуры, r – радиус пограничного слоя.

Для продольной арматуры в произвольном сечении x с учётом уровневое расстояние между трещинами l_{crc} определяется, в соответствии с предпосылкой о том, что образование трещин на соответствующем уровне нагружения конструкции происходит после достижения крайними растянутыми волокнами бетона предельных деформаций

$$\varepsilon_{bt}(x) = \varepsilon_{bt,u}. \quad (12)$$

Из формулы (1-5) для взаимных относительных смещений бетона и арматуры деформаций продольной арматуры в произвольном сечении x в формуле (12) и после алгебраических преобразований в формуле (10), получаем следующее соотношение:

$$e^{-B \cdot (0.5 \cdot s_{cr} - t_*)} = 1 + \varepsilon_{ct,u} + \frac{\sigma_{ct,c}}{\nu_c \cdot E_c \cdot B_3 \cdot (K - 1)}, \quad (13)$$

где ν_c - коэффициент упругости бетона при сжатии, принимающий значение $\nu_c = 0,45$ для предельного второго состояния.

Решив уравнение (13) относительно параметра расстояния между трещинами при рассматриваемом уровне напряжений в конструкции, получили:

$$l_{crc} = \frac{2 \cdot (\ln B_4 - B \cdot t_*)}{-B}, \quad (14)$$

где параметр B_4 определяется следующим образом:

$$B_4 = 1 + \frac{\sigma_{ct,c}}{(K - 1) \cdot B_3 \cdot \nu_c \cdot E_c} + \varepsilon_{ct,u}. \quad (15)$$

Анализируя параметры в формуле (14), можно видеть, что увеличение деформаций в арматуре с ростом нагрузки на конструкцию вызывает уменьшение расстояния между трещинами. Это полностью отражает физический смысл рассматриваемого явления, установленный испытаниями железобетонных конструкций.

Трещинообразование конструкции продолжается до стабилизации расстояния между трещинами при определенном уровне нагрузки. Для бетона трещинообразование продолжается до разрушения конструкции. При этом в соответствии с рассматриваемой расчетной моделью выделяется не один, а несколько уровней трещинообразования:

$$\begin{cases} l_{crc} > l_{crc,1} - \text{трещины первого уровня;} \\ l_{crc,1} \geq l_{crc} > l_{crc,2} - \text{трещины второго уровня;} \\ l_{crc,2} \geq l_{crc} > l_{crc,3} - \text{трещины третьего уровня;} \\ \dots \\ l_{crc} \geq 6 \cdot d - \text{трещины последнего уровня.} \end{cases} \quad (16)$$

Сравнивая текущее значение расстояния между трещинами $l_{cr,i}$ можно определить возможность образования последующих уровней трещин.

Если известны уровни трещинообразования вдоль продольной и поперечной арматуры, то теоретически можно составить полную схему различных типов трещин в железобетонной конструкции.

Появление нового уровня трещинообразования соответствует уровню нагрузки, при котором выполняется следующее неравенство:

$$l_{crc,i} \leq l_{crc,i-1} - \eta_{crc} \cdot l_{crc,i-1} \cdot \eta_{lef}, \quad (17)$$

или

$$l_{crc,i} \leq l_{crc,i-1} - (1 - \eta_{crc}) \cdot l_{i-1,crc}. \quad (18)$$

Здесь $l_{crc,i}$ - расстояние между соседними трещинами на i -м уровне трещинообразования (см. рис. 1); $l_{crc,i-1}$ - то же самое на $(i-1)$ -м уровне трещинообразования; $(1 - \eta_{crc}) \cdot l_{i-1,crc}$ - расстояния между трещиной, появившейся на $(i-1)$ -м уровне и новой трещиной, появившейся на i -м уровне трещинообразования с правой и левой стороны, соответственно.

При переходе конструкции на следующий уровень трещинообразования необходимо учитывать коэффициент уменьшения расстояния между соседними трещинами η_{crc} , который определяется как отношение:

$$\eta_{crc} = \frac{l_{crc,i-1}}{l_{crc,i}}. \quad (19)$$

3. Результаты исследования и их анализ

С использованием полученных аналитических зависимостей для расчета уровня расстояния между трещинами были проведены численные исследования по определению расстояния между трещинами и ширины раскрытия трещин. Расчет выполнен для железобетонной балки (испытанного в работе [35] опытного образца Б-1-1 пролетом $l = 1450$ мм, прямоугольного сечения $b \times h = 120 \times 220$ мм (Рисунок 4).

Бетон конструкции тяжелый класса В28,1, с характеристиками: $R_b = 20,58$ МПа, $R_{bt} = 1,69$ МПа, $E_b = 31200$ МПа, $G = 1404$ Мпа. Армирование балки выполнено двумя стержнями диаметром 8 мм класса А500С (А IIIв) с характеристиками: $A_s = 100,6 \cdot 10^2$ мм²; $S_s = 502,6$ мм²; $R_s = 550$ МПа, $E_s = 180000$ МПа.

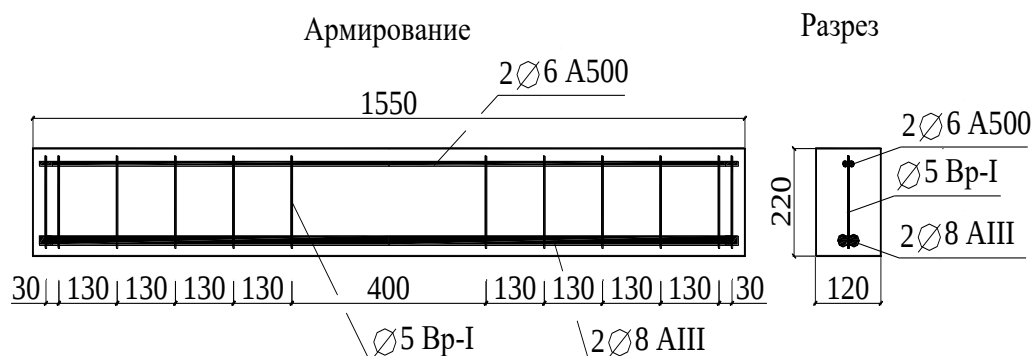
Полученная в испытаниях [35] опытная картина трещин для конструкции балки Б -1 -1 (рисунок 4) показывает, что стабилизация параметра уровня ширины раскрытия трещин $l_{crc,i}$ в опытных конструкции балки Б-1-1 наступила при среднем значении $l_{crc} = 17,50$ см, в конструкции балки-близнеца Б-1-2 при среднем значении $l_{crc} = 14,13$ см.

С использованием Mat Lab были выполнены вычисления параметра расстояния между трещинами и ширины раскрытия трещин по методике Еврокод 2, российским нормам СП 63.13330.2018 и по предлагаемой методике. Сопоставление полученных результатов расчета с результатами испытаний конструкции балки Б -1 -1 приведены на рисунках 5 и 6.

Анализ графиков, приведенных на рисунках, позволяет отметить следующие. Предложенные расчетные зависимости для определения уровня расстояния между трещинами полностью отражают полученную экспериментально качественную картину

многоуровневого процесса образования трещин, когда при дискретном уменьшении расстояния между трещинами обратном пропорциональном изменению изгибающих моментов происходит увеличение ширины раскрытия трещин. Изменение расстояния между трещинами количественно значительно влияет на ширину раскрытия трещин. Расчет по методикам действующих российских и зарубежных нормативных документов, с фиксированными значениями расстояния между трещинами, качественно не отражает эту закономерность, установленную в опытах многими авторами. Расчет параметров расстояния между трещинами l_{crc} и ширины раскрытия трещин a_{crc} по предложенной методике позволяет более строго и более близко к экспериментальным значениям определять эти параметры.

а)



б)



в)

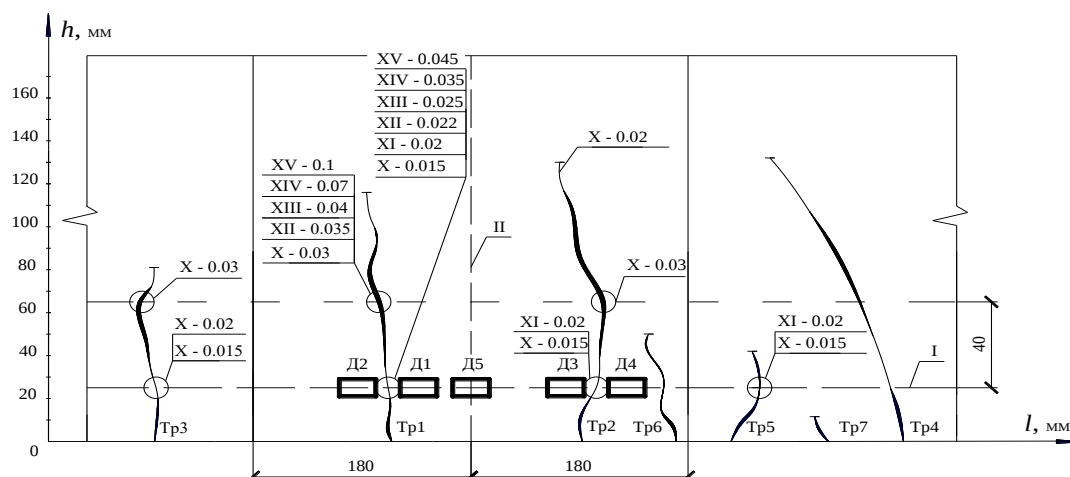


Рисунок 4 – Схема армирования (а) и опытная картина трещин (б, в) на разных уровнях нагружения конструкции балки Б-1-1; I – ось арматуры, II – ось симметрии

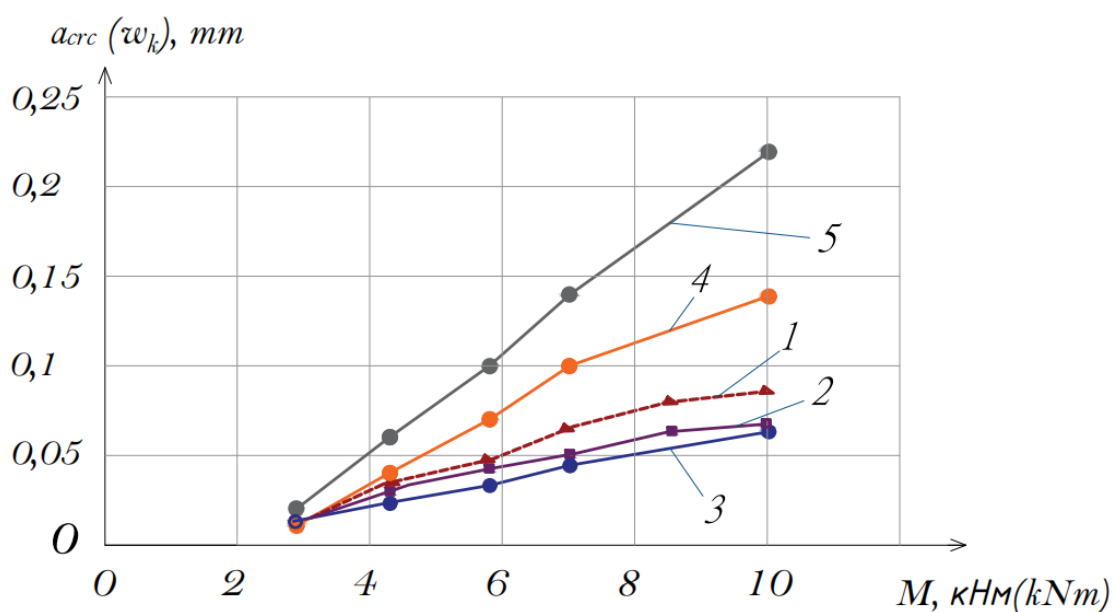


Рисунок 5. – Зависимость ширины раскрытия трещин a_{crc} , мм (а) от значения изгибающего момента (кН*м) для балки Б -1 -1: 1-экспериментальные значения на расстоянии 40 мм от оси арматурного стрежня; 2- то же на уровне оси арматуры; 3- расчет по предложенной методике; 4 – расчет по СП 63.13330.2018; 4 - расчет по Еврокоду-2

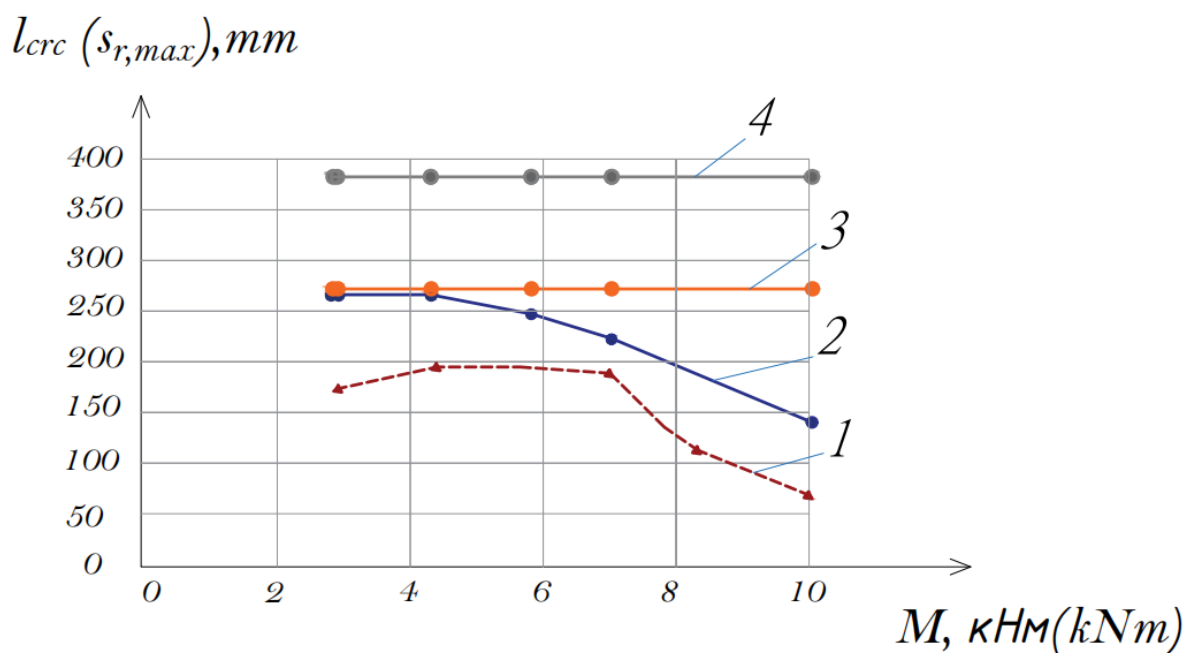


Рисунок 6 – Зависимость расстояния между трещинам l_s , мм (б) от значения изгибающего момента (кН*м) для балки Б -1 -1: 1-экспериментальные значения; 2 – расчет по предложенной методике; 3 – расчет по СП 63.13330.2018; 4 – расчет по Еврокоду-2

4. Выводы

1. Предложена расчетная модель и методика расчета уровневого расстояния между трещинами в железобетонных конструкциях позволяет учитывать деформационный эффект в момент образования трещины, заключающийся в том, что при хрупком разрушении растянутой бетонной матрицы деформации берегов трещины сдерживаются реакцией арматурного стержня и депланируются, а профиль трещины нелинейно искривляется.

2. Учет влияния нарушения сплошности бетона и других рассмотренных в статье физических особенностей сопротивления железобетонного элемента раскрытию трещин выполнено введением в расчетную модель установленных экспериментально физических принципов деформирования бетонной матрицы у берегов трещины и модели сцепления арматуры на участке между смежными трещинами качественно изменяющей распределение результирующих условных касательных напряжений в локальной зоне вблизи берегов трещины.

3. Проведенное сопоставление расчетных параметров расстояния между трещинами и ширины раскрытия трещин вычисленных с результатами испытаний конструкций железобетонных балок, а также с результатами расчета по методикам российских и зарубежных норм показано, что расчетные зависимости предлагаемой модели адекватно отражают полученную экспериментально качественную картину многоуровневого процесса образования трещин когда при дискретном уменьшении уровневого расстояния между трещинами обратно пропорциональном изменению изгибающих моментов происходит увеличение ширины раскрытия трещин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 ACI Committee 318. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills, Mich: American Concrete Institute. 2014.
2. CEN (Comité Européen de Normalisation). Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Buildings, EN 1992-1-1:2004. CEN, Brussels, 2004
3. CEB (Comité Euro-International du Béton). CEB-FIP Model Code 2010: Model Code for concrete structures. Ernst & Sohn, Wiley, Berlin, Germany, 2013. 434 p.
4. СП 5.03.01-2020. Бетонные и железобетонные конструкции. Бетонные и железобетонные конструкции. Минск. 2020, 236с.
5. СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения». (С Изм. №1 и Изм. №2). М.: ФГБУ "ПСТ", 2022.
6. СП 311.1325800.2017 «Бетонные и железобетонные конструкции из высокопрочных бетонов. Правила проектирования». (С Изм. №1). М.: ФГБУ "ПСТ", 2023.
7. Romashko V., Romashko-Maistrak O. Level formation and disclosure of normal cracks in reinforced concrete elements and structures // Procedia Structural Integrity. 2022. 36. Pp. 159–165.
8. Frosch R.J. Another look at cracking and crack control in reinforced concrete // ACI Structural Journal. 1999. 96(3). Pp 437–442
9. Dey A., Valiukas D., Jakubovskis R., Sokolov A., Kaklauskas G. Experimental and Numerical Investigation of Bond-Slip Behavior of High-Strength Reinforced Concrete at Service Load // Materials. 2022. 15. 293. <https://doi.org/10.3390/ma15010293>.
10. Bado M. F., Casas J. R., Kaklauskas G. Distributed Sensing (DOFS) in Reinforced Concrete members for reinforcement strain monitoring, crack detection and bond-slip calculation // Engineering Structures. 2021. 226. 111385. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111385>
11. Schmidt M., Schmidt P., Wanka S., Classen M. Shear Response of Members without Shear Reinforcement—Experiments and Analysis Using Shear Crack Propagation Theory (SCPT) // Appl. Sci. 2021. 11. 3078. <https://doi.org/10.3390/app11073078>
12. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Основные результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций из высокопрочного бетона В100 круглого и кольцевого сечений при кручении с изгибом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. №1. С. 51–61.
13. Травуш В.И., Конин Д.В., Крылов А.С. Прочность железобетонных балок из высокопрочных бетонов и фибробетонов // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 1(77). С. 90–100.

14. Alhashimi O.I.M. Experimental Studies of Strength Inclined Sections Bent Elements from Autoclaved Aerated Concrete // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1079. № 022062.
15. Kolchunov V.I. The Effect of Reinforced Concrete for Crack Resistance and Rigidity Based on Mechanics of Fracture Under Bending // Lecture Notes in Civil Engineering. 2023. Volume 287. Pp. 79 -97. https://doi.org/10.1007/978-3-031-12703-8_9.
16. Kolchunov V.I. Modeling of Reinforced Concrete in the “LIRA” Intelligence for the Problem of Crack Opening // Lecture Notes in Civil Engineering. 2024. Volume 372. Pp. 291 – 313. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36723-6_29.
17. Demyanov A., Kolchunov V.I. The dynamic loading in longitudinal and transverse reinforcement at instant emergence of the spatial crack in reinforced concrete element under the action of a torsion with bending // Journal of Applied Engineering Science. 2017. Vol. 15. Issue 3. article 456. Pp. 375–380. doi:10.5937/jaes15-14663.
18. Iakovenko I., Kolchunov V.I. (2017). The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states // Journal of Applied Engineering Science. 2017. Vol. 15. Iss. 3. article 455. Pp. 366–375. doi:10.5937/jaes15-14662
19. Kolchunov V.I. Generalized Deplanation Hypotheses for Linear and Angular Deformations in Reinforced Concrete Structures under Combined Torsion and Bending // Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2023. (1(59)). Pp. 9-26. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2023.69.1.001>.
20. Колчунов В. И. Некоторые проблемные задачи современной теории железобетона и их решения // Сборник научных трудов РААСН. Российская академия архитектуры и строительных наук. – Москва: Издательство АСВ, 2022. – С. 130-141.
21. Колчунов В. И. Метод расчетных моделей сопротивления для железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. т.19, №3. С.261-275. <https://doi.org/10.22363/1815-5235/>
22. Колчунов В. И., Карпенко С. Н. Жесткость железобетонных конструкций при сложном сопротивлении // Научный журнал строительство и архитектуры. 2022. №1(65). С. 11–24. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2022.65.1.001>.
23. Колчунов В.И., Масуд Нур Эддин. Анализ деформаций бетона на берегах трещины вдоль оси растянутой арматуры железобетонных элементов // Вестник центрального регионального отделения РААСН. – 2006. – №5. – С. 69–72.
24. Фам Фук Тунг. Методика определения расстояния между трещинами центрально растянутых железобетонных конструкций // Известия Орловского государственного технического университета. 2006. №3. С. 55 – 64.
25. Колчунов В.И., Никулин А.И., Обернихин Д.В. Ширина раскрытия трещин железобетонных конструкций трапециевидного поперечного сечения с учетом новых эффектов сопротивления // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. – 2018. – № 10. – С. 64-73.
26. Ключева Н.В., Яковенко И.А., Усенко Н.В. К расчету ширины раскрытия наклонных трещин третьего типа в составных железобетонных конструкциях // Промышленное и гражданское строительство. – 2014. – №1. – С. 37–40.
27. Dem'yanov, A.I., Yakovenko, I.A., Kolchunov, V.I. The development of universal short dual-console element for resistance of reinforced concrete structures under the action torsion with bending // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennost'is. 2017. 370(4). Pp. 246–251.
29. Thomas F. G. Cracking in reinforced concrete // *The Structural Engineer*. 1936. 14. С.298–320.
30. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 472 с.
31. Гольшев А.Б., Колчунов В.И. Сопротивление железобетона. Киев: Основа, 2009.
32. Adishchev V.V., Maltsev V.V. "Investigation of stress-strain state in the beam with preformed cracks // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 456. No. 1.
33. Федоров В.С., Фам Фук Тунг, Колчунов В.И. Расчет ширины раскрытия трещин в железобетонных конструкциях при центральном растяжении с учетом эффекта нарушения сплошности. // Известия Орловского государственного технического университета. Серия: Строительство и транспорт. 2007. № 1(13). С.29-33.
34. Мурашев В.И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона [Текст]: (основы сопротивления железобетона). Москва : Изд-во М-ва стр-ва предприятий машиностроения, 1950. – 267 с.
35. Колчунов В.И., Пимочкин В. Н. Методика экспериментальных исследований сопротивления растянутого бетона между трещинами в железобетонных конструкциях для уточнения параметра // Известия Орловского государственного технического университета. Серия: Строительство и транспорт. 2007. №. 2-14. С. 56-60.

REFERENCES

- 1 ACI Committee 318. (2014). Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills, Mich: American Concrete Institute.

2. CEN (Comité Européen de Normalisation). Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Buildings, EN 1992-1-1:2004. CEN, Brussels, 2004
3. CEB (Comité Euro-International du Beton). CEB-FIP Model Code 2010: Model Code for concrete structures. Ernst & Sohn, Wiley, Berlin, Germany, 2013. 434 p.
4. SP 5.03.01-2020. Concrete and reinforced concrete structures. Concrete and reinforced concrete structures. Minsk. 2020, 236 pp. (in Russ.)
5. SP 63.13330.2018 “Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions”. (With change No.1 and Change No.2). M.: FGBU “RST”, 2022. (in Russ.)
6. SP 311.1325800.2017 “Concrete and reinforced concrete structures of high-strength concrete. Design rules”. (With Modification No.1). M.: FGBU “RST”, 2023.
7. Romashko V., Romashko-Maistruk O. Level formation and disclosure of normal cracks in reinforced concrete elements and structures. *Procedia Structural Integrity*. 2022. 36. Pp. 159–165.
8. Frosch R. J. Another look at cracking and crack control in reinforced concrete. *ACI Structural Journal*. 1999. 96(3). Pp. 437–442.
9. Dey A., Valiukas D., Jakubovskis R., Sokolov A., Kaklauskas G. Experimental and Numerical Investigation of Bond-Slip Behavior of High-Strength Reinforced Concrete at Service Load. *Materials*. 2022. 15. 293. <https://doi.org/10.3390/ma15010293>
10. Bado M. F., Casas J. R., Kaklauskas G. Distributed Sensing (DOFS) in Reinforced Concrete members for reinforcement strain monitoring, crack detection and bond-slip calculation. *Engineering Structures*. 2021. 226. 111385. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111385>
11. Schmidt M., Schmidt P., Wanka S., Classen M. Shear Response of Members without Shear Reinforcement—Experiments and Analysis Using Shear Crack Propagation Theory (SCPT). *Appl. Sci*. 2021. 11. 3078. <https://doi.org/10.3390/app11073078>.
12. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. Main results of experimental studies of reinforced concrete structures made of high-strength concrete B100 of circular and circular cross-sections under torsion with bending. *Stroitel'naya mekhanika of engineering structures and constructions*. 2019. No. 1. Pp. 51-61. (in Russ.)
13. Travush V.I., Konin D.V., Krylov A.S. Strength of reinforced concrete beams made of high-strength concrete and fiber concrete. *Magazine of civil engineering*. 2018. No. 1(77). Pp. 90-100.
14. Alhashimi Omar Ismael Mohammed. Experimental Studies of Strength Inclined Sections Bent Elements from Autoclaved Aerated Concrete. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2021. Vol. 1079. 022062.
15. Kolchunov V.I. The Effect of Reinforced Concrete for Crack Resistance and Rigidity Based on Mechanics of Fracture Under Bending. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2023. Volume 287. Pp. 79 -97. https://doi.org/10.1007/978-3-031-12703-8_9
16. Kolchunov V.I. Modeling of Reinforced Concrete in the “LIRA” Intelligence for the Problem of Crack Opening. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2024. Volume 372. Pp. 291 – 313. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36723-6_29.
17. Demyanov A., Kolchunov V.I. The dynamic loading in longitudinal and transverse reinforcement at instant emergence of the spatial crack in reinforced concrete element under the action of a torsion with bending. *Journal of Applied Engineering Science*. 2017. Vol. 15. Issue 3. article 456. Pp. 375–380. doi:10.5937/jaes15-14663.
18. Iakovenko I., Kolchunov V.I. (2017). The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. *Journal of Applied Engineering Science*. 2017. Vol. 15. Iss. 3. article 455. Pp. 366–375. doi:10.5937/jaes15-14662
19. Kolchunov V.I. Generalized Deplanation Hypotheses for Linear and Angular Deformations in Reinforced Concrete Structures under Combined Torsion and Bending. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2023. (1(59)). Pp. 9-26. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2023.69.1.001>.
20. Kolchunov V. I. Some problem tasks of the modern theory of reinforced concrete and their solutions. Collection of scientific papers of RAASN. Russian Academy of Architecture and Building Sciences. - Moscow: ASV Publishing House, 2022. - Pp. 130-141. (in Russ.)
21. Kolchunov V. I. Method of Resistance Design Models for Reinforced Concrete. *Stroitel'naya Mekhanika Engineering Designs and Structures*. 2023. Vol. 19. No. 3. Pp. 261-275. <https://doi.org/10.22363/1815-5235>. (in Russ.)
22. Kolchunov V. I.; Karpenko S. N. Stiffness of reinforced concrete structures under complex resistance / V. I. Kolchunov, S. N. Karpenko. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2022. No. 1(65). Pp. 11-24. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2022.65.1.001>. (in Russ.)
23. Kolchunov V.I., Masud Nur Eddin. Analysis of Concrete Deformations at Crack Shores along the Axis of Stretched Armature of Reinforced Concrete Elements. *Bulletin of the Central Regional Branch of RAASN*. 2006. No. 5. Pp. 69-72. (in Russ.)

24. Pham Phuc Tung. Methodology of determination of distance between cracks of centrally stretched reinforced concrete structures. *Izvestiya Orelskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*. 2006. No. 3. Pp. 55 - 64. (in Russ.)
25. Kolchunov V.I., Nikulin A.I., Obernikhin D.V. Crack Opening Width of Reinforced Concrete Structures of Trapezoidal Cross-Section Taking into Account New Resistance Effects. *Vestnik of V.G. Shukhov State Technical University* - 2018.- No. 10.- P. 64-73. (in Russ.)
26. Klyueva N.V., Yakovenko I.A., Usenko N.V. To calculation of the opening width of inclined cracks of the third type in composite reinforced concrete structures. *Industrial and Civil Engineering*. 2014. No. 1. Pp. 37-40. (in Russ.)
27. Dem'yanov, A.I., Yakovenko, I.A., Kolchunov, V.I. The development of universal short dual-console element for resistance of reinforced concrete structures under the action torsion with bending. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennost'is*. 2017. 370(4). Pp. 246–251.
29. Thomas F. G. Cracking in reinforced concrete. *The Structural Engineer*. 1936. 14. Pp.298–320.
30. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Calculation Models of Force Resistance of Reinforced Concrete. Moscow: ASV Publishing House, 2004. 472 p. (in Russ.)
31. Golyshev A.B., Kolchunov V.I. Resistance of reinforced concrete. Kiev: Osnova, 2009. (in Russ.)
32. Adishchev V.V., Maltsev V.V. Investigation of stress-strain state in the beam with preformed cracks. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018. Vol. 456. No. 1.
33. Fedorov V.S., Pham Phuc Tung, Kolchunov V.I. Calculation of Crack Opening Width in Reinforced Concrete Structures under Central Tension with Account of Continuity Violation Effect. *Izvestiya Orelskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. Series: Construction and transportation*. 2017. No. 1(13). Pp.29-33. (in Russ.)
- 34 Murashev V.I. Crack resistance, rigidity and strength of reinforced concrete [Text]: (basics of resistance of reinforced concrete). - Moscow : Publ. Ministry of construction f machine-building enterprises, 1950. - 267 p. (in Russ.)
- 35.Kolchunov V. I., Pimochkin V.N. Methodology of experimental studies of the resistance of stretched concrete between cracks in reinforced concrete structures to clarify the parameter. *Izvestiya Orelskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. Series: Construction and transportation*. - 2007. No. 2-14. Pp. 56-60. (in Russ.)

Информация об авторах

Колчунов Владимир Иванович

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,

Член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры инженерной графики и компьютерного моделирования.

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук», г. Москва, Россия

Главный научный сотрудник

E-mail: vlik52@mail.ru

Федоров Сергей Сергеевич

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия

Кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой инженерной графики и компьютерного моделирования

E-mail: fedorovss@mgsu.ru

Information about authors

Kolchunov Vladimir Iv.

Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow, Russia,

Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, doctor of technical sciences, professor, professor of the Department of Engineering Graphics and Computer Modeling.

Federal State Budgetary Institution "Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences", Moscow, Russia,

chief researcher

E-mail: vlik52@mail.ru

Fedorov Sergey S.

Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow, Russia,

candidate of technical sciences, head of the Department of Engineering Graphics and Computer Modeling.

E-mail: fedorovss@mgsu.ru

С.Н. КРИВОШАПКО¹¹ФГАОУ ВО Российский университет дружбы народов, г. Москва

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПЛОСКИМ КОНТУРОМ И СУПЕРЭЛЛИПСАМИ ГЛАВНОГО КАРКАСА

Аннотация. Аналитический метод задания поверхности по сравнению с другими значительно упрощает дальнейший ход проектирования криволинейных оболочечных структур и оболочек. Пользуясь универсальностью суперэллипсов, которые составляют семейство замкнутых плоских кривых симметричных относительно двух координатных осей, можно принять их за тройку кривых главного каркаса проектируемой поверхности. В результате плоскопараллельного переноса каждого из трех суперэллипсов вдоль другого направляющего суперэллипса при условии прохождения подвижного суперэллипса через симметричные точки третьего суперэллипса главного каркаса будет получена тройка разных поверхностей с тождественным главным каркасом. Этот метод построения поверхностей получил широкое распространение во многих отраслях строительства, техники и науки. В статье описаны и проиллюстрированы двадцатью девятью рисунками практически все известные поверхности с главным каркасом из 3-х суперэллипсов. Их было обнаружено более девяти десятков. Некоторые поверхности были приняты за срединные поверхности тонких строительных оболочек, для которых определены их напряженно-деформированные состояния. Приведенные результаты и список использованной литературы из 32 наименований помогут найти новые направления в исследовании поверхностей и оболочек этого типа, которые обладают определенными достоинствами.

Ключевые слова: суперэллипс, главный каркас поверхности, плоскопараллельный перенос кривой, формирование поверхности, ромб, окружность, цилиндроид, алгебраическая поверхность.

S.N. KRIVOSHAPKO¹¹The Patrice Lumumba Peoples' Friendship University of Russia

ANALYTICAL SURFACES WITH A PLANE CONTOUR AND WITH SUPERELLIPSES OF THE MAIN FRAMEWORK

Abstract. Analytical method of definition of surface considerably simplifies the following operation of design of curvilinear shell structures and shells in comparison with other methods of definition. Having used the universality of superellipses which form the family of close plane curves that are symmetrical relatively two coordinate axes, one can assume them as a three of curves of the main frame of a design surface. The three of different surfaces with identical main framework will be obtained as a result of plane-and-parallel translation of every of three superellipses along another director ellipse under condition of going of the mobile superellipse through symmetrical points of the third superellipse of the main framework. This method of formation of the surfaces gained wide distribution in many branches of building, technics, and science. In a paper, all known surfaces with main frames of three superellipses are described and illustrated by twenty-nine figures. More than nine tens of them were brought out. Some surfaces were taken as middle surfaces of thin building shells. Their stress-strain state was determined by FEM. The presented results and a list of references containing 32 names will help to find new directions in research of surfaces and shells of this type that have some advantages.

Key words: superellipse, main framework of surface, plane-and-parallel translation of a curve, surface design, rhombus, circle, cylindroid, algebraical surface.

1. Введение

Суперэллипсы представляют собой семейство алгебраических замкнутых плоских кривых, состоящих из 4-х тождественных фрагментов, симметричных относительно двух координатных осей [1]. В некоторых публикациях суперэллипсами называют специальные случаи составных профилей, сформированных кривой и её зеркальным отражением. Свое первое применение суперэллипсы нашли в мебельной отрасли [2], затем в авиастроении [3]. До настоящего времени суперэллипсы нашли применение в математике [4], компьютерной графике [5], в архитектурном и промышленном проектировании [6], в проектировании фюзеляжей самолетов [3], в железнодорожной отрасли, в графическом моделировании [7], в судостроении и при проектировании подводных аппаратов. Более подробно об указанных выше отраслях применения суперэллипсов можно узнать из работ [8, 9]. Особое положение суперэллипсы занимают при формообразовании поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов во взаимно перпендикулярных координатных плоскостях.

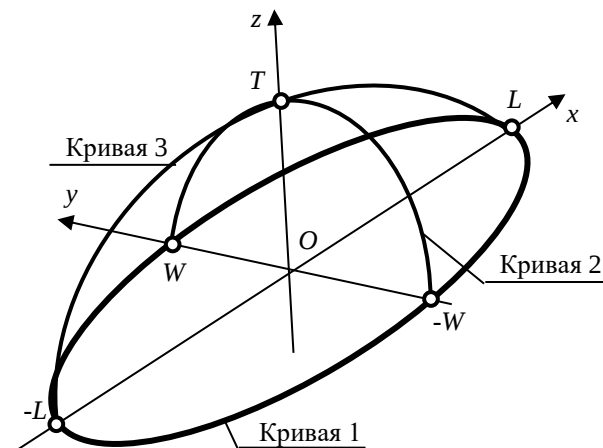


Рисунок - 1. Кривые главного каркаса поверхности

Первые поверхности с главным каркасом из суперэллипсов предложил для практического применения Авдоньев Е.Я. [10]. Первый научный обзор по опубликованным работам, связанными с поверхностями по теме статьи, и по применению этих поверхностей в различных отраслях науки, строительства и машиностроения представил Страшнов С.В. [11].

Проектировщики часто применяют для аппроксимации реальных изделий и тел поверхности, содержащие главный каркас из нескольких плоских или пространственных кривых, в том числе из суперэллипсов. Рассматриваемые поверхности уже нашли применение в различных отраслях человеческой деятельности. За последние 5 лет появились предложения по использованию их в строительстве и при реконструкции зданий и сооружений. Целью исследования является сбор всей информации по геометрии и расчету на прочность оболочек на плоском контуре и со срединными поверхностями, содержащими три суперэллипса в координатных плоскостях. Представленный материал даст возможность наметить новые направления в изучении геометрии этих новых форм, в поиске оптимальных оболочек для выбранных критериев оптимальности и создании новых архитектурных форм.

2. Модели и методы

2.1. Поверхности с главным каркасом из трех произвольных суперэллипсов в координатных плоскостях

Эти поверхности с тремя плоскими суперэллипсами главного каркаса рассматривались во многих работах, где было предложено задавать эти кривые известными неявными уравнениями (Рисунок 1):

- кривая 1 расположена в координатной плоскости xOy ($z = 0$):

$$|y|^r = W^r \left(1 - \frac{|x|^t}{L^t} \right), \quad (1)$$

- кривая 2 расположена в координатной плоскости yOz ($x = 0$):

$$|z|^n = T^n \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m} \right), \quad (2)$$

- кривая 3 расположена в координатной плоскости xOz ($y = 0$):

$$|z|^s = T^s \left(1 - \frac{|x|^k}{L^k} \right), \quad (3)$$

где для выпуклых кривых $r, t, n, m, s, k > 1$; для вогнутых кривых $r, t, n, m, s, k < 1$. Если принять $r = t = 1, n = m = 1, s = k = 1$, то кривые (1) – (3) вырождаются в прямые линии, то есть суперэллипс вырождается в ромб. Если принять $W = L = T$, то суперэллипсы (1) – (3) становятся кривыми Ламе (олами Ламе) [12].

Используя методику, изложенную в работах [13, 14, 15, 16], можно получить явные уравнения трех алгебраических поверхностей с одним и тем же главным каркасом (1) – (3) с образующим семейством сечений $x = \text{const}$:

$$|z| = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W|^m/(1 - |x/L|^t)^{m/r}]^{1/n}, \quad (4)$$

с образующим семейством сечений $y = \text{const}$:

$$|z| = T(1 - |y|^m/W^m)^{1/n} [1 - |x/L|^k/(1 - |y/W|^r)^{k/t}]^{1/s}, \quad (5)$$

и с образующим семейством сечений $z = \text{const}$:

$$|y| = W(1 - |z|^n/T^n)^{1/m} [1 - |x/L|^t/(1 - |z/T|^s)^{t/k}]^{1/r}, \quad (6)$$

где $-L \leq x \leq L, -W \leq y \leq W, 0 \leq z \leq T$.

Явные уравнения поверхностей (4) – (6) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u^t]^{1/r}, \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s}[1 - |v|^m]^{1/n} \quad (7)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^r]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u^m]^{1/n}[1 - |v|^k]^{1/s}, \quad (8)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u^n]^{1/m}[1 - |v|^t]^{1/r}, \quad z = z(u) = uT, \quad (9)$$

где, $0 \leq u \leq 1, -1 \leq v \leq 1$; u, v – безразмерные параметры.

Таким образом, установлено, что имея одинаковые кривые главного каркаса можно получить три разные поверхности. Каждая поверхность формируется движением соответствующей кривой главного каркаса переменной кривизны по другой кривой каркаса, всё время пересекая третью кривую каркаса в её симметричных точках.

Уравнения кривых (1) – (3) и поверхностей (4) – (9) хорошо известны и апробированы во многих случаях. Они будут положены в основу изучения аналитических поверхностей с плоским контуром и с плоскими кривыми главного каркаса. В основном, за кривые главного каркаса изучаемых поверхностей будут взяты суперэллипсы (1) – (3) при $r = t, n = m, s = k$ и плоские кривые, получаемые из формул (1) – (3) при $r \neq t$ или $n \neq m$, или $s \neq k$. В нескольких примерах в качестве кривых главного каркаса будут рассматриваться неалгебраические кривые.

2.1. Поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов общего вида или из одной, двух, или трех кривых производных от суперэллипсов

По-видимому, впервые Авдоньев Е.Я. [10, 17] оценил значение поверхностей с главным каркасом из трех плоских кривых. Он рассматривал эти поверхности применительно к судостроению. Страшнов С.В. [18] впервые предложил использовать поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов в качестве срединных поверхностей строительных оболочек.

Широко применяются составные поверхности, состоящие из трех и более фрагментов поверхностей вращения по длине, в проектировании подводных аппаратов. В этом случае носовая и кормовая оконечности подводных аппаратов принимаются в форме поверхностей

вращения суперэллипсов [19, 20]. Эти поверхности вращения можно задать формулами (6) или (9) при условии, что $W = L$.

Полагая, $r \neq t$, или $n \neq m$, или $s \neq k$ в формулах (7) – (9) можно получить поверхности, рекомендуемые для судовых корпусов (рис. 2 – 5). Более подробная информация о построении поверхностей, изображенных на рис. 2 – 5, дана в работах [10], [13], [14]. Основные геометрические параметры сведены в таблицу 1.

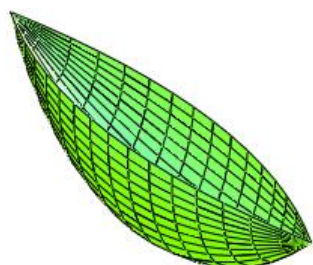


Рисунок 2 - Гидродинамическая поверхность с каркасом из параболы, эллипса и параболы

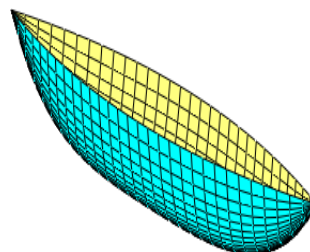


Рисунок 3 - Гидродинамическая поверхность с каркасом из параболы, параболы 4-го порядка

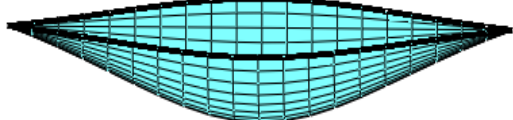


Рисунок 4 - Алгебраическая поверхность 6-го порядка с локоном Аньези, эллипсом и локоном Аньези в качестве кривых главного каркаса, сформированная семейством эллипсов в плоскостях $x = \text{const}$

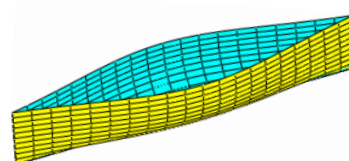


Рисунок 5 - Алгебраическая поверхность 7-го порядка с локоном Аньези, кривой Ламе 3-го порядка и прямой линией в качестве кривых главного каркаса, сформированная локонами Аньези в плоскостях $z = \text{const}$

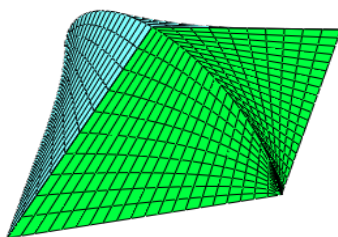


Рисунок 6 - Аналитическая поверхность на ромбическом плане (два ромба и окружность в качестве кривых главного каркаса)

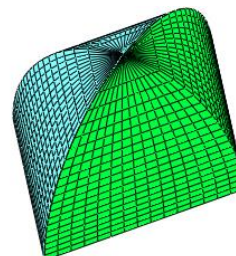


Рисунок 7 - Аналитическая поверхность на ромбическом плане с главным каркасом из ромба, окружности и эллипса

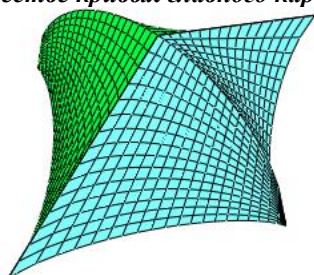


Рисунок 8 - Аналитическая поверхность с вогнутым суперэллипсом, окружностью и ромбом в качестве кривых главного каркаса

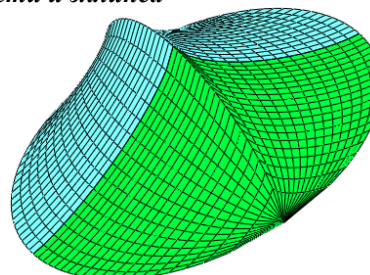


Рисунок 9 - Аналитическая поверхность на эллиптическом плане, содержащая вогнутые суперэллипсы и окружности

Таблица 1. – Выборка поверхностей на плоском плане с заданным главным каркасом из трех суперэллипсов и других плоских кривых

№ п/п	Код-но поверхно-стей в проёме	Плоская кривая в плоскости xOy ($z = 0$)	Плоская кривая в плоскости xOz ($y = 0$)	Плоская кривая в плоскости yOz ($x = 0$)	Габариты: T – высота, L, W – размеры в плане	Парусовна кривизн а, K	Название поверхности	Рекомендованны е области применения	Впервые форма предложена в работе:	Работы по определению НДС представляемых оболочек (статика)
1	1	парабола	парабола	эллипс	$L > T$, $L > W$	$K > 0$	4-й порядок	судостроение	[10], [13]	нет
	2	парабола	биквадратная парабола	эллипс	$L > T$, $L > W$	$K > 0$	5-й порядок	Рис. 2		
	3	парабола	биквадратная парабола	эллипс	$L > T$, $L > W$	$K > 0$	4-й порядок	Рис. 3		
2	1	парабола	биквадратная парабола	биквадратная парабола	$L > T$, $L > W$	$K > 0$	8-й порядок	судостроение	[13]	нет
	2	парабола	биквадратная парабола	биквадратная парабола	$L > T$, $L > W$	$K > 0$	8-й порядок	Рис. 4		
	3	парабола	биквадратная парабола	биквадратная парабола	$L > T$, $L > W$	$K > 0$	7-й порядок	Рис. 5		
3	1	локон Аньези	локон Аньези	эллипс	$L > T$, $L > W$	$K > 0$	8-й порядок	судостроение	[14]	нет
	2	локон Аньези	локон Аньези	эллипс	$L > T$, $L > W$	$K > 0$	8-й порядок	Рис. 6		
	3	локон Аньези	локон Аньези	эллипс	$L > T$, $L > W$	$K > 0$	7-й порядок	Рис. 7		
4	1	локон Аньези	прямая $z = -T$, $y = 0$	кривая Ламе 3-го порядка	$L > T$, $L > W$	$K < 0$	7-й порядок	Рис. 8	[14]	нет
	2	локон Аньези	прямая $z = -T$, $y = 0$	кривая Ламе 3-го порядка	$L > T$, $L > W$	$K < 0$	7-й порядок	Рис. 9		
	3	локон Аньези	прямая $z = -T$, $y = 0$	кривая Ламе 3-го порядка	$L > T$, $L > W$	$K < 0$	7-й порядок	Рис. 10		
5	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
6	1	ромб, $r = t = 1$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
7	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
8	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
9	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
10	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
11	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
12	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
13	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
14	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндр	строительство	[21]	нет

Продолжение таблицы 1

15	1	овал, $r = t = 4$	парабола, $s = 1, k = 2$	ромб, $n = m = 1$	$L \neq T \neq W$		цилиндр	Рис. 16	[24]	нет
16	1 из 3	ромб, $r = t = 1$	$s = 0,8, k = 0,9$	$m = 3, n = 2$	$L > T > W$		–	Рис. 17	[25]	нет
17	1	$r = t = 1,5$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L = T < W$		цилиндр	Рис. 18	[26]	[26]
2		$r = t = 1,5$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$			–	строительство	[26]	[26]
3		$r = t = 1,5$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$			цикл. поверх.			[26]
18	1 из 3	$r = t = 2$	эллипс, $s = k = 2$	эллипс, $n = m = 2$	$L \neq T \neq W$	$K > 0$	треугольный эллипсоид	строительство	[27]	[27]
19	1 из 3	овал, $r = t = 4$	овал, $m = n = 4$	овал, $s = k = 4$	$L \neq T \neq W$	$K > 0$	–	строительство	[27]	[27]
20	1 из 3	$r = t = 1,5$	окружность, $s = k = 2$	эллипс, $n = m = 2$	$T = L < W$	$K > 0$	–	строительство	[27]	[27]
21	1 из 3	$r = t = 3$	окружность, $s = k = 2$	эллипс, $n = m = 2$	$T = L < W$	$K > 0$	–	строительство	[27]	[27]
22	1	ромб, $r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 0,8$	ромб, $n = m = 1$	$T = L > W$	$K < 0$	цилиндр	Рис. 19	[24], [28]	нет
2		ромб, $r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 0,8$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	–			
3		ромб, $r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 0,8$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	цилиндр			
23	1	ромб, $r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 1,5$	ромб, $n = m = 1$	$L = W < T$	$K < 0$	цилиндр	Рис. 20	[24], [28]	[28]
2		ромб, $r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 1,5$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	–	строительство		[28]
3		ромб, $r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 1,5$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	–			[28]
24	1	ромб, $r = t = 1$	вогнутая парабола (траектория вершины подвижной параболы)	подвижная образующая жесткая парабола, $m = 2, n = 1$	$L > T > W$	$K < 0$	–	Рис. 21	[25]	нет
25	1 из 3	ромб, $r = t = 1$	парабола, $s = 1, k = 2$	суперэллипс, $m = n = 1,5$	$L > T > W$	$K > 0$	–	Рис. 22	[25]	нет
26	1	ромб, $r = t = 1$	фрагмент эллипса (траектория верхней точки подвижного жесткого эллипса)	Подвижный образующий эллипс, $m = n = 2$	$L > T > W$	$K < 0$	–	Рис. 23	[25]	нет
27	1	ромб, $r = t = 1$	окружность, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L = T = W$	$K = 0$	цилиндр	Рис. 24	[25]	нет
2		ромб, $r = t = 1$	окружность, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$		$K > 0$	цикл. поверх.			
3		ромб, $r = t = 1$	окружность, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$		$K > 0$	пов. вращения			
28	1	окруж., $r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 3/4$	суперэллипс, $m = n = 3/4$	$W = L < T$	$K < 0$	–	Рис. 25		нет
2		окруж., $r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 3/4$	суперэллипс, $m = n = 3/4$		$K < 0$	–			
3		окруж., $r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 3/4$	суперэллипс, $m = n = 3/4$		$K < 0$	–			
29	1 из 3	кривая Ламе 4-го порядка, $s = k = 4$	кривая Ламе 4-го порядка, $s = k = 4$	эллипс, $n = m = 2$	$L > W, T$	$K > 0$	–	Рис. 26	[10]	нет
30	1	ромб, $r = t = 1$	Траектория верхней точки контурной окружности	окружность, $n = m = 2$	$W = L, T$	$K < 0$	круглая поверхность переноса Волкова	–	[29]	нет
31	1	овал, $r = t = 4$	суперэллипс, $s = k = 4$	суперэллипс, $m = n = 3$	$L > W > T$	$K > 0$	–	Рис. 27	[27]	[9]
2		овал, $r = t = 4$	суперэллипс, $s = k = 4$	суперэллипс, $m = n = 3$		$K > 0$	–	строительство		
3		овал, $r = t = 4$	суперэллипс, $s = k = 4$	суперэллипс, $m = n = 3$		$K > 0$	–			
32	1 из 3	$r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 2,5$	суперэллипс, $m = n = 2,5$	$T/W = 4/3, W = L$	$K > 0$	“superegg”	Рис. 28	[4]	нет
33	1 из 3	$t = 1, r = 2$	прямая, $s = k = 1$	парабола, $m = 1, n = 2$	$L > T > W$	$K > 0$	Wigley hull	судостр., Рис. 29	[30]	[31]

Примечание к таблице: 1) курсивом показаны идентичные поверхности, 2) жирным прифтом выделены образующие кривые переменной кривизны,

3) рисунки в статье представлены для случая формообразования поверхностей кривой, которая показана в той же строке что и приведенный рисунок)

Следующая группа аналитических поверхностей с суперэллипсами в двух вертикальных координатных плоскостях и ромбом в плоскости xOy представлена на рис. 6, 7. На рис. 6, 7 показаны по одной поверхности из каждой тройки поверхностей с одинаковым главным каркасом. Более подробно о 6 формах, рекомендуемым архитекторам, можно узнать в статье [21]

По одной поверхности из двух разных троек представлены на рис. 8 и рис. 9. На рис. 8 в плоскости xOy расположен вогнутый суперэллипс ($r = t < 1$), а на рис. 9 – выпуклый ($r = t > 1$). Остальные 2 поверхности из каждой тройки с одинаковыми главными каркасами описаны в статье [21]. Дополнительные сведения по геометрии этих двух троек поверхностей даны в табл. 1.

На рис. 10 изображена алгебраическая поверхность, задаваемая параметрическими уравнениями (9). Эта поверхность с выпуклыми суперэллипсами в качестве кривых главного каркаса была впервые рекомендована для строительной оболочки в работе [18], см. табл. 1.

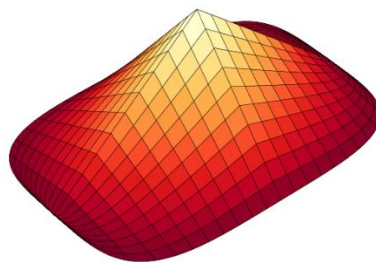


Рисунок 10 - Алгебраическая поверхность на эллиптическом плане

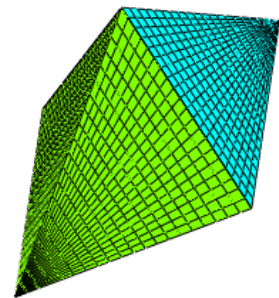


Рисунок 11 - Линейчатая поверхность на плоском овальном плане, образованная прямыми линиями, лежащими в плоскостях $x = \text{const}$

Рисунок 12 - Многогранник с ромбом в основании

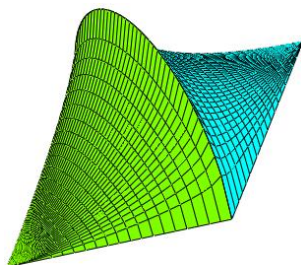


Рисунок 13 - Поверхность на плоском ромбическом плане с эллипсом и вогнутой кривой в вертикальных координатных плоскостях

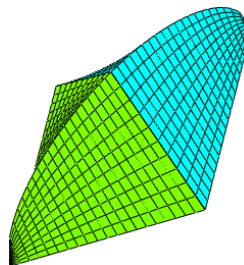


Рисунок 14 - Поверхность на плоском ромбическом плане с ромбом и эллипсом в вертикальных координатных плоскостях

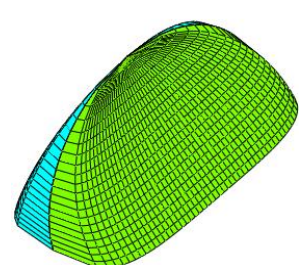


Рисунок 15 - Поверхность на плоском овальном плане с ромбом и эллипсом в вертикальных координатных плоскостях

Поверхность, показанная на рис. 11, впервые была представлена в работе [6]. Она была подробно исследована в статье [23] методами дифференциальной геометрии. Приняв эту форму за срединную поверхность тонкой оболочки, в статье [22] с помощью метода конечных перемещений в перемещениях было определено её напряженно-деформированное состояние от действия распределенной нагрузки типа собственного веса.

Геометрия поверхностей, представители которых показаны на рис. 12 -16, была исследована в работе [24]. Дополнительные геометрические сведения приведены в табл. 1.

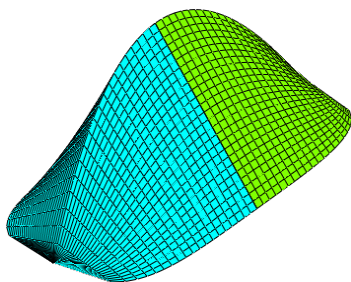


Рисунок 16 - Цилиндронд на плоском овальном плане, образованный движением прямой линии по параболе и опорному овалу параллельно плоскости yOz

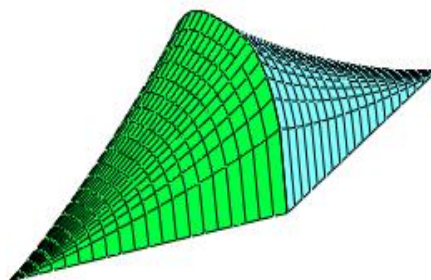
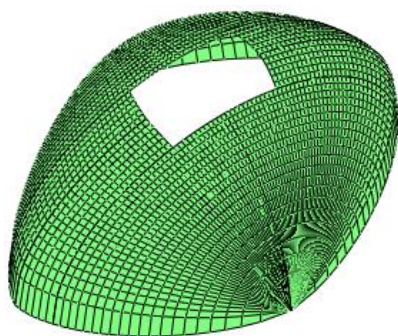


Рисунок 17 - Поверхность на ромбическом плане с плоскими кривыми в качестве направляющих и образующих кривых

Поверхность на ромбическом плане с вогнутым и выпуклым суперэллипсами в вертикальных координатных плоскостях (рис. 17) впервые представлена в статье [25].

а)



б)

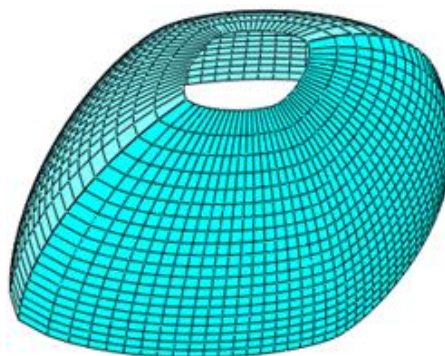


Рисунок 18 - Алгебраические поверхности: окружности переменного радиуса – образующие кривые поверхности (а); суперэллипс в горизонтальной плоскости – образующая кривая поверхности (б)

Три тонкие оболочки с тождественными кривыми главного каркаса, две из которых показаны на рис. 18, были рассчитаны на действие распределенной нагрузки типа собственного веса. Результаты расчета представлены в статье [26].

В статье [27] предпринята попытка найти оптимальную тонкую оболочку, сравнивая данные статического расчета 4-х оболочек, имеющих одинаковые габаритные размеры, но разные суперэллипсы (1) – (3) с разными показателями степеней в качестве кривых главного каркаса. Предполагалось, что оболочки имеют фонарные отверстия в вершинах.

Поверхности на ромбическом плане могут найти применение в архитектуре и строительстве. Геометрия и формообразование двух троек поверхностей, две из которых по одной из каждой тройки показаны на рис. 19 и рис. 20, описаны в работах [24], [28]. Причем в статье [28] проведен статический расчет всех трех тонких оболочек из одной тройки с одинаковым главным каркасом, срединная поверхность одной из них представлена на рис. 20. Дополнительные сведения по формообразованию этих двух троек поверхностей даны в табл. 1 (строки 22, 23).

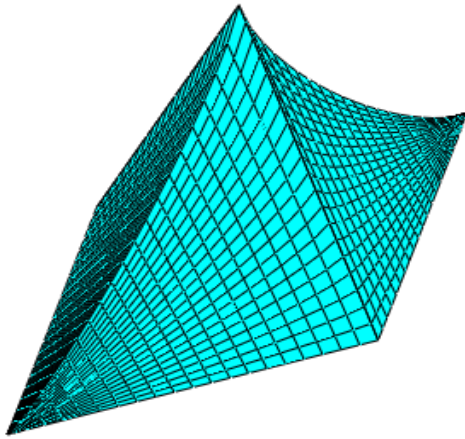


Рисунок 19 - Поверхность с параметрами
 $T = L = 6\text{м}, W = 3\text{м}, s = k = 0,8;$
 $r = t = m = n = 1$

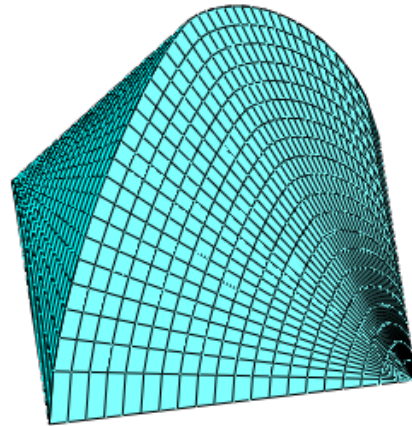


Рисунок 20 - Поверхность с параметрами
 $L = 6\text{м}, W = 6\text{м}, T = 8\text{м}, s = k = 1,5.$
 $r = t = m = n = 1$

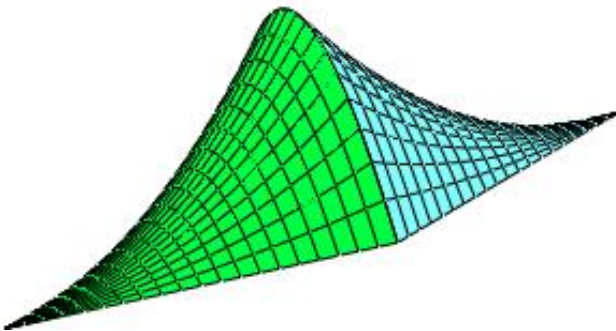


Рисунок 21 - Поверхность переноса на ромбическом плане с жесткой параболической образующей

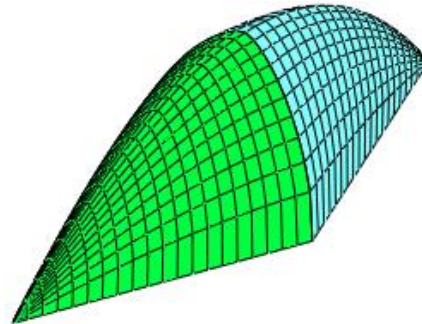


Рисунок 22 - Поверхность на ромбическом плане с образующим суперэллипсом и направляющей параболой в плоскости xOz

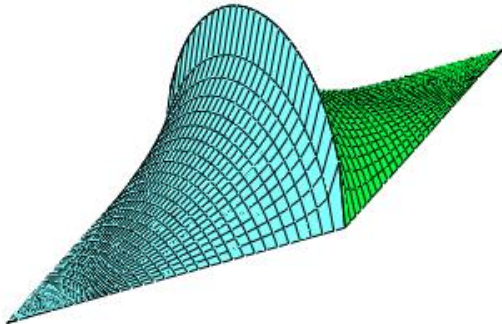


Рисунок 23 - Поверхность переноса с обыкновенным образующим эллипсом

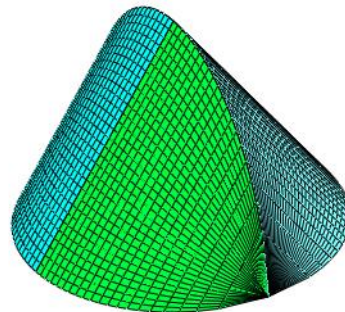


Рисунок 24 - Цилиндрическая поверхность на круглом плане с главным каркасом из 2-х окружностей и полуромба

В статье [25] приводятся две методики построения поверхностей с образующими подвижными суперэллипсами переменной и постоянной кривизны. Методики проиллюстрированы на 4-х поверхностях (рис. 21 – 24). Поверхности отрицательной гауссовой кривизны, показанные на рис. 21 и рис. 23, имеют два заданных заранее суперэллипса в плоскостях xOz и yOz (ромб и парабола или эллипс). Парабола (рис. 21) и эллипс (рис. 23) при движении не изменяют свою кривизну, то есть являются конгруэнтными кривыми. Поверхности, представленные на рис. 22 и 24 имеют заранее заданный главный каркас из трех суперэллипсов (табл. 1).

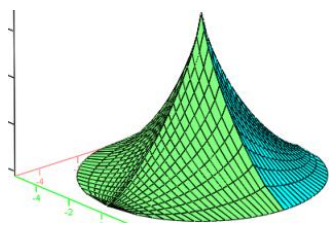


Рисунок 25 - Одна из поверхностей тройки с одинаковыми окружностями в основании и с одинаковыми суперэллипсами в вертикальных координатных плоскостях

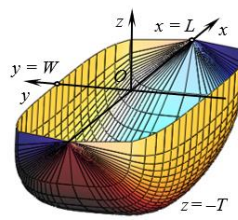


Рисунок 26 - Алгебраическая поверхность 8-го порядка, образованная кривыми Ламе 4-го порядка



Рисунок 27 - Поверхность, образованная движением суперэллипса в плоскостях $z = \text{const}$

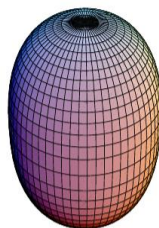


Рисунок 28 - «Суперяйцо» [4], поверхность вращения

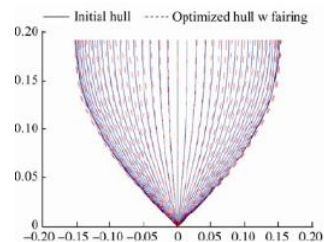


Рисунок 29 - Сечение судовой поверхности Уигли плоскостью $x = 0$ [30]

На рис. 25 представлена интересная поверхность с двумя одинаковыми суперэллипсами в вертикальных координатных плоскостях и окружностью в горизонтальной плоскости. Это одна из трех поверхностей, задаваемых параметрическими уравнениями (9). Поверхность, образованная движением окружности переменного радиуса в плоскостях $z = \text{const}$, будет поверхностью вращения (табл. 1).

Алгебраическая поверхность 8-го порядка (рис. 26), нашедшая реальное применение в форме судового корпуса речного судна, была впервые описана в статье [10]. Из рис. 26 видно, что поверхность образована движением кривых Ламе 4-го порядка, лежащих в плоскостях $x = \text{const}$.

На рис. 27 представлена поверхность с главным каркасом из эллипсов, заданных неявными уравнениями (1) – (3) с большими показателями степеней (табл. 1).

Первая поверхность с тремя заданными суперэллипсами главного каркаса представляла собой поверхность вращения «Суперяйцо» (рис. 28). Она была сконструирована М. Гарднером [4]. К первым поверхностям с тремя заданными кривыми главного каркаса, производными от суперэллипсов главного каркаса, можно отнести также судовую поверхность Уигли (рис. 29). Эта поверхность с 1957 года до настоящего времени пользуется большой популярностью у морских архитекторов [31]. Внешне поверхность Уигли похожа на поверхность, показанную на рис. 5.

В этом разделе и в табл.1 указаны все поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов общего вида или из одной, двух, или трех кривых производных от суперэллипсов, известные на настоящее время. В табл. 1 указаны также тонкие оболочки в форме этих поверхностей, для которых определялись параметры НДС от действия постоянной распределенной нагрузки.

2.2. Место рассмотренных поверхностей в существующей классификации аналитических поверхностей

В существующей на данный момент наиболее полной классификации аналитических поверхностей содержится описания около 600 аналитических поверхностей 38 классов.

Основные классификации поверхностей перечислены в статье [32]. Рассмотренные в настоящей статье поверхности, согласно существующей классификации, можно причислить к классу «Поверхности переноса» или к классу «Аналитические поверхности выше второго порядка». Некоторые рассмотренные в статье поверхности упоминаются в статьях [10], [17]. Например, известна и применена для судовой поверхности поверхность, представленная на рис. 26 [10].

По-видимому, рассмотренные поверхности необходимо сгруппировать в отдельный четвертый подкласс поверхностей переноса, наряду с существующими подклассами «Поверхности прямого переноса», «Поверхности диагонального переноса» и «Велароидальные поверхности».

3. Результаты исследования и их анализ

Проведена выборка всех поверхностей с заданным главным каркасом их 3-х суперэллипсов. Это позволило выяснить к каким формам было привлечено внимание геометров, инженеров – строителей, архитекторов морских и речных судов, исследователей, занимающихся расчетом строительных оболочек на прочность, устойчивость и колебания.

Ранее было доказано, что, имея определитель поверхности из трех плоских кривых, можно получить три поверхности с одинаковым главным каркасом из трех плоских кривых, формирующихся движением поочередно каждой из трех кривых переменного радиуса кривизны главного каркаса по другой кривой каркаса. Причем построенные поверхности могут принадлежать к поверхностям разной гауссовой кривизны. Особое внимание в статье уделено поверхностям с главным каркасом из суперэллипсов. Приведенные в опубликованных ранее работах, тройки поверхностей с одинаковым главным каркасом, иллюстрируются только одной поверхностью из каждой тройки. Таким образом, установлено, что на данный момент были изучены и представлены для внедрения 29 троек поверхностей с заданным главным каркасом. Причем только 12 тонких оболочек в форме рассматриваемых поверхностей были рассчитаны на прочность от действия внешней нагрузки типа собственного веса. Все публикации по определению НДС этих оболочек появились за последние 3 года.

4. Выводы

Многочисленные публикации последних двух десятилетий утверждают, что возрождается интерес к проектированию криволинейных структур и оболочек, достигший своего пика в 1920–1960 годы прошлого века. Всё больше архитекторов стараются придать своим сооружениям криволинейные аналитически задаваемые формы, хотя иногда есть возможность использовать аналитические поверхности, что может значительно упростить процесс дальнейшего проектирования.

Большинство научных статей, посвященных геометрии и расчету на прочность тонких оболочек в форме поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов, появилось после 2020 года, что показывает резкое увеличение интереса к объектам этой формы.

Представленные материалы помогут найти новые направления в исследовании тонких оболочек и оболочечных структур рассматриваемых форм методами строительной механики оболочек. Кроме того, приведенная использованная литература облегчит поиск на начальном этапе необходимых источников и сведений для заинтересованных исследователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weisstein E.W. Superellipse. From MathWorld - A Wolfram Web Resource. <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html>
2. Hein P. Piet Heine, 2021. <https://piethein.com/piet-hein/>
3. Flanagan D. L., Hefner O. V. Surface molding - New tool for the engineer (Man-Computer Graphics/MCG) allows operator control through oscilloscope via light sensitive pen // *Astronautics and Aeronautics*. 1967. 4, pp. 58-62.
4. Gardner M. The superellipse: a curve that lies between the ellipse and the rectangle // *Scientific American*. 1965. 21. Pp. 222-234.
5. Barr A. Superquadrics and angle-preserving transformations // *IEEE Computer Graphics Applications* 1. 1981. Pp.11-23.
6. Bar M., Neta M. Humans prefer curved visual objects // *Psychological Science*. 2006. 17(8), Pp. 645-648.
7. Talu S. D. L. Complex 3D shapes with superellipsoids, supertoroids and convex polyhedrons // *Journal of Engineering Studies and Research*. 2011. Vol. 17, no. 4, pp. 96-100.
8. Xiaoming Zhang, Paul L. Rosin. Superellipse fitting to partial data // *Pattern Recognition (Computer Science)*. 2003. 36. No 3. Pp. 743-752
9. Kadir can Erbaş. Surface Area of Superellipsoids and its Application to Physics Problems: Chapter 3. In book: *New-Applications-In-Basic-Sciences*. September 2022. Publisher: Iksad Publishing House. Baskent University, Ankara, Turkey.
10. Авдоньев Е.Я. Аналитическое описание корпусных поверхностей // *Прикладная геометрия и инженерная графика*. Киев, 1972. Вып. 15. С. 156-160.
11. Страшнов С.В. Использование суперэллипсов в компьютерном моделировании строительных и машиностроительных объектов // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура*. Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет). 2023. Том 23. С. 67-76. DOI: 10.14529/build230408
12. Lamé G. Examen de differentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géometrie. M. V. Courcier imprimeur Libraire, 1818. (New Edition 2008 from Editions Gabay).
13. Кривошапко С.Н. Гидродинамические поверхности // *Судостроение*. 2021. № 3. С. 64-67 [ISSN 0039-4580].
14. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design, *Ships and Offshore Structures*. 2023. 18:5, 660-668, DOI: 10.1080/17445302.2022.2062165
15. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lamé curves // *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2021. 22(4): 323-328 DOI: 10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328
16. Кривошапко С.Н. Алгебраические судовые поверхности с каркасом из трех плоских кривых в координатных плоскостях // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2022. Т. 23. № 3. С. 207-212 DOI 10.22363/2312-8143-2022-23-3-207-212
17. Авдоньев Е.А., Протодяконов С.М. Исследование геометрии некоторых поверхностей высших порядков // *Прикладная геометрия и инженерная графика*. Киев, 1975. Вып. 20. С. 138-142.
18. Страшнов С.В. Компьютерное моделирование новых форм строительных оболочек // *Геометрия и графика*. 2022. №. 4. С. 26-34. DOI: <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-4-26-34>
19. Gokhan Budak and Serdar Beji. Computational resistance analyses of a generic submarine hull form and its geometric variants // *The Journal of Ocean Technology*. 2016. 11(2): 77-86.
20. Mohammad M., Korol Y.M., Dalayeli H. CFD analysis on the bare hull form of submarines for minimizing the resistance // *International Journal of Maritime Technology (IJMT)*. 2015. Vol. 3 / Winter 2015: 1-16 [Available online at: http://ijmt.ir/browse.php?a_code=A -10 -450 -1&sid=1&slc_lang=en].
21. Krivoshapko S.N. Surfaces with a main framework of three given curves which include one circle // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023; 19(2): 210-219. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-2-210-219>
22. Мамиева И.А., Карневич В.В. Геометрия и статический расчет тонких оболочек с линейчатыми срединными поверхностями с главным каркасом из трех суперэллипсов // *Строительство и реконструкция*. 2023. № 1(105). С. 16-27. DOI 10.33979/2073-7416-2023-105-1-16-27. – EDN LSIOLJ.
23. Gbaguidi Aisse G.L., Aleshina O.O., Mamieva I.A. Investigation of three thin shells with ruled middle surfaces with the same main frame // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024. Vol. 20. № 2. Pp. 146-158. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-146-158>
24. Мамиева И.А. Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Том 18. № 4. С. 387-395 DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395.

25. Кривошапко С.Н. Поверхности диагонального переноса велароидального типа на ромбическом плане // Строительство и реконструкция. 2023. № 2 (106). С. 59-69. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-106-2-59-69
26. Aleshina O.O. Geometry and static analysis of thin shells in the form of a surface of diagonal translation of velaroidal type // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2023. Vol. 19. No 2. Pp. 84 – 93 DOI 10.22363/1815-5235-2023-19-1-84-93
27. Кривошапко С.Н., Алёшина О.О., Иванов В.Н. Статический расчет оболочек, очерченных по поверхностям с главным каркасом из трех заданных суперэллипсов // Строительная механика и расчет сооружений. 2022. № 6 (305). С. 18–27. DOI: 10.37538/0039-2383.2022.6.18.27
28. Тупикова Е.М. Оболочки в форме алгебраических линейчатых поверхностей на ромбическом плане // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 5. С. 510–519. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-510-519>
29. Волков Г.Ф. Оболочка переноса отрицательной кривизны // Армоцементные конструкции в строительстве. Ленинград: Госстройиздат, 1963. С. 48 – 58.
30. Zakerdoost H., Ghassemi H., Ghiasi M. Ship hull form optimization by evolutionary algorithm in order to diminish the drag // J. Marine Sci. Appl. 2013. 12: 170-179. DOI: 10.1007/s11804-013-1182-1
31. Andrun M., Blagojević B., Bašić J. The influence of numerical parameters in the finite-volume method on the Wigley hull resistance // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part M. Journal of Engineering for the Maritime Environment. 2018. Vol 233 (4), pp. 1123-1132. 10.1177/1475090218812956
32. Страшнов С.В., Рычкова М.И. К вопросу о классификации аналитических поверхностей // Геометрия и графика. 2022. Том 10. № 1. С. 36-43 DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-36-43.

REFERENCES

1. Weisstein E.W. Superellipse. From MathWorld - A Wolfram Web Resource. <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html>
2. Hein P. “Piet Heine”, 2021 <https://piethein.com/piet-hein/>
3. Flanagan D.L., Hefner O.V. Surface molding- new tool for the engineer (Man-Computer Graphics/MCG/ allows operator control through oscilloscope via light sensitive pen). *Astronautics and Aeronautics*. 1967. 4. Pp. 58-62.
4. Gardner M. The superellipse: a curve that lies between the ellipse and the rectangle. *Scientific American*. 1965. 21. Pp. 222–234.
5. Barr A. Superquadrics and angle-preserving transformations. *IEEE Computer Graphics Applications*. 1981. 1. Pp. 11–23.
6. Bar M., Neta M. Humans prefer curved visual objects. *Psychological science*. 2006. 17(8). Pp. 645-648.
7. Talu S. D. L. Complex 3D shapes with superellipsoids, supertoroids and convex polyhedrons. *Journal of Engineering Studies and Research*. 2011. Vol. 17. no. 4. Pp. 96–100.
8. Xiaoming Zhang, Paul L. Rosin. Superellipse fitting to partial data. *Pattern Recognition (Computer Science)*. 36. No 3. 2003. Pp. 743-752
9. Kadir can Erbaş. Surface Area of Superellipsoids and its Application to Physics Problems: Chapter 3. In book: New-Applications-In-Basic-Sciences. September 2022. Publisher: Iksad Publishing House. Baskent University, Ankara, Turkey.
10. Avdon'ev E.Ya. Analytical description of the ship hull surfaces. *Prikladnaya Geometriya i Inzhenernaya Grafika*. 1972. Iss. 15. Pp. 156-160 (In Russ.).
11. Strashnov S.V. Utilizing superellipses in computer modeling of architectural and engineering structures. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2023. 23(4). Pp. 67–76. (in Russ.). DOI: 10.14529/build230408
12. Lamé G. Examen de différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie. M. V. Courcier imprimeur Libraire, 1818. (New Edition 2008 from Editions Gabay).
13. Krivoschapko S.N. Hydrodynamic surfaces. *Sudostroenie*. 2021. No 3. Pp. 64-67. (In Russ.).
14. Krivoschapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design. *Ships and Offshore Structures*. 2023. 18:5. Pp. 660-668. DOI: 10.1080/17445302.2022.2062165
15. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lamé curves. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2021. 22(4): 323-328 DOI: 10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328
16. Krivoschapko S.N. Algebraic ship hull surfaces with a main frame from three plane curves in coordinate planes. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2022. Vol. 23. No. 3. Pp. 207-212. doi:10.22363/2312-8143-2022-23-3-207-212. (in Russ.)
17. Avdon'ev E.Ya., Protod'yakonov S.M. Geometrical investigation of some surfaces of the highest orders. *Prikladnaya Geometriya i Inzhenernaya Grafika*. 1975. Iss. 20. Pp. 138-142.

18. Strashnov S.V. Computer simulation of new forms of shell structures. *Geometry & Graphics*. 2022. No. 4. Pp. 26-34. DOI: <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-4-26-34>
19. Gokhan Budak and Serdar Beji. Computational resistance analyses of a generic submarine hull form and its geometric variants. *The Journal of Ocean Technology*. 2016. 11(2). Pp. 77-86.
20. Moonesun Mohammad, Yuri M. Korol, Hosein Dalayeli. CFD analysis on the bare hull form of submarines for minimizing the resistance. *International Journal of Maritime Technology (IJMT)*. 2015. Vol. 3 / Winter 2015: 1-16 [Available online at: http://ijmt.ir/browse.php?a_code=A-10-450-1&sid=1&slc_lang=en].
21. Krivoshapko S.N. Surfaces with a main framework of three given curves which include one circle. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023. 19(2). Pp. 210-219. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-2-210-219>
22. Mamieva I.A., Karnevich V.V. Geometry and static analysis of thin shells with ruled middle surfaces of three superellipses as main frame. *Building and Reconstruction*. 2023. No. 1(105). Pp. 16-27. DOI 10.33979/2073-7416-2023-105-1-16-27. – EDN LSIOLJ.
23. Gbaguidi Aisse G.L., Aleshina O.O., Mamieva I.A. Investigation of three thin shells with ruled middle surfaces with the same main frame. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024. Vol. 20. № 2. Pp. 146-158. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-146-158>
24. Iraida A. Mamieva. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. 18(4). Pp. 387-395 DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395
25. Krivoshapko S.N. Surfaces of diagonal translation of the velaroidal type on a rhomb plan. *Building and Reconstruction*. 2023. № 2 (106). Pp. 59-69. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-106-2-59-69.
26. Aleshina O.O. Geometry and static analysis of thin shells in the form of a surface of diagonal translation of velaroidal type. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023. Vol. 19. No 2. Pp. 84 – 93. DOI 10.22363/1815-5235-2023-19-1-84-93
27. Krivoshapko S.N., Aleshina O.O., Ivanov V.N. Static analysis of shells with middle surfaces containing the main frame from three given superellipses. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2022. No. 6. Pp. 18-27. doi:10.37538/0039-2383.2022.6.18.27 (in Russ.)
28. Tupikova E.M. Shells in the form of algebraic ruled surfaces on a rhombic base. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023; 19(5): 510-519 (In Russ.). <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-510-519>
29. Volkov G.F. A translation shell of negative curvature. *Armotsementnie Konstruktsii v Stroitelstve*. Leningrad: GSI, 1963. Pp. 48 – 58 (In Russ.).
30. Zakerdoost H., Ghassemi H., Ghiasi M. Ship hull form optimization by evolutionary algorithm in order to diminish the drag. *J. Marine Sci. Appl.* 2013. 12: 170-179. DOI: 10.1007/s11804-013-1182-1
31. Andrun M., Blagojević B., Bašić J. The influence of numerical parameters in the finite-volume method on the Wigley hull resistance. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part M. Journal of Engineering for the Maritime Environment*. 2018. Vol 233 (4), pp. 1123-1132. 10.1177/1475090218812956
32. Strashnov S.V., Rynkovskaya M.I. To the question of the classification for analytical surfaces. *Geometry & Graphics*. 2022. Vol. 10. No. 1. Pp. 36-43 DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-36-43.

Информация об авторе

Кривошапко Сергей Николаевич

ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов», г. Москва, Россия

Доктор технических наук, профессор. Профессор-консультант

E-mail: sn.krivoshapko@mail.ru

Information about author

Krivoshapko Sergey Nikolaevich

The Engineering Academy of the Peoples' Friendship University, Moscow, Russia,

Doctor of Tech. Sc., Professor

E-mail: sn.krivoshapko@mail.ru

V.V. LALIN¹, I.I. LALINA¹, H.H. NGO¹, T.M.D. LE²¹Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia²University of Science and Technology - The University of Da Nang (DUT-UD), Danang, Vietnam

THE FORCE METHOD ALGORITHM IN THE FORM OF A LOOP RESULTANT METHOD

Abstract. The object of research is the behavior of statically indeterminate frames under the influence of temperature. The purpose of this work is to suggest a simple algorithm for the analysis of framed structures by using the original idea of the loop resultant method. This basic loop is generated by splitting the given structure into statically indeterminate loops instead of the conventional approach of treating the redundant forces in the whole structure. The current approach allows to simplify the calculation, thanks for using the loop compatibility conditions and by dealing with the primary unknowns for each basic loop. The advantage of this presented approach is in simple structure of a system flexibility matrix: the location of zero and non-zero blocks depend only on the numbering of loops. Different types of flexibility matrices of the element-rods are established; it is shown how to build the compatibility matrix for any loops with or without hinges; and the simple algorithm of the loop resultant method is developed. Some numerical examples are performed to describe the presented algorithm in more detail.

Keywords: force method, loop method, flexibility matrix, compatibility matrix, rod systems.

В.В. ЛАЛИН¹, И.И. ЛАЛИНА¹, Х.Х. НГО¹, Ч.М.Д. ЛЕ²¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия²Университет науки и технологий – Университет Дананга (ДУТ-УД), Дананг, Вьетнам

АЛГОРИТМ МЕТОДА СИЛ В ФОРМЕ МЕТОДА КОНТУРНЫХ УСИЛИЙ

Аннотация. Объектом исследования является расчет статически неопределимых стержневых систем при температурных воздействиях. Цель данной работы - предложить простой алгоритм расчета стержневых конструкций с использованием идеи метода контурных усилий. Базовые контуры определяются путем разделения данной конструкции на статически неопределимые контуры вместо традиционного подхода к учету лишних неизвестных метода сил во всей конструкции. Предлагаемый подход позволяет упростить расчет благодаря использованию условий совместности контурных деформаций и автоматическому выбору в качестве лишних неизвестных - усилий для каждого базового контура. Преимущество представленного подхода заключается в простой структуре матрицы системы уравнений – матрицы податливости конструкции: расположение нулевых и ненулевых блоков в которой зависит только от нумерации контуров. Построены в явном виде матрицы податливости элементов-стержней для произвольной системы координат, изложен способ построения матриц совместности деформаций для произвольных контуров, разработан простой алгоритм метода контурных усилий. Приведены некоторые численные примеры для более подробного описания представленного алгоритма.

Ключевые слова: метод сил, метод контурных усилий, матрица податливости, матрица совместности, стержневые системы.

1.Introduction

In architecture and construction, the issue of evaluating the stress-strain state of a building structure and its structural components under static or dynamic effects using an advanced computational model with high reliability of the results is also of great concern.

Thus, the main direction of the development of structural mechanics can be given as the development of new models or the improvement of available computational models that are based on well-known methods such as the force method, the displacement method, the finite element method, or the hybrid numerical method. Over the past two decades, the force method (the flexibility method or the method of consistent deformation) has been successfully applied to static and dynamic analysis of structures.

The force method is commonly used in structural analysis for hand calculations; however it is very difficult to apply it to complex structures in the conventional approach by solving a system of equations with so many unknowns. Due to the development of matrix algebra and digital electronic computer let to the development of automation of this method, which not only to get rid of the computational difficulties but also to handle these problems efficiently by using the optimal algorithms.

The advantages of the force method can be exploited for structural analysis by different approaches, such as an orthogonal self-stress matrix for space truss structures with cyclic symmetry [1], a structural analysis and optimization algorithm for determining the minimum weight of structures with the truss and beam-type members [2], the formulation using energy principles for design, optimization, and nonlinear analysis [3], the integrated force method, and the extended integrated force method for studying the behavior of structures as trusses and frames [4,5].

Recently, the force method has been expressed as the finite element model, called the finite element force method [6,7] or the finite element integrated force method [8]. In essence, these methods use algebraic functions in combination with the versatility of the classical finite element method as an effective mathematical tool to describe the deformation of structures with the objective of free vibration and buckling analyses.

In structural analysis, two common approaches are used: 1) setting the structural stiffness matrix based on the “finite element displacement” of the nodes in equilibrium conditions; 2) the structural flexibility matrix is constructed by using the “finite element force” of redundant in compatibility conditions. The comparison of these two approaches is shown in the paper [9]. Furthermore, the combination of the two approaches is also found in the paper [10]. Besides, the effectiveness of the second approach is emphasized in papers [11,12]. Proposing the idea of “finite element force” has been around for a long time, and it is used to build efficient models for structural design, which has been developed strongly in recent years through many different paths. Many scientists have continuously perfected the theoretical system based on this idea, and it can be divided into the following main directions:

- The graph-theoretical force method [13];
- The integrated force method [4];
- The generalization of the flexibility method [14,15];
- The hybrid force-based method of the large increment method [16,17].

These works do not contain a sufficiently simple method for constructing flexibility matrices for individual element-rod and the framed structure as a whole. This makes it difficult to create a simple algorithm using the force method, which is convenient for programming. The main goal of this work is to discuss the procedure of the finite element force method, which is based on the loop resultant method [18] in static analysis of framed structures.

2. Materials and Methods

For the approach of the loop resultant method, it is possible to express the internal forces of two nodal cross sections of the element-rod in terms of the resultant parameter at any point A (see Fig. 1).

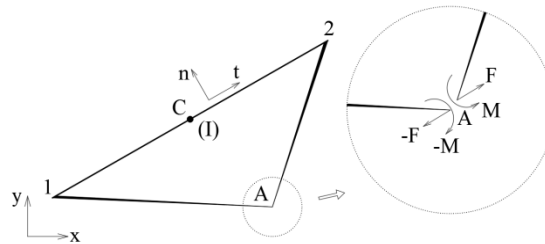


Figure 1 – The first type of the element-rod

The current element-rod L (m) has the tangent and normal vectors $t = [t_x \ t_y]^T$, $n = [n_x \ n_y]^T$ respectively and the connection between them according to the expression $t = cn$, here $c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$. Point C is called a mid-point of the element-rod.

Rigid consoles are connected to any point A and only this point is used for all element-rods in the rod system. Thus, the behavior of all cross sections of the element-rod is expressed in terms of the resultant force parameters F and M at this point A.

Then we can get three expressions of internal forces corresponding to the position of the cross section (s) of the element-rod:

$$N(s) = F^T t, \quad (1)$$

$$Q(s) = F^T n, \quad (2)$$

$$M(s) = F^T [(-y_{As}) \ x_{As}]^T + M, \quad (3)$$

where $F = [F_x \ F_y]^T$ and M - the resultant parameters at point A, x_{As} and y_{As} - the coordinate vector $\vec{As}$, $(...)^T$ - the transpose of a matrix.

Besides, the strain energy formula can be used conveniently to derive the flexibility matrix of an element-rod, is given by

$$W = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{N^2(s)}{k_1} + \frac{M^2(s)}{k_2} + \frac{Q^2(s)}{k_3} \right) ds, \quad (4)$$

where L - the length of the element-rod, $k_1 = EA$ - the axial stiffness, $k_2 = EI$ - the bending stiffness, $k_3 = \kappa GA$ - the shear stiffness.

Substituting the expressions (1), (2) and (3) into the formula (4), we obtain a new expression from the following 17 terms:

$$\begin{aligned} W = & \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{k_1} (F_x^2 \int_0^L t_x^2 ds + F_x F_y \int_0^L t_x t_y ds + F_x F_y \int_0^L t_x t_y ds + F_y^2 \int_0^L t_y^2 ds) \right. \\ & + \frac{1}{k_2} (F_x^2 \int_0^L y_{As}^2 ds + F_x F_y \int_0^L (-x_{As} y_{As}) ds + F_x M \int_0^L (-y_{As}) ds + F_x F_y \int_0^L (-x_{As} y_{As}) ds \\ & + F_y^2 \int_0^L x_{As}^2 ds + F_y M \int_0^L x_{As} ds + F_x M \int_0^L (-y_{As}) ds + F_y M \int_0^L x_{As} ds + M^2 \int_0^L ds) \\ & \left. + \frac{1}{k_3} (F_x^2 \int_0^L n_x^2 ds + F_x F_y \int_0^L n_x n_y ds + F_x F_y \int_0^L n_x n_y ds + F_y^2 \int_0^L n_y^2 ds) \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Then the expression (5) is rewritten in matrix form as follows:

$$W = \frac{1}{2} \Lambda \Theta, \quad (6)$$

$$\text{where } \Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} & \Lambda_{13} \\ & \Lambda_{22} & \Lambda_{23} \\ (sym.) & & \Lambda_{33} \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} F_x^2 & F_x F_y & F_x M \\ & F_y^2 & F_y M \\ (sym.) & & M^2 \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{23} = \frac{1}{k_2} \int_0^L x_{As} ds,$$

$$\Lambda_{11} = \frac{1}{k_1} \int_0^L t_x^2 ds + \frac{1}{k_3} \int_0^L n_x^2 ds + \frac{1}{k_2} \int_0^L y_{As}^2 ds, \quad \Lambda_{33} = \frac{1}{k_2} \int_0^L ds, \quad \Lambda_{13} = \frac{1}{k_2} \int_0^L (-y_{As}) ds,$$

$$\Lambda_{12} = \frac{1}{k_1} \int_0^L t_x t_y ds + \frac{1}{k_3} \int_0^L n_x n_y ds + \frac{1}{k_2} \int_0^L (-x_{As} y_{As}) ds, \quad \Lambda_{22} = \frac{1}{k_1} \int_0^L t_y^2 ds + \frac{1}{k_3} \int_0^L n_y^2 ds + \frac{1}{k_2} \int_0^L x_{As}^2 ds.$$

The following physical equation can be established [18]:

$$e = \frac{\partial W(\sigma)}{\partial \sigma}. \quad (7)$$

Substituting the expression (6) into the formula (7), we obtain

$$e = \Lambda \sigma, \quad (8)$$

where e, σ - the deformation and strain parameters of the element-rod, Λ is called the flexibility matrix of the element-rod, which depends on the coordinate of point A.

After integrating the expression (5), we obtain a simple form of the flexibility matrix (3x3) with the tangent and normal vectors t, n :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda'_{11} & \Lambda'_{12} & \Lambda'_{13} \\ & \Lambda'_{22} & \Lambda'_{23} \\ (sym.) & & \Lambda'_{33} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\text{where } \Lambda'_{11} = \frac{L}{k_1} t_x^2 + \frac{L}{k_3} n_x^2 + \frac{L^3}{12k_2} t_y^2 + \frac{L}{k_2} y_{AC}^2, \quad \Lambda'_{13} = \frac{L}{k_2} y_{AC},$$

$$\Lambda'_{12} = \frac{L}{k_1} t_x t_y + \frac{L}{k_3} n_x n_y + \frac{-L^3}{12k_2} t_x t_y + \frac{-L}{k_2} x_{AC} y_{AC}, \quad \Lambda'_{22} = \frac{L}{k_1} t_y^2 + \frac{L}{k_3} n_y^2 + \frac{L^3}{12k_2} t_x^2 + \frac{L}{k_2} x_{AC}^2,$$

$$\Lambda'_{23} = \frac{-L}{k_2} x_{AC}, \quad \Lambda'_{33} = \frac{L}{k_2}, \quad x_{AC} = x_A - x_C, \quad y_{AC} = y_A - y_C.$$

It is easy to see that the flexibility matrix of the first type (3x3) consists of two parts: a constant $\Lambda_C(3 \times 3)$ and a modified part $\Lambda_A(3 \times 3)$. Thus, the expression (9) can be rewritten in the following general form:

$$\Lambda_I = \Lambda_C + \Lambda_A = Q \tilde{\Lambda} Q^T + \Lambda_A, \quad (10)$$

$$\text{where } \tilde{\Lambda} = \text{diag}\left(\frac{L}{k_1}; \frac{L}{k_3} + \frac{L^3}{12k_2}; \frac{L}{k_2}\right), \quad \Lambda_A = \frac{L}{k_2} \begin{bmatrix} y_{AC}^2 & -x_{AC} y_{AC} & -y_{AC} \\ & x_{AC}^2 & x_{AC} \\ (sym.) & & 0 \end{bmatrix}, \text{ and}$$

$$Q = \begin{bmatrix} t_x & n_x & 0 \\ t_y & n_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \text{the orthogonal matrix } (3 \times 3).$$

In the case two points A and C coincide, the flexibility matrix of the first type without the part Λ_A is obtained by the formula:

$$\Lambda_I = Q \tilde{\Lambda} Q^T = \begin{bmatrix} \Lambda_I^{11} & \Lambda_I^{12} & 0 \\ & \Lambda_I^{22} & 0 \\ (\text{sym.}) & & \Lambda_I^{33} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\text{where } \Lambda_I^{11} = \frac{L}{k_1} t_x^2 + \frac{L}{k_3} n_x^2 + \frac{L^3}{12k_2} t_y^2, \quad \Lambda_I^{33} = \frac{L}{k_2}, \quad \Lambda_I^{12} = \frac{L}{k_1} t_x t_y + \frac{L}{k_3} n_x n_y + \frac{-L^3}{12k_2} t_x t_y,$$

$$\Lambda_I^{22} = \frac{L}{k_1} t_y^2 + \frac{L}{k_3} n_y^2 + \frac{L^3}{12k_2} t_x^2.$$

The remaining forms of the flexibility matrices are obtained for other types of the element-rods using the energy "internal strain" of the first type which can be defined as follows:

$$W_I = \frac{1}{2} \sigma_I^T \Lambda_I \sigma_I, \quad (12)$$

and the components "internal strain" of the first type of the element-rod in matrix form:

$$\sigma_I = [F_x \quad F_y \quad M]^T. \quad (13)$$

The element-rod is hinged at one end and free at the other (see Fig. 2).

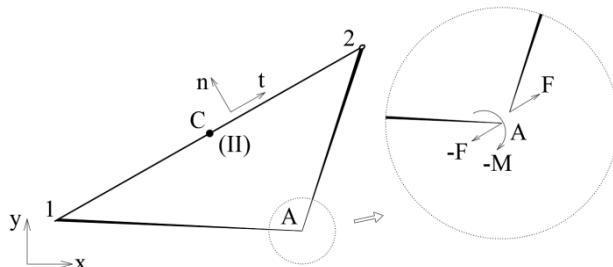


Figure 2 – The second type of the element-rod

The components "internal strain" of the second type of the element-rod can be represented as follows:

$$\sigma_{II} = [F_x \quad F_y]^T. \quad (14)$$

The second type of the element-rod is considered as the case when one hinge is added to the first type of the element-rod, while the bending moment of node 2 is equal to zero. According to the formula (3), we obtain

$$M = -y_{A2} F_x + x_{A2} F_y. \quad (15)$$

Substituting the formula (15) into the expression (13) and we get that the components "internal strain" of the first type of the element-rod do not contain M:

$$\sigma_I = [F_x \quad F_y \quad (-y_{A2} F_x + x_{A2} F_y)]^T. \quad (16)$$

Then we can formulate the relationship between the components "internal strain" of the first and second types of the element-rods using the transformation matrix H_1 , as shown below:

$$\sigma_I = H_1 \sigma_{II}, \quad (17)$$

where $H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_{A2} \\ 0 & 1 & x_{A2} \end{bmatrix}^T$.

Substituting the expression (17) into the formula (12), we obtain

$$W_I = \frac{1}{2} (H_1 \sigma_{II})^T \Lambda_I (H_1 \sigma_{II}) = \frac{1}{2} \sigma_{II}^T (H_1^T \Lambda_I H_1) \sigma_{II}. \quad (18)$$

Thus, the energy "internal strain" of the second type of the element-rod has the following formula:

$$W_{II} = \frac{1}{2} \sigma_{II}^T \Lambda_{II} \sigma_{II}, \quad (19)$$

where $\Lambda_{II} = H_1^T \Lambda_I H_1$ - the flexibility matrix (2x2) of the second type of the element-rod is shown as below:

$$\Lambda_{II} = \begin{bmatrix} \left(\frac{L}{k_1} t_x^2 + \frac{L}{k_3} t_y^2 + \frac{L^3}{3k_2} t_y^2 \right) & \left(\frac{L}{k_1} t_x t_y - \frac{L}{k_3} t_x t_y - \frac{L^3}{3k_2} t_x t_y \right) \\ (sym.) & \left(\frac{L}{k_1} t_y^2 + \frac{L}{k_3} t_x^2 + \frac{L^3}{3k_2} t_x^2 \right) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

The element-rod with hinged ends (see Fig. 3).

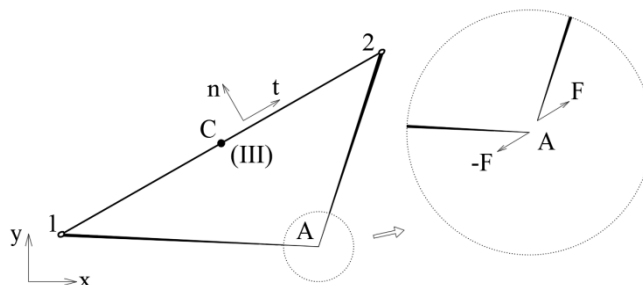


Figure 3 – The third type of the element-rod

The third type of the element-rod is considered as the case when two hinges are added to the first type of the element-rod or as another case when one hinge is added to the second type of the element-rod, while the bending moment of node 1 is equal to zero, i.e., it is calculated by multiplying the expression (2) by the length of this element-rod L : $M_1 = N(s)L = 0$ and we get the following expression:

$$F^T t = 0. \quad (21)$$

According to the equation (21), we have a connection between the components "internal strain" of the second and third types of the element-rods:

$$H_2 \sigma_{II} = \sigma_{III}, \quad (22)$$

where $H_2 = \begin{bmatrix} t_x & t_y \end{bmatrix}$.

In addition, the energy "internal strain" of the third type of the element-rod can be written as follows:

$$W_{III} = \frac{1}{2} \sigma_{III}^T \Lambda_{III} \sigma_{III}. \quad (23)$$

Substituting the expression (22) into the formula (23), we have

$$W_{III} = \frac{1}{2} (H_2 \sigma_{II})^T \Lambda_{III} (H_2 \sigma_{II}). \quad (24)$$

It is possible to consider the formula (24) as the expression of the energy "internal strain" of the second type of the element-rod and rewrite it as follows:

$$W_{II} = \frac{1}{2} \sigma_{II}^T (H_2^T \Lambda_{III} H_2) \sigma_{II}. \quad (25)$$

Comparing the expression (25) with the expression (19), we obtain

$$\Lambda_{II} = H_2^T \Lambda_{III} H_2. \quad (26)$$

Multiplying both parts of the equation (26) by H_2 and H_2^T respectively, we have

$$H_2 \Lambda_{II} H_2^T = H_2 H_2^T \Lambda_{III} H_2 H_2^T. \quad (27)$$

Thus, the flexibility matrix (1x1) of the third type is

$$\Lambda_{III} = H_2 \Lambda_{II} H_2^T = \left[\frac{L}{k_1} \right], \quad (28)$$

where $H_2 H_2^T = 1$.

The loop compatibility conditions are applied for the procedure in building an algorithm:

Condition 1. The sum of the degrees of each statically indeterminate loop should be equal to the total degree of the entire statically indeterminate structure.

$$n_{st} = \sum_i n_{st}^1 = n_{st}^a + n_{st}^b + \dots + n_{st}^i. \quad (29)$$

Condition 2. Basic loops can have one or several common element-rods and vice versa, but it is necessary to satisfy the condition of independence of each loop, i.e., an individual element-rod must appear at least once in the basic loop.

The algorithm of the loop resultant method can be described in the following steps:

Step 1. Choose the basic loop (see Fig. 4).

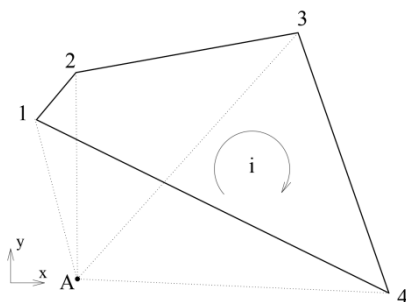


Figure 4 – The basic loop

The compatibility equation of the basic loop i for the deformation should be expressed as below:

$$e_{12} + e_{23} + e_{34} - e_{14} = 0. \quad (30)$$

Step 2. Determine the flexibility matrix of the element-rod Λ_i .

Step 3. Construct the flexibility block diagonal matrix:

$$\Lambda = \text{diag}(\Lambda_i). \quad (31)$$

Step 4. Establish the compatibility matrix B_i .

For the basic loop with two hinges:

$$B_i = [H_2 \quad H_2 \quad H_2 \quad -H_2]. \quad (32)$$

The basic loop with one hinge has

$$B_i = [H_1 \quad H_1 \quad H_1 \quad -H_1], \quad (33)$$

and the basic loop does not contain the hinge:

$$B_i = [I_3 \quad I_3 \quad I_3 \quad -I_3], \quad (34)$$

where I_3 - the identity matrix 3×3 .

Step 5. Complete the flexibility matrix of the framed structure:

$$L_i = B_i \Lambda B_i^T. \quad (35)$$

Step 6. Solve the system of equations:

$$L_i X_i = -B_i e_o, \quad (36)$$

where X_i - the redundant forces of the basic loops, e_o - the initial deformation of the rod system.

Step 7. Compute the resultant system:

$$\sigma_i = B_i^T X_i. \quad (37)$$

3.Results and Discussion

The results of the loop resultant method are illustrated by numerical examples on different ways of the combination of loops. Here we investigate the following:

First, we consider the triangular and square loops.

Second, we study how to extend the rod system.

The presented algorithm is applied to find bending moments for the following structures.

The element-rod of the structures has a square cross section with the depth $h = 0.2$ and length $L = 2$, the Young's modulus $E = 3 \times 10^{10}$ (Pa), the temperature loads $t_1 = 15^\circ\text{C}$, $t_2 = 5^\circ\text{C}$ and the coefficient of linear thermal expansion $\alpha = 10^{-5}$ ($^\circ\text{C}^{-1}$).

Consider an element-rod subjected to the temperature load. The axial deformation of an element-rod i can be expressed as

$$\Delta_i = L \cdot t \cdot \alpha, \quad (38)$$

where t - average cross section temperature.

The bending deformation of an element-rod i can be written as

$$\theta_i = L \cdot \tau \cdot \alpha, \quad (39)$$

where τ - temperature gradient over the depth.

The temperature load on each element-rod can be expressed in matrix form as below:

$$T = [\Delta_1 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \Delta_2 \quad \dots \quad \Delta_n \quad \theta_n]. \quad (40)$$

The basic loops (see Fig. 5).

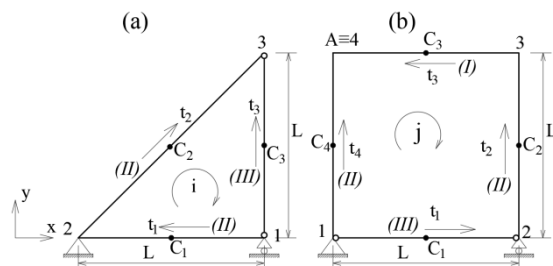


Figure 5 – Various types of loops: (a) the triangular loop, (b) the square loop

Compatibility matrices of basic loops i and j : $B_i = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad -1]_{(1 \times 5)}$ and $B_j = [-1 \quad -1 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 2 \quad 1 \quad 0]_{(1 \times 8)}$.

The temperature loads of element-rod 1 (Loop i) and element-rod 2 (Loop j): $T_i = [\Delta_1 \quad \theta_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]_{(1 \times 5)}$ and $T_j = [0 \quad \theta_2 \quad \Delta_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]_{(1 \times 8)}$.

The results of basic loops are shown in table 1.

Table 1 – The result of bending moments of loops i and j

No	The bending moment, N·m	
	Loop i	Loop j
1s	0.00	0.00
1e	+1242.0	0.00
2s	-1242.0	0.00
2e,3s,3e	0.00	+600.0
4s	...	0.00
4e	...	-600.0

Note: The numbers 1, 2, 3 and 4 describe the ordinal number of the element-rod, the value of the bending moment at the start and end nodes of the element-rod denoted by “s” and “e”.

The combination of triangular loops (see Fig. 6).

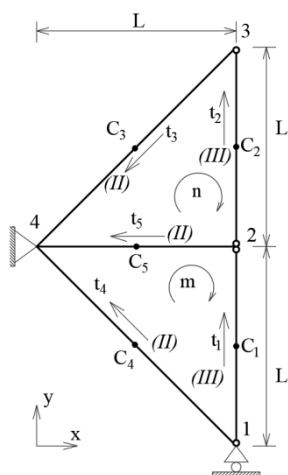


Figure 6 – The plane frame: 5 element-rods

The compatibility matrix: $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(2 \times 8)}$.

The flexibility matrix of the rod system: $L = 10^{-6} \begin{bmatrix} 1.61 & -0.67 \\ (sym.) & 1.61 \end{bmatrix}_{(2 \times 2)}$.

The temperature load of element-rod 5: $T_5 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \Delta_5 \ \theta_5]_{(1 \times 8)}$.

Table 2 – The result of bending moments of the plane frame: 5 element-rods

No	The bending moment, N·m
1s,1e,2s,2e,3s	0.00
3e,4s	-878.679
4e,5s	0.00
5e	+1757.35

The combination of triangular and square loops (see Fig. 7).

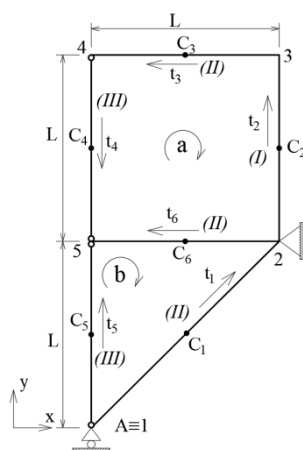


Figure 7 – The plane frame: 6 element-rods

The compatibility matrix: $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{(2 \times 11)}$.

The flexibility matrix of the rod system: $L = 10^{-6} \begin{bmatrix} 1.61 & 0.67 \\ (sym.) & 3.33 \end{bmatrix}_{(2 \times 2)}$.

The temperature load of element-rod 3 (Case 1):

$$T_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \Delta_3 \ \theta_3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]_{(1 \times 11)}.$$

The temperature load of element-rod 6 (Case 2):

$$T_6 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \Delta_6 \ \theta_6]_{(1 \times 11)}.$$

The temperature load of element-rods 3 and 6 (Case 3):

$$T_{3,6} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \Delta_3 \ \theta_3 \ 0 \ 0 \ \Delta_6 \ \theta_6]_{(1 \times 11)}.$$

Table 3 – The result of bending moments of the plane frame: 6 element-rods

No.	The bending moment, N·m		
	Case 1	Case 2	Case 3
1s	0.00	0.00	0.00
1e	-270.97	-1083.90	-1354.88
2s,2e,3s	+654.19	-383.218	+270.976
3e,4s,4e,5s,5e	0.00	0.00	0.00
6s	-383.21	+1467.12	+1083.90
6e	0.00	0.00	0.00

The combination of square loops (see Fig. 8).

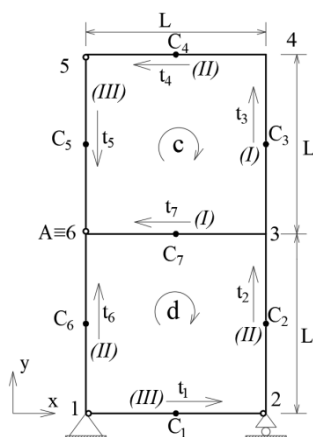


Figure 8 – The plane frame: 7 element-rods

The compatibility matrix:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{(2 \times 14)}.$$

The flexibility matrix of the rod system: $L = 10^{-6} \begin{bmatrix} 3.33 & 0.67 \\ (\text{sym.}) & 3.33 \end{bmatrix}_{(2 \times 2)}.$

The temperature load of element-rod 2 (Case 1):

$$T_2 = [0 \quad \theta_2 \quad \Delta_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]_{(1 \times 14)}.$$

The temperature load of element-rod 6 (Case 2):

$$T_6 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \theta_6 \quad \Delta_6 \quad 0 \quad 0 \quad 0]_{(1 \times 14)}.$$

The temperature load of element-rods 2 and 4 (Case 3):

$$T_{2,4} = [0 \quad \theta_2 \quad \Delta_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \Delta_4 \quad \theta_4 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]_{(1 \times 14)}.$$

The temperature load of element-rods 2, 3 and 6 (Case 4):

$$T_{2,3,6} = [0 \quad \theta_2 \quad \Delta_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \Delta_3 \quad \theta_3 \quad 0 \quad \theta_6 \quad \Delta_6 \quad 0 \quad 0 \quad 0]_{(1 \times 14)}.$$

Table 4 – The result of bending moments of the plane frame: 7 element-rods

№	The bending moment, N·m			
	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
1s,1e,2s	0.00	0.00	0.00	0.00
2e	+659.34	-659.34	+857.14	+197.80
3s,3e,4s	+197.80	-197.84	+857.14	+659.34
4e,5s,5e	0.00	0.00	0.00	0.00
6s	-659.34	+659.34	-857.14	-197.80
6e	0.00	0.00	0.00	0.00
7s	+461.53	-461.53	0.00	-461.53
7e	+659.34	-659.34	+857.14	+197.80

4. Conclusions

The finite element force method employs a basic idea from the loop resultant method. In this work:

1. the expression of element flexibility matrix is given for any coordinate system;
2. it is shown how to build the compatibility matrix for any loops with or without hinges;

3. an algorithm for constructing the system flexibility matrix is proposed, which makes it easy to program the force method. The examples are studied to illustrate the capability of the loop resultant models for structural design and analysis. In the future, this approach will be extended to carry out dynamic responses and stability problems based on the structure flexibility matrix for the rod systems.

REFERENCES

1. Koohestani K. An orthogonal self-stress matrix for efficient analysis of cyclically symmetric space truss structures via force method. *International Journal of Solids and Structures*. 2011. Vol. 48. Pp. 227-233. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2010.09.023
2. Sedaghati R., Esmailzadeh E. Optimum design of structures with stress and displacement constraints using the force method. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2003. Vol. 45. Pp. 1369-1389. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2003.10.001
3. Kaveh A., Rahami H. Nonlinear analysis and optimal design of structures via force method and genetic algorithm. *Computers and Structures*. 2006. Vol. 84. Pp. 770-778. doi: 10.1016/j.compstruc.2006.02.004
4. Patnaik N., Coroneos M., Hopkins A. Recent advances in the method of forces: integrated force method of structural analysis. *Advances in Engineering Software*. 1998. Vol. 29. Pp. 463-474. doi: 10.1016/S0965-9978(97)00070-7
5. Wang Y., Senatore G. Extended integrated force method for the analysis of prestress-stable statically and kinematically indeterminate structures. *International Journal of Solids and Structures*. 2020. Vol. 202. Pp. 798-815. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2020.05.029
6. Kaveh A., Massoudi M.S. Recent Advances in the Finite Element Force Method. In: B.H.V. Topping and P. Iványi (eds) "Computational Methods for Engineering Technology". Saxe-Coburg Publications, Stirlingshire, UK, Chapter 12. 2014. Pp. 305-324.
7. Kaveh A. Computational Structural Analysis and Finite Element Methods. Springer International Publishing Switzerland. 2014. 432 p.
8. Singh A., Yang F., Sedaghati R. Design optimization of stiffened panels using finite element integrated force method. *Engineering Structures*. 2018. Vol. 159. Pp. 99-109. doi: 10.1016/j.engstruct.2017.12.040
9. Chen J.T., Chung I.L. Computation of dynamic stiffness and flexibility for arbitrarily shaped two-dimensional membranes. *Structural Engineering and Mechanics*. 2002. Vol. 13. Pp. 437-453. doi: 10.12989/sem.2002.13.4.437
10. Allahvirdizadeh R., Attarnejad R., Rashednia R., Mehdipanah A. Combining Integrated Force Method and Basic Displacement Functions to Solve Nonprismatic Beams. 9th International Congress on Civil Engineering, Isfahan University of Technology (IUT), Isfahan, Iran. 2012. 8 p.
11. Jakka N. A Force based Finite Element Method with Automated identification of the Redundant Forces. *International Journal of Scientific & Engineering Research*. 2020. Vol. 11. Pp. 904-921.
12. Peng Y., Guo Q., Zhang Z., Shan Y. Application of Base Force Element Method on Complementary Energy Principle to Rock Mechanics Problems. *Mathematical Problems in Engineering*. 2014. Vol. 1015. 16 p. doi: 10.1155/2015/292809
13. Kaveh A., Rahami H., Shojaei I. Swift Analysis of Civil Engineering Structures Using Graph Theory Methods. Springer Nature Switzerland AG. 2020. 302 p.
14. Meleshko V. A. Software complexes and new approaches to non-linear analysis of framed structures. *SHS Web of Conferences*. 2018. Vol. 44. 10 p. doi: 10.1051/shsconf/20184400061
15. Meleshko V.A., Rutman Y.L. Generalized Flexibility Method by the Example of Plane Elastoplastic Problem. *Procedia Structural Integrity*. 2017. Vol. 6. Pp. 140-145.
16. Biglari A., Harrison P., Bicanic N. Quasi-hinge beam element implemented within the hybrid force-based method. *Computers & Structures*. 2014. Vol. 137. Pp. 31-46. doi: 10.1016/j.compstruc.2013.10.016
17. Barham W.S., Aref A.J., Dargush G.F. Development of the large increment method for elastic perfectly plastic analysis of plane frame structures under monotonic loading. *International Journal of Solids and Structures*. 2005. Vol. 42. Pp. 6586-6609. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2005.06.020
18. Lalin V.V., Ngo H.H. The loop resultant method for static structural analysis. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022. Vol. 18. Pp. 72-81. doi: 10.22337/2587-9618-2021-18-1-72-81

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Koohestani K. An orthogonal self-stress matrix for efficient analysis of cyclically symmetric space truss structures via force method // *International Journal of Solids and Structures*. 2011. № 48. С. 227-233.
2. Sedaghati R., Esmailzadeh E. Optimum design of structures with stress and displacement constraints using the force method // *International Journal of Mechanical Sciences*. 2003. № 45. С. 1369-1389.

3. Kaveh A., Rahami H. Nonlinear analysis and optimal design of structures via force method and genetic algorithm // *Computers and Structures*. 2006. № 84. С. 770-778.
4. Patnaik N., Coroneos M., Hopkins A. Recent advances in the method of forces: integrated force method of structural analysis // *Advances in Engineering Software*. 1998. № 29. С. 463-474.
5. Wang Y., Senatore G. Extended integrated force method for the analysis of prestress-stable statically and kinematically indeterminate structures // *International Journal of Solids and Structures*. 2020. № 202. С. 798-815.
6. Kaveh A., Massoudi M.S. Recent Advances in the Finite Element Force Method. In: B.H.V. Topping and P. Iványi (eds) "Computational Methods for Engineering Technology". Saxe-Coburg Publications, Stirlingshire, UK, Chapter 12. 2014. С. 305-324.
7. Kaveh A. *Computational Structural Analysis and Finite Element Methods*. Springer International Publishing Switzerland. 2014. 432 c.
8. Singh A., Yang F., Sedaghati R. Design optimization of stiffened panels using finite element integrated force method // *Engineering Structures*. 2018. № 159. С. 99-109.
9. Chen J.T., Chung I.L. Computation of dynamic stiffness and flexibility for arbitrarily shaped two-dimensional membranes // *Structural Engineering and Mechanics*. 2002. № 13. С. 437-453.
10. Allahvirdizadeh R., Attarnejad R., Rashednia R., Mehdipanah A. Combining Integrated Force Method and Basic Displacement Functions to Solve Nonprismatic Beams // 9th International Congress on Civil Engineering, Isfahan University of Technology (IUT), Isfahan, Iran. 2012. 8 c.
11. Jakka N. A Force based Finite Element Method with Automated identification of the Redundant Forces // *International Journal of Scientific & Engineering Research*. 2020. № 11. С. 904-921.
12. Peng Y., Guo Q., Zhang Z., Shan Y. Application of Base Force Element Method on Complementary Energy Principle to Rock Mechanics Problems // *Mathematical Problems in Engineering*. 2014. № 1015. 16 c.
13. Kaveh A., Rahami H., Shojaei I. *Swift Analysis of Civil Engineering Structures Using Graph Theory Methods*. Springer Nature Switzerland AG. 2020. 302 c.
14. Meleshko V. A. Software complexes and new approaches to non-linear analysis of framed structures // *SHS Web of Conferences*. 2018. № 44. 10 c.
15. Meleshko V.A., Rutman Y.L. Generalized Flexibility Method by the Example of Plane Elastoplastic Problem // *Procedia Structural Integrity*. 2017. № 6. С. 140-145.
16. Biglari A., Harrison P., Bicanic N. Quasi-hinge beam element implemented within the hybrid force-based method // *Computers & Structures*. 2014. № 137. С. 31-46.
17. Barham W.S., Aref A.J., Dargush G.F. Development of the large increment method for elastic perfectly plastic analysis of plane frame structures under monotonic loading // *International Journal of Solids and Structures*. 2005. № 42. С. 6586-6609.
18. Lalin V.V., Ngo H.H. The loop resultant method for static structural analysis // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022. № 18. С. 72-81.

Information about the authors

Vladimir Vladimirovich L.

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia
 doctor of technical sciences, professor of the Higher School of Industrial, Civil and Road Construction of the Institute of Civil Engineering
 E-mail: vllalin@yandex.ru

Irina Igorevna L.

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia
 senior lecturer of the Higher School of Industrial, Civil and Road Construction of the Institute of Civil Engineering
 E-mail: i.lalina@yandex.ru

Huu Hieu N.

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia
 post-graduate student of the Higher School of Industrial, Civil and Road Construction of the Institute of Civil Engineering
 E-mail: hieupolytech1993@gmail.com

Tran Minh Dat L.

University of Science and Technology - The University of Da Nang (DUT-UD), Danang, Vietnam
 PhD of the department of Hydraulic Structures Construction
 E-mail: lmmdat@dut.udn.vn

Информация об авторах

Лалин Владимир Владимирович

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
д-р техн. наук, проф. Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства
E-mail: vllalin@yandex.ru

Лалина Ирина Игоревна

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
старший преподаватель Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства
E-mail: i.lalina@yandex.ru

Нго Хыу Хиеу

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
аспирант Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства
E-mail: hieupolytech1993@gmail.com

Ле Чан Минь Дат

Университет науки и технологий – Университет Дананга (ДУТ-УД), Дананг, Вьетнам
канд. техн. наук кафедры строительства гидротехнических сооружений
E-mail: ltmdat@dut.udn.vn

М.Ю. ТРОШИН¹, А.В. ТУРКОВ¹¹Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, г. Орел, Россия

ВЗАИМОСВЯЗЬ МАКСИМАЛЬНОГО ПРОГИБА И ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛИТЕ ИЗ ДПК ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ВЕЛИЧИНЕ ЗАЗОРОВ В ПОПЕРЕЧНОМ СЛОЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Аннотация. Древесина перекрестноклееная (ДПК) является современным многослойным материалом с высокой несущей способностью, которая позволяет возводить многоэтажные здания из деревянных конструкций. В настоящем исследовании была изучена взаимосвязь максимального прогиба и частоты собственных колебаний в 3-х слойной плите из ДПК при переменной величине зазоров в среднем поперечном слое при разных граничных условиях. Исследование выполнено численными методами в вычислительном комплексе SCAD++ методом конечных элементов (МКЭ). Результатом исследования является проверка фундаментальной закономерности для плиты из ДПК с изменяемой величиной зазоров в центральном слое. Данный результат вносит вклад в развитие вибрационного метода контроля качества строительных конструкций с применением плит из ДПК с аналогичными параметрами и количеством слоев.

Ключевые слова: деревянные конструкции, древесина перекрестноклееная, максимальный прогиб, частота собственных колебаний, составная пластина.

M.YU. TROSHIN¹, A.V. TURKOV¹¹Oryol State University named after I.S. Turgenev, Oryol, Russia

RELATIONSHIP OF MAXIMUM DEFLECTIONS AND NATURAL FREQUENCIES VIBRATIONS IN A THREE-LAYER CLT PANEL WITH VARIABLE GAPS IN THE TRANSVERSE LAYER UNDER DIFFERENT BOUNDARY CONDITIONS

Abstract. Cross-laminated timber (CLT) is a modern multilayer material with high load-bearing capacity, which allows the construction of multi-storey buildings made of wooden structures. In the present study, the relationship between the maximum deflection and natural vibration frequency in a 3-layer CLT panel at variable values of gaps in the central transverse layer under different boundary conditions was investigated. The study has been carried out by numerical methods in the SCAD++ computer complex using the finite element method (FEM). The result of the study is the verification of the identified fundamental regularity for a CLT panel with variable gaps in the central layer. This result contributes to the development of a vibration method for quality control of building structures using CLT with similar parameters and number of layers.

Keywords: timber structures, cross-laminated timber, CLT panels, natural frequency, composite plate, dynamic control.

1. Введение

Древесина перекрестноклееная ДПК (на западе CLT) является изготовленной в заводских условиях деревянной многослойной плитой, состоящей нечетного количества накрест склеенных слоев досок. Доски в слоях могут быть как цельные, так и склеены на зубчатый шип, что позволяет делать плиты большой длины (до 18 м) [1]. Перекрестная склейка обеспечивает высокую несущую способность плит, так как древесина обладает анизотропными свойствами, что означает разные упругие характеристики в зависимости от направления волокон [2]. Благодаря этому, данные плиты возможно использовать в несущих конструкциях зданий.

Использование данного материала в современном строительстве позволяет возводить многоэтажные деревянные здания. Кроме того, благодаря заводскому изготовлению плит, обеспечивается высокая скорость возведения зданий. Эти преимущества ДПК способствуют стремительному темпу роста строительства зданий из древесины как в России, так и в остальном мире [3]. В связи с этим, необходимо развитие методов неразрушающего контроля качества строительных конструкций с использованием плит из ДПК. При этом, данный метод должен быть универсальным для различных вариаций геометрических параметров, а также граничных условий плит. Таким методом является вибрационный (динамический) метод контроля.

В работе профессора В.И. Коробко [4] установлена взаимосвязь максимального прогиба W_0 от действия равномерно-распределенной нагрузки q и квадрата частоты собственных колебаний ω для изотропных пластин массой m , выраженная через коэффициент пропорциональности K , являющимся постоянным для различных видов граничных условий:

$$W_0 \cdot \omega^2 = K \frac{q}{m} \quad (1)$$

Данная закономерность была апробирована в ряде исследований различных авторов [5-8], в том числе, для составных пластин. В настоящей статье расчетная схема плиты из ДПК представляет собой составную пластину с ортотропными свойствами слоев, основанную на исследованиях А.Р. Ржаницына и В.В. Филатова [9-11]. В исследованиях [12-15] было исследовано напряженно-деформированное состояние (НДС) плит из древесины перекрестноклееной при различных расчетных схемах и граничных условиях.

Целью настоящего исследования является изучение взаимосвязи максимального прогиба от действия равномерно-распределенной нагрузки и частоты собственных колебаний в 3-хслойной плите из ДПК при переменной величине зазоров в центральном поперечном слое при различных граничных условиях. Подтверждение закономерности (1) вносит вклад в развитие динамических методов контроля качества строительных конструкций и дает возможность применить его для зданий с использованием плит из ДПК с аналогичным видом геометрических параметров слоев.

2. Материалы и методы

Для исследований была создана конечно-элементная схема 3-хслойной плиты из ДПК в вычислительном комплексе SCAD++ длиной 5890 мм, шириной 1140 мм, толщиной слоев 42 мм, шириной досок в слоях 190 мм в виде составной пластины с ортотропными свойствами слоев, общий вид которой изображен на рисунке 1.

Размер плоских конечных элементов составляет 50×50 мм. Слои связаны между собой с помощью элемента «стержень» в SCAD++ с заданной жесткостью $EA=5 \times 10^4$ кН таким образом, что образуют связи двух видов: поперечные, препятствующие сближению слоев друг относительно друга и связи сдвига, препятствующие сдвиговым деформациям слоев относительно друг друга (см. рисунок 2).

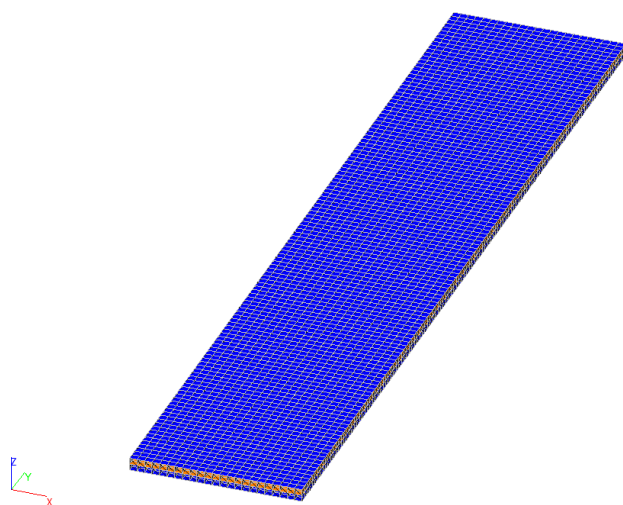


Рисунок 1 – Общий вид расчетной модели плиты из ДПК



Рисунок 2 – Конечно-элементная модель плиты из ДПК

Были исследованы 3 вида граничных условий: шарнирное опирание, жесткое защемление с двух сторон, жесткое защемление с одной стороны и шарнирно-подвижная опора с другой (см. рисунок 3). Статическое нагружение задано равномерно-распределенной нагрузкой на конечные элементы верхнего слоя составной пластины $q=2,85$ кН/м. Для динамического расчета конструкции задан собственный вес, рассчитанный исходя из объемного веса древесины 5 кН/м³.

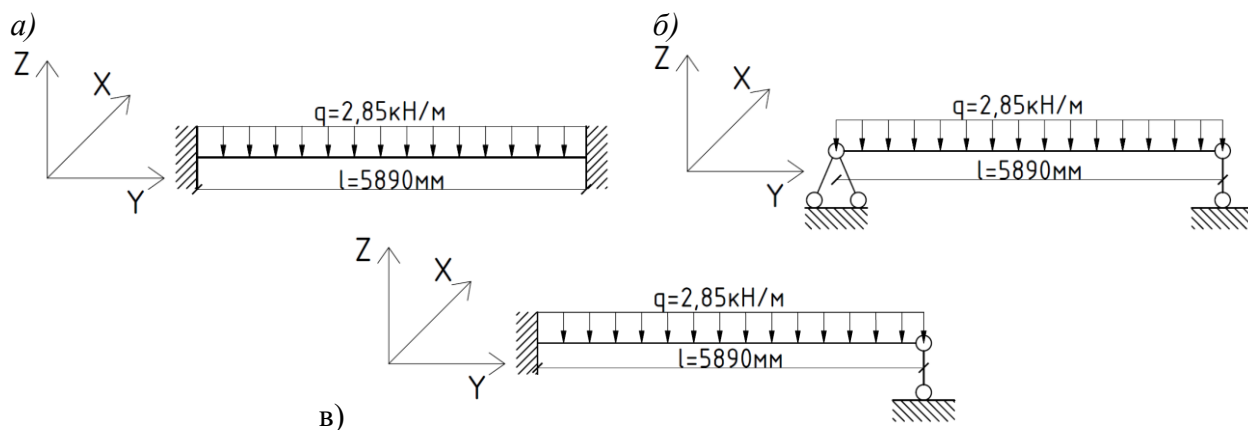


Рисунок 3 – Расчетные схемы трехслойной плиты из ДПК с граничными условиями: а) жесткое защемление; б) шарнирное опирание; в) жесткое защемление с шарниром

Вычислительный комплекс SCAD++ позволяет назначать элементам жесткость вдоль разных осей, поэтому, так как древесина является анизотропным материалом, слоям заданы упругие характеристики, учитывающие анизотропные свойства, значения которых выбраны с учетом российской нормативной документации [16] и приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Упругие характеристики слоев

Направление слоев	E_x , кН/м ²	E_y , кН/м ²	G_{xy} , кН/м ²	ν_{xy}	ν_{yx}
Продольное	4×10^5	1×10^7	5×10^5	0,45	0,018
Поперечное	1×10^7	4×10^5	5×10^5	0,018	0,45

3. Результаты и обсуждение

Исследованы 3-хслойные плиты из ДПК с продольным расположением досок в наружных слоях (слои 1 и 3 по порядковому номеру) с величиной зазоров 0, 50, 100, 150 мм в поперечном слое (2 по порядковому номеру). Был произведен линейный расчет в SCAD++. В таблице 2 отображены значения коэффициента K , полученные аналитическим способом в исследованиях В.И. Коробко для разных типов граничных условий.

Таблица 2 – Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний в 3-хслойной плите из ДПК

K, полученное аналитическим способом при условии опирания:		
Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром
1	2	3
1,28420	1,26835	1,28549

Полученные значения максимальных прогибов и частот собственных колебаний, а также расчетное K занесены в таблицу 3.

Таблица 3 – Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний в 3-хслойной плите из ДПК

Величина зазоров, мм	Максимальный прогиб W_0 (мм) при условии опирания:			Частота собственных колебаний ω (с ⁻¹) при условии опирания:			Погонная масса плиты m (т/м)	Расчетное $K = \frac{W_0 \cdot \omega^2}{q/t}$ при условии опирания:			Отклонение $K_{расч}$ от $K_{аналит}$ (%) при условии опирания:		
	Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром	Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром		Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром	Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	-4,90	-24,46	-10,18	102,22	45,05	70,44	0,0732	1,31473	1,27488	1,29737	2,38	0,52	0,92
50	-4,95	-24,57	-10,25	105,41	46,60	72,78	0,0682	1,31696	1,27757	1,30022	2,55	0,73	1,15
100	-5,02	-24,69	-10,34	107,37	47,68	74,31	0,0649	1,31805	1,27857	1,30098	2,64	0,81	1,21
150	-5,11	-24,75	-10,43	108,43	48,51	75,37	0,0626	1,31923	1,28049	1,30292	2,73	0,96	1,36

По полученным данным были построены графики зависимости частот собственных колебаний и максимальных прогибов от величины зазоров в поперечном слое 3-хслойной плиты из ДПК (см. рисунок 4).

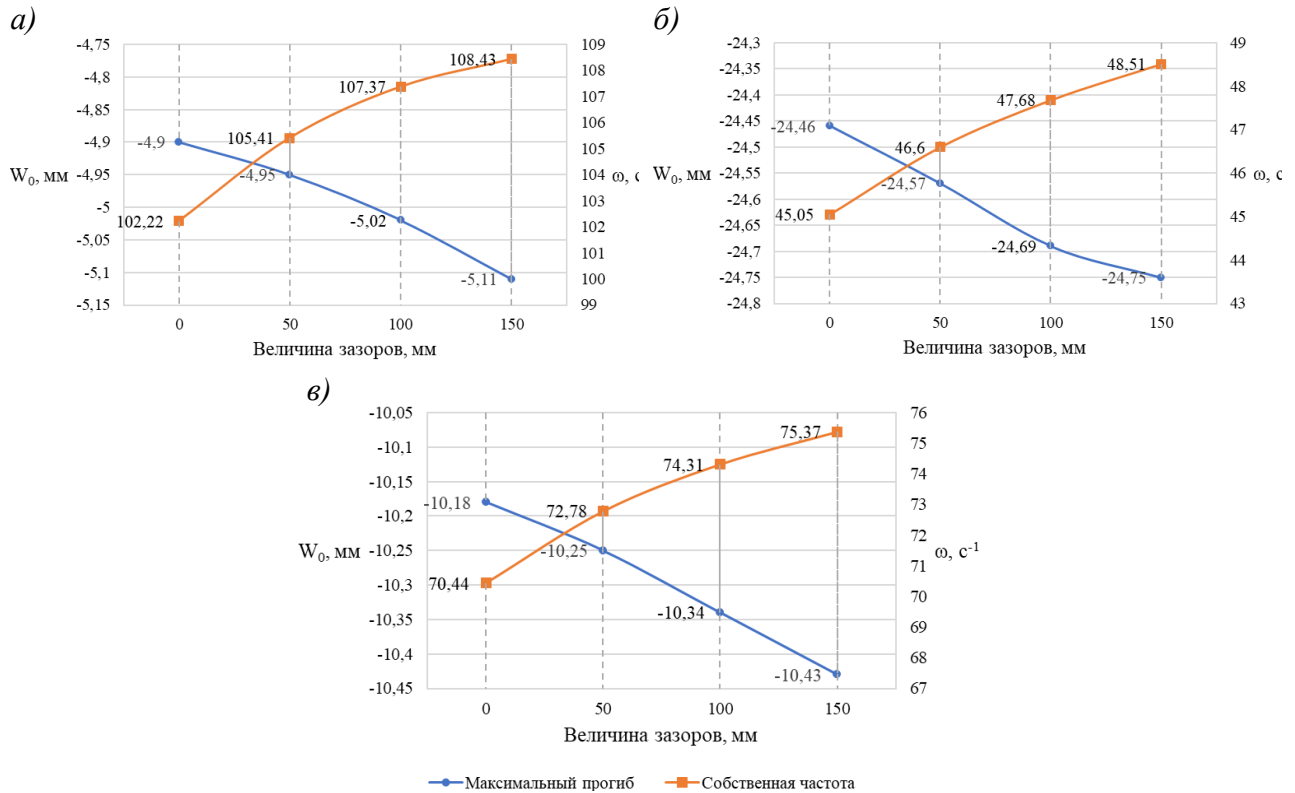


Рисунок 4 – Зависимость частоты собственных колебаний и максимального прогиба от величины зазора в поперечном слое с граничными условиями: а) жесткое защемление; б) шарнирное опирание; в) жесткое защемление с шарниром

Для наглядности был построен график зависимости расчетного коэффициента K от величины зазоров в поперечном слое 3-хслойной плиты из ДПК (см. рисунок 5).

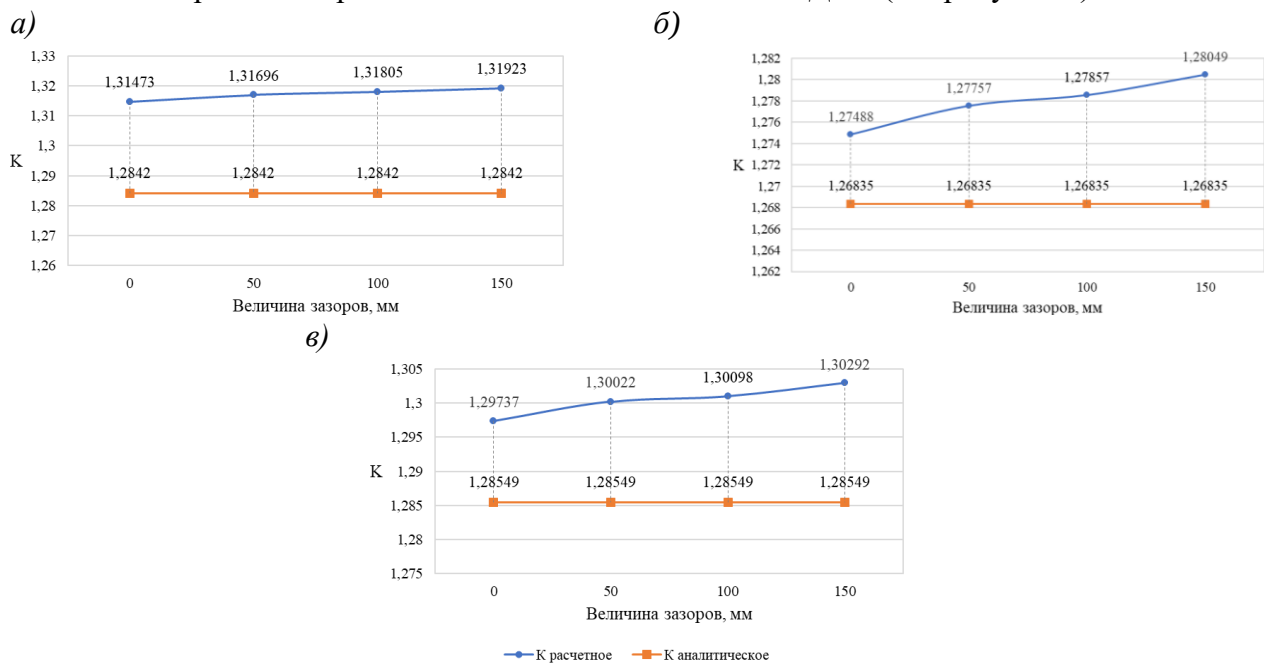


Рисунок 5 – Зависимость расчётного коэффициента K при изменении величины зазоров в поперечном слое с граничными условиями: а) жесткое защемление; б) шарнирное опирание; в) жесткое защемление с шарниром

Из полученных данных следует, что отклонение расчетного коэффициента K от аналитического во всех случаях не превышало 5%, что свидетельствует о применимости закономерности, выведенной В.И. Коробко, для 3-хслойных плит из ДПК с пустотами в центральном слое, смоделированными как составная ортотропная пластина. При этом, наибольшее значение отклонения наблюдается при жестком защемлении плиты с двух сторон. Столь малое отклонение может возникать из-за множества различных причин: заданного комплексом распределения масс в плите с зазорами, округлений переменных в процессе вычисления уравнения В.И. Коробко, высокого порядка системы уравнений расчетной схемы в SCAD++, а также точности рассчитанных значений частоты собственных колебаний и максимального прогиба.

Как правило, частота собственных колебаний и прогиб конструкции обратно пропорциональны, так как зависят от изгибной жесткости конструкции. В данном случае при увеличении зазоров в поперечном слое плиты жесткость изменялась незначительно, что привело к малому увеличению максимального прогиба (разница между при минимальной и максимальной величине зазора <5%). Но также частота собственных колебаний обратно зависит от массы конструкции, которая уменьшилась на ~14%. В связи с этим, в данной конструкции при увеличении зазоров возросли и максимальный прогиб, и частота собственных колебаний, сохранив взаимосвязь, выраженную через коэффициент пропорциональности K .

4. Выводы

По результатам исследования 3-хслойной плиты из древесины перекрестноклееной, на взаимосвязь максимального прогиба и частоты собственных колебаний при переменной толщине зазоров в поперечном слое при различных граничных условиях выявлено, что:

- при увеличении зазора в поперечном слое во всех случаях увеличивался максимальный прогиб и частота собственных колебаний плиты;
- при увеличении величины зазора в поперечном слое незначительно возрастало отклонение расчетного коэффициента K от аналитического, что также подтверждает установленную закономерность для данного вида изменения геометрии конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ Р 56706-2022. Плиты из перекрестноклееной древесины. Общие технические условия.
2. Ашкенази Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов. М.: Лесная промышленность, 1978. 224 с.
3. Современные строительные материалы из древесины // URL: <https://lesprominform.ru/articles.html?id=5080> (дата обращения: 14.05.2024).
4. Коробко В.И. Об одной "замечательной" закономерности в теории упругих пластинок // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1989. № 11. С. 32-36.
5. Коробко В.И., Бояркина О.В. Взаимосвязь задач поперечного изгиба и свободных колебаний треугольных пластинок // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2007. № 22 (94). С. 24-26.
6. Турков А. В., Марфин К.В., Баженова А.В. Прогибы и частоты собственных колебаний составных многослойных квадратных изотропных пластин с шарнирным опиранием по контуру при изменении жесткости связей сдвига // Строительство и реконструкция. 2019. №4. С. 65-70.
7. Марфин К. В. Взаимосвязь максимальных прогибов и собственных частот поперечных колебаний составных пластин на податливых связях : автореф. дисс. ... канд. тех. наук : 05.23.17 / Марфин Кирилл Васильевич. — Орел, 2015, 20 с.
8. Турков А. В., Марфин К.В., Ветрова О.А. Прогибы и частоты собственных колебаний систем перекрестных ферм на квадратном плане с различными схемами опирания // Промышленное и гражданское строительство. 2018. №11. С. 42-45.
9. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки. – Москва: Стройиздат, 1986. – 316 с.
10. Филатов В.В. Развитие теории и разработка численной методики расчета составных стержней и

пластин. – дисс. ... докт. тех. наук : 05.23.17 / Филатов Владимир Владимирович. – Москва, 2015, 292 с.

11. Филатов В.В. К расчету составных пластин по теории А.Р. Ржаницына. // Труды международной научно-технической конф. «Вычислительная механика деформируемого твердого тела». М.: МИИТ, 2006. Том 2. С. 414-416.
12. Трошин М.Ю., Турков А.В. Влияние шага поперечных слоев на деформативность и распределение напряжений в трехслойных плитах древесины перекрестно-клееной / М.Ю. Трошин, А.В. Турков. // Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, инновации: VII Международная научно-практическая конференция, приуроченная к проведению в Российской Федерации Десятилетия науки и технологий 24-25 ноября 2022 года – Омск, 2022 – С.515-519.
13. Трошин М.Ю., Турков А.В. Влияние шага поперечных слоев на деформативность и распределение напряжений в пятислойных плитах древесины перекрестно-клееной // Строительство и реконструкция. 2023;(3):35-41. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-107-3-35-41>.
14. Трошин М.Ю., Турков А.В. Влияние шага досок в поперечном слое на деформативность и распределение напряжений в трехслойной CLT-панели, смоделированной как составная пластина / М.Ю. Трошин, А.В. Турков. – DOI 10.31660/2782-232X-2023-3-25-32 // Архитектура, строительство, транспорт. – 2023. – № 3. – С. 25-32.
15. Трошин М.Ю., Турков А.В., Заев А.В. Влияние шага досок в поперечном слое на деформативность и распределение напряжений в трехслойной CLT-панели, жестко защемленной с двух сторон // Строительство и реконструкция. 2024;(2):50-58. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2024-112-2-50-58>.
16. СП 64.13330.2017. Деревянные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-25-80.

REFERENCES

1. GOST R 56706-2022. Plity iz perekrestnokleenoj drevesiny. Obshchie tekhnicheskie usloviya. [Cross-laminated wood boards. General technical conditions.] (rus)
2. Ashkenazi E.K. Anizotropiya drevesiny i drevesnykh materialov [Anisotropy of wood and wood materials]. M.: 'Lesnaya promyshlennost' [Forest industry], 1978. 224 p. (rus)
3. Sovremennye stroitel'nye materialy iz drevesiny [Modern wood building materials] // URL: <https://lesprominform.ru/jarticles.html?id=5080> (date of application: 14.05.2024). (rus)
4. Korobko, V.I. Ob odnoy "zamechatel'noy" zakonmernosti v teorii uprugikh plastinok [One "remarkable" regularity in the theory of elastic plates]. *Izv. vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura*. 1989. No 11. Pp. 32-36. (rus)
5. Korobko, V.I., Boyarkina, O.V. Vzaimosvyaz' zadach poperechnogo izgiba i svobodnykh kolebaniy tre-ugol'nykh plastinok [The relationship between the problems of transverse bending and free vibrations of triangular plates]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura*. 2007. No 22 (94). Pp. 24-26. (rus)
6. Turkov A. V., Marfin K.V., Bazhenova A.V. Progiby i chastoty sobstvennykh kolebaniy sostavnykh mnogoslojnykh kvadratnykh izotropnykh plastin s sharnirnym opiraniem po konturu pri izmenenii zhestkosti svyazej sdviga [Deflections and frequencies of natural vibrations of composite multilayer square isotropic plates with articulated support along the contour under changing stiffness of shear bonds]. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2019. No. 4. Pp. 65-70 (rus)
7. Marfin K. V. Vzaimosvyaz' maksimal'nykh progibov i sobstvennykh chastot poperechnykh kolebaniy sostavnykh plastin na podatlivykh svyazyah [Relationship between maximum deflections and natural frequencies of transverse vibrations of composite plates on pliable bonds]: avtoref. diss. ... kand. tekhn. nauk : 05.23.17 / Marfin Kirill Vasil'evich. — Orel, 2015, 20 p. (rus)
8. Turkov A.V., Marfin K.V., Vetrova O.A. Progiby i chastoty sobstvennykh kolebaniy sistem perekrestnykh ferm na kvadratnom plane s razlichnymi skhemami opiraniya [Deflections and frequencies of natural vibrations of cross truss systems on a square plan with different support schemes]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*. 2018. №11. Pp. 42-45. (rus)
9. Rzhantsyn, A.R. Sostavnyye sterzhni i plastinki [Compound rods and plates]. Moscow: Stroyizdat, 1986. 316 p. (rus)
10. Filatov V.V. Razvitie teorii i razrabotka chislennoy metodiki rascheta sostavnykh sterzhney i plastin [Theory development and development of numerical methods for the calculation of composite rods and plates]. – diss. ... dokt. tekhn. nauk : 05.23.17 / Filatov Vladimir Vladimirovich. – Moskva, 2015, 292 p. (rus)
11. Filatov V.V. K raschetu sostavnykh plastin po teorii A.R.Rzhantsyna [Calculation of composite plates according to the theory of A.R.Rzhantsyn]. *Tруды mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konf. "Vychislitel'naya mekhanika deformiruyemogo tverdogo tela"* [Proceedings of the international scientific and technical conf. "Computational mechanics of a deformable solid"]. Moscow: MIIT, 2006. Vol. 2. Pp. 414-416. (rus)
12. Turkov A. V., Troshin, M. Y. The effect of the step of transverse layers on the deformability and stress

distribution in three-layer slabs of cross-laminated timber. Arkhitekturno-stroitel'nyy i dorozhno-transportnyy kompleksy: problemy, perspektivy, innovatsii. Sbornik materialov VII Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, priurochennoy k provedeniyu v Rossiyskoy Federatsii Desyatiletia nauki i tekhnologii, November, 24-25. Omsk, Siberian state automobile and highway university Publ., 2022. 515-519 pp. (rus)

13. Troshin M.Y., Turkov A.V. The effect of the step of transverse layers on the deformability and stress distribution in five-layer slabs of clt-panel. *Building and Reconstruction*. 2023. 3. Pp. 35-41. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-107-3-35-41/>. (rus)

14. Troshin M.Yu., Turkov A.V. The effect of the lamella pitch in the transverse layer on the deformability and stress distribution in a three-layer CLT panel modeled as a composite plate. *Architecture, Construction, Transport*. 2023. (3(105)). Pp. 25-32. DOI 10.31660/2782-232X-2023-3-25-32. (rus)

15. Troshin M.Yu., Turkov A.V., Zaev A.V. The effect of the pitch of the boards in the transverse layer on the deformability and stress distribution in a three-layer CLT panel rigidly clamped on both sides. *Building and Reconstruction*. 2024. No. 2. Pp. 50-58. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2024-112-2-50-58>. (rus)

16. SP 64.13330.2017. Derevyannye konstrukcii. Aktualizirovannaya redakciya SNIp II-25-80. [Wooden structures. Updated edition]. (rus)

Информация об авторах:

Трошин Михаил Юрьевич

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия, аспирант кафедры строительных конструкций и материалов.

E-mail: mtr997@mail.ru

Турков Андрей Викторович

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры строительных конструкций и материалов.

E-mail: aturkov@bk.ru

Information about authors:

Troshin Mikhail Yr.

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Orel, Russia, postgraduate student, of the department of Building Structures and Materials.

E-mail: mtr997@mail.ru

Turkov Andrey V.

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Orel, Russia, doctor of technical sciences, associate professor, professor of the department of Building Structures and Materials.

E-mail: aturkov@bk.ru

В. В. ТУР¹, В. В. НАДОЛЬСКИЙ^{1,2}¹ УО «Брестский государственный технический университет» (БрГТУ), г. Брест, Республика Беларусь² Белорусский национальный технический университет (БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТА ВАРИАЦИИ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ

Аннотация. Надежность (безопасность) проектируемых конструкций обеспечивается использованием расчетного значения несущей способности, установленного с учетом неопределенности (изменчивости, погрешности) несущей способности. Учет неопределенности осуществляется посредством вероятностной модели, которая представляется как закон распределения с входящими в него статистическими параметрами. Наиболее важными и часто используемыми статистическими параметрами являются среднее значение и коэффициент вариации. Определение коэффициента вариации для несущей способности, вычисленной на основе численных моделей (компьютерного моделирования), является важной задачей, так как существующие классические методы не могут быть применены. По этой причине целью данной статьи является развитие и исследование точности методов определения коэффициента вариации несущей способности, вычисленной посредством компьютерного моделирования. Предложенный метод определения коэффициента вариации основан на разложении функции в ряд Тейлора с последующим применением различных схем численного дифференцирования. Верификация выполнена на обобщенных нелинейных моделях несущей способности, для которых можно получить точное решение с помощью метода Монте-Карло. Практическая реализация предложенного метода продемонстрирована на конечно-элементных моделях. В качестве результатов выполненного исследования можно выделить собственно методы определения коэффициента вариации несущей способности, вычисленной посредством компьютерного моделирования, и значения коэффициентов вариации для обобщенных моделей несущей способности тонкостенных элементов с учетом потери местной устойчивости стенки и с последующим включением поясов балки в работу. Наиболее точно оценить значение коэффициента вариации можно с использованием разложения в ряд Тейлора и численного интегрирования по 3 точкам, однако такой метод требует $2N+1$ вычислений, поэтому он может быть рекомендован только для отдельных верификационных задач. В качестве практического метода оценки коэффициента вариации следует использовать разложение в ряд Тейлора и численное интегрирование по 2 точкам (требуется $N+1$ вычислений).

Ключевые слова: коэффициент вариации, расчетное значение, метод конечных элементов (МКЭ), численная модель, компьютерное моделирование, разложение в ряд Тейлора, численное интегрирование.

V. V. TUR¹, V. V. NADOLSKI^{1,2}¹ Brest State Technical University, Brest, Belarus² Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus

METHODS FOR ESTIMATING THE COEFFICIENT OF VARIATION OF THE RESISTANCE IN THE DESIGN OF STRUCTURES BASED ON NONLINEAR FINITE ELEMENT MODELS

Abstract. The reliability (safety) of the designed structures is ensured by using the design value of the bearing capacity, taking into account the uncertainty (variability, error) of the bearing capacity. Uncertainty is taken into account by means of a probabilistic model, which is represented as a distribution law with statistical parameters included in it. The most important and frequently used statistical parameters are the mean value and coefficient of variation.

© Тур А.В., Надольский В.В., 2024

Determining the coefficient of variation for the bearing capacity calculated on the basis of numerical models (computer modeling) is an important task, since existing classical methods cannot be applied. For this reason, the purpose of this article is to develop and study the accuracy of methods for determining the coefficient of variation of the bearing capacity calculated by computer modeling. The proposed method for determining the coefficient of variation is based on the decomposition of the function into a Taylor series, followed by the use of various numerical differentiation schemes. Verification was performed on generalized nonlinear models of load-bearing capacity, for which an exact solution can be obtained using the Monte Carlo method. The practical implementation of the proposed method is demonstrated on finite element models. As the results of the performed research, it is possible to identify the actual methods for determining the coefficient of variation of the bearing capacity calculated by computer modeling, and the values of the coefficients of variation for generalized models of the bearing capacity of thin-walled elements, taking into account the loss of local stability of the web and with the subsequent inclusion of the girder flanges in the work. The value of the coefficient of variation can be most accurately estimated using Taylor series expansion and numerical integration over 3 points, however, this method requires $2N+1$ calculations, therefore it can be recommended only for individual verification tasks. As a practical method for estimating the coefficient of variation, Taylor series expansion and numerical integration by 2 points should be used ($N+1$ calculations are required).

Keywords: coefficient of variation, design value, finite element method (FEM), numerical model, computer modeling, Taylor series expansion, numerical integration.

1. Введение

Надежность (безопасность) проектируемых конструкций обеспечивается использованием расчетного значения несущей способности, установленного с учетом неопределенности (изменчивости, погрешности) базисных переменных, таких как предел текучести и геометрические характеристики, и целевого уровня надежности, выраженного в понятиях вероятности отказа или индекса надежности [1-7]. Учет неопределенности базисных переменных осуществляется посредством вероятностной модели несущей способности, которую применяют в прямых вероятностных расчетах или при калибровке значения коэффициентов надежности [6-8]. Вероятностная модель несущей способности представляется как закон распределения с входящими в него статистическими параметрами [1-3]. Наиболее важными и часто используемыми статистическими параметрами являются среднее значение и коэффициент вариации [6-10].

Определение коэффициента вариации для несущей способности, вычисленной на основе численных моделей (компьютерного моделирования), вызывает сложности, потому что классические методы для определения коэффициента вариации не могут быть применены [8, 11]. Аналитические решения не могут быть реализованы, так как численные модели представлены в неявной форме, что не позволяет установить взаимосвязи между переменными и применить какой-либо из известных законов распределения. Симуляционные решения, например, прямой метод Монте-Карло, при своей методологической простоте, практически не реализуемы, даже в исследовательских целях, из-за объема необходимых вычислений и трудоемкости нелинейного расчета.

С проблемой определения коэффициента вариации несущей способности столкнулись исследователи в области железобетонных конструкций. В этом направлении можно отметить работы [12-18]. Анализ данных работ показывает, что большинство предложений сводится к методу Cervenka V. [19] или его модификациям. Вероятнее всего по этой причине в проект нормативного документа [20] и в проект новой редакции *fib Model Code* [21] для определения коэффициента вариации несущей способности внесен метод Cervenka V. [19]. Целью данной статьи является развитие и исследование точности методов определения коэффициента вариации несущей способности, определенной посредством компьютерного моделирования. При этом сделан акцент на нахождение метода, который обладал бы и простотой для практического применения и обеспечивал бы необходимый уровень надежности.

2. Модели и методы

Сначала критически проанализируем метод, предложенный Cervenka V. [19]. В рамках данного метода коэффициент вариаций для нелинейных численных моделей вычисляется на основании среднего r_m и «условно нормативного» значения r_k несущей способности в предположении логнормального закона распределения:

$$V_{r,1} = \ln(r_m / r_k) / 1.65, \quad (1)$$

При этом «условно нормативное» значение r_k несущей способности вычисляют при подстановке в численную модель нормативных значений базисных переменных X_k , например таких, как прочность бетона на сжатие и прочность арматуры на растяжение. В данном методе введены два допущения. Первое связано с предположением того, что значения несущей способности подчиняются логнормальному распределению. Это предположение является некоего рода договоренностью в научном сообществе, хотя неоднократно данное базовое предположение подвергалось критике [22]. Но, по мнению автора, куда более существенным допущением является то, что при подстановке в модель несущей способности базисных переменных с нормативными значениями X_k в результате получится нормативное (5% квантиль) значение несущей способности r_k . Это, в общем случае, не может быть истиной, исходя из положений теории вероятности и математической статистики [2].

Более универсальный метод можно развить на основе разложения в ряд Тейлора [23]. Наиболее значительным преимуществом оценки коэффициента вариации на основе ряда Тейлора является его универсальность и адаптивность. Точность достигается увеличением количества используемых членов ряда (усечение бесконечного ряда Тейлора) и сложностью схемы дифференцирования для вычисления производных. В инженерных приложениях принято использовать разложение в ряд Тейлора с усечением до линейных терминов (отсечения всех членов выше первого порядка). В этом случае коэффициент вариации можно вычислить следующим образом:

$$V_r = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{dr}{dX_i} \times \sigma_{X_i} \right)^2}, \quad (2)$$

где dr / dX_i – частная производная по базисной переменной X_i ; σ_{X_i} – дисперсия базисной переменной X_i .

Поскольку частные производные в явном виде нельзя получить для численных моделей, их необходимо заменить численными оценками. Простейшей численной оценкой будет одностороннее дифференцирование по двум точкам [23]. В этом случае коэффициент вариации можно вычислить по следующей зависимости:

$$V_{r,2} = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\mu_r - r_{\Delta X_i}}{\Delta X_i} \times \sigma_{X_i} \right)^2}, \quad (3)$$

где μ_r – отклик модели, вычисленный при средних значениях базисных переменных, $r_{\Delta X_i}$ – отклик модели, вычисленный при средних значениях базисных переменных за исключением значения i -й случайной величины, значение которой уменьшено на ΔX_i .

Для применения данной схемы численного дифференцирования понадобится выполнить $n_{sim} = N + 1$ вычислений, где N – количество базисных переменных.

Можно использовать другие схемы дифференцирования. Одной из наиболее перспективных усовершенствованных схем дифференцирования является односторонним дифференцированием по трем точкам. В этом случае коэффициент вариации можно вычислить по следующей зависимости:

$$V_{r,3} = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{3\mu_r - 4r_{\Delta X_i/2} + r_{\Delta X_i}}{\Delta X_i} \times \sigma_{X_i} \right)^2}, \quad (4)$$

где $r_{\Delta X_i/2}$ – отклик модели, вычисленный при средних значения базисных переменных за исключением значения i -й случайной величины, значения которой уменьшены на $\Delta X_i / 2$.

Недостатком такого метода является количество необходимых результатов расчета, которое составит $n_{sim} = 2N + 1$ вычислений. Поэтому данную схему дифференцирования можно рекомендовать для верификационных задач, а в практических целях лучше использовать более простую схему дифференцирования по двум точкам.

Для задания шага приращения базисных переменных авторы статьи [14] предложили параметр размера шага в зависимости от целевого индекса надежности, однако это предложение приводит к проблеме оценки малых квантилей и создает дополнительную вычислительную трудность при анализе предельных состояний с разным уровнем надежности. Следовательно, можно рекомендовать использовать нормативные значения базисных переменных независимо от типа исследуемого предельного состояния. Данная рекомендация согласуется с предложениями [21, 24].

Обратите внимание, что представленный ряд Тейлора подходит для некоррелированных входных случайных величин, поскольку схемы дифференцирования оценивают влияние каждой входной переменной независимо. В случае коррелированных величин необходимо использовать усовершенствованную схему дифференцирования или ряд Тейлора более высокого порядка (например, квадратичный) для точной оценки дисперсии в случае коррелированных входных случайных величин [23].

Можно предложить другой приблизительный способ определения коэффициента вариации. Так как для большинства моделей несущей способности характерна мультипликативная зависимость от предела текучести f_y и геометрической характеристик сечения Z в некоторых степенях:

$$r = k f_y^a Z^b, \quad (5)$$

где k – константа.

Для численной модели степени a и b можно принять на основе теоретических предпосылок или можно вычислить по результатам трех нелинейных расчетов следующим образом:

$$r_{fy,2}/r_{fy,1} = (k f_{y,2}^a Z_1^b) / (k f_{y,1}^a Z_1^b) = (f_{y,2} / f_{y,1})^a \rightarrow a = \log (f_{y,2} / f_{y,1}) (r_{fy,2}/r_{fy,1}) \quad (6)$$

$$r_{Z,2}/r_{Z,1} = (k f_{y,1}^a Z_2^b) / (k f_{y,1}^a Z_1^b) = (Z_2 / Z_1)^b \rightarrow b = \log (Z_2 / Z_1) (r_{Z,2}/r_{Z,1}) \quad (7)$$

В этом случае коэффициент вариации можно вычислить аналитически согласно следующему выражению:

$$V_{r,4} = \frac{1}{\mu_r} \sqrt{\left(\frac{dr}{df_y} \times \sigma_{fy}\right)^2 + \left(\frac{dr}{dZ} \times \sigma_Z\right)^2} = \frac{1}{\mu_r} \sqrt{(K a f_y^{a-1} Z^b \sigma_{fy})^2 + (K f_y^a b Z^{b-1} \sigma_Z)^2} =$$

$$\frac{1}{\mu_r} \sqrt{\left(a \frac{\mu_r}{\mu_{fy}} \sigma_{fy}\right)^2 + \left(b \frac{\mu_r}{\mu_Z} \sigma_Z\right)^2} = [(a V_{fy})^2 + (b V_Z^2)]^{0.5} \quad (8)$$

3. Результаты исследования и их анализ

Сперва продемонстрируем точность и применимость предложенных методов на упрощенных нелинейных зависимостях, для которых можно получить точные решения с помощью симуляционного метода. Используем обобщённые вероятностные модели, предложенные для описания несущей способности тонкостенных балок (балок с гибкими стенками) [8], для которых характерно нелинейное поведение. В качестве точного решения для значения коэффициентов вариации будем считать значения, вычисленные на основании псевдослучайной сгенерированной выборки значений несущей способности $V_{r,0} = V_{r,sim}$. Генерацию выборки осуществим одним из симуляционных методов – прямым методом

Монте-Карло [25-27]. Дополнительно в качестве грубого приближения для модели несущей способности рассмотрим зависимость, выраженную как произведение двух базисных переменных [28, 29], и тогда в этом случае коэффициент вариации вычислим согласно выражению:

$$V_{r,5} = (V_{fy}^2 + V_{tw}^2)^{0.5} \quad (9)$$

Значения коэффициентов вариации, вычисленные для всех вероятностных моделей несущей способности при разных методах представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Оценка коэффициентов вариации для нелинейной модели несущей способности

Вид отказа [8]	1	2	3	4	5	6
$V_{r,0}$	8.1%	5.9%	8.7%	7.0%	12.4%	8.2%
$V_{r,1}$	11.1%	11.1%	11.8%	11.5%	15.5%	12.8%
$V_{r,2}$	8.1%	5.9%	8.5%	6.8%	11.6%	8.1%
$V_{r,3}$	8.1%	5.9%	8.7%	6.8%	12.4%	8.2%
$V_{r,4}$	8.1%	5.1%	8.7%	6.7%	12.0%	8.1%
$V_{r,5}$	8.1%	8.1%	8.1%	8.1%	8.1%	8.1%

Из анализа видно, что наиболее подходящим с точки зрения точности и простоты реализации является метод, основанный на разложении в ряд Тейлора с производными, аппроксимированными односторонним дифференцированием по двум точкам. Метод, основанный на предложении Cervenka V. [19] для железобетонных конструкций, самый простой, требует всего два вычисления (первое - при средних значениях, второе - при нормативных значениях базисных переменных), но является слишком консервативным, приводит к переоценке коэффициента вариации, что соответствует занижению нормативного значения несущей способности на 10...15%.

В качестве примера реализации предложенного метода для численных моделей рассмотрим поведение стальных тонкостенных элементов, для которых будет характерна нелинейная зависимость перемещения (отклика конструкции) от нагрузки. Для анализа рассмотрим несколько элементов с принципиально разным поведением под нагрузкой (данное разделение, конечно же, является условным, и переход между той или иной диаграммой деформирования для реального конструктивного исполнения не всегда однозначно можно предсказать):

- с существенным изменением жесткости элемента в процессе нагружения;
- без существенного изменения жесткости элемента в процессе нагружения.

Характерным элементом с существенным (выраженным) изменением жесткости (с формированием ранней выраженной стадией изменения схемы работы отсека и дальнейшей значительной закритической стадией работы, порядка 30-35%) является образец 1VPL450, испытанный в работе [30]. Характерным элементом с отсутствием выраженного изменения жесткости элемента (перехода между стадией схемы работы отсека) является образец PG1-2SP1, испытанный в работе [31]. Численные модели созданы согласно рекомендациям [32-34]. Точность численных моделей проанализирована на основании сравнения с экспериментальными данными.

Для рассматриваемых форм отказа базисными переменными будут выступать предел текучести стали стенки f_{yw} и полок f_{yf} , толщина стенки t_w , толщина полки t_f и модуль упругости стали E . Для реализации линейного разложения ряда Тейлора с односторонним дифференцированием по двум точкам выполнено $(N + 1) = 6$ вычислений численных моделей:

- одно - при средних значениях базисных переменных:

$$\mu_r = fea \{ \mu_{xi} \} = fea \{ \mu_{fy,w}, \mu_{fy,f}, \mu_{tw}, \mu_{tf}, \mu_E \} \quad (10)$$

– и пять значений несущей способности $r_{Xi,k}$ со средними значениями базисных переменных, за исключением одной переменной, для которой принято нормативное значение, т.е.:

$$r_{fy,w,k} = fea \{ f_{yw,k}, \mu_{fy,f}, \mu_{tw}, \mu_{tf}, \mu_E \} \quad (11)$$

$$r_{fy,f,k} = fea \{ \mu_{fy,w}, f_{yf,k}, \mu_{tw}, \mu_{tf}, \mu_E \} \quad (12)$$

$$r_{tw,k} = fea \{ \mu_{fy,w}, \mu_{fy,f}, t_{w,k}, \mu_{tf}, \mu_E \} \quad (13)$$

$$r_{tf,k} = fea \{ \mu_{fy,w}, \mu_{fy,f}, \mu_{tw}, t_{f,k}, \mu_E \} \quad (14)$$

$$r_{E,k} = fea \{ \mu_{fy,w}, \mu_{fy,f}, \mu_{tw}, \mu_{tf}, E_k \} \quad (15)$$

Результаты расчетов несущей способности представлены на графике 1. Данный график позволяет также оценить влияние каждой из базисных переменных на поведение элемента. Интересно отметить тот факт, что неопределённость базисных переменных влияет не только на предельное значение несущей способности, но и на поведение элемента. На рисунке видно, что изменение предела текучести и толщины стенки смещают начало изменения работы отсека (включение в работу поясов), а изменение предела текучести и толщины поясов влияют только на наибольшее значение предельной нагрузки, модуль упругости оказывает несущественное влияние на изменчивость поведения и значение предельной нагрузки. Данные результаты хорошо согласуются с теоретическими и экспериментальными исследованиями, что еще раз подтверждает эффективность проектирования на основе численных моделей.

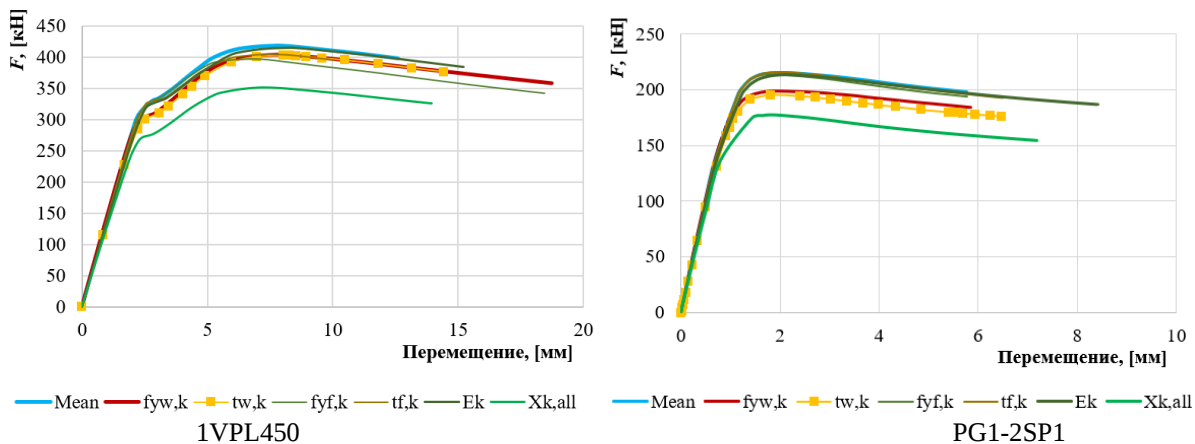


Рисунок 1 – Графики деформирования образцов при разных значениях базисных переменных.

На основании выражения (3) коэффициент вариации будет равен:

$$V_r = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\mu_r - r_{Xi,k}}{\mu_{Xi} - X_{i,k}} \times \sigma_{Xi} \right)^2} = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta_r}{\Delta_{Xi}} \times \sigma_{Xi} \right)^2} \quad (16)$$

На примере предела текучести продемонстрируем как будет представлено выражение в скобках:

$$\frac{\Delta_r}{\Delta_{Xi}} \times \sigma_{Xi} = \frac{\mu_r - r_{fy,w,k}}{\mu_{fy,w} - f_{y,w,k}} \times \sigma_{fy,w} \quad (17)$$

Средние значения базисных переменных приняты равными измеренным значениям переменных в процессе эксперимента. Среднее значение μ_r несущей способности, вычисленное при средних значения переменных, для образца 1VPL450 равно 419.2 кН, а для образца PG1-2SP1 - 215.7 кН. Коэффициенты вариации переменных приняты согласно [8] [29]. В таблице 2 представлены промежуточные вычисления, необходимые для определения результирующего коэффициента вариации несущей способности. Последний столбец представляет собой степень влияния каждой переменной на общую изменчивость несущей

способности. Для образца 1VPL450 с существенным изменением жесткости элемента в процессе нагружения на результирующую изменчивость оказывает влияние предел текучести и толщина как стенки, так и полки. Результирующий коэффициент вариации V_r получился 5.2%, что согласуется с вычислениями на упрощенных моделях. Для образца PG1-2SP1 без существенного изменения жесткости элемента в процессе нагружения доминирующее влияние оказывает изменчивость предел текучести и толщина стенки. Результирующий коэффициент вариации получился 7.6%, что также согласуется с вычислениями на упрощенных моделях.

Таблица 2. Вычисление коэффициента вариации для численной модели несущей способности для образца 1VPL450

X_i	μ_{X_i}	V_{X_i}	σ_{X_i}	$X_{i,k}$	$\mu_{X_i}-X_{i,k}$	$r_{X_{i,k}},$ кН	$\mu_r/r_{X_{i,k}}$	$\mu_r-r_{X_{i,k}}$	Δ_r/Δ_{X_i}	$\Delta_r/\Delta_{X_i} \times$ σ_{X_i}
f_{yw} , МПа	325.0	0.07	22.75	289.7	35.3	418.6	1.04	15.22	0.43	9.8
t_w , мм	4.10	0.04	0.164	3.83	0.3	416.3	1.04	17.49	64.83	10.6
f_{yf} , МПа	454.0	0.07	31.78	404.6	49.4	409.9	1.06	23.96	0.49	15.4
t_f , мм	20.65	0.02	0.413	19.97	0.7	420.2	1.03	13.63	20.06	8.3
E , ГПа	210.0	0.03	6.3	199.6	10.4	430.9	1.01	2.92	0.28	1.8

Таблица 3. Вычисление коэффициента вариации для численной модели несущей способности для образца PG1-2SP1

X_i	μ_{X_i}	V_{X_i}	σ_{X_i}	$X_{i,k}$	$\mu_{X_i}-X_{i,k}$	$r_{X_{i,k}},$ кН	$\mu_r/r_{X_{i,k}}$	$\mu_r-r_{X_{i,k}}$	Δ_r/Δ_{X_i}	$\Delta_r/\Delta_{X_i} \times$ σ_{X_i}
f_{yw} , МПа	339	0.07	23.73	302.1	36.9	198.88	1.08	16.790	0.46	10.81
t_w , мм	4.1	0.04	0.164	3.83	0.3	195.63	1.10	20.040	74.28	12.18
f_{yf} , МПа	250	0.07	17.5	222.8	27.2	213.83	1.01	1.840	0.07	1.18
t_f , мм	12.30	0.02	0.246	11.90	0.4	215.79	1.00	-0.120	-0.30	-0.07
E , ГПа	210	0.03	6.3	199.6	10.4	213.56	1.01	2.110	0.20	1.28

Для реализации метода, предложенного Cervenka V., вычислена несущая способность при всех базисных переменных, принятых с нормативными значениями $r_{X,all,k} = fea \{ f_{yw,k}, f_{yf,k}, t_{w,k}, t_{f,k}, E_k \}$. При использовании данного метода коэффициент вариации V_r для образца 1VPL450 составил 10.7%, а для образца PG1-2SP1 – 11.8%, что существенно больше по сравнению с предложенными в статье методами.

4.Выводы

В статье выполнен критический анализ метода Cervenka V. для оценки коэффициента вариации несущей способности, вычисленной посредством компьютерного моделирования, и показана его несостоятельность в теоретическом и практическом плане для стальных конструкций. Также в статье развит и продемонстрирован метод определения коэффициента вариации, основанный на разложении функции в ряд Тейлора с последующим применением различных схем численного дифференцирования. Предложенный метод верифицирован на обобщенных нелинейных моделях несущей способности, для которых точное решение получено с помощью симуляционного метода Монте-Карло. Практическая реализация предложенного метода продемонстрирована на численных моделях тонкостенных элементов с принципиально разными схемами деформирования.

На основании выполненного исследования можно сделать следующие выводы:

– наиболее точно оценить значение коэффициента вариации можно с использованием разложения в ряд Тейлора и численного интегрирования по 3 точкам, однако такой метод требует $2N+1$ вычислений, поэтому он может быть рекомендован только для отдельных верификационных задач;

– в качестве практического метода оценки коэффициента вариации следует использовать разложение в ряд Тейлора и численное интегрирование по 2 точкам (требуется определить $N+1$). Данный метод позволяет получить значения коэффициентов вариации с точностью до 5%, что при значениях коэффициентов вариации несущей способности в пределах 5-10% практически не сказывается на конечном результате, для более высокой изменчивости несущей способности необходимо этот фактор учитывать;

– для стальных конструкций в большинстве ситуаций доминирующее влияние оказывает предел текучести. Для рассмотренных более сложных моделей необходимо учитывать изменчивость предела текучести и толщин проката (стенки и полки) в качестве случайных величин;

– прельщающая своей простотой (требуется только два вычисления) оценка коэффициента вариации по методике, предложенной Cervenka V., существенно завышает значение коэффициента вариации несущей способности. Основная ошибка возникает из-за предпосылки, что при подстановке нормативных значений базисных переменных в модель несущей способности получается 5% квантиль распределения несущей способности. Поэтому этот метод можно рекомендовать только в качестве альтернативного консервативного приближения;

– также заслуживает внимания тот факт, что неопределённость базисных переменных влияет не только на значение несущей способности, но и на поведение элемента (на вид графика деформирования).

В качестве перспективных направлений исследований следует отметить возможность применения полученных результатов для анализа коэффициентов вариации систем, так как рассмотренные виды напряженного состояния демонстрируют системные эффекты, такие как трансформацию схемы работы с последующим перераспределением усилий. Также полученные результаты направлены на развитие формата безопасности конструкций, проектируемых на основе численных моделей (компьютерного моделирования).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. Москва : Стройиздат, 1978. 239 с.
2. Болотин, В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. Москва : Стройиздат, 1982. 351 с.
3. Райзер, В.Д. Развитие теории надежности и совершенствование норм проектирования // Строительная механика и расчет сооружений. 1983. № 5. С. 1-4.
4. Pichugin S., Zyma O. Method for reliability estimation of the main pipeline steelwork structure // Metal Constructions. 2014. Vol. 20. No 2. P. 77-87.
5. Пичугин С.Ф. Оценка надежности элементов стальных конструкций // Металлические конструкции. 2008. Т. 14. № 4. С. 227-236.
6. Тур В.В., Надольский В.В. Калибровка значений частных коэффициентов для проверок предельных состояний несущей способности стальных конструкций для условий Республики Беларусь. Часть 1 // Строительство и реконструкция. 2016. №4 (66) С.73-84.
7. Тур В.В., Надольский В.В. Калибровка значений частных коэффициентов для проверок предельных состояний несущей способности стальных конструкций для условий Республики Беларусь. Часть 2 // Строительство и реконструкция. 2016. №5 (67). С.69-75.
8. Надольский В.В. Коэффициенты надежности для нелинейных моделей несущей способности балок с гибкой стенкой // Вестник МГСУ. 2023. Т. 18. Вып. 6. С. 852–863. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.6.852-863.
9. Володарский В. А. Определение параметров распределений по коэффициенту вариации // Методы менеджмента качества. 2016. № 7. С. 50-53.

10. Надольский В.В. Статистические характеристики погрешности численных моделей несущей способности для стальных элементов // Строительство и реконструкция. 2023. №3 (107). С.17-34. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-107-3-17-34».
11. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. Москва : Мир, 1969. 395 с.
12. Cervenka V. Global safety format for nonlinear calculation of reinforced concrete. // Betonund Stahlbetonbau. 2008. Vol. 103. P. 37–42.
13. Cervenka V. Global safety formats in fib Model Code 2010 for design of concrete structures. // Proceedings of the 11th Probabilistic Workshop, Brno. 2013. Corpus ID: 215762212.
14. Schlune H., Plos M. Safety Format for the non-linear analysis of Concrete Structures // Engineering Structures. 2011. Vol. 33(8). DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.05.029
15. Shlune H., Gylltoft K., Plos M. Safety format for non-linear analysis of concrete structures // Magazine of Concrete Research. 2012. Vol. 64(7). Pp. 563–74.
16. Lorenzo D., Ilario V., Mancini G. Global safety format for non-linear analysis of reinforced concrete structures // Structural Concrete. 2013. Vol. 14(1). P.29–42.
17. Sykora M., Markova J., Nadolski V. Application of Semi-Probabilistic Methods to Verification of Series System // Transactions of the VSB - Technical University of Ostrava. 2021. Vol. 21/2. pp. 80-85. Doi: 10.35181/tces-2021-0018.
18. Sykora M., Nadolski V., Novak L., Novak D., Diamantidis D. Pilot comparison of semi-probabilistic methods applied to RC structures with multiple failure modes // Proceedings of fib International Congress 2022. 2022. 10 p. DOI: 10.1002/suco.202270040.
19. Cervenka, V. Reliability – based non-linear analysis according to fib Model Code 2010 // Structures Concrete, Jurnal of fib. 2013. Vol. 14. P. 19–28.
20. CEN. prEN 1992-1-1: Eurocode 2 – Design of concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings. CEN 2021. Brussels.
21. fib Model Code for Concrete Structures 2020 (draft). John Wiley & Sons, Berlin, Heidelberg, draft 2021.
22. Перельмутер А. В., Туп В.В. Готовы ли мы перейти к нелинейному анализу при проектировании? // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2017. Vol. 13. P. 86-102.
23. Novák, L. On taylor series expansion for statistical moments of functions of correlated random variables // Symmetry. 2020. Vol. 12. Paper 1379.
24. fib Bulletin 65, “fib Model Code 2020, draft “. 2021. URL: <https://www.fib-international.org/publications/fib-bulletins/model-code-2010-final-draft,-volume-1-detail.html>
25. Орлов А. И. Метод статистических испытаний в прикладной статистике // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2019. Т. 85. № 5. С. 67-79. DOI 10.26896/1028-6861-2019-85-5-67-79.
26. Лепехина Н.В., Абабий В. Д. Исследование методом Монте-Карло некоторых элементарных физико-химических процессов на поверхности // Известия Томского политехнического университета. 2003. Т. 306. № 4. С. 14-17.
27. Касьянов В.Ф., Сокова С. Д., Калинин В. М. Определение влияния случайных факторов на надежность конструкций методами математической статистики и теории вероятностей // Естественные и технические науки. 2015. № 2(80). С. 138-140.
28. JCSS Probabilistic Model Code // Joint Committee of Structural Safety [Electronic resource]. 2001. URL: <http://www.jcss.ethz.ch>.
29. Надольский В. В., Мартынов Ю.С. Вероятностное моделирование сопротивления стальных элементов // Вестник Полоцкого государственного университета. 2015. № 8. С. 44-49.
30. Flores R. Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads: Doctoral Thesis. Barcelona, Polytechnic University of Catalonia, 2009. 221 p.
31. Roberts T.M., Shahabian F. Combined Shear and Patch Loading of Plate Girders // Journal Structural Engineer ASCE. 2000. Vol. 126. № 3. P. 316-321.
32. Надольский В. В., Подымако В.И. Оценка несущей способности стальной балки методом конечных элементов при совместном действии локальных и сдвиговых усилий // Строительство и реконструкция. 2022. №2 (100) С.26-43.
33. Надольский В.В., Вихляев А.И. Оценка несущей способности балок с гофрированной стенкой методом конечных элементов при действии локальной нагрузки // Вестник МГСУ. 2022. Т. 17. Вып. 6. С. 693–706. DOI: 10.22227/1997-0935.202.
34. Надольский В.В. Параметры численных моделей несущей способности для стальных элементов // Строительство и реконструкция. 2023. № 1(1). С. 43-56. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-105-1-43-56.

REFERENCES

1. Rzhaničyn A. R. Teoriya rascheta stroitel'nyh konstrukcij na nadezhnost' [Theory of calculation of building structures for reliability]. Moskva : Strojizdat, 1978. 239 s.
2. Bolotin, V. V. Metody teorii veroyatnostej i teorii nadezhnosti v raschetah sooruzhenij [Methods of probability theory and reliability theory in calculations of structures]. Moskva : Strojizdat, 1982. 351 s.
3. Rajzer, V.D. Razvitie teorii nadezhnosti i sovershenstvovanie norm proektirovaniya [Development of reliability theory and improvement of design standards] *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij*. 1983. № 5. S. 1-4.
4. Pichugin S., Zyma O. Method for reliability estimation of the main pipeline steelwork structure. *Metal Constructions*. 2014. Vol. 20. No 2. P. 77-87.
5. Pichugin S.F. Ocenka nadezhnosti elementov stal'nyh konstrukcij [Assessment of reliability of elements of steel structures]. *Metallicheskie konstrukcii*. 2008. T. 14. № 4. S. 227-236.
6. Tur V.V., Nadol'skij V.V. Kalibrovka znachenij chastnyh koefficientov dlya proverok predel'nyh sostoyanij nesushchej sposobnosti stal'nyh konstrukcij dlya uslovij Respubliki Belarus'. CHast' 1 [Calibration of the values of partial coefficients for checking the limiting states of the bearing capacity of steel structures for the conditions of the Republic of Belarus. Part 1] *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2016. №4 (66) S.73-84.
7. Tur V.V., Nadol'skij V.V. Kalibrovka znachenij chastnyh koefficientov dlya proverok predel'nyh sostoyanij nesushchej sposobnosti stal'nyh konstrukcij dlya uslovij Respubliki Belarus'. CHast' 2 [Calibration of the values of partial coefficients for checking the limiting states of the bearing capacity of steel structures for the conditions of the Republic of Belarus. Part 2] *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2016. №5 (67). S.69-75.
8. Nadol'skij V.V. Koefficienty nadezhnosti dlya nelinejnyh modelej nesushchej sposobnosti balok s gibkoj stenкой [Reliability coefficients for nonlinear models of load-bearing capacity of beams with a flexible wall]. *Vestnik MGSU*. 2023. T. 18. Vyp. 6. S. 852–863. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.6.852-863.
9. Volodarskij V. A. Opredelenie parametrov raspredelenij po koefficientu variacii [Determination of distribution parameters by coefficient of variation]. *Metody menedzhmenta kachestva*. 2016. № 7. S. 50-53.
10. Nadol'skij V.V. Statisticheskie harakteristiki pogreshnosti chislennyh modelej nesushchej sposobnosti dlya stal'nyh elementov [Statistical characteristics of the error of numerical models of bearing capacity for steel elements] *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2023. №3 (107). S.17-34. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-107-3-17-34».
11. Han G., SHapiro S. Statisticheskie modeli v inženernykh zadachah [Statistical models in engineering problems] Moskva: Mir, 1969. 395 s.
12. Cervenka V. Global safety format for nonlinear calculation of reinforced concrete. *Betonund Stahlbetonbau*. 2008. Vol. 103. P. 37–42.
13. Cervenka V. Global safety formats in fib Model Code 2010 for design of concrete structures. *Proceedings of the 11th Probabilistic Workshop*, Brno. 2013. Corpus ID: 215762212.
14. Schlune H., Plos M. Safety Format for the non-linear analysis of Concrete Structures. *Engineering Structures*. 2011. Vol. 33(8). DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.05.029
15. Shlune H., Gylltoft K., Plos M. Safety format for non-linear analysis of concrete structures. *Magazine of Concrete Research*. 2012. Vol. 64(7). Pp. 563–74.
16. Lorenzo D., Ilario V., Mancini G. Global safety format for non-linear analysis of reinforced concrete structures. *Structural Concrete*. 2013. Vol. 14(1). P.29–42.
17. Sykora M., Markova J., Nadolski V. Application of Semi-Probabilistic Methods to Verification of Series System. *Transactions of the VSB - Technical University of Ostrava*. 2021. Vol. 21/2. pp. 80-85. Doi: 10.35181/tces-2021-0018.
18. Sykora M., Nadolski V., Novak L., Novak D., Diamantidis D. Pilot comparison of semi-probabilistic methods applied to RC structures with multiple failure modes. *Proceedings of fib International Congress 2022*. 2022. 10 p. DOI: 10.1002/suco.202270040.
19. Cervenka, V. Reliability – based non-linear analysis according to fib Model Code 2010. *Structures Concrete, Jurnal of fib*. 2013. Vol. 14. R. 19–28.
20. CEN. prEN 1992-1-1: Eurocode 2 – Design of concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings. CEN 2021. Brussels.
21. fib Model Code for Concrete Structures 2020 (draft). John Wiley & Sons, Berlin, Heidelberg, draft 2021.
22. Perel'muter A. V., Tur V.V. Gotovy li my perejti k nelinejnomu analizu pri proektirovanii? [Are we ready to switch to nonlinear analysis in design?]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2017. Vol. 13. P. 86-102.
23. Novák, L. On taylor series expansion for statistical moments of functions of correlated random variables. *Symmetry*. 2020. Vol. 12. Paper 1379.
24. fib Bulletin 65, “fib Model Code 2020, draft“. 2021. URL: <https://www.fib-international.org/publications/fib-bulletins/model-code-2010-final-draft,-volume-1-detail.html>

25. Orlov A. I. Metod statisticheskikh ispytaniy v prikladnoy statistike [Method of statistical tests in applied statistics] *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*. 2019. T. 85. № 5. S. 67-79. DOI 10.26896/1028-6861-2019-85-5-67-79.
26. Lepekhina N.V., Ababij V. D. Issledovanie metodom Monte-Karlo nekotorykh elementarnykh fiziko-himicheskikh processov na poverhnosti [Monte Carlo investigation of some elementary physical and chemical processes on the surface] *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta*. 2003. T. 306. № 4. S. 14-17.
27. Kas'yanov V.F., Sokova S. D., Kalinin V. M. Opredelenie vliyaniya sluchajnykh faktorov na nadezhnost' konstrukcij metodami matematicheskoy statistiki i teorii veroyatnostey [Determination of the influence of random factors on the reliability of structures by methods of mathematical statistics and probability theory] *Estestvennye i tekhnicheskie nauki*. 2015. № 2(80). S. 138-140.
28. JCSS Probabilistic Model Code // Joint Committee of Structural Safety [Electronic resource]. 2001. URL: <http://www.jcss.ethz.ch>.
29. Nadol'skij V. V., Martynov YU.S. Veroyatnostnoye modelirovaniye soprotivleniya stal'nykh elementov [Probabilistic modeling of resistance of steel elements] *Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta*. 2015. № 8. S. 44-49.
30. Flores R. Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads : Doctoral Thesis. Barcelona, Polytechnic University of Catalonia, 2009. 221 p.
31. Roberts T.M., Shahabian F. Combined Shear and Patch Loading of Plate Girders. *Journal Structural Engineer ASCE*. 2000. Vol. 126. № 3. P. 316-321.
32. Nadol'skij V. V., Podymako V.I. Ocenka nesushchej sposobnosti stal'noj balki metodom konechnykh elementov pri sovmestnom deystvii lokal'nykh i sdvigovykh usilij [Assessment of the bearing capacity of a steel beam by the finite element method under the combined action of local and shear forces] *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2022. №2 (100) S.26-43.
33. Nadol'skij V.V., Vihlyayev A.I. Ocenka nesushchej sposobnosti balok s gofrirovannoy stenкой metodom konechnykh elementov pri deystvii lokal'noj nagruzki [Assessment of the bearing capacity of beams with a corrugated wall by the finite element method under the action of a local load] *Vestnik MGSU*. 2022. T. 17. Vyp. 6. S. 693–706. DOI: 10.22227/1997-0935.202.
34. Nadol'skij V.V. Parametry chislennykh modelej nesushchej sposobnosti dlya stal'nykh elementov [Parameters of numerical models of bearing capacity for steel elements]. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2023. № 1(1). S. 43-56. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-105-1-43-56.

Информация об авторах:

Тур Виктор Владимирович

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Беларусь,
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Технологии бетона и строительных материалов».
E-mail: profturvic@gmail.com

Надольский Виталий Валерьевич

УО «Брестский государственный технический университет» (БрГТУ), г. Брест, Республика Беларусь,
кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Технологии строительного производства»
и доцент кафедры «Строительных конструкций», Белорусский национальный технический университет
(БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь
E-mail: nadolskivv@mail.ru

Information about authors:

Tur Viktor V.

Brest State Technical University, Brest, Belarus,
Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Concrete Technology and Building Materials.
E-mail: profturvic@gmail.com

Nadolski Vitali V.

Brest State Technical University, Brest, Belarus,
candidate of technical science (PhD), docent, associated professor of the department of Building constructions,
and Associate Professor of the Department of Building Structures, Belarusian National Technical University (BNTU),
Minsk, Republic of Belarus
E-mail: nadolskivv@mail.ru

Т.А. МАЦЕЕВИЧ^{1,2}, О.Г. ШКАРПОВА¹, С.Г. САИЯН^{1,2}

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия

²Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН), г. Москва, Россия

УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ КОМБИНИРОВАННЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ И СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Аннотация. Землетрясения вызывают горизонтальные и вертикальные ускорения земной поверхности, что может привести к повороту и изгибу конструкций. Колонны, как элементы строительных конструкций, подвержены воздействию сейсмических сил, что может вызывать их кручение. Также при землетрясениях одной из наиболее серьезных угроз для зданий и сооружений является возможность возникновения пожаров. Поэтому вопросы исследования устойчивости сжатых металлических элементов с кручением при температурном воздействии являются весьма важными для сейсмических районов. В работе получены методики аналитического и численного расчета для определения устойчивости сжатых металлических элементов с кручением при температурном воздействии.

Расчетный анализ проводится на основе методов численного моделирования в программном комплексе ANSYS Mechanical. В качестве испытуемой конструкции разработана модель стальной колонны из двутавра, выполненной из стали С355. Для проведения теплового расчета использовался модуль "Transient Thermal" посредством приложения к обогреваемым поверхностям температурного нагружения, изменяющегося по времени. Нагрев колонны производится по стандартной температурной кривой газовой среды в условиях пожара. Для выполнения аналитического расчета разработаны программы для расчетов в ПК Matlab. Алгоритм аналитического расчета потери устойчивости сжатого элемента при температурном воздействии основан на определении коэффициента снижения модуля упругости и температуры нагрева, соответствующие подобранному промежуточному значению температурного коэффициента снижения предела текучести.

Приведены сравнительные графики изменения критической температуры от действия нагрузки при численном и аналитическом расчете и диаграммы понижения критической силы при температурном воздействии.

Разработаны методики численного и аналитического расчета устойчивости сжатого элемента с кручением при огневом воздействии в ПК Ansys и Matlab.

Ключевые слова: Устойчивость стальных элементов, критическая сила, критическая температура, температурное воздействие, численное моделирование, сейсмическое воздействие, кручение.

T.A. MATSEEVICH^{1,2}, O.G. SHKARPOVA¹, S.G. SAIYAN^{1,2}

¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

²Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, 119526, Moscow, Russia

STABILITY OF COMPRESSED METAL ELEMENTS UNDER COMBINED TEMPERATURE AND SEISMIC EFFECTS

Abstract. Earthquakes cause horizontal and vertical accelerations of the earth's surface, which can lead to the rotation and bending of structures. Columns, as elements of building structures, are subject to seismic forces, which can cause them to twist.

© Мацеевич Т.А., Шкарпова О.Г., Саиян С.Г., 2024

Additionally, one of the most serious threats to buildings and structures during earthquakes is the possibility of fires. Therefore, the issues of studying the stability of compressed metal elements with torsion under temperature effects are very important for seismic regions. The study presents methodologies for analytical and numerical calculations to determine the stability of compressed steel elements and compressed steel elements with torsion under temperature effects.

The calculation analysis is carried out based on numerical simulation methods in the software complex ANSYS Mechanical. A model of a steel column made of S355 steel, designed as a double T-beam, was developed as the test construction. A "Transient Thermal" module type was used for conducting the thermal analysis by applying temperature loading those changes over time to the heated surfaces. The heating of the column is performed according to the standard temperature curve of the gas environment in fire conditions. For analytical calculations, programs were developed for calculations in the PC Matlab. The algorithm for analytically calculating the loss of stability of a compressed element under temperature effects is based on determining the coefficient of reduction of the modulus of elasticity and the heating temperature corresponding to the selected intermediate value of the temperature coefficient of reduced yield strength.

Comparative graphs showing the change in critical temperature due to load action in numerical and analytical calculations, as well as diagrams depicting the decrease in critical force under temperature effects, are provided.

Methodologies for numerical and analytical calculations of the stability of a compressed element with torsion under fire exposure in ANSYS and Matlab have been developed.

Keywords: *Transient Thermal, Eigenvalue Buckling, Stability of steel elements, critical force, critical temperature, torsion, temperature effect, seismic effect, numerical simulation.*

1. Введение

При землетрясении часто наблюдаются разрушения, вызванные потерей устойчивости колонн. Эти разрушения могут проявляться в виде наклонных трещин в угловых несущих элементах зданий. Кручение в колоннах при землетрясениях является одним из типов деформаций, которые могут происходить со зданиями и сооружениями в результате сейсмической активности.

Одной из наиболее серьезных угроз для зданий и сооружений при землетрясениях является возможность возникновения пожаров. Были проведены исследования воздействия на здания сейсмических нагрузок как после, так и до пожара [1-7].

Таким образом, вопросы устойчивости сжатых металлических элементов с кручением при температурном воздействии являются весьма актуальными для сейсмических районов.

В исследованиях [8-11] решены задачи по устойчивости и заkritической работе стержней в упругой среде. Обнаружено, что при большой длине стержня после потери устойчивости дальнейшие его деформации происходят даже при силе меньше критической, т.е. происходит явление хлопка.

В [12] проведено исследование устойчивости стальных сжатых элементов конструкций, проанализированы экспериментальные данные о работе этих элементов и теоретические разработки относительно их расчетов, построены графики коэффициентов продольного изгиба и предложены формулы для определения этих коэффициентов в зависимости от прочности стали. В [13] собраны и проанализированы исследования, связанные с поведением стальных конструкций в условиях сжимающей нагрузки. Выявлены важные аспекты, связанных с эксплуатационными характеристиками стальных конструкций при сжатии: влияние свойств материала, конструктивных конфигураций, условий нагружения и геометрических параметров на поведение стальных конструкций. Также были освещены проблемы и возможности оптимизации прочности, устойчивости и безопасности стальных конструкций при сжимающих нагрузках.

В исследовании [14] изучалось влияние скорости нагружения на прочность и устойчивость сжатых металлических конструкций. Показано, что скорость нагружения оказывает значительное влияние на прочность и устойчивость сжатых металлических

конструкций. Было обнаружено, что более высокие скорости нагружения приводят к увеличению концентрации напряжений, более быстрой деформации и потенциально ускоренному разрушению конструкций.

Обзорная работа [15] была сосредоточена на экспериментальном и численном исследовании прочности и устойчивости скрученных сжатых металлических конструкций. Было подчеркнуто влияние скручивания на реакцию конструкции, характер деформации и механизмы разрушения металлических конструкций, подвергнутых сжатию.

В работе [16] изучалось влияние кручения на прочность и устойчивость сжатых металлических конструкций при различных условиях нагружения. Исследование [17] показало экспериментальные исследования поведения при изгибе и кручении в сжатых металлических конструкциях.

В работе [18] привели результаты экспериментального исследования огнестойкости сжатых стальных конструкций при кручении. Эксперименты показали, что на огнестойкость сжатых стальных конструкций с кручением влияют несколько факторов, включая геометрию конструкции, свойства материала стали и распределение температуры во время пожара. В исследовании подчеркивалось значительное влияние крутильных воздействий на поведение таких конструкций в условиях пожара.

В исследовании [19] проведен численный анализ для изучения устойчивости сжатых металлических конструкций в условиях пожара. Основное внимание было уделено пониманию того, как сжатые металлические конструкции ведут себя при воздействии огня и факторов, влияющих на их устойчивость. С помощью численного анализа исследователи смогли изучить структурную реакцию сжатых металлических конструкций в условиях пожара. Они учитывали такие параметры, как свойства материала, геометрия конструкции и характеристики огнестойкости, чтобы оценить устойчивость конструкций.

В работе [20] авторы исследовали огнестойкость стальных конструкций при одновременном воздействии осевого сжатия и кручения. Целью было изучить, как стальные конструкции реагируют на условия пожара при одновременном воздействии сжатия и кручения. Авторы проанализировали влияние осевого сжатия и кручения на структурную целостность и огнестойкость стальных компонентов.

В работе [21] изучили влияние кручения на огнестойкость сжатых стальных конструкций. В ходе экспериментальных исследований и численного анализа авторы изучили поведение сжатых стальных конструкций, подверженных воздействию крутящих сил при воздействии огня, оценили реакцию конструкции, виды разрушения и огнестойкость стальных компонентов при комбинированных нагрузках.

В данной работе разрабатывается методика численного моделирования для определения устойчивости сжатых стальных элементов при нагреве и учета деформированного состояния сжатых элементов и сжатых с кручением элементов при пожаре.

2. Модели и методы

Рассматривается стальная колонна из двутавра высотой 4 м, выполненная из стали С355 (рисунок 1). Основные характеристики сечения представлены в таблице 1.

Нагрев балки производится согласно стандартной температурной кривой. Для исследования прочности и устойчивости сжатых металлических элементов при температурных воздействиях за исходные данные были взяты экспериментальные данные механических свойств основных строительных сталей при повышенных температурах (таблица 2).

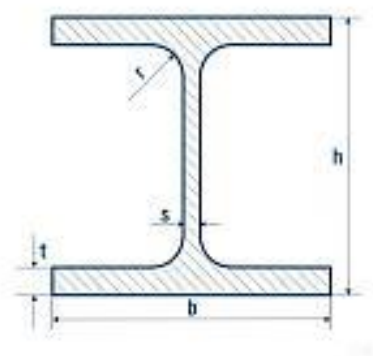


Рисунок 1 – Сечение исследуемой стальной колонны

Таблица 1 – Основные характеристики сечения

Высота h, мм	Ширина b, мм	Толщина полки t, мм	Толщина стенки s, мм	площадь сечения A, см ²	Минимальный момент инерции I _{min} , см ⁴	Максимальный момент инерции I _{max} , см ⁴	Минимальный радиус инерции i _{min} , см
160	160	8	13	54.25	889.4	2492	8

Таблица 2 – Температурные коэффициенты снижения механических свойств строительных сталей

Температура нагрева, °С	Температурный коэффициент снижения предела текучести, γ_t	Температурный коэффициент снижения модуля упругости, γ_e
Стали повышенной прочности С355		
250	1	1
300	0.96	0.84
350	0.92	0.75
400	0.88	0.7
450	0.85	0.65
500	0.81	0.6
550	0.75	0.55
600	0.66	0.46
650	0.53	0.34
700	0.35	0.18

Аналитический расчет температурного коэффициента

Аналитический расчет температурного коэффициента при центральном сжатии

Температурный коэффициент снижения прочности стали с учетом устойчивости элементов сплошного сечения при центральном сжатии силой N по формуле

$$\gamma_t = \frac{N}{AR_{yn}\gamma_{ct}\gamma_{c\varphi_y}}, \quad (1)$$

где, коэффициент условий работы $\gamma_c = 1$, коэффициент условий работы особого предельного состояния $\gamma_{ct} = 1$, модуль упругости $E = 20600 \text{ кН/см}^2$, предел текучести $R_{yn} = 35.5 \text{ кН/см}^2$, φ_u – коэффициент устойчивости при центральном сжатии, значение которого при $\bar{\lambda} \geq 0,6$ следует определять по п. 7.1.3 СП 16.13330.

Аналитический расчет температурного коэффициента при изгибе в плоскости стенки, совпадающей с плоскостью симметрии сечения. Температурный коэффициент снижения прочности стали с учетом устойчивости элементов сплошного сечения при изгибе в плоскости стенки, совпадающей с плоскостью симметрии сечения по формуле

$$\gamma_t = \frac{M}{W \gamma_{ct} \gamma_c \varphi_b}, \quad (2)$$

где, φ_b – коэффициент устойчивости при изгибе, определяемый по приложению Ж СП 16.13330 для балок с опорными сечениями, закрепленными от боковых смещений и поворота.

Численная реализация конечно-элементной модели при температурных и силовых воздействиях

Для задач линейной статики решается следующая система линейных алгебраических уравнений:

$$[K^u] \cdot \{u\} = \{F\}, \quad (3)$$

где, $\{u\}$ – вектор узловых перемещений, $[K^u]$ – глобальная механическая матрица жесткости, определяемая как:

$$[K^u] = \sum_{e=1}^N [K_e^u], \quad (4)$$

где, N – количество элементов, $[K_e^u]$ – элементная матрица механической жесткости.

Для стационарных задач теплопроводности система линейных алгебраических уравнений (3) решается заменой:

глобальной матрицы $[K^u] \rightarrow$ матрицей теплопроводности $[K^t]$;

вектора узловых перемещений $\{u\} \rightarrow$ вектором узловых температур $\{T\}$;

вектора внешней узловой нагрузки $\{F\} \rightarrow$ вектором теплового потока $\{Q\}$.

В матричное уравнении (3) для термомеханической слабосвязанной задачи добавим зависимость глобальной матрицы $[K^u]$ и вектора внешней узловой нагрузки $\{F\}$ от вектора узловых температур $\{T\}$, а также матрицу теплопроводности $[K^t]$ и вектора теплового потока $\{Q\}$ [22]:

$$\begin{bmatrix} [K^u(\{u\}, \{T\})] & [0] \\ [0] & [K^t(\{u\}, \{T\})] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{T\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F(\{u\}, \{T\})\} \\ \{Q(\{u\}, \{T\})\} \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

Данная задача решается в односвязной формулировке, таким образом, в уравнении теплопроводности будут отсутствовать члены, содержащие деформацию. Тогда термомеханическая задача в общем виде запишется как

$$\begin{bmatrix} [K^u(\{u\}, \{T\})] & [0] \\ [0] & [K^t(\{T\})] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{T\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F(\{u\}, \{T\})\} \\ \{Q(\{T\})\} \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

Учитывая несвязность задачи теплопроводности с механическими деформациями, следствием которой является отсутствие во второй строке матричного уравнения (3) зависимости от вектора перемещений $\{u\}$, данную задачу сводится к дальнейшей последовательной передаче температурных полей в прочностную задачу с учетом зависимости механической матрицы жесткости и глобального вектора нагрузок от температуры в физическом законе.

Алгоритм аналитического расчета потери устойчивости сжатого элемента при огневом воздействии

К основным задачам алгоритма аналитического расчета относится:

1. Расчет температурного коэффициента снижения прочности стали с учетом устойчивости элементов сплошного сечения.

2. Подбор интерполированием промежуточного значения температурного коэффициента снижения предела текучести на основе имеющегося дискретного набора известных значений.

3. Определение коэффициента снижения модуля упругости и температуры нагрева, соответствующие подобранному промежуточному значению температурного коэффициента снижения предела текучести.

Для выполнения аналитического расчета были разработаны программы в ПК Matlab.

3. Результаты исследования и их анализ

Моделирование потери устойчивости

Численное исследование проводится для сжатого стержня двутаврового сечения длиной 4 метра с жестким и шарнирным закреплением.

Для моделирования была построена конечно-элементная модель (рисунок 2 слева). Стержень разбит на 8 элементов (минимальный размер элемента - 0.5 м).

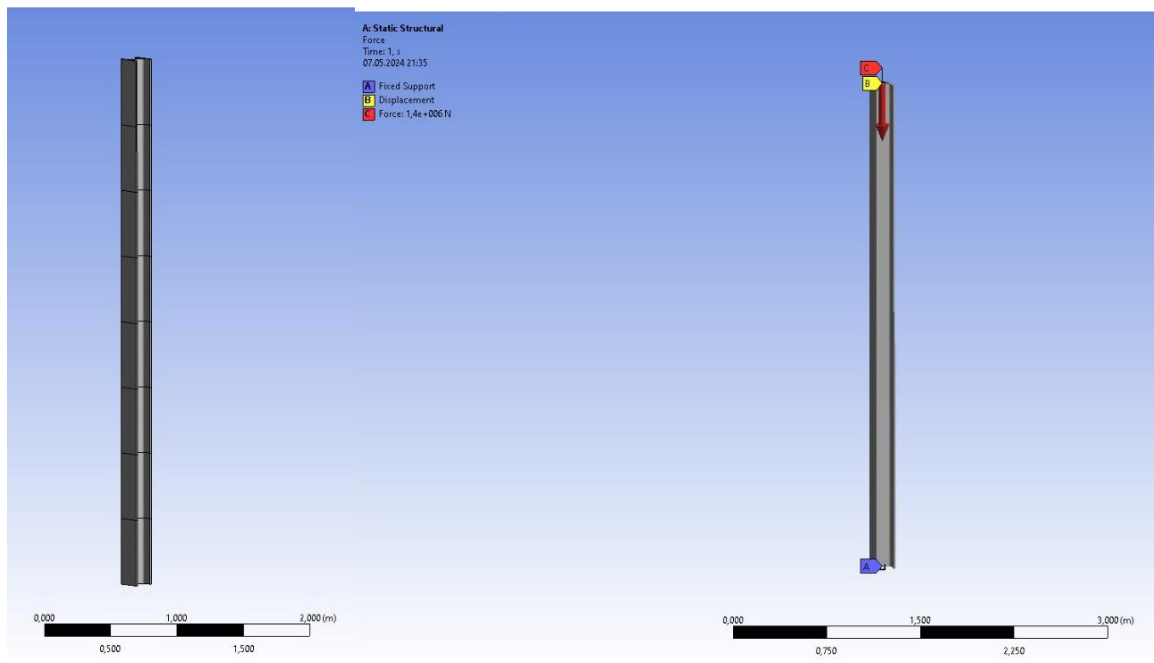


Рисунок 2 – Конечно-элементная модель с указанными граничными условиями

Для корректного задания жесткого опирания необходимо ограничить все перемещения нижней грани колонны, для шарнирного – разрешить перемещения верхней грани по направлению оси стержня (по оси Z), и зафиксировать от линейных перемещений вдоль оси X и Y. Также к верхней грани была приложена продольная сила $F = 1400$ кН (рисунок 2 справа).

Методика численного моделирования линейной потери устойчивости в ПК ANSYS Mechanical сводится к последовательному статическому анализу конструкции (в модуле «Static Structural»), где были назначены необходимые граничные условия и нагрузки, которые будут использованы в дальнейшем расчете в модуле «Eigenvalue Buckling» (рисунок 3).

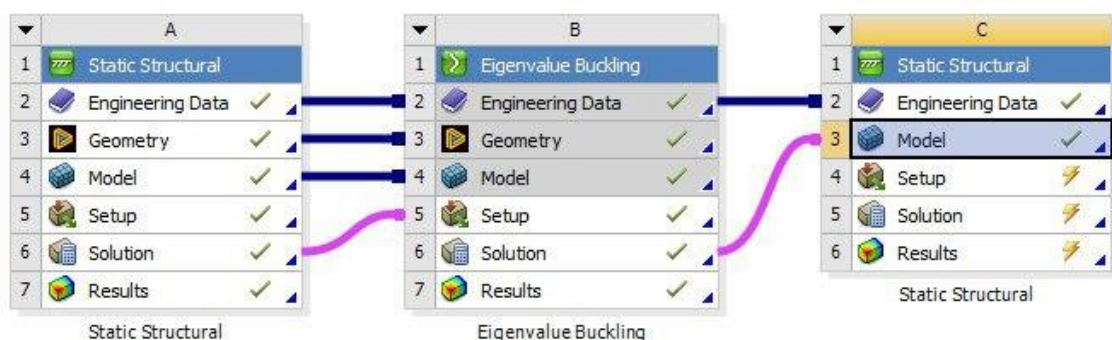


Рисунок 3 – Структура реализации нелинейного анализа потери устойчивости в PKAnsys

Первые формы колебаний и значений коэффициентов устойчивости, полученные в добавленном модуле «Eigenvalue Buckling» представлены на рисунке 4.

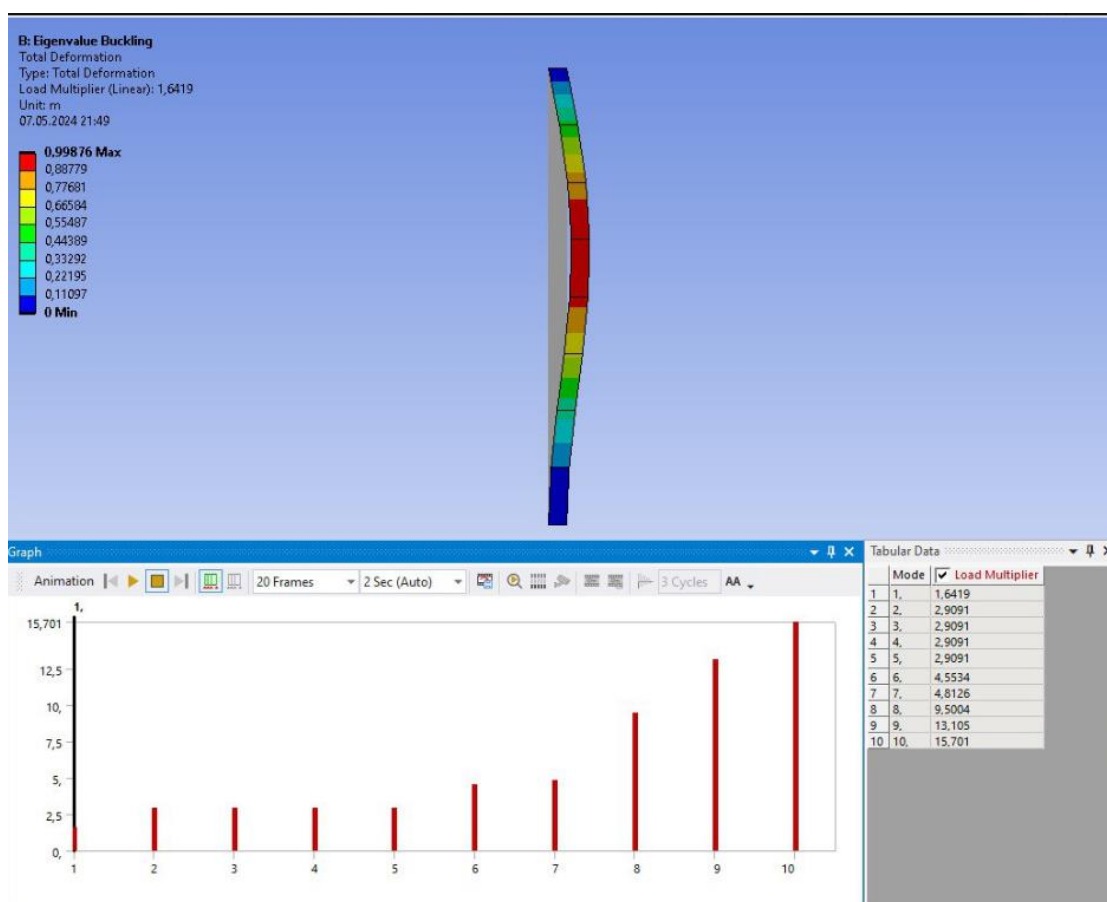


Рисунок 4 – Первая форма потери устойчивости

Для определения критического значения нагрузки необходимо значение приложенной нагрузки умножить на мультипликатор нагрузки, который позволяет увеличивать нагрузки на конструкцию до критического значения. Таким образом, критическое значение силы для первой формы потери устойчивости определяем по формуле

$$F_{kr} = F \cdot Load Multiplier$$

$$F_{kr} = 1400 \cdot 1.6419 = 2298.66 \text{ кН} \quad (7)$$

Для проверки достоверности расчетов проведем верификацию численного решения в сравнении с аналитическими методами. Расчет значения критической силы выполняется по формуле Эйлера для нахождения критической нагрузки, используемый для стальных стержней гибкостью $\lambda \geq 100$:

$$F_{kr} = \frac{E \cdot I_{min} \cdot \pi^2}{(\mu l)^2} \quad (8)$$

где $\mu = 0.7$ – коэффициент приведения заданной длины стержня к длине полуволны. Вычислим значение критической силы:

$$F_{kr} = \frac{20600 \cdot 889.4 \cdot 3.14^2}{(0.7 \cdot 400)^2} = 2306 \text{ кН.}$$

Полученная при моделировании критическая сила несколько меньше, вычисленной аналитически. Относительная разница результатов моделирования и аналитических данных составляет 0,32%.

Используя форму потери устойчивости, полученную из линейного анализа, создаем начальное несовершенство в нелинейном анализе, чтобы учесть особенности конструкции и определить ее чувствительность к потере устойчивости.

Нагрузка для нелинейного расчета прикладывалась немного больше, чем было определено из линейного расчета потери устойчивости. Это связано с тем, что в расчете нелинейной потери устойчивости будет возникать лавинообразный рост деформаций, который приводит к большим перемещениям без увеличения нагрузки, что будет свидетельствовать о потере несущей способности. В данной задаче заведем большую нагрузку равнялась 4000 кН, была учтена физическая и геометрическая нелинейности. Для нелинейного расчета величина приложенной на текущем шаге расчета нагрузки была привязана к псевдовремени, что для времени $t = 1$ с соответствует величина нагрузки $F = 4000$ кН.

Для физически нелинейного расчета взаимосвязь между напряжениями и деформациями можно задать разными способами, в данном случае используется билинейная диаграмма деформирования материала (диаграмма Прандтля), показанная на рисунке 5.

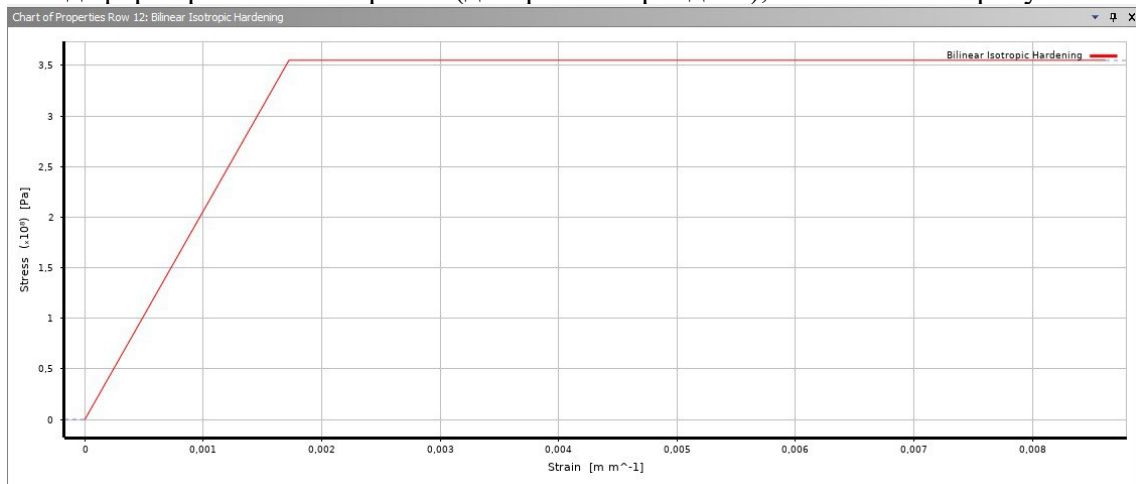


Рисунок 5 – Билинейная диаграмма деформирования материала (Диаграмма Прандтля)

Стержень был рассчитан с учетом начальных несовершенств (на основе первой формы потери устойчивости). На рисунке 6 представлены результаты расчета нелинейной потери устойчивости. Для линейного анализа коэффициент критической нагрузки равен 0,5746 при

величине приложенной нагрузки 4000 кН. Для нелинейного анализа, при учете добавления начального несовершенства, лавинообразный рост деформаций и перемещений начинается с коэффициента 0,4737, что соответствует критической силе при нелинейном расчете 1920 кН.

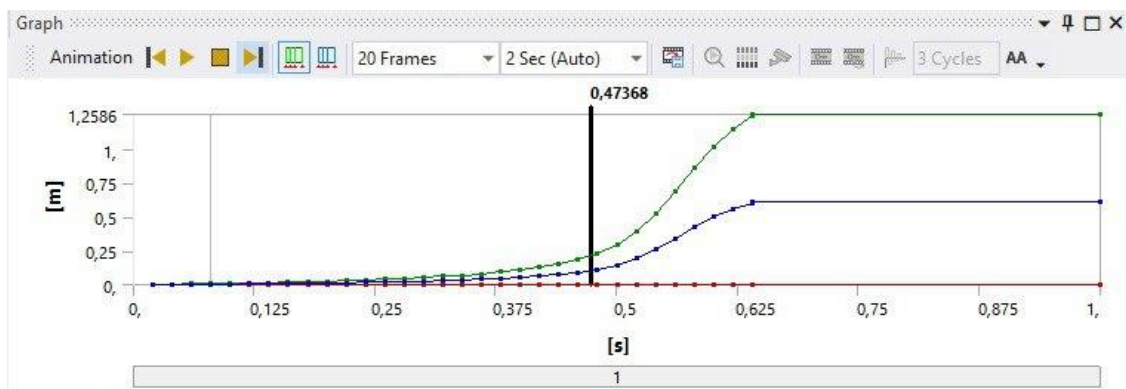


Рисунок 6 – График зависимости перемещений от времени (величины силы)

При исследовании устойчивости сжатого стержня при кручении к сжатому стержню был приложен крутящий момент относительно оси Z, равный 300 кН·м. Коэффициент потери устойчивости показан на рисунке 7.

	Mode	☒ Load Multiplier
1	1.	1.6283
2	2.	2.9091

Рисунок 7 – Коэффициент запаса устойчивости сжатого стержня с учетом кручения

Можно заметить, что коэффициент потери устойчивости сжатого стержня с учетом кручения, относительно сжатого стержня уменьшился на 0,83%

Зная коэффициент потери устойчивости сжатого и сжато с кручением стержней, вычислим критический крутящий момент:

$$\begin{aligned}
 F_{kr} &= 1400 \cdot 1.6419 = 2298.66 \text{ кН} \\
 F_{kr} + M_{kr} &= (F + M) \cdot \text{Load Multiplier} \\
 2298.66 + M_{kr} &= (1400 + 300) \cdot 1.6283 \\
 M_{kr} &= 469.45 \text{ кН} \cdot \text{м}
 \end{aligned}$$

Моделирование прогрева сжатого элемента

Рассмотрим процесс прогрева элемента во времени до достижения им критической температуры и сравним полученный результат с потерей устойчивости при нормальных температурных условиях.

Нагрев колонны производился согласно стандартной температурной кривой газовой среды в условиях пожара согласно формуле (9), которому соответствует рисунок 8.

$$T - T_0 = 345 \lg(8t + 1), \quad (9)$$

где: T_0 – температура при нормальных условиях, 22 °С, t – физическое время.

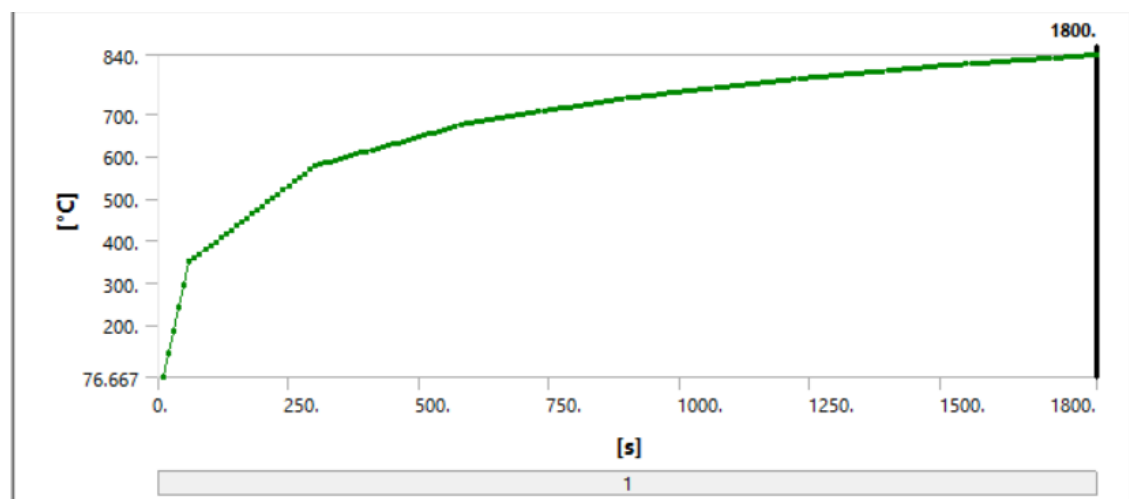


Рисунок 8 – График зависимости температуры от времени

Численное моделирование производилось в следующем порядке:

1. При времени t от 0 до 100 секунд прикладывается нагрузка (силовое воздействие) при температуре стержня $T = 22^{\circ}\text{C}$.
2. Начиная с физического времени $t = 100$ секунд, начинается прогрев конструкции по температурной кривой $T(t)$, определенной по формуле (9), показанной на рисунке 8.

На рисунке 9 можно проанализировать процесс изменения перемещений во времени.

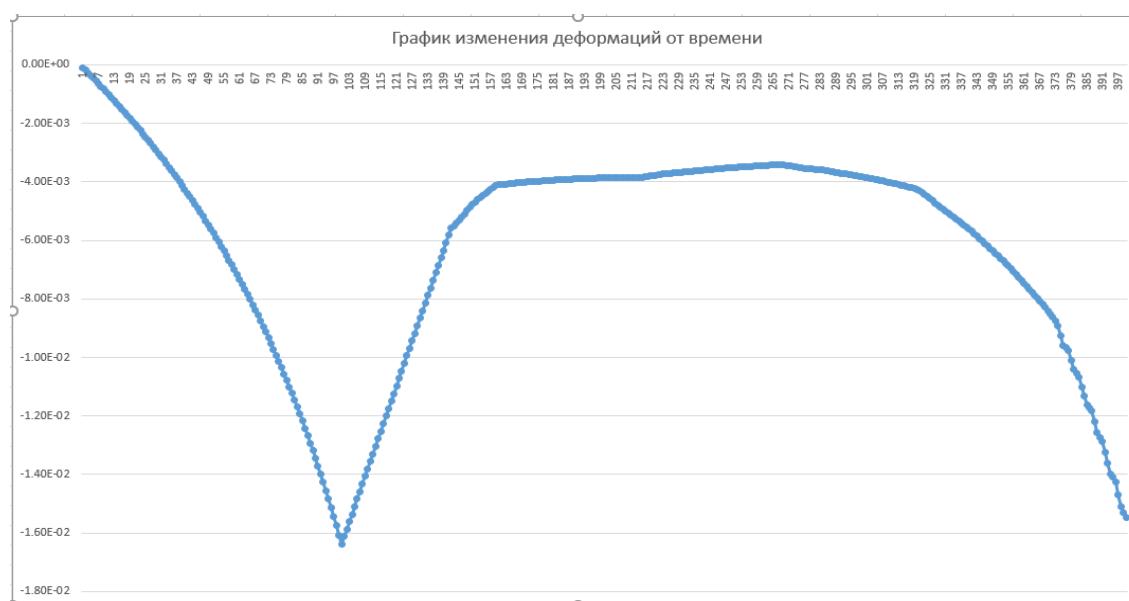


Рисунок 9 – График изменения перемещений во времени

График на рисунке 9 можно разделить на 3 участка. Участок $t = 0$ до 100 секунд происходит увеличение деформаций от воздействия силового сжатия, далее на втором участке происходит уменьшение перемещений за счет увеличения температуры (нагрева), а далее происходит деградация физико-механических свойств под воздействием высокой температуры и перемещения начинают лавинообразно увеличиваться, начиная с которого ведется отсчет начала нелинейной потери устойчивости.

Однако по этому графику мы можем проанализировать только за какое время наступит достижение потери устойчивости. Чтобы определить критическую температуру нагрева,

необходимо провести анализ температурной кривой. Таким образом, после приложения различных нагрузок, можно увидеть зависимость критической температуры от приложенных нагрузок, показанный на рисунке 10.

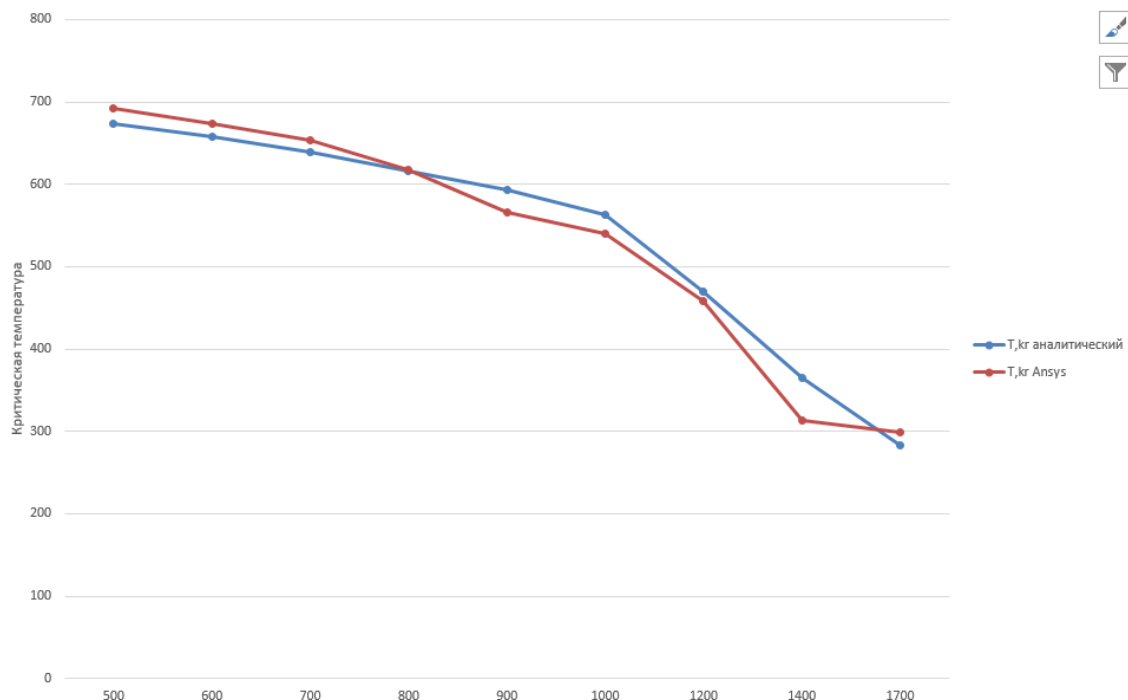


Рисунок 10 – График изменения критической температуры от величины сжатия

Зная график изменения модуля упругости при нагревании, можно определить и изменение критических сил. Значения критической силы при нагревании приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Таблица понижения критической силы при нагревании

$T_{кр}$ аналитический, °C	283	365	470	563	593	616	639	658	674
$P_{кр}$, кН	2245	2094	1923	1672	1551	1422	1291	1158	1021

Диаграмма понижения критической силы при нагревании представлена на рисунке 11.

Диаграмма понижения критической силы при нагревании

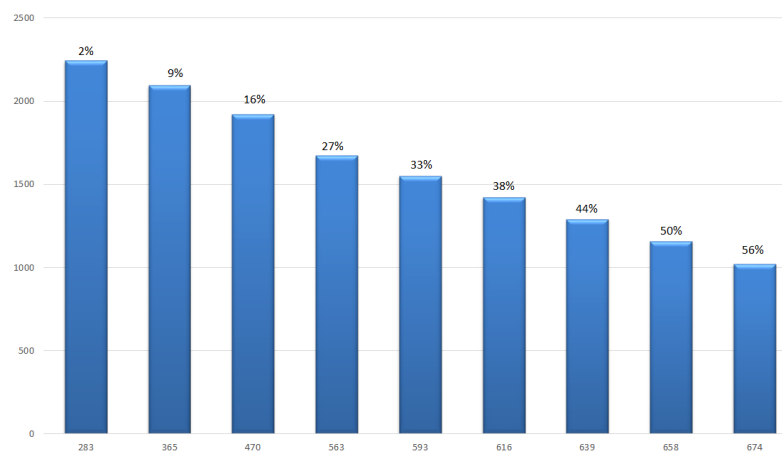


Рисунок 11 – Диаграмма понижения критической силы при нагревании

Моделирование прогресса сжатого элемента при кручении

Фиксируя сжимающую нагрузку и меняя только крутящий момент (50 кН·м, 80 кН·м, 100 кН·м), получаем зависимость критической температуры от приложенной нагрузки при кручении элемента, представленную на рисунке 12.

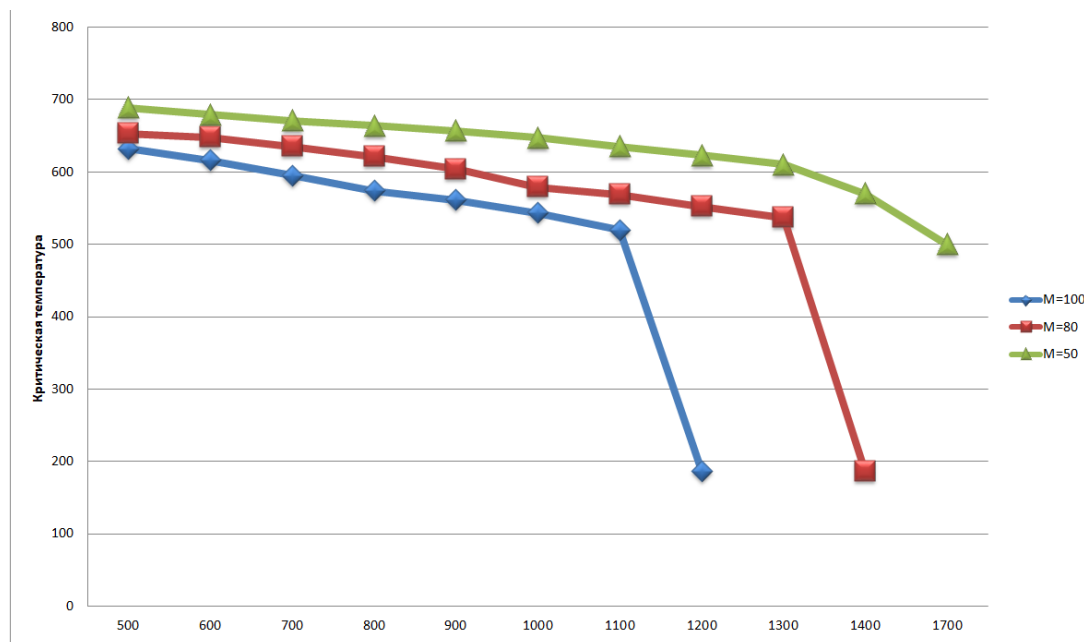


Рисунок 12 – График изменения критической температуры от приложенной нагрузки при кручении элемента

Хорошо видно, что критическая температура при кручении моментом 50 кН·м понижается при увеличении нагрузки и имеет свое минимальное значение при $T = 500$ °С, при достижении 1700 кН. При кручении моментом 80 кН·м критическая температура постепенно понижается до 550 °С при увеличении нагрузки до 1350 кН, а потом резко падает до 200 °С, достигая значения нагрузки в 1400 кН. Аналогичный результат и при кручении моментом 100 кН·м. Здесь критическая температура постепенно понижается до 500 °С при увеличении нагрузки до 1150 кН, а потом резко падает до 200 °С, достигая значения нагрузки в 1200 кН.

4. Выводы

1. Разработаны методики аналитического и численного расчета потери устойчивости сжатых и сжатых с кручением элементов при температурном воздействии в ПК Ansys и Matlab.
2. При проведении численного моделирования сжатия стального элемента из двутавра была получена критическая сила несколько меньше, вычисленной аналитически. Значение относительной разницы составили менее 1%, из чего можем сделать вывод о хорошей сходимости полученных численных результатов.
3. При проведении моделирования сжатого с кручением стального элемента из двутавра коэффициент потери устойчивости относительно сжатого стержня уменьшился на 0,8%.
4. При проведении аналитического расчета стержня при действии сжатия с кручением критическая сила при нагревании до 269 °С уменьшилась на 1%, при 529 °С уменьшилась на 22%.

Благодарности

Работа (МТА, СГС) выполнена за счет гранта РФФИ № 24-49-02002.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tamrazyan A. Reduce the impact of dynamic strength of concrete under fire conditions on bearing capacity of reinforced concrete columns // *Applied Mechanics and Materials*. – 2014. No. 475-476. Pp. 1563-1566.
2. Li L.-Z. et al. Experimental study on seismic performance of post-fire reinforced concrete frame // *Engineering Structures*. – 2019. No. 179. pp. 161-173. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.10.080
3. Tamrazyan A., Matseevich T. The Criteria for Assessing the Safety of Buildings with a Reinforced Concrete Frame during an Earthquake after a Fire // *Buildings*. – 2022, No. 12 (10), 1662, DOI:10.3390/buildings12101662
4. Avetisyan L.A., Chapidze O.D. Estimation of reinforced concrete seismic resistance bearing systems exposed to fire // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. – 2018. No.456. pp.1-6. DOI:10.1088/1757-899X/456/1/012035
5. Mazza F., Imbrogno G. Effects of Fire Duration on the Seismic Retrofitting with Hysteretic Damped Braces of R.C. School Buildings // *Front. Built Environ.* – 2019. No. 5. pp. 1-15. DOI: 10.3389/fbuil.2019.00141
6. Shein A. I., Zaitsev M. B., Tamrazyan A. G. and Matseevich T. A. Damping of seismic vibrations of towers using a controlled reactive dampener // *Journal of Structural Engineering*. 2023. Vol. 50, No. 3. Pp. 177-183
7. Khachiyan E.Y. On determining of the ultimate strain of Earth crust rocks by the value of relative slips on the earth surface after a large earthquake // *Earth Sci.* 2016. V. 5, Iss.6. P. 111–118.
8. Каюмов Р. А. Закрытое поведение сжатых стержней в упругой среде // *Известия РАН. Механика деформируемого твердого тела*. – 2017. – №5. – С. 122–129.
9. Areiza-Hurtado M., Aristizábal-Ochoa J. D. Second-order analysis of a beam-column on elastic foundation partially restrained axially with initial deflections and semirigid connections // *Structures*. – 2019. – V. 20. – P. 134–146.
10. Carvajal-Munoz J. S., Vega-Posada C. A., Saldarriaga-Molina J. C. Analysis of beamcolumn elements on non-homogeneous soil using the differential transformation method. // *Revista Facultad de Ingenieria*. – 2022. – № 103. – Pp. 67–76.
11. Yayli M. Ö. Buckling analysis of Euler columns embedded in an elastic medium with general elastic boundary conditions // *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. – 2018. – №46. – Pp. 110–122.
12. Кондель В. Н., Шевченко Ю.О., Лобода Д.А. Анализ коэффициентов продольного изгиба с учетом прочности стали // *Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета*. – 2016. – № 72. – С. 118–123.
13. Chen J., et al. Performance of Steel Structures under Compression: A Review of Recent Research // *Structural Engineering Review*. – 2020. – V. 32(1). – Pp. 45–58.
14. Li G., et al. Effect of Loading Rate on the Strength and Stability of Compressed Metal Structures // *Journal of Construction Materials*. 2017. 14(2). Pp. 87-100.
15. Wang Q., et al. Experimental and Numerical Study on the Strength and Stability of Twisted Compressed Metal Structures // *Journal of Structural Engineering*. 2020. 28(2). Pp. 134-147.
16. Zhang H., et al. Effects of Torsion on the Strength and Stability of Compressed Metal Structures under Various Loading Conditions // *Structural Mechanics*. 2018. 16(4). Pp. 275-289.
17. Chen Y., et al. Experimental Investigation of Buckling and Torsional Behavior in Compressed Metal Structures // *Structural Stability Research*. 2016. 8(1). Pp. 45-58.
18. Smith J., et al. Experimental investigation of the fire resistance of compressed steel structures with torsion // *Journal of Fire Safety Engineering*. 2020. 15(2). Pp. 87-99.
19. Brown A., et al. Numerical analysis of the stability of compressed metal structures under fire conditions // *Fire Safety Journal*. 2019. 25(4). Pp. 321-335.
20. White L., et al. Fire performance of steel structures subjected to combined axial compression and torsion // *Structural Fire Engineering*. 2018. 12(1). Pp. 56-68.
21. Johnson M., et al. Effects of torsion on the fire resistance of compressed steel structures // *International Journal of Structural Engineering*. 2017. 22(3). Pp. 189-202.
22. Saiyan S. G., Paushkin A. G. Development and verification of the two-layer thick-walled spherical shell's finite element model under temperature and force exposure // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2020. 913. 032058. DOI 10.1088/1757-899X/913/3/032058.

REFERENCES

1. Tamrazyan A. Reduce the impact of dynamic strength of concrete under fire conditions on bearing capacity of reinforced concrete columns. *Applied Mechanics and Materials*. 2014. No. 475-476. Pp. 1563-1566.
2. Li L.-Z. et al. Experimental study on seismic performance of post-fire reinforced concrete frame. *Engineering Structures*. 2019. No. 179. Pp. 161-173. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.10.080
3. Tamrazyan A., Matseevich T. The Criteria for Assessing the Safety of Buildings with a Reinforced Concrete Frame during an Earthquake after a Fire. *Buildings*. 2022. No. 12 (10), 1662, DOI:10.3390/buildings12101662

4. Avetisyan L.A., Chapidze O.D. Estimation of reinforced concrete seismic resistance bearing systems exposed to fire. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. – 2018. No.456. pp.1-6. DOI:10.1088/1757-899X/456/1/012035
5. Mazza F., Imbrogno G. Effects of Fire Duration on the Seismic Retrofitting with Hysteretic Damped Braces of R.C. School Buildings. *Front. Built Environ.* – 2019. No. 5. pp. 1-15. DOI: 10.3389/fbuil.2019.00141
6. Shein A. I., Zaitsev M. B., Tamrazyan A. G. and Matseevich T. A. Damping of seismic vibrations of towers using a controlled reactive dampener. *Journal of Structural Engineering*. 2023. Vol. 50, No. 3. Pp. 177-183
7. Khachiyan E.Y. On determining of the ultimate strain of Earth crust rocks by the value of relative slips on the earth surface after a large earthquake. *Earth Sci.* 2016. Vol. 5, Iss.6. Pp. 111–118.
8. Kayumov R. A. Critical behavior of compressed rods in an elastic medium // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. *Solid State*. - 2017. - №5. - p. 122-129.
9. Areiza-Hurtado M., Aristizábal-Ochoa J. D. Second-order analysis of a beam-column on elastic foundation partially restrained axially with initial deflections and semirigid connections. *Structures*. – 2019. – V. 20. – P. 134–146.
10. Carvajal-Munoz J. S., Vega-Posada C. A., Saldarriaga-Molina J. C. Analysis of beamcolumn elements on non-homogeneous soil using the differential transformation method. *Revista Facultad de Ingenieria*. – 2022. – № 103. – P. 67–76.
11. Yayli M. Ö. Buckling analysis of Euler columns embedded in an elastic medium with general elastic boundary conditions. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2018. No. 46. Pp. 110–122.
12. Kondel V. N. Analysis of the longitudinal bending coefficients taking into account the steel strength. *Bulletin of Kharkov National Automobile and Road University. Automobile and Road University*. - 2016. – No. 72. - Pp. 118-123.
13. Chen J., et al. Performance of Steel Structures under Compression: A Review of Recent Research. *Structural Engineering Review*. – 2020. – Vol. 32(1). – Pp. 45–58.
14. Li G., et al. Effect of Loading Rate on the Strength and Stability of Compressed Metal Structures. *Journal of Construction Materials*. 2017. 14(2). Pp. 87-100.
15. Wang Q., et al. Experimental and Numerical Study on the Strength and Stability of Twisted Compressed Metal Structures. *Journal of Structural Engineering*. 2020. 28(2). Pp. 134-147.
16. Zhang H., et al. Effects of Torsion on the Strength and Stability of Compressed Metal Structures under Various Loading Conditions. *Structural Mechanics*. 2018. 16(4). Pp. 275-289.
17. Chen Y., et al. Experimental Investigation of Buckling and Torsional Behavior in Compressed Metal Structures. *Structural Stability Research*. 2016. 8(1). Pp. 45-58.
18. Smith J., et al. Experimental investigation of the fire resistance of compressed steel structures with torsion. *Journal of Fire Safety Engineering*. 2020. 15(2). Pp. 87-99.
19. Brown A., et al. Numerical analysis of the stability of compressed metal structures under fire conditions. *Fire Safety Journal*. 2019. 25(4). Pp. 321-335.
20. White L., et al. Fire performance of steel structures subjected to combined axial compression and torsion. *Structural Fire Engineering*. 2018. 12(1). Pp. 56-68.
21. Johnson M., et al. Effects of torsion on the fire resistance of compressed steel structures // International Journal of Structural Engineering. 2017. 22(3). Pp. 189-202.
22. Saiyan S. G., Paushkin A. G. Development and verification of the two-layer thick-walled spherical shell's finite element model under temperature and force exposure. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2020. 913. 032058. DOI 10.1088/1757-899X/913/3/032058

Информация об авторах

Мацевич Татьяна Анатольевна

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), Москва, Россия,

доктор физико-математических наук, профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия,

Ведущий научный сотрудник

E-mail: MatseevichTA@mgsu.ru

Шкарпова Ольга Геннадьевна

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), Москва, Россия,

магистр.

E-mail: olya.shkarpova@yandex.ru

Саиян Сергей Гургенович

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»
(НИУ МГСУ), Москва, Россия,
аспирант кафедры сопротивления материалов
Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия,
Младший научный сотрудник
E-mail: Berformert@gmail.com

Information about authors

Tatyana A. Matseevich

National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow, Russia,
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Reinforced Concrete
and Stone Structures,
Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia,
Leading Researcher
E-mail: MatseevichTA@mgsu.ru

Olga G. Shkarpova

National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow, Russia.
Master's graduate.
E-mail: olya.shkarpova@yandex.ru

Sergey G. Saiyan

National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow, Russia.
postgraduate student of the Department of Resistance of Materials.
Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia,
Junior Researcher
E-mail: Berformert@gmail.com

С.Ю. САВИН¹, М.З. ШАРИПОВ¹, М.А. АМЕЛИНА¹¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ДЛИТЕЛЬНО НАГРУЖЕННЫХ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ДОГРУЖЕНИИ

Аннотация. Приводится в аналитической форме решение задачи о продольном изгибе внецентренно сжатого железобетонного элемента с эксцентриситетами приложения продольной силы в двух плоскостях при динамическом догружении с учетом начального напряженно-деформированного состояния, сформированного предшествующим длительным нагружением эксплуатационной нагрузкой. Объектом исследования являются колонны железобетонных каркасов зданий и сооружений, подверженные динамическому догружению в результате возникновения начального локального разрушения в конструктивной системе. Исследование выполняется аналитическим методом при следующих допущениях и ограничениях: до образования трещин деформирование сечений согласуется с гипотезой Бернулли; проекции деформированной оси колонны аппроксимируются синусоидами; влияние кратковременных нагрузок и их изменчивости на формирование напряженно-деформированного состояния колонны на момент наступления особой расчетной ситуации не учитывается; для нагрузки и начальных прогибов принят кусочно-линейный закон изменения во времени. В качестве модели бетона при рассматриваемом режимном нагружении используется комбинация вязкоупругой модели наследственного старения и модифицированной модели Максвелла с учетом нелинейно упругой связи напряжений и условно мгновенных деформаций. Выполнена валидация принятой модели материала на фоне экспериментальных данных. Приведено решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния железобетонной колонны с учетом принятой модели материалов при статико-динамическом нагружении с учетом влияния ползучести.

Ключевые слова: железобетон, внецентренное сжатие, статико-динамическое нагружение, несущая способность, локальное разрушение, ползучесть.

S.Y. SAVIN¹, M.Z. SHARIPOV¹, M.A. AMELINA¹¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

CAPACITY OF COMPRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENT UNDER DYNAMIC LOAD CONSIDERING EFFECT OF LONG-TERM PRELOADING

Abstract. The study provides an analytical solution to the problem of dynamic buckling of an eccentrically compressed reinforced concrete element with eccentricities of axial force in two planes. It takes into account the initial stress-strain state formed by the preceding long-term loading with a service load. The object of the study is the columns of reinforced concrete frames of buildings and structures subjected to dynamic loading as a result of the initial local failure in the structural system. The study is based on the analytical method under the following assumptions and limitations: before the formation of cracks, the strain is consistent with the Bernoulli hypothesis; the projections of the deformed axis of the column are approximated by sinusoids; the influence of short-term loads and their variability on the formation of the stress-strain state of the column at the time of a special design situation is not taken into account; a piecewise linear law of variation in time is assumed for the load and initial deflections. A combination of viscoelastic model of aging material and modified Maxwell model with consideration of nonlinear elastic relations of stresses and conventionally instantaneous strains is utilized as a model of concrete under the considered regime loading. Validation of the adopted material model on the background of experimental data is performed.

The paper presents the solution of the problem of determining the stress-strain state of a reinforced concrete column taking into account the adopted material model under static-dynamic loading considering the influence of creep.

Keywords: reinforced concrete, eccentric compression, static-dynamic loading, bearing capacity, localized failure, creep.

1 Введение

Начиная с 2000-ых годов в связи с вызвавшими общественный резонанс обрушениями башен близнецов Всемирного торгового центра, а также предшествовавших этому обрушений зданий Альфреда Муррея, Rana Plaza, Sampoong Department Store, Трансвааль Парк и др., в теории сооружений получило импульс к развитию новое направление исследований, связанное с проблемой непропорционального разрушения несущей системы сооружения в результате некоторого начального локального разрушения или повреждения. Анализ результатов таких исследований, обобщенной в работах Alshaikh et al [1], Kiakojouru et al. [2,3], Adam J. et al. [4,5], Федоровой Н.В. [6] и др. указывает на значительный прогресс в понимании механизмов распространения разрушений в несущей системе сооружения после возникновения некоторого иницирующего события – начального локального разрушения. Исследованы механизмы сопротивления отдельных элементов или фрагментов конструктивной системы, прилегающих к зоне начального локального разрушения. Получили развитие расчетные методы оценки эффектов воздействий при наиболее консервативном сценарии - внезапном исчерпании несущей способности элемента. Однако ряд вопросов, связанных с обеспечением живучести [4] железобетонных конструктивных систем зданий, остается малоизученным. К числу таких аспектов проблемы снижения вероятности прогрессирующего обрушения относится учет изменения механических и диссипативных свойств материалов в процессе эксплуатации; накопление деформаций от ползучести и усадки, приводящих к росту прогибов и эксцентриситетов приложения нагрузок. Известно, что в длительно нагруженном бетоне со временем развиваются деформации ползучести и одновременно происходит процесс старения. Результаты исследований прочности и деформативности бетонных образцов в возрасте 20...30 лет показали рост модуля упругости и прочности при сжатии [7], но при этом снижение предельных деформаций составило около 30 %. С другой стороны, при динамических воздействиях реализация вязкостных свойств бетона приводит к динамическому упрочнению. Исследованиям динамической прочности и деформативности бетона посвящены многочисленные исследования, среди которых можно отметить работы Баженова Ю.М. [8], Гениева Г.А. [9], Nam et al. [10], Wenxuan et al. [11] и др. В работах Колчунова В.И. и др. [12], Цветкова и др. [13] были высказаны предположения о влиянии начального уровня напряжений от статической нагрузки на параметры диаграмм деформирования бетона при однократном динамическом воздействии. Для более строго описания качественной стороны деформирования нагруженных железобетонных элементов эксплуатируемых зданий и сооружений в работах В.И. Колчунова и др. [12], Федоровой Н.В. и др. [14] был предложен новый тип диаграмм состояния материала для рассматриваемого режима нагружения, названного авторами статико-динамическим. В качестве основы для построения диаграмм деформирования при статико-динамическом нагружении авторами была модель Кельвина – Фойгта для упруго-вязкого тела. В развитие этого направления были выполнены исследования поведения фибробетона при статико-динамическом нагружении и построены дифференциальные [15] и интегральные [16] зависимости. Zhou [17] выполнил численное исследование динамических характеристик бетонно-наполненной стальной трубы арочного моста с учетом ползучести и температурных эффектов. Им были выявлены рост прогибов более, чем на 50 % по сравнению с результатами моделирования, игнорировавшими ползучесть. Применительно к проблеме динамического продольного изгиба, Тамразян А.Г. [18,19] получил вариант аналитического решения для продольного изгиба вязкоупругого стержня, нагружаемого ударной нагрузкой. Алексейцев А.В. и др. [20,21] исследовали

влияния начальных несовершенств на характер сопротивления при динамическом нагружении. Авторы показали, что начальные несовершенства способны оказывать влияние на усилия, действующие в рассмотренном железобетонном элементе до 10 %. Однако в этих работах не учитывалось сформировавшегося к моменту особой расчетной ситуации напряженно-деформированное состояние, и его влияние на упрочнение материала и диссипацию энергии динамического воздействия

В перечисленных выше исследованиях не учитывалась предыстория нагружения и ее влияние на динамическое поведение железобетонных конструкций при структурных перестройках, вызванных особыми воздействиями. Поэтому целью данного исследования являлось построение аналитического решения задачи о продольном изгибе сжатого железобетонного элемента при динамическом нагружении с учетом начального напряженно-деформированного состояния от предшествующего длительного нагружения на основе вязкоупругой модели. Основной вклад исследования состоит в учете влияния предыстории нагружения на силовое сопротивление динамическому нагружению внецентренно сжатых железобетонных элементов, являющихся ключевыми элементами с позиции обеспечения живучести конструктивной системы.

2 Модели и Методы

2.1. Метод исследования, исходные предпосылки и ограничения

Объектом исследования является железобетонная колонна (рисунок 1), подверженная динамическому догружению в результате начального локального разрушения в конструктивной системе здания. Исследование выполняется аналитическим методом при следующих допущениях и ограничениях.

Предполагается, что для сечений колонны до момента исчерпания несущей способности соблюдается гипотеза Бернулли (гипотеза плоских сечений).

До приложения динамической нагрузки в элементах каркаса здания, в т.ч. в рассматриваемой железобетонной колонне, сформировано начальное напряженно-деформированное состояние в результате длительного действия эксплуатационных нагрузок. С учетом установленных в нормативных документах коэффициентов условий работы, коэффициентов надежности по нагрузке и материалу предполагается, что в момент, предшествующий наступлению особой расчетной ситуации (начального локального разрушения), уровень напряжений в бетоне железобетонных несущих элементов конструктивной системы не превосходит $\sigma_b = 0,6 \cdot R_{bn}$. Влияние кратковременных нагрузок и их изменчивости на формирование напряженно-деформированного состояния колонны в данном исследовании не учитывается.

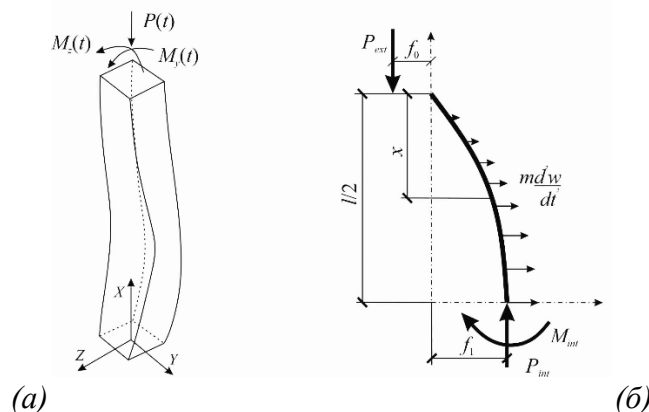


Рисунок 1 – Внецентренно сжатый элемент с эксцентриситетами продольной силы в двух плоскостях: общий вид (а); проекция расчетной схемы на плоскость XOZ (б)

Предполагается, что проекции деформированной оси колонны $v(x, t)$, $w(x, t)$ на плоскости OXY , OXZ в момент времени, предшествующий особой расчетной ситуации, и в особой расчетной ситуации могут быть описаны с достаточной для практических целей точностью уравнениями синусоид:

$$\begin{aligned} v(x, t) &= (f_{0y} + f_y(t)) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l}\right); \\ w(x, t) &= (f_{0z} + f_z(t)) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l}\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где f_{0y} , f_{0z} – максимальные значения начальных прогибов (начальных несовершенств) по направлениям осей OY , OZ для оси колонны, проходящей через геометрические центры тяжести сечений;

$f_y(t)$, $f_z(t)$ – максимальные значения дополнительных прогибов по направлениям осей OY , OZ для оси колонны, проходящей через геометрические центры тяжести сечений в момент времени t

Тогда с учетом (1) связь дополнительного прогиба с краевыми деформациями сечения (рисунок 2) примет вид:

$$\begin{aligned} f_z(t) &= \frac{l^2}{\pi^2 \cdot h} \cdot [\varepsilon_1(t) - \varepsilon_2(t)]; \\ f_y(t) &= \frac{l^2}{\pi^2 \cdot b} \cdot [\varepsilon_3(t) - \varepsilon_4(t)], \end{aligned} \quad (2)$$

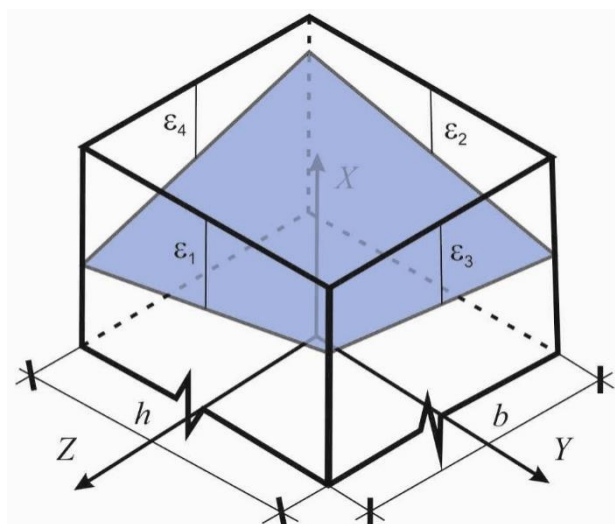


Рисунок 2 – Деформированное состояние сечения колонны

Условие динамического равновесия в наиболее нагруженном сечении в общем виде будет представлено системой уравнений:

$$\begin{cases} M_{int,y} + M_{i,y} - P_{int}(f_{0y} + f_y + a_{\eta y}) = 0; \\ M_{int,z} + M_{i,z} - P_{int}(f_{0z} + f_z + a_{\eta z}) = 0; \\ P_{int} = P_{ext}, \end{cases} \quad (3)$$

где, P_{int} , $M_{int,y}$, $M_{int,z}$ - продольная сила, изгибающие моменты в наиболее опасном сечении с координатой x , определяемые из выражений:

$$\begin{aligned}
 P_{int} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma(y, z, t) dy dz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si}; \\
 M_{int,y} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma(y, z, t) \cdot z dy dz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si} \cdot z_{si}; \\
 M_{int,z} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma(y, z, t) \cdot y dy dz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si} \cdot y_{si},
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

В выражениях (4) $\sigma(y, z, t) = f(\varepsilon)$ – нормальные напряжения, действующее в рассматриваемом сечения колонны. При этом деформация $\varepsilon = \varepsilon(y, z, t)$ в произвольной точке сечения элемента определяется продольной деформацией в геометрическом центре сечения и кривизнами в плоскостях действия изгибающих моментов:

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon_0 - k_y y - k_z z, \tag{5}$$

где k_y, k_z – кривизны в плоскостях действия изгибающих моментов.

Как показано в [22], в формуле (5) кривизны k_y, k_z определяются относительно физического центра тяжести сечения, приобретающего смещения $a_{\eta y}, a_{\eta z}$ относительно геометрического центра тяжести вследствие физической нелинейности механических свойств материалов, проявляющейся при нагружении:

$$\begin{aligned}
 a_{\eta y} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\sigma(y, z, t) \cdot y}{\varepsilon(y, z, t) \cdot E_b} dy dz + \sum_i^n E_{si} \cdot A_{si} \cdot y_{si} / \sum_i^n E_{si} \cdot A_{si}, \\
 a_{\eta z} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\sigma(y, z, t) \cdot z}{\varepsilon(y, z, t) \cdot E_b} dy dz + \sum_i^n E_{si} \cdot A_{si} \cdot z_{si} / \sum_i^n E_{si} \cdot A_{si}.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

В формуле (6) E_{si}, A_{si}, z_{si} – модуль деформации, площадь и расстояние до геометрического центра тяжести сечения i -ого стержня продольной рабочей арматуры.

Моменты $M_{i,z}, M_{i,y}$, вызванные действием сил инерции, определяются путем интегрирования по длине элемента от опорного сечения до наиболее нагруженного сечения:

$$\begin{aligned}
 M_{i,z} &= \int_0^x m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \cdot x dx = \int_0^x m \cdot x \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l_0}\right) \frac{\partial^2 f_z(t)}{\partial t^2} dx, \\
 M_{i,y} &= \int_0^x m \cdot x \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l_0}\right) \frac{\partial^2 f_y(t)}{\partial t^2} dx.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Для нагрузки принят кусочно-линейный закон изменения во времени $P_{ext} = P_0 + \Omega \cdot t$, где Ω – скорость нагружения. Для начального эксцентриситета $f_0(t)$ – принять ступенчатый закон (рис. 3), в связи с чем удобно считать $f_0 = const$ на заданных временных интервалах.

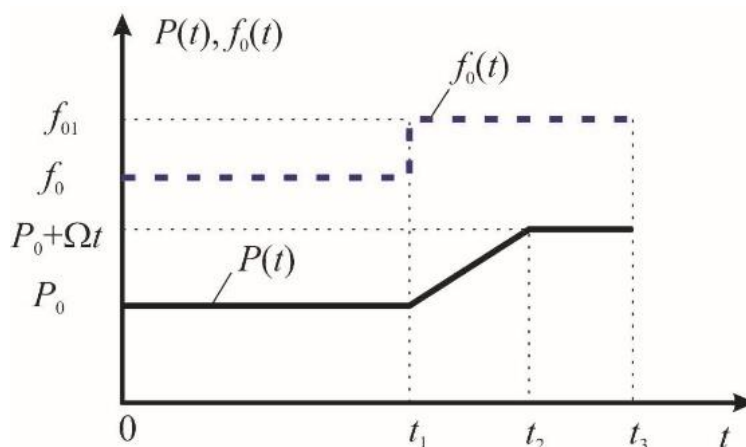


Рисунок 3 - Схема графиков нагружения и деформирования

В качестве критерия потери устойчивости или, в более широком смысле, перехода к неустойчивому деформированию конструктивной системы принят энергетический критерий. Рассматривается приращение потенциальной энергии деформации от внешнего воздействия. Моменту потери устойчивости соответствует смена знака приращения энергии деформации:

$$\left| 1 - \frac{U_{i+1}}{U_i} \right| \leq a, \quad (8)$$

где U_{i+1} , U_i – энергия деформации для $i+1$, i этапов нагружения, a – заданное малое число.

Выражение (8) может быть представлено и в ином виде:

$$\left| \frac{dP}{df} \right| \leq a, \quad (9)$$

где dP – приращение продольной силы, df – приращение прогиба.

2.2. Используемые модели материалов

Деформация бетона при динамическом нагружении с учетом релаксации напряжений, происходящей на этапе длительного квазистатического нагружения, может быть представлена в следующем виде (10):

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{ci}(\tau_0) + \varepsilon_{cc}(t_1, \tau_0) + \varepsilon_{cs}(t_1, \tau_0) - \varepsilon_{cr}(t_1, \tau_0) + \varepsilon_{cd}(t, t_1). \quad (10)$$

Здесь ε_{ci} – начальные деформации после квазистатического приложения нагрузки с учетом возраста бетона τ_0 на момент нагружения;

$\varepsilon_{cc}(t_1, \tau_0)$ – деформации ползучести за время $(t_1 - \tau_0)$ с учетом изменения во времени напряжений вследствие релаксации;

$\varepsilon_{cs}(t_1, \tau_0)$ – деформации усадки бетона, принимаемые по Model Code [23];

$\varepsilon_{cr}(t_1, \tau_0)$ – деформации, вызванные релаксацией напряжений;

$\varepsilon_{cd}(t, t_1)$ – деформации при высокоскоростном нагружении с учетом нелинейно вязкоупругой работы бетона.

На первом этапе длительного нагружения эксплуатационной нагрузкой в конструкциях реальных сооружений уровень напряжений редко превосходит $\eta = 0.5 \dots 0.6$ от средней прочности материала. Для описания поведения бетона на этом этапе может быть использована

вязкоупругая модель наследственного старения [24], [25]. С другой стороны, при динамическом нагружении уровень действующих напряжений может превысить границы применимости линейной модели вязкоупругости, указанные в стандартах [23,26]. В связи с этим в данной работе предлагается модифицированный вариант вязкоупругой модели наследственного старения, в котором линейно упругий элемент $E(t)$ заменяется нелинейно упругим [16] (рисунок 4). Работа модифицированного нелинейно упругого элемента описывается константами $E_{ci}(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, которые зависят от возраста материала. В начальный момент времени после приложения нагрузки напряжения равны (11):

$$\sigma = f_{ci}(\varepsilon, \tau_0) = E_{ci}(\tau_0) \cdot \varepsilon + \alpha(\tau_0) \cdot \varepsilon^2 + \beta(\tau_0) \cdot \varepsilon^3. \quad (11)$$

Такая замена упругого элемента призвана обеспечить связь между элементами обобщенной модели, описывающими работу материала при двухэтапном статико-динамическом нагружении.

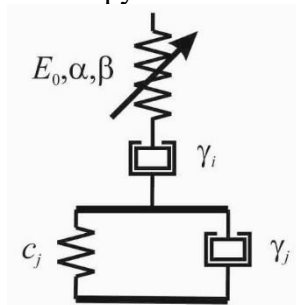


Рисунок 4 - Модифицированная нелинейная ВУМНС

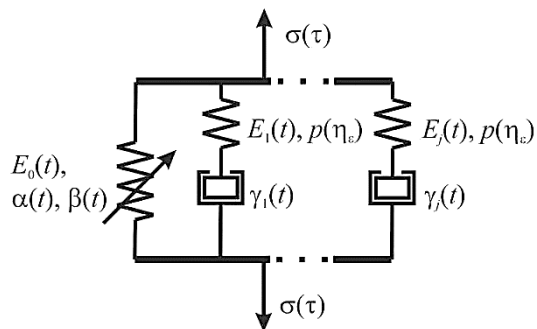


Рисунок 5 - Модифицированная модель Максвелла для динамического и статико-динамического режимов нагружения

Связь между напряжениями и деформациями, определяющая напряженно-деформированное состояние бетона на момент приложения динамической нагрузки, для принятой вязкоупругой модели имеет вид (12) [24]:

$$\varepsilon(t_1) = \frac{\sigma(t_1)}{E_{ci}(t_1)} + \int_{\tau_0}^{t_1} \sigma(\tau) \cdot \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau; \quad (12)$$

где,

$$C(t, \tau) = \sum_i^n c_i \frac{e^{\gamma_i \cdot t} - e^{\gamma_i \cdot \tau}}{e^{\gamma_i \cdot t} - 1} + \sum_j^m c_j \cdot (e^{-\gamma_j \cdot \tau} - e^{-\gamma_j \cdot t}) \quad (13)$$

Здесь c_i , c_j , γ_i , γ_j – экспериментально определяемые константы вязкоупругой модели наследственного старения.

Если принять допущение, что разгрузка бетона в результате релаксации напряжений происходит по начальному модулю упругости с учетом возраста стареющего материала, то для напряжений в момент времени τ получим (14):

$$\sigma(\tau) = f_{ci}(\varepsilon, \tau) = E_{ci}(\tau_0) \cdot \varepsilon_{ci}(\tau_0) + \alpha(\tau_0) \cdot \varepsilon_{ci}^2 + \beta(\tau_0) \cdot \varepsilon_{ci}^3 - \varepsilon_{cr}(t, \tau_0) \cdot E_{ci}(t). \quad (14)$$

Из-за скоротечности процесса деформирования на динамическом этапе нагружения, эффект взросления материала не рассматривается. При этом на основании исследований [27–29] предполагается, что на сопротивление бетона динамическому воздействию оказывает влияние текущий уровень напряжений или соответствующих им обратимых stress-dependent деформаций $p(\eta_\varepsilon)$. Схема принятой физической модели сопротивления материала представлена на рисунке 5.

Принимая во внимание указанные предпосылки, связь между деформациями $\varepsilon(t)$ и напряжениями $\sigma(t)$ в бетоне в момент времени t при двухстадийном нагружении, включающем однократное или ступенчатое статическое нагружение в интервале времени $[t_0, t_1]$ и динамическое догружение в интервале времени $[t_1, t]$, может быть записано относительно деформаций в следующем виде (15):

$$\sigma(\varepsilon, t) = f_0(\varepsilon) + \int_{t_1^*}^t \dot{\varepsilon}(\tau) \cdot p(\eta_\varepsilon) \cdot \sum_i^n d_i(t) \cdot e^{-\theta_i(t)(t-\tau)} d\tau. \quad (15)$$

В выражении (15) $p(\eta_\varepsilon)$ - функция уровня деформаций, определяемая соотношением (16):

$$p(\eta_\varepsilon) = \sum_j^m k_j \cdot \left(\frac{\varepsilon_0(\tau)}{\varepsilon_{b0}(t)} \right)^{j-1}. \quad (16)$$

$E_0(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, k_j , $d_i(t)$, $\theta_i(t)$ – эмпирически устанавливаемые константы, которые зависят от возраста материала и режима эксплуатации (истории нагружения) [7,12].

Нижняя граница интегрирования t_1^* в выражении (15) представляет собой условное время запаздывания динамического нагружения. Для закона деформирования, описываемого выражением (16), условное время запаздывания динамического нагружения определяется из выражения (17):

$$t_1^* = -0.5 \cdot \frac{b_2}{b_1} + \sqrt{0.25 \cdot \frac{b_2^2}{b_1^2} - \frac{1}{b_1} \cdot (b_3 - \varepsilon(\eta_\sigma))}, \quad (17)$$

где $\varepsilon(\eta_\sigma)$ – деформация при уровне напряжений η_σ для квазистатического режима нагружения.

Время t_1^* называется условным, поскольку оно не связано с реальной шкалой времени нагружения образцов. t_1^* соответствует достижению квазистатических напряжений σ при квазистатических деформациях ε с учетом принятого закона изменения деформаций при динамическом режиме нагружения.

Исследование влияния начального напряженно-деформированного состояния, сформированного длительным действием эксплуатационных нагрузок, на параметры деформирования при статико-динамическом режимном нагружении выполнено в аналитической форме с учетом принятых допущений и ограничений. Решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния железобетонной колонны при ее динамической догрузке приводится в следующем разделе в общем виде. Численная реализация и полная валидация предлагаемого решения предполагается после завершения серии испытаний армированных призм с учетом влияния факторов длительного нагружения. Ниже приводится валидация принятой модели бетона при статико-динамическом режиме нагружения с учетом предыстории длительного нагружения

3 Результаты исследования и их анализ

3.1. Валидация нелинейной вязкоупругой модели бетона

Для валидации модели бетона при статико-динамическом нагружении с учетом длительного этапа нормальной эксплуатации, предшествующего особой расчетной ситуации, были выполнены экспериментальные исследования на образцах призмах с размерами $70 \times 70 \times 280$ мм. Статико-динамические испытания производились для образцов в возрасте 270 суток. При этом половина образцов предварительно выдерживалась под длительной статической нагрузкой при уровне напряжений $0.6 \cdot f_{cm}$ в течение 182 суток

На рисунке 6 представлены диаграммы «напряжения – деформации» при динамическом режиме нагружения.

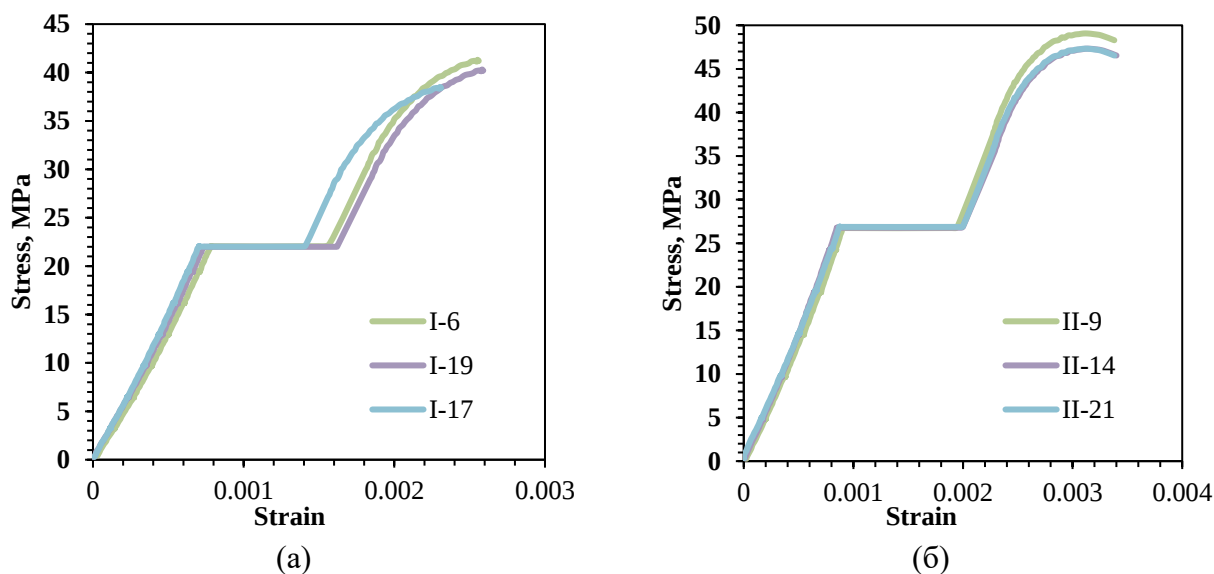


Рисунок 6 - Диаграммы состояния бетона при динамическом нагружении: а– серия I с учетом предварительной выдержки при уровне начальных напряжений $0.6 f_{cm}$, б– серия II с учетом предварительной выдержки при уровне начальных напряжений $0.6 f_{cm}$

При статико-динамических испытаниях образцов без длительной выдержки при фиксированном уровне напряжений, вызванных статическим этапом нагружения, прочность возросла в 1,18 и 1,25 раз по сравнению с результатами квазистатических испытаний для образцов серии I и II соответственно. При этом динамическая прочность образцов без учета влияния начальных напряжений была выше, чем по результатам статико-динамических испытаний, и превышала в 1,29 раз прочность при квазистатическом режиме нагружения.

В таблице 1 приведены подобранные на основе экспериментальных данных параметры модели, представленной в разделе 2.2 данной статьи.

Таблица 1 – Значения подобранных параметров модели

Параметры	Серия I				Серия II			
Уровень напряжений от статической нагрузки	0	0.2	0.4	0.6	0	0.2	0.4	0.6
t^*_1, c	0	0.004	0.008	0.013	0	0.0055	0.0105	0.018
Скорость деформаций, s^{-1}	0.06				0.05			
$E_0(t)$, МПа	28805				31810			
$\alpha(t)$, МПа	226600				-2×10^6			
$\beta(t)$, МПа	-3×10^9				-2×10^9			
c_1 , МПа $^{-1}$	-1.142×10^{-5}				-1.282×10^{-5}			
c_2 , МПа $^{-1}$	-2.135×10^{-5}				-2.382×10^{-5}			
γ_1 , c^{-1}	0.001				0.001			
γ_2 , c^{-1}	0.016				0.017			
k_2	1				1			
$d_1(t)$, МПа	2.168×10^3				14.92×10^3			
$\theta_1(t)$, c^{-1}	-81.439				35.462			

На рисунке 7 приведены графики законов изменения напряжений при статико-динамическом нагружении с разного уровня начальных напряжений от статической нагрузки

и с учетом выдержки при таком уровне напряжений в течение 182 суток. Средняя скорость напряжений была установлена равной 750 МПа/с.

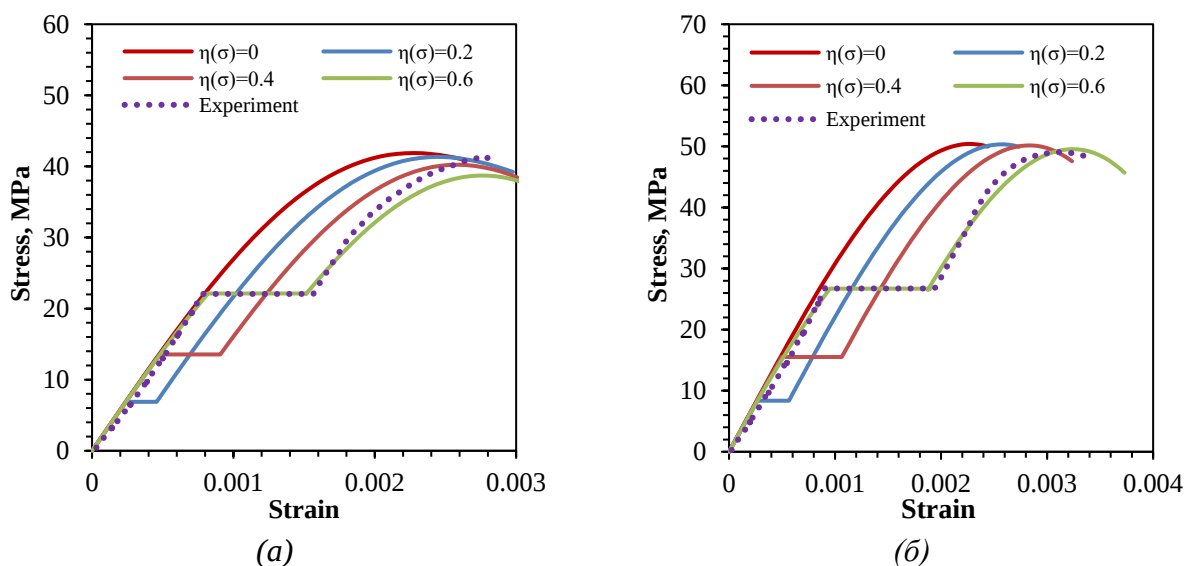


Рисунок 7 - Влияние уровня начальных напряжений на диаграммы состояния бетона: графики законов изменения напряжений при статико-динамическом нагружении с разного уровня начальных напряжений (а), диаграммы состояния (б)

Полученные результаты, представленные на рисунке 7 (б) согласуются с экспериментальными данными. Таким образом предложенная в статье модель позволяет качественно верно описать поведение бетона при динамическом и статико-динамическом режиме нагружения.

3.2. Определение деформированного состояния железобетонной колонны при статико-динамическом нагружении с учетом ползучести

Решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния железобетонной колонны с учетом принятой модели материалов при динамическом догружении разбивается на две подзадачи: (1) определение начального напряженно-деформированного состояния колонны на момент времени, предшествующий особой расчетной ситуации, с учетом проявления факторов длительного силового сопротивления; (2) определение напряженно-деформированного состояния в произвольные моменты времени от начала динамического догружения в результате произошедшей структурной перестройки конструктивной системы. Такое разделение позволяет ввести применительно к каждой из решаемых подзадач ряд упрощений, которые не оказывают существенного влияния на конечный результат.

В частности, при решении первой подзадачи моменты, вызванные действием сил инерции, пренебрежимо малы и могут быть исключены из исходной системы уравнений равновесия. В результате получим:

$$\begin{cases} M_{int,y}(t_i) - P_{ext} \cdot (f_{0y}(t_i) + f_{r,y}(t_i) + f_{cr,y}(t_i) + a_{\eta y}(t_i)) = 0; \\ M_{int,z}(t_i) - P_{ext} \cdot (f_{0z}(t_i) + f_{r,z}(t_i) + f_{cr,z}(t_i) + a_{\eta z}(t_i)) = 0; \\ P_{int} = P_{ext}, \end{cases} \quad (18)$$

где $f_{cr,y}(t_i)$, $f_{cr,z}(t_i)$ – прогибы, вызванные ползучестью и усадкой бетона, оказывающие лишь опосредованное влияние на напряженное состояние сечений в результате продольного изгиба:

$$\begin{aligned} f_{cr,z}(t_i) &= \frac{l^2}{\pi^2 \cdot h} \cdot [\varepsilon_{cr,1}(t_i) - \varepsilon_{cr,1}(t_i)]; \\ f_{cr,y}(t_i) &= \frac{l^2}{\pi^2 \cdot h} \cdot [\varepsilon_{cr,3}(t_i) - \varepsilon_{cr,4}(t_i)], \end{aligned} \quad (19)$$

$f_{r,y}(t_i), f_{r,z}(t_i)$ – прогибы от действия внешней нагрузки с учетом релаксации напряжений в бетоне.

В работе принят жесткий режим нагружения, предполагающий единовременное приложение нагрузки, после чего она остается неизменной до наступления особой расчетной ситуации $P_{int} = P_{ext} = const$. Расчет напряженно-деформированного состояния выполняется итерационно. Начальные несовершенства учитывают полные прогибы, определенные на предыдущей итерации расчета:

$$\begin{aligned} f_{0y}(t_i) &= f_{0y}(t_{i-1}) + f_{r,y}(t_{i-1}) + f_{cr,y}(t_{i-1}) + a_{\eta y}(t_{i-1}); \\ f_{0z}(t_i) &= f_{0z}(t_{i-1}) + f_{r,z}(t_{i-1}) + f_{cr,z}(t_{i-1}) + a_{\eta z}(t_{i-1}). \end{aligned} \quad (20)$$

С учетом принятой в исследовании (раздел 2.2) нелинейной вязкоупругой модели наследственного старения выражения для $P_{int}, M_{int,y}, M_{int,z}$ примут следующий вид:

$$\begin{aligned} P_{int} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} [f_e(\varepsilon) - \varepsilon_r(t_i) \cdot E_b(t_i)] dy dz \\ &+ \sum_i^n (\varepsilon_{si}(t_{i-1}) + \varepsilon_{cr,i}(t_i) - \varepsilon_r(t_i)) \cdot E_{si} \cdot A_{si}; \\ M_{int,y} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} [f_e(\varepsilon) - \varepsilon_r(t_i) \cdot E_b(t_i)] \cdot z dy dz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si} \cdot z_{si}; \\ M_{int,z} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} [f_e(\varepsilon) - \varepsilon_r(t_i) \cdot E_b(t_i)] \cdot y dy dz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si} \cdot y_{si}; \\ \varepsilon_{cr,i}(t_i) &= \varepsilon_{sh}(t_i) + \int_{\tau_{oi}}^{t_i} [f_e(\varepsilon) - \varepsilon_r(t_i) \cdot E_b(t_i)] \cdot \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \end{aligned} \quad (21)$$

где $\varepsilon_{sh}(t_i)$ – деформации усадки.

На первой итерации выполняется нелинейно упругий расчет, по результатам которого устанавливают деформированное состояние $(\varepsilon_0, k_y, k_z)$ наиболее нагруженного сечения без учета влияния факторов длительного сопротивления. На последующих итерациях вычисляется деформированное состояние наиболее нагруженного сечения $\varepsilon_{cr,i}(t_i), \varepsilon_r(t_i), k_y(t_i), k_z(t_i)$ на момент, предшествующий наступлению особой расчетной ситуации. Условие сходимости итерационного процесса принято в следующем виде: $|M_{int,yi} - M_{int,i-1}| < \alpha$, где α – назначаемый численный параметр, определяющий точность расчета.

Для второй стадии – динамического нагружения, условие равновесия наиболее нагруженного сечения в произвольный момент времени, отсчитываемый от начала динамического догружения, примет вид:

$$\begin{aligned}\delta M_{\text{int},y}(\Delta t_i) + M_{i,y}(\Delta t_i) - P_{\text{ext}} \cdot \delta f_y - \delta P_{\text{ext}} \cdot f_y &= 0; \\ \delta M_{\text{int},z}(\Delta t_i) + M_{i,z}(\Delta t_i) - P_{\text{ext}} \cdot \delta f_z - \delta P_{\text{ext}} \cdot f_z &= 0; \\ \delta P_{\text{int}} &= \delta P_{\text{ext}}.\end{aligned}\quad (22)$$

В выражениях (22) $\delta M_{\text{int},y}(\Delta t_i)$, $\delta M_{\text{int},z}(\Delta t_i)$, δP - приращения изгибающих моментов и продольной силы за промежуток времени Δt_i ;

$M_{i,y}(\Delta t_i)$, $M_{i,z}(\Delta t_i)$ - моменты, вызванные силами инерции на этом же промежутке времени;

f_y , f_z , δf_y , δf_z - проекции максимальных значений прогибов и их приращений.

Приращения изгибающих моментов в (22) определяются из следующих соотношений:

$$\begin{aligned}\delta M_{\text{int},y}(\Delta t_i) &= M_{\text{int},y}(\tau_{0i} + \Delta t_i) - M_{\text{int},y}(\tau_{0i}); \\ \delta M_{\text{int},z}(\Delta t_i) &= M_{\text{int},z}(\tau_{0i} + \Delta t_i) - M_{\text{int},z}(\tau_{0i}),\end{aligned}\quad (23)$$

где $M_{\text{int},y}(t_i)$, $M_{\text{int},z}(t_i)$ определяется из выражения (4) с учетом подстановки функции напряжений (15).

В результате такой подстановки получаем уравнения относительно неизвестных ε , k_y , k_z , для которых поиск решения выполняется с использованием численных методов решения дифференциальных и интегральных уравнений. Далее, при известном деформированном состоянии сечения отыскиваются значения усилий $M_{\text{int},y}$, $M_{\text{int},z}$ и полных прогибов f_y , f_z . После этого выполняется проверка критерия несущей способности в форме (9).

4 Выводы

В статье представлены результаты аналитического исследования несущей способности длительно нагруженных внецентренно сжатых железобетонных несущих элементов при динамическом догружении, вызванном возникновением начального локального разрушения в конструктивной системе здания. На основании проведенного исследования можно сформулировать следующие выводы:

1. Сформулированы следующие исходные предпосылки и границы исследования, определяемые физической природой рассматриваемого явления: до образования трещин деформирование сечений согласуется с гипотезой Бернулли; проекции деформированной оси колонны аппроксимируются синусоидами; влияние кратковременных нагрузок и их изменчивости на формирование напряженно-деформированного состояния колонны на момент наступления особой расчетной ситуации не учитывается; для нагрузки и начальных прогибов принят кусочно-линейный закон изменения во времени.

2. Предложена комбинация вязкоупругой модели наследственного старения и модифицированной модели Максвелла с учетом нелинейноупругой связи напряжений и условно мгновенных деформаций в качестве модели бетона при статико-динамическом режимном нагружении. Выполнена валидация принятой модели материала на фоне экспериментальных данных.

3. Построено в аналитической форме решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния железобетонной колонны при статико-динамическом нагружении с учетом влияния исходного напряженно деформированного состояния, сформированного в результате длительного действия эксплуатационных нагрузок.

Благодарности

Авторы благодарят НИУ МГСУ за поддержку в рамках конкурса грантов на проведение исследований аспирантами (Проект № 02-480/130, приказ 480/130 от 18.05.2023)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Alshaikh I.M.H. et al. Experimental investigation of the progressive collapse of rein-forced concrete structures: An overview // Structures. 2020. Vol. 25. P. 881–900.
2. Kiakojour F. et al. Experimental studies on the progressive collapse of building structures: A review and discussion on dynamic column removal techniques // Structures. Elsevier Ltd, 2023. Vol. 57.
3. Kiakojour F. et al. Progressive collapse of framed building structures: Current knowledge and future prospects // Eng Struct. Elsevier, 2020. Vol. 206, № December 2019. P. 110061.
4. Adam J.M. et al. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century // Eng Struct. Elsevier, 2018. Vol. 173, № March. P. 122–149.
5. Caredda G. et al. Learning from the progressive collapse of buildings // Developments in the Built Environment. 2023. Vol. 15. P. 100194.
6. Fedorova N.V., Savin S.YU. Progressive collapse resistance of facilities experienced to localized structural damage - an analytical review // Building and reconstruction. 2021. Vol. 95, № 3. P. 76–108.
7. Levitch V. et al. Seismic performance capacities of old concrete // 13 th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada. 2004. P. 1–15.
8. Баженов Ю.М. Бетон при динамическом нагружении. Москва: Стройиздат, 1970. 271 p.
9. Гениев Г.А. Метод определения динамических пределов прочности бетона // Бетон и железобетон. 1998. № 1. P. 18–19.
10. Nam J.W. et al. Analytical study of finite element models for FRP retrofitted concrete structure under blast loads // International Journal of Damage Mechanics. 2009. Vol. 18, № 5. P. 461–490.
11. Yu W., Jin L., Du X. Influence of pre-static loads on dynamic compression and corresponding size effect of concrete: Mesoscale analysis // Constr Build Mater. 2021. Vol. 300. P. 124302.
12. Колчунов В.И. et al. Живучесть зданий и сооружений при запроектных воздействиях [Survivability of building and structures to undesigned actions]. М.: Издательство АСВ, 2014. 208 p.
13. Цветков К.А., Баженова А.В., Безгодов И.М. Проблема построения диаграммы деформирования бетона при однократном динамическом воздействии с учетом влияния предварительных напряжений от действия статической нагрузки // Вестник МГСУ. 2012. № 7. P. 152–158.
14. Fedorova N.V., Medyankin M.D., Bushova O.B. Experimental determination of the parameters of the static-dynamic deformation of concrete under loading modal // Building and reconstruction. 2020. Vol. 89, № 3. P. 72–81.
15. Savin S.Yu., Medyankin M.D., Sharipov M.Z. Deformation of Fiber Concrete Under a Single Dynamic Impact Taking into Account the Influence of Initial Stresses from the Static Load // Building and reconstruction. 2022. Vol. 99, № 1. P. 76–88.
16. Savin S.Yu., Fedorova N.V. Viscoelastic Model of Fiber Concrete under Dynamic Loading Considering the Effect of Initial Stresses // Russian Journal of Building Construction and Architecture. Voronezh State Technical University, 2024. № 2(62). P. 19–35.
17. Zhou Y. Concrete creep and thermal effects on the dynamic behavior of a concrete-filled steel tube arch bridge // Journal of Vibration Engineering. 2014. Vol. 16, № 4. P. 1735–1744.
18. Тамразян А. Г. Динамическая устойчивость сжатого железобетонного элемента как вязкоупругого стержня // Вестники МГСУ. 2011. Vol. 2, № 1. P. 193–194.
19. Тамразян А.Г. Ресурс живучести - основной критерий решений высотных зданий [Survivability resource - the main criterion for the decisions of high-rise buildings] // Жилищное строительство. 2010. № 1. P. 15–18.
20. Alekseytsev A.V. et al. Bearing capacity of emergency loaded reinforced concrete columns with initial imperfections // Building and reconstruction. 2022. Vol. 104, № 6. P. 104–115.
21. Alekseytsev A.V. Optimal design of steel frame structures subject to level of mechanical safety // Building and reconstruction. 2020. Vol. 89, № 3. P. 51–62.
22. Gemmerling A.V. Raschet sterzhnevyyh sistem [Bar structural systems analysis]. Moscow: Stroyizdat, 1974. 207 p.
23. FIB Model Code 2010. CEB and FIP, 2011.
24. Tamrazyan A.G., Esayan S.G. Mechanics of concrete creep. Moscow: Moscow State University of Civil Engineering, 2012. 524 p.

25. Chen Y. et al. Research on creep behaviour of UHPC based on experiments and visco-elastic modelling // *Journal of Building Engineering*. Elsevier Ltd, 2024. Vol. 84.
26. BS EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1 : General rules and rules for buildings // British Standards Institution. 2004.
27. Lai J., Sun W. Dynamic behaviour and visco-elastic damage model of ultra-high per-formance cementitious composite // *Cem Concr Res*. 2009. Vol. 39, № 11. P. 1044–1051.
28. Wang L. et al. Nonlinear Viscoelastic Constitutive Relations and Nonlinear Viscoe-lastc Wave Propagation for Polymers at High Strain Rates. 1996.
29. Wang F.C., Zhao H.Y. Experimental investigation on blast furnace slag aggregate concrete filled double skin tubular (CFDST) stub columns under sustained loading // *Structures*. Elsevier, 2020. Vol. 27, № May. P. 352–360.

REFERENCES

1. Alshaikh I.M.H. et al. Experimental investigation of the progressive collapse of rein-forced concrete structures: An overview. *Structures*. 2020. Vol. 25. P. 881–900.
2. Kiakojour F. et al. Experimental studies on the progressive collapse of building structures: A review and discussion on dynamic column removal techniques. *Structures*. 2023. Vol. 57.
3. Kiakojour F. et al. Progressive collapse of framed building structures: Current knowledge and future prospects. *Eng Struct*. 2020. Vol. 206, № December 2019. P. 110061.
4. Adam J.M. et al. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century. *Eng Struct*. 2018. Vol. 173, № March. P. 122–149.
5. Caredda G. et al. Learning from the progressive collapse of buildings. *Developments in the Built Environment*. 2023. Vol. 15. P. 100194.
6. Fedorova N.V., Savin S.YU. Progressive collapse resistance of facilities experienced to localized structural damage - an analytical review. *Building and reconstruction*. 2021. Vol. 95, no. 3. P. 76–108.
7. Levitchich V. et al. Seismic performance capacities of old concrete. 13 th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada. 2004. P. 1–15.
8. Bazhenov Yu.M. Concrete under dynamic loading. Moscow: Stroyizdat, 1970. 271 p.
9. Geniyev G.A. Method for determining dynamic strength of concrete. *Concrete and reinforced concrete*. 1998. No. 1. P. 18–19.
10. Nam J.W. et al. Analytical study of finite element models for FRP retrofitted concrete structure under blast loads. *International Journal of Damage Mechanics*. 2009. Vol. 18, № 5. P. 461–490.
11. Yu W., Jin L., Du X. Influence of pre-static loads on dynamic compression and corre-sponding size effect of concrete: Mesoscale analysis. *Constr Build Mater*. 2021. Vol. 300. P. 124302.
12. Kolchunov V.I. et al. Robustness of buildings and structures under accidental actions. Moscow: Publishing ASV, 2014. 208 p.
13. Tsvetkov K.A., Bazhenova S.I., Bezgodov I.M. Problem of construction of the deformation diagram for concrete under dynamic impact considering effects of static preloading. *Vestnik MGSU*. 2012. No. 7. P. 152–158.
14. Fedorova N.V., Medyankin M.D., Bushova O.B. Experimental determination of the parameters of the static-dynamic deformation of concrete under loading modal. *Building and reconstruction*. 2020. Vol. 89, № 3. P. 72–81.
15. Savin S.Yu., Medyankin M.D., Sharipov M.Z. Deformation of Fiber Concrete Under a Single Dynamic Impact Taking into Account the Influence of Initial Stresses from the Static Load. *Building and reconstruction*. 2022. Vol. 99, № 1. P. 76–88.
16. Savin S.Yu., Fedorova N.V. Viscoelastic Model of Fiber Concrete under Dynamic Loading Considering the Effect of Initial Stresses. *Russian Journal of Building Con-struction and Architecture*. 2024. № 2(62). P. 19–35.
17. Zhou Y. Concrete creep and thermal effects on the dynamic behavior of a concrete-filled steel tube arch bridge. *Journal of Vybroyengineering*. 2014. Vol. 16, № 4. P. 1735–1744.
18. Tamrazyan A.G. Dynamic stability of compressed reinforced concrete element as a visco-elastic rod. *Vestnik MGSU*. 2011. Vol. 2, No. 1. P. 193–194.
19. Tamrazyan A.G. Survivability resource - the main criterion for the decisions of high-rise buildings. *Zhilishnoe stroitelstvo*. 2010. No. 1. P. 15–18.
20. Alekseytsev A.V. et al. Bearing capacity of emergencyly loaded reinforced concrete columns with initial imperfections. *Building and reconstruction*. 2022. Vol. 104, № 6. P. 104–115.
21. Alekseytsev A.V. Optimal design of steel frame structures subject to level of mechanical safety. *Building and reconstruction*. 2020. Vol. 89, № 3. P. 51–62.
22. Gemmerling A.V. Bar structural systems analysis. Moscow: Stroyizdat, 1974. 207 p.
23. FIB Model Code 2010. CEB and FIP, 2011.
24. Tamrazyan A.G., Esayan S.G. Mechanics of concrete creep. Moscow: Moscow State University of Civil Engineering, 2012. 524 p.

25. Chen Y. et al. Research on creep behaviour of UHPC based on experiments and visco-elastic modelling. *Journal of Building Engineering*. 2024. Vol. 84.
26. BS EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1 : General rules and rules for buildings. British Standards Institution. 2004.
27. Lai J., Sun W. Dynamic behaviour and visco-elastic damage model of ultra-high per-formance cementitious composite. *Cem Concr Res*. 2009. Vol. 39, № 11. P. 1044–1051.
28. Wang L. et al. Nonlinear Viscoelastic Constitutive Relations and Nonlinear Viscoe-lastic Wave Propagation for Polymers at High Strain Rates. 1996.
29. Wang F.C., Zhao H.Y. Experimental investigation on blast furnace slag aggregate concrete filled double skin tubular (CFDST) stub columns under sustained loading. *Structures*. 2020. Vol. 27, № May. P. 352–360.

Информация об авторах

Савин Сергей Юрьевич

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций.
E-mail: savinsyu@mgsu.ru

Шарипов Манонходжа Зарифходжаевич

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций
E-mail: manonkhoja.sh@bk.ru

Амелина Маргарита Андреевна

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций
E-mail: margo.dremova@mail.ru

Information about authors:

Savin Sergei Yu.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Candidate of Tech. Sc., associate professor of the department of Reinforced Concrete and Masonry Structures
E-mail: savinsyu@mgsu.ru

Sharipov Manonkhodja Z.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Post graduate student of the department of Reinforced Concrete and Masonry Structures.
F-mail: manonkhoja.sh@bk.ru

Amelina Margarita A.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Post graduate student of the department of Reinforced Concrete and Masonry Structures.
E-mail: margo.dremova@mail.ru

Л.В. ГЛЕБУШКИНА¹, А.Е. ТОКАРЕВ¹

¹ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», г. Тюмень, Россия

ИНФРАСТРУКТУРНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗВИТИЯ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ В СОСТАВЕ АНГАРО-ЕНИСЕЙСКОГО МАКРОРЕГИОНА

Аннотация. В Сибири наблюдается тотальное доминирование в градообразовании железнодорожных магистралей и судоходных рек. Проблема «транспорт-расселение» рассматривается на конкретных материалах Ангаро-Енисейского макрорегиона интерзонального типа. Строительство Северо-Сибирской железной дороги создаст дополнительный ресурс для совершенствования структуры расселения Ближнего Севера на основе идеи «базовый город – вахтовый метод», сформированной в советское время. Использование таких форм пространственной организации объектов производства Нижнего Приангарья как кластеры и Среднего Приангарья как территории опережающего развития, свойственных инновационной экономике, позволит сформировать каркас расселенческой системы на основе базовых поселений, образованных из уже существующих городов.

Предложены перспективные формы трансформации сложившейся структуры расселения Ангаро-Енисейского макрорегиона, в основе которой лежит концепция формирования интерзональных систем, предусматривающих как внешнее, так и внутреннее централизованное вахтово-экспедиционное расселение на севере Иркутской области и Красноярского края.

Ключевые слова: расселение; транспортная инфраструктура; интерзональные макрорегионы; пространственное развитие.

L.V. GLEBUSHKINA¹, A.E. TOKAREV¹

¹ Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

INFRASTRUCTURAL PREREQUISITES FOR THE SPATIAL DEVELOPMENT OF THE IRKUTSK REGION AS PART OF THE ANGARA-YENISEI MACROREGION

Abstract. In Siberia the urban development along the railways and navigable rivers dominates totally. The problem of “transport-settlement” is considered on specific materials of the Angara-Yenisei macroregion of interzonal type. The construction of the North Siberian Railway will create an additional resource for improving the settlement structure of the Near North zone based on the idea of the “basic city - shift method”, formed in Soviet times. The use of such forms of spatial organization of the Lower Angara region production facilities as clusters and the Middle Angara region as territories of advanced development is the characteristic of the innovative economy. This peculiarity will allow forming the framework of a settlement system founded on basic settlements formed from the existing cities.

Promising forms of transformation of the existing settlement structure of the Angara-Yenisei macroregion are proposed, which is based on the concept of forming interzonal systems providing for both external and internal centralized shift and expeditionary settlement in the north of the Irkutsk Region and the Krasnoyarsk Territory.

Keywords: resettlement; transport infrastructure; interzonal macroregions; spatial development.

1. Введение

Основные виды межселенной инженерной инфраструктуры, системы телекоммуникаций, электроснабжения, газоснабжения и другие отрасли обеспечивают базовые условия жизнедеятельности общества. Вместе с ними, транспортная инфраструктура способствует повышению качества жизни и экономическому росту восточных районов страны, особая роль которых определяется географическим положением и огромным ресурсным потенциалом.

На рис. 1 показано расположение 12-ти макрорегионов Российской Федерации, четыре из которых относятся к интерзональному типу, охватывающему несколько широтных природно-климатических зон.



Рисунок 1 - Макрорегионы Российской Федерации

На карте Районирования Российского Севера (рис. 2) отчетливо видно, что на территориях Уральско-Сибирского, Ангаро-Енисейского и Дальневосточного макрорегионов расположены арктическая зона Российской Федерации, районы Крайнего Севера, местности, приравненные к районам Крайнего Севера, и Южная зона.

В Южно-Сибирском макрорегионе арктическая зона отсутствует. Широтная зональность является главной особенностью 76,68 % территории России, на которой проживает четверть населения страны (25,61 %) (см. табл. 1).

Цель статьи показать, как опережающее развитие транспортной инфраструктуры может стать дополнительным ресурсом для пространственного расширения системы расселения Иркутской области в составе Ангаро-Енисейского макрорегиона (АЕМ) и создания плацдарма для хозяйственного освоения северных территорий. Доказано, что “в результате анализа и систематизации современного опыта реализации проектов развития локальных

территорий влияние активности их градостроительного освоения на параметры функционирования региональных систем” [1].

Исходя из указанной цели, была поставлена задача показать, что совершенствование системы расселения на территории Ближнего севера может обеспечить пространственное развитие АЕМ за счет реализации потенциала межрегионального (между Иркутской областью и Красноярским краем) взаимодействия.



Рисунок 2 - Районирование Российского Севера с учетом арктических территорий, 2017 г. [2]

Районирование Российского Севера, 1945 г.: 1 — Мурманская область, 2 — Республика Карелия, 3 — Ненецкий автономный округ (АО), 4 — Архангельская область, 5 — Республика Коми, 6 — Пермский край, 7 — Ямало-Ненецкий АО, 8 — Ханты-Мансийский АО, 9 — Тюменская область, 10 — Красноярский край, 11 — Томская область, 12 — Республика Алтай, 13 — Республика Тыва, 14 — Республика Саха (Якутия), 15 — Иркутская область, 16 — Республика Бурятия, 17 — Забайкальский край, 18 — Амурская область, 19 — Чукотский АО, 20 — Магаданская область, 21 — Хабаровский край, 22 — Приморский край, 23 — Сахалинская область, 24 — Камчатский край

Таблица 1 - Макрорегионы Российской Федерации интерзонального типа (на 01.01.2022г.).

Режим доступа к числовым данным:

- https://www.statdata.ru/largest_regions_russia - численность населения;

- <http://www.statdata.ru/ploshchad/rossii> - (территория).

№ п/п	Интерзональные макрорегионы (наименование)	Площадь (км²) территори и	от всей Росси и в %	Численность населения				Кол-во городо в
				всего	от всей России в %	городског о	сельског о	
I. Уральско-Сибирский:		1818497	10.62	12294961	8.44	10070987	2223974	115
1	Курганская область	71488	0.42	805510	0.55	503572	301938	9
2	Свердловская область	194307	1.13	4264340	2.93	3632943	631397	47
4	Челябинская область	88529	0.52	3418606	2.35	2825510	593096	30
5	Ханты-Мансийский автономный округ - Югра	534801	3.12	1702240	1.17	1578390	123850	16
6	Ямало-Ненецкий автономный округ	769250	4.49	552117	0.38	473892	78225	8
7	Тюменская область без ао	160122	0.94	1552148	1.06	1056680	495468	5
II. Южно-Сибирский:		989911	5.78	10822154	7.42	7960018	2862136	59
1	Республика Алтай	92903	0,54	221559	0.15	64558	157001	1
2	Алтайский край	167996	0,98	2268179	1.55	1302594	965585	12
3	Кемеровская область	95725	0,56	2604272	1.79	2241750	362522	20
4	Новосибирская область	177756	1,04	2780292	1.91	2206580	573712	14
5	Омская область	141140	0,82	1879548	1.29	1372948	506600	6
6	Томская область	314391	1,84	1068304	0.73	771588	296716	6

№ п/п	Интерзональные макрорегионы (наименование)	Площадь (км²) территори и	от всей Росси и в %	Численность населения				Кол-во города в
				всего	от всей России в %	городског о	сельског о	
I I I. Ангара-Енисейский:		3371816	19.68	6067250	4.15	4610073	1457177	55
1	Республика Тыва	168604	0,98	332609	0.23	182587	150022	5
2	Республика Хакасия	61569	0,36	528338	0.36	370552	157786	5
3	Красноярский край	2366797	13,82	2849169	1.95	2219359	629810	23
4	Иркутская область	774846	4,52	2357134	1.61	1837575	519559	22
IV. Дальневосточный:		6952555	40.59	8091244	5.54	5919928	2171316	82
1	Республика Бурятия	351334	2,05	982629	0.68	580826	401803	6
2	Республика Саха (Якутия)	3083523	18,01	992115	0.68	664288	327827	13
3	Забайкальский край	431892	2,52	1043467	0.71	716657	326810	10
4	Камчатский край	464275	2,71	312704	0.21	246879	65825	3
5	Приморский край	164673	0,96	1863011	1.28	1444057	418954	12
6	Хабаровский край	787633	4,60	1298978	0.89	1067841	231137	7
7	Амурская область	361908	2,11	772525	0.53	525699	246826	10
8	Магаданская область	462464	2,70	137767	0.09	132456	5311	2
9	Сахалинская область	87101	0,51	484177	0.33	400431	83746	14
10	Еврейская автономная область	36271	0,21	153831	0.11	104793	49038	2
11	Чукотский автономный округ	721481	4,21	50040	0.03	36001	14039	3
V. По всем интерзональным макрорегионам:		13132779	76.68	37275609	25.61	28561006	8714603	311
V I. Вся Россия		17125191	100	145557576	100	108896374	36661202	1117

В делении территории на макрорегионы закреплена суть их территориальной и расселенческой стратегии. Первоначальное включение Иркутской области, Республики Бурятия и Забайкальского края в состав Байкальского макрорегиона оценивается сотрудником Российского института градостроительства и инвестиционного развития «Гипрогор» Александром Колесовым следующим образом: «Они объединены близостью к озеру Байкал, особой спецификой социально-экономического и этнокультурного развития и взаимовлияния» [3]. В этом варианте для Иркутской области: «Озеро Байкал – ядро комплекса градостроительных предпосылок для развития, совершенствования и регулирования системы расселения» [3]. Сравнение административных единиц, примыкающих к озеру Байкал, показало, что: «Иркутская область гораздо активнее, чем другие составляющие Байкальского региона, набирает экономический потенциал...» [4]. Согласно Стратегии пространственного развития Российской Федерации на период до 2025 года¹ Иркутская область вошла в состав Ангара-Енисейского макрорегиона. Под названием Ангара-Енисейский макрорегион выделяется вся расположенная к западу от оз. Байкал часть Сибирского Федерального округа, в состав которой входят Красноярский край, Иркутская область, Республика Тыва и Республика Хакасия, занимающие обширную территорию общей площадью 3371,8 тыс. км², что составляет почти одну пятую часть (19,68 %) территории России при численности населения 6067250 человек (см. табл. 1). Еще в 1958 году на конференции по развитию производительных сил Восточной Сибири для выделенного в особый Ангара-Енисейский комплекс, в который на тот момент не вошла Республика Хакасия: «...были сформулированы

¹ Стратегия пространственного развития Российской Федерации на период до 2025 года.

URL: <https://strategy24.ru/rf/news/strategiya-prostranstvennogo-razvitiya-rossiyskoy-federatsii-na-period-do-2025-goda>

задачи и направления экономического развития на ближайший и перспективный период» [5]. Обращаясь к истории развития региона, следует отметить, что: «Ангаро-Енисейская проблема первоначально возникла как проблема энергетическая, связанная с перспективами использования уникальных по масштабам и экономической эффективности гидроэнергетических ресурсов Ангары и Енисея» [5].

Объектом исследования в статье является Иркутская область, которая в силу своего местоположения выполняет транзитную и связующую функции для западных и восточных частей страны, имеет предпосылки стать мощным мультимодальным хабом и драйвером развития. Предметом рассмотрения являются пространственные закономерности взаимосвязанного развития расселения и транспорта на территории макрорегиона.

Транспорт является одной из основополагающих отраслей экономики и неотъемлемой частью инфраструктурного развития в РФ. Основой реализации стратегии пространственного развития России является: «... обеспечение «связности» страны, для чего необходимо буквально «прошить» всю территорию России современными коммуникациями на базе транспортной инфраструктуры.»¹.

В принятой транспортной стратегии Красноярского Края до 2030 года² сформулирован прогноз социально-экономического развития транспортного комплекса края: «Ключевым проектом, создающим инфраструктурные условия для дальнейшего развития экономики этой зоны края (Нижнее Приангарье) и Сибири в целом, может стать строительство Северо-Сибирской железной дороги Севсиба (рис. 3).



Рисунок 3 - Фрагмент транспортной инфраструктуры Сибири.

URL: http://images.myshared.ru/4/203503/slide_18.jpg

¹ Послание президента Федеральному собранию 01.03.2018 г. Сайт президента России.

URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/42902>

² Транспортная стратегия Красноярского Края до 2030 года – Режим доступа:

<https://strategy24.ru/24/news/ministerstvo-transporta-krasnoyarskogo-kraya>

Строительство СевСиб может кардинально изменить эффективность дорожной сети Ангаро-Енисейского макрорегиона в связи с включением в транспортную решетку двух новых полигонов: Красноярск – Ачинск - Лесосибирск – Богучаны – Карабула – Канск - Красноярск и Тайшет – Карабула – Богучаны – Усть-Илимск – Братск –Тайшет (рис. 4). Наличие транспортной решетки свойственно экономически развитым территориям.

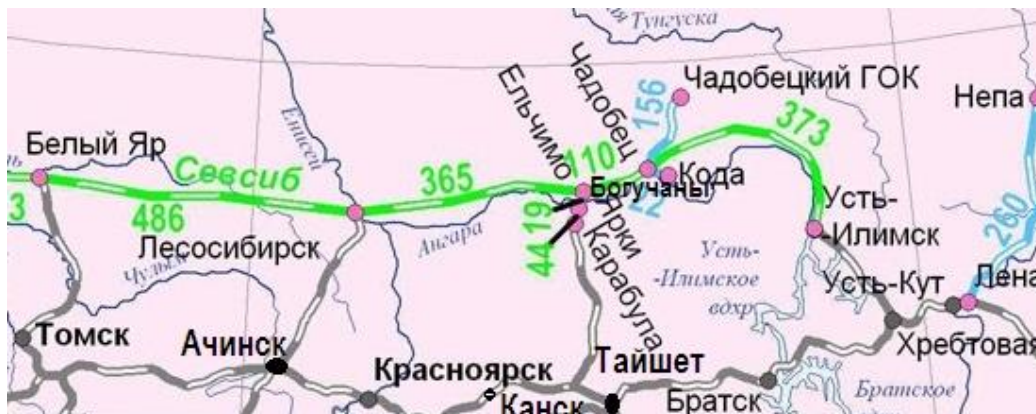


Рисунок 4 - Фрагмент карты «Перспективная топология развития сети железных дорог в первой половине XXI века».

Режим доступа: http://scbist.com/scb/uploaded/111318_1430314320.jpg

Во всем мире становление и развитие железнодорожного транспорта предшествует автомобильному транспорту [6]. Известно, что: «Транспортные сети состоят из магистральных путей сообщения (федеральных, опорных территориальных) и примыкающих к ним внутрирайонных и низовой дорожной сети. Межрайонные магистрали различных видов транспорта образуют опорную сеть страны и регионов. Это и определяет единство транспортной сети, включающей различные по специализации и мощности пути разных видов транспорта». При этом: «Железнодорожный транспорт, по своим техническим возможностям претендующий на решение стратегических задач экономики, определяет начертание и структуру опорной транспортной сети» [7].

Взаимосвязанное развитие транспорта и расселения осуществляется поэтапно (рис.5) [8]. «Нарастает людность пунктов, происходит углубление их иерархии и одновременно увеличивается число связей между пунктами, обеспечивая согласованное развитие обеих подсистем» [8].

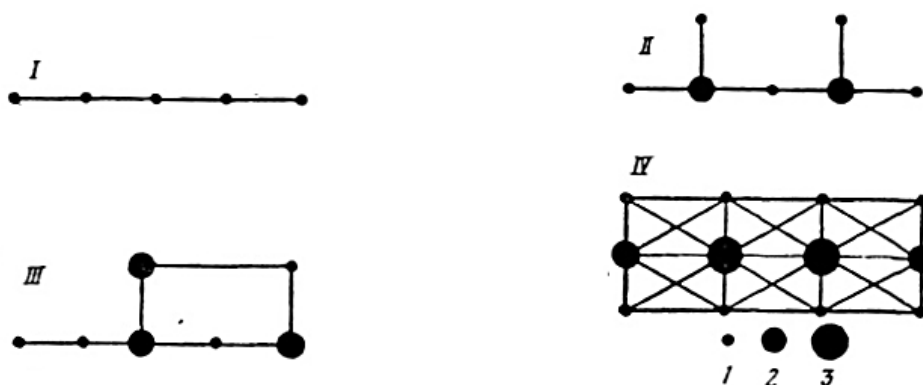


Рисунок 5 - Этапы взаимосвязанного развития расселения и транспорта [8].

I, II, III, IV – этапы; 1 – пункты с малой людностью низшего ранга; 2 – то же, средней людности; 3 – то же, крупные высшего ранга иерархии

Строительство СевСиб увеличит как линейные (транспорт), так и точечные (городские центры) каркасные ресурсы территории Ближнего Севера.

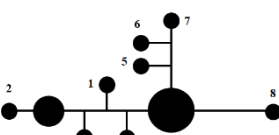
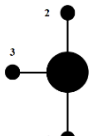
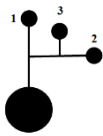
2. Модели и методы

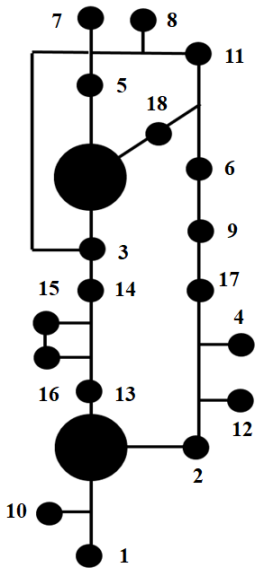
Структура территориальной системы расселения может быть раскрыта с учетом ее иерархичности. Существует иерархия систем расселения и иерархия поселений. Исследование взаимовлияния наложения двух каркасов (транспортного и урбанизационного) проводилось с применением методов системного анализа, связанных с использованием понятий «целостность», «элементы», «связи» [9]. В новой философской энциклопедии (2001 г.) под целостностью понимается «свойство объектов как совокупности составляющих их элементов, организованных в соответствии с определенными принципами». В качестве целостных объектов исследования были приняты субъекты АЕМ и сам Ангара-Енисейский макрорегион. Элементами систем расселения приняты города, расположенные на их территории. Связи – это транспортная сеть, охватывающая ареал расселения, центром которого является город. В современном расселении, представляющем собой систему взаимосвязанных, активно взаимодействующих населенных мест, значимость входящих в систему поселений определяется не одним фактором, а некоторой совокупностью аспектов цели и организации территориального социально-экономического комплекса. Это требует оценки городских и региональных структур на основе многомерного подхода, в котором социальный и экономический аспекты системообразования в сети населенных мест рассматривается одновременно, в неразрывной связи друг с другом. Начальным этапом исследования была оценка социально-производственного потенциала сети городов в рамках целостных объектов. Наибольшее количество городов расположено на территории Красноярского края – 23, всего на один город меньше в Иркутской области – 22, в республиках Хакасия и Тыва по 5 городов соответственно. Всего на территории макрорегиона функционирует 55 городов. Для оценки их социально-производственного потенциала (СПП) были использованы: «...энтропийные модели информационного типа, обладающие способностью агрегировать сколь угодно большое число переменных с использованием ковариационных матриц распределения признаков на множестве объектов, образующих определенную функционально-пространственную целостность ...» [10], «В матрицах представлены 10 отраслей производственной деятельности: лесная и деревообрабатывающая промышленность, металлургия и производство металлических изделий, добыча полезных ископаемых, энергетика, производство машин и оборудования, промышленность строительных материалов, сельское хозяйство и пищевая промышленность, нефтехимическая и атомная промышленность, туристический бизнес и санаторно-курортное лечение, научная деятельность, и десять видов непроизводственной сферы: финансы, здравоохранение, социальное обслуживание, культура, образование, спорт, строительство, жилищно-коммунальное хозяйство, розничная торговля и общественное питание.» [10]. Распределение СПП по субъектам, рассматриваемым как часть АЕМ, показало превышение СПП Красноярского края (10,7) над СПП Иркутской области (9,9) [9]. Но, если мы рассматриваем субъекты независимо друг от друга, то значение СПП по Красноярскому краю – 16,6, а по Иркутской области – 18,4.

В АЕМ существуют большие различия в территориальной структуре расселения, которые являются результатом исторического и экономического развития субъектов, хозяйственной освоенности и заселенности территории. Для решения задачи по выявлению степени урбанизированности всех четырех широтных зон, расположенных на обширной территории АЕМ, были рассчитаны показатели, достаточно четко характеризующие структуру расселения. Всего выявлено 31 градостроительное образование [11]. Из семи городов, расположенных в местностях, приравненных к районам Крайнего Севера (табл. 2), на трассе СевСиб-БАМ расположены два города, принадлежащих системе расселения Иркутской области – Братск и Усть-Илимск, и два города системы расселения Красноярского края –

Лесосибирск и Козьмодемьянск. Для оценки достигнутого уровня сложности градостроительных образований, расположенных на территории АЕМ, с помощью иерархического кластерного анализа была проведена их классификация [12]. Вышеназванные города вошли в группу «традиционные», т.е. «... это города, поселки городского типа и существующие с ними в тесной взаимосвязи сельские населенные пункты.» [12]. Если проект по строительству СевСибга будет реализован, то транспортные потоки из северо-западных регионов страны будут направляться на Дальний Восток через гг. Лесосибирск и Усть-Илимск, а не через гг. Екатеринбург, Новосибирск и Красноярск, как сейчас. Рост транспортной связности городов между собой и другими территориями приведет их к экономическому росту.

Таблица 2 - Структурные характеристики подсистем расселения Среднего и Нижнего Приангарья.

Центр ареала расселения и населенные пункты, вошедшие в состав ареала расселения. Радиус зоны влияния города-центра R	Численность населения, чел	Количество поселений	Граф Связности Коэффициент формы – K_f Коэффициент агломеративности – U	Среднее расстояние м/у насел. пунктами, км	Площадь территории ареала расселения, км ²	Плотность поселений на 1000 км ²	Социально-производственный потенциал (СПП) в границах:	
							субъект	макрорегион
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Братск - I Вихоревка 1. с. Кузнецовка 2. п. Турма 3. п. Тарма 4. с. Братская Елань 5. п. Бурнинская Вихоря 6. д. Анчирикова 7. п. Сахарово 8. п. Зяба	229 286 21 118 1080 1873 922 - 314 8 288 844	10		11	1132,7	8,8	1,8	1,0
R=38,6	Всего: 255 733 гор.н.: 250 404 сел. н.: 5 329	-	$K_f=3,0$ $U=0,8$	-	-	-	-	-
Усть-Илимск - II 1. пгт Железнодорожный 2. п. Невон 3. п. Бадарминск	81 976 6463 2215 768	4		9,5	364,1	11	1,0	0,6
R=27,4	Всего: 91 422 гор. н.: 88 439 сел. н.: 2 983	-	$K_f=1,5$ $U=1,1$	-	-	-	-	-
Козьмодемьянск - III 1. с. Заледеево 2. п. Говорково 3. д. Тагара	15 911 1226 678 1433	4		8,9	319,3	12,5	0,3	0,1

Центр ареала расселения и населенные пункты, вошедшие в состав ареала расселения. Радиус зоны влияния города-центра R	Численность населения, чел	Количество поселений	Граф Связности Коэффициент формы – K_f Коэффициент агломеративности – U	Среднее расстояние м/у насел. пунктами, км	Площадь территории ареала расселения, км ²	Плотность поселений на 1000 км ²	Социально-производственный потенциал (СПП) в границах:	
							субъект	макрорегион
R=15,8	Всего: 19 248 гор. н.: 15 911 сел. н.: 3 337	-	$K_f=3,7$ $U=3,2$	-	-	-	-	-
Лесосибирск - II Енисейск 1. с. Абалаково 2. п. Высокогорский 3. с. Верхнепашино 4. с. Городище 5. с. Озёрное 6. с. Епишино 7. с. Плотбище 8. п. Усть-Кемь 9. с. Потапово 10. п. Абалаково 11. пгт Подтёсово 12. д. Рудиковка 13. п. Новоенисейск 14. д. Прутовая 15. д. Южаково 16. п. Байкал 17. д. Каменск 18. д. Еркалово	59 356 17 805 1504 948 2760 270 1641 667 347 980 568 953 3928 34 - 99 31 175 30 53	20		6,8	920	21,7	0,8	0,4
R=24,6	Всего: 92 149 гор. н.: 81 089 сел. н.: 11 060	-	$K_f=3,0$ $U=0,8$	-	-	-	-	-

3. Результаты исследования и их анализ

Поселения, расположенные на магистралях и в зонах их непосредственного влияния несут наименьшие транспортные издержки и обладают наилучшими возможностями развития и роста [13, 14].

Севсиб – это долгосрочный стратегический проект, определяющий конкурентоспособность двух соседствующих субъектов РФ со схожими природно-климатическими и социально-экономическими условиями для жизни и экономической деятельности. «Формирование Северо-Сибирского индустриального пояса в составе Братско-Усть-Илимского комплекса и Ленско-Ангарского комплекса основано на развитии широтных транспортных коридоров, образующих связи северной части Иркутской области с прилегающими территориями Красноярского края и Республики Саха (Якутия).»¹ (рис. 6).

¹ Схемы территориального планирования Красноярского края. Том II Часть I. Сайт Министерства строительства и жил. комм. хозяйства Красноярского края. URL: <http://minstroy.krskstate.ru/graddoc/terrplan/0/id/25663>

Севсиб – это железнодорожная магистраль, которая свяжет промышленный район «Нижнее Приангарье» Красноярского края с Братско-Усть-Илимским ТПК «Среднего Приангарья» Иркутской области, что обеспечит усиление межрегионального сотрудничества и координации социально-экономического развития двух вышеназванных субъектов РФ в рамках АЕМ. Обеспечение единства экономического пространства может быть обеспечено следующим образом: «Исходя из намечаемого в рамках реализации проекта развития Нижнего Приангарья комплекса мероприятий по развитию промышленного производства, считаем целесообразным создание на территории региона 7-ми индустриально-логических кластеров (ИЛК): Богучанский; Лесосибирский; Мотыгинский; Кодаинский, Кежемский; Куюмбский и Северо-Енисейский» [14]. К тому же: «Пересечение СевСиб с крупнейшими водными путями Сибири (реки Лена, Енисей, Ангара и Обь) дает возможность сформировать в городах Усть-Илимск, Богучаны, Лесосибирск, ... и др. крупные мультимодальные транспортные узлы, обеспечивающие прямой выход из глубинных районов Сибири к Северному морскому пути» [14]. Также в совместном освоении Иркутской области и Красноярского края находятся гидроресурсы рек Енисея и Ангары.

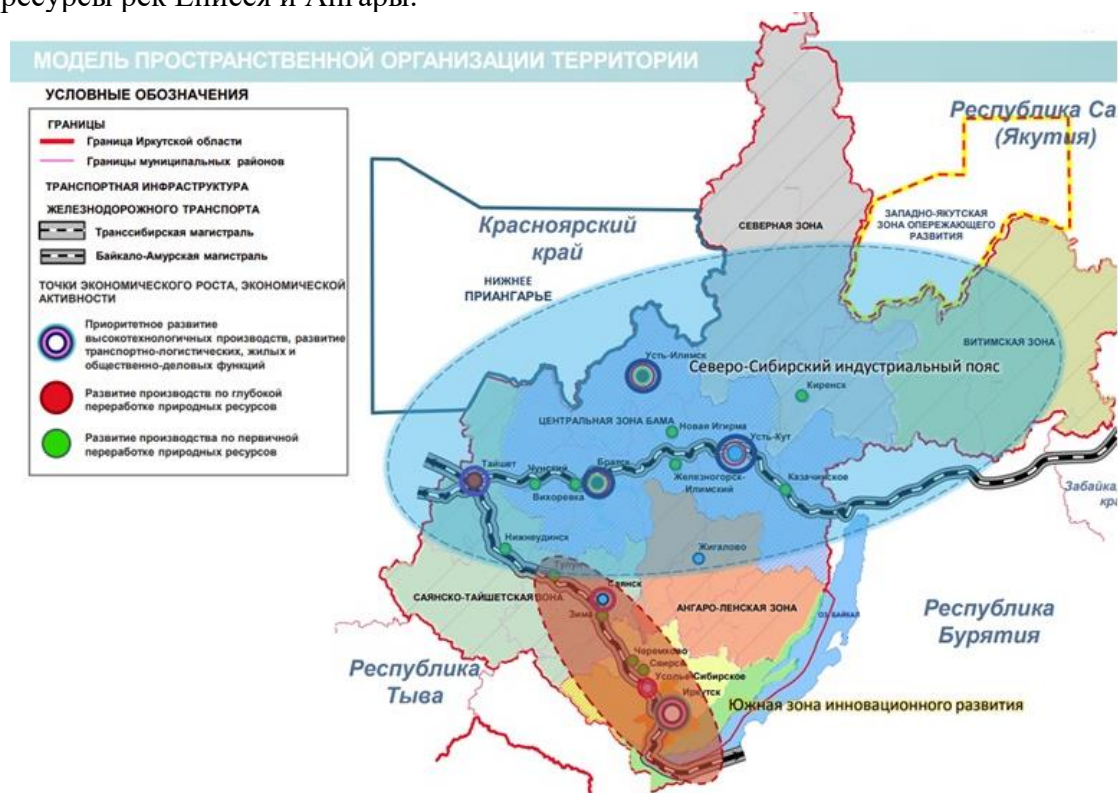


Рисунок 6 – Концепция пространственного развития Иркутской области.

URL: https://irkobl.ru/sites/saio/gradsovet/zas-gradsovet/141118_Concept.pdf

Самыми существенными элементами стратегии развития северо-восточной и северной частей Иркутской области являются: «... Комплексные инвестиционные проекты будущих опорных территорий развития (далее – ОТР),» [15]. Это: «Усть-Кутско-Ленская ОТР (северо-восточная часть региона: Усть-Кутский, Киренский, Качаченско-Ленский районы)... Усть-Илимско-Катангская ОТР (север Иркутской области: моногород Усть-Илимск, Усть-Илимский, Нижнеилимский и Катангский районы)... Братская ОТР (север Иркутской области: г. Братск и Братский район)» [15].

Из десяти субъектов Сибирского федерального округа (СФО) четыре входят в АЕМ, и только «... 2 региона (Красноярский край и Иркутская область) не получают дотаций на выравнивание бюджетной обеспеченности ...»¹. Это свидетельствует о значительном потенциале сотрудничества между этими двумя субъектами РФ. Снятие инфраструктурных ограничений способно привести к структурным изменениям в системе расселения зоны, приравненные к районам Крайнего Севера: «... наиболее реально, конечно, не возникновение вдоль СевСибса сплошных «цепочек» поселений, а укрепление главным образом уже существующих городов и поселков, оказавшихся на выгодных пересечениях железнодорожных и водных путей (... Лесосибирск на Енисее, Богучаны, Козинск и Усть-Илимск на Ангаре)» [16]. Эти города составят каркас расселенческой системы Ближнего Севера в качестве базовых поселений. Иркутская область характеризуется сравнительно высокой долей работников, работающих вахтовым методом. Внутрорегиональная вахта будет здесь наиболее эффективна. Это предопределяет: «... формирование расселения Севера по принципу «базовый город – внутрорегиональная вахта», когда происходит взаимодействие стационарных базовых городов, с полноценной инфраструктурой и многофункциональным назначением, где постоянно проживает рабочий контингент с семьями, и мелких мобильных поселков при месторождениях» [17].

На территории АЕМ сложилась сеть городских поселений. Она чрезвычайно инертна. Превращение сети в систему расселения характеризует процесс пространственного развития урбанизации. Отличительной особенностью изучаемой территории интерзонального типа является различная степень градостроительной освоенности ее широтных зон. Оценка структуры системы расселения осуществлялась с учетом возможности проводить сравнение по соотношению городов различной величины (людности) в общем их числе, суммарной численности населения и сложившейся иерархии населенных пунктов по значению социально-производственного потенциала (табл. 3, 4; рис. 7)

Таблица 3 – Распределение городов и их СПП в интерзональной системе расселения Ангаро-Енисейского макрорегиона

Широтные зоны	Количество городов												Социально-производственный потенциал (СПП) городов в соответствии с рангом в системе расселения АЕМ						
	Классифицированных по численности населения							В соответствии с рангом в системе расселения АЕМ											
	крупнейшие	крупные	большие	средние	малые	всего	доля %	I	II	III	IV	всего	доля %	I	II	III	IV	всего	доля %
Арктическая зона	-	-	1	-	2	3	5,4	1	-	1	1	3	5,4	0,78	-	0,26	0,08	1,14	4,6
Местности, приравненные к районам Крайнего Севера	-	-	2	2	11	15	27,3	2	3	4	6	15	27,3	1,89	1,33	1,03	0,70	4,96	20,4

Продолжение таблицы 3

¹ Стратегия социально-экономического развития Сибирского федерального округа до 2035 г. URL: <https://sudact.ru/law/rasporiazhenie-pravitelstva-rf-ot-26012023-n-129-r/strategiia-sotsialno-ekonomicheskogo-razvitiia-sibirskogo-federalnogo/>

Южная зона, включающая Основную полосу расселения	1	1	3	8	24	37	67,3	6	13	12	6	37	67,3	8,62	6,19	2,78	0,72	18,32	75,0
Всего	1	1	6	10	37	55	100	9	16	17	13	55	100	11,30	7,52	4,07	1,50	24,32	100
Доля %	1,8	1,8	11,0	18,1	67,3	-	100	16,3	29,1	31,0	23,6	-	100	46,5	30,9	16,5	6,1	-	100

Источник: рассчитано и составлено автором по [10]

В южной зоне расположено в 2 раза больше городов (37), чем в Арктической зоне и на Ближнем Севере (3+15). Суммарный социально-производственный потенциал различается еще больше – $\frac{3}{4}$ приходится на Основную полосу расселения и $\frac{1}{4}$ на остальную территорию. В зоне Крайнего Севера нет городов, а только 82 поселка городского типа (ПГТ). Значение ПГТ здесь, как и в других слабо урбанизированных районах наиболее велико, что требует проведения специального исследования возможности размещения в них функций организующих центров.

Таблица 4 – Распределение населения по городам в зависимости от их величины и ранга в системе расселения Ангаро-Енисейского макрорегиона (АЕМ)

Широтные зоны	Численность населения											
	В городах, классифицированных в соответствии с СП 42.13330.2016							В городах в соответствии с рангом в системе расселения АЕМ				
	крупнейшие	крупные	большие	средние	малые	всего	доля %	I	II	III	IV	всего
Арктическая зона	-	-	184124	-	25014	209138	5,0	184124	-	20925	4089	209138
Местности, приравненные к районам Крайнего Севера	-	-	345788	137133	177536	660457	15,8	345788	176818	72527	65324	660457
Южная зона, включающая Основную полосу расселения	1103023	617249	511145	542554	539711	3313682	79,2	2311698	700297	243902	57785	3313682
Всего	1103023	617249	1041057	679687	742261	4183277	100	2841610	847115	337354	127138	4183277
Доля %	26,4	14,8	24,9	16,2	17,7	-	100	67,9	20,9	8,1	3,1	100

Источник: рассчитано и составлено автором по <http://www.statdata.ru/largestregionsrussia>

В АЕМ система городских поселений представлена почти всеми общепринятыми классификационными категориями людности: малые до 50 тыс. жителей, средние – 50-100 тыс. жителей, большие – 100-250 тыс. жителей, крупные 250-500-1000 тыс. жителей, крупнейшие свыше 1000 тыс. жителей. Доля городского населения в Южной зоне 79,2% (4/5), на остальной территории 20,8% (1/5 часть), что указывает на абсолютное преобладание городского населения. В наиболее многочисленной группе малых городов проживает 17,7% населения, тогда как в двух агломерациях (г. Красноярск и г. Иркутск), расположенных в Южной зоне сосредоточена треть её населения и 41% населения всего макрорегиона. Этим объясняется и весьма неравномерное распределение иерархических групп: в Южной зоне в

городах I ранга проживает 2311698 человек. В Арктической зоне к I рангу относится большой г. Норильск, СПП которого был создан на начальных этапах индустриализации Севера. В местностях, приравненных к районам Крайнего Севера, к I рангу относятся два больших города – Кызыл, как административный центр республики Тыва и Братск, чей СПП сложился на этапе освоения гидроресурсов реки Ангары. Также неравномерно распределены по зонам города II, III и IV рангов (рис.7).

На рисунке 8 показан IV этап взаимосвязанного развития расселения и транспорта (см. рис. 5), характеризующийся переходом городов, расположенных на трассе Севсиб, в следующие классификационные категории и ранги по отношению к существующим. Также показано увеличение связей, которые должны обеспечить формирование как внешней, так и внутренней централизованной системы расселения на севере Иркутской области и Красноярского края.

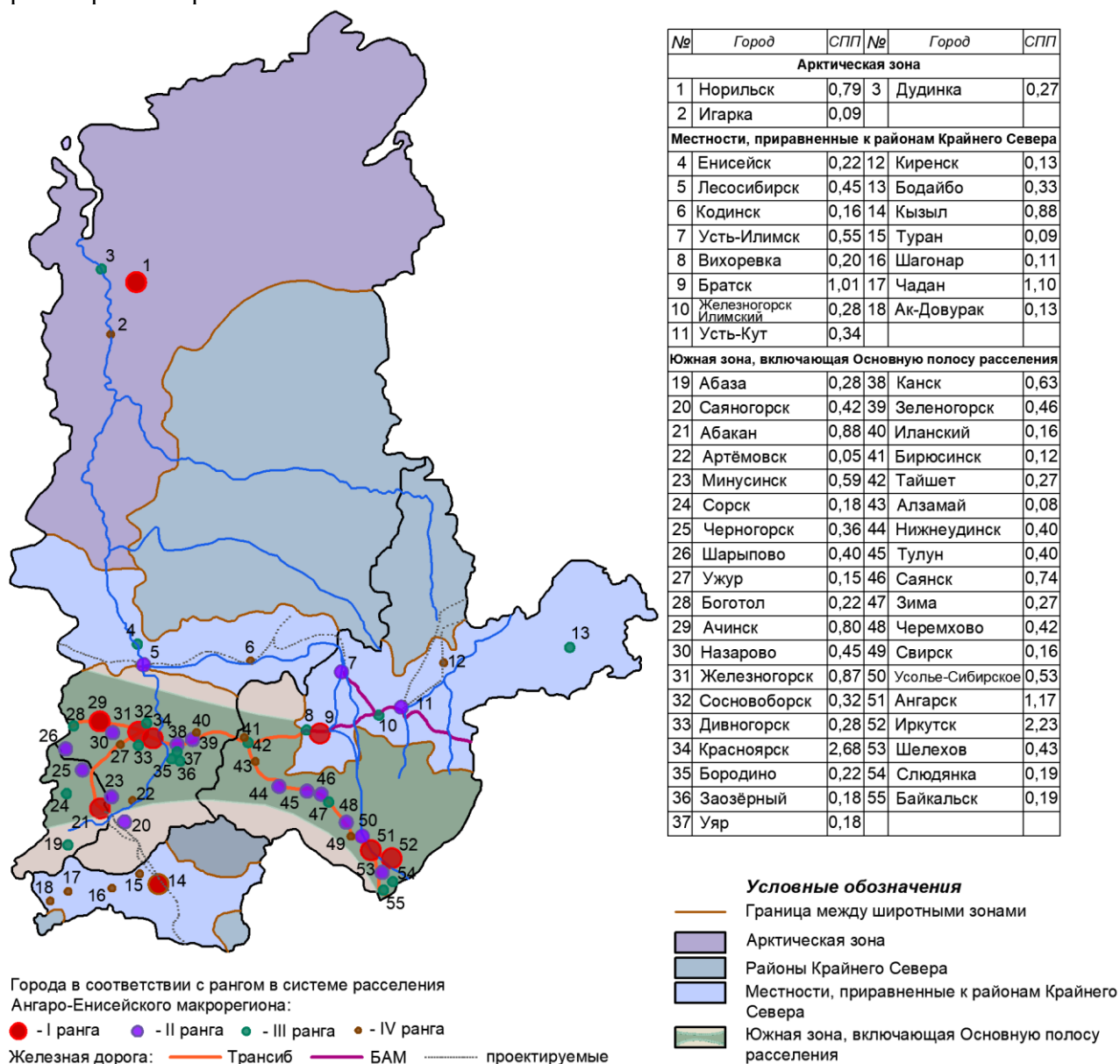


Рисунок 7 – Градостроительная освоенность территории Ангаро-Енисейского макрорегиона интерзонального типа.

Планировочную основу территории АЕМ образуют две широтные оси: в Южной зоне вдоль Трансиба, в местностях, приравненных к Крайнему Северу, вдоль БАМА и Севсиба (в перспективе). Проблема формирования трудового потенциала на территории нового освоения

в настоящее время решается за счёт внешнего централизованного расселения, основанного на обслуживании месторождений из агломераций, расположенных за пределами зоны Севера. Строительство Севсиба позволит придать импульс развития и приобрести статус «базового» существующим городам в пределах зоны освоения и размещения ПГТ и вахтовых поселков (зоны автономного расселения). Главным претендентом на роль «базового» города является Братск, который до 2009 года входил в группу крупных городов (250-500 тыс. жителей) и численность населения которого в 2022 году составила 222528 человек и продолжает уменьшаться. Для того, чтобы вернуть себе статус крупного города и восполнить «выпадение» из структуры АЕМ этой группы людности ему требуется мощный инвестиционный импульс. Это относится и к Усть-Илимску, Лесосибирску, Козинску и другим городам, которые могут составить основу внутреннего централизованного расселения, обеспечивающего внутрирегиональную вахту.

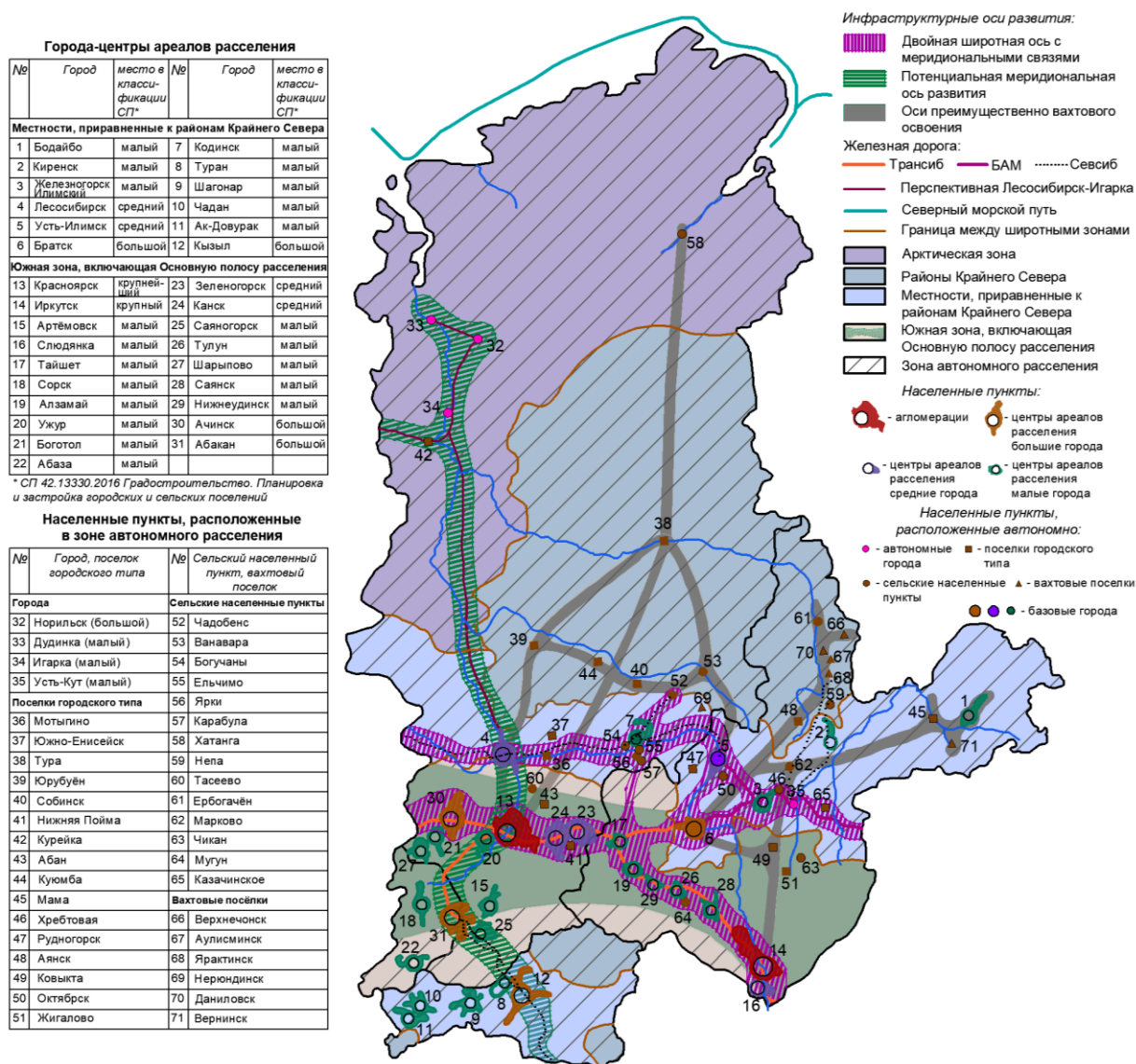


Рисунок 8 – Взаимосвязь транспортных и поселенческих структур в интерзональной системе расселения Ангаро-Енисейского макрорегиона.

Избежать миграционного оттока северян в зону опорного расселения возможно при ориентации на меридиональное направление экспедиционных поездок и обеспечения формирования оси расселения вдоль меридиональной железной дороги «Лесосибирск –

Игарка», строительство которой: “рассматривалось как одно из приоритетных направлений решения транспортных проблем северных и арктических районов Красноярского Края” [18]. Роль меридиональной планировочной оси заключается в обеспечении связи рассматриваемых широтных зон с Северным морским путем (СМП) и выходом к южным границам РФ.

Предложенные перспективные формы трансформации структуры АЕМ ещё не являются собственно проектными предложениями, но дают возможность на основе полученных результатов осуществить пространственное планирование через границы субъектов РФ.

4. Выводы

«Развитие» трактуется как «усложнение», то есть увеличение элементов и связей. В статье рассматривается урбанизирующая роль линейных элементов опорного каркаса расселения зоны Ближнего Севера, являющихся в сибирских условиях важнейшим фактором, определяющим не только локализацию, но и возможности роста городских поселений, расположенных на магистралях и в зонах их непосредственного влияния.

Железнодорожная магистраль Севсиб, призванная функционировать во взаимодействии с Транссибом, должна обеспечить формирование нового экономического пояса, создать новый плацдарм для хозяйственного освоения северных территорий. Ее строительство будет способствовать решению задачи, поставленной при формировании макрорегионов – это создание глобально конкурентноспособных крупных пространственных структур, осуществляющих долгосрочные мегапроекты межрегионального сотрудничества.

Результаты исследования могут быть использованы при разработке стратегии социально-экономического развития АЕМ в форме программы территориального развития макрорегиона, а также схем территориального планирования входящих в него субъектов РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юшкова Н.Г. Региональные системы расселения и территории с преференциальными режимами: принципы взаимодействия и развития // Строительство и реконструкция. – 2021. - №4(96) – С. 91-106. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-95-3-91-106>
2. Фаузер В.В., Лыткина Т.С., Фаузер Г.Н. Дифференциация арктических территорий по степени заселенности и экономической освоенности // Арктика: Экология и экономика. - 2017. - №4 (28). - С. 18-31.
3. Колесников А. А. Градостроительное проектирование Байкальской территории // Проект Байкал – 2019. №74. С. 138–142. URL: <https://doi.org/10.51461/pb.74.23>
4. Чебаненко Б.Б., Майсюк Е.П. Байкальский регион: пределы устойчивости. Новосибирск: Наука, 2002. – 160 с.
5. Кротов В.А., Фильшин Г.И. Проблемы комплексного развития Ангаро-Енисейского региона. Иркутск: типография №1, 1974. – 28 с.
6. Mohammed A.B., Perdana M. Rail liberalization for Indonesian railways: Learn from the experience of Germany and France. Transportation Research Interdisciplinary Perspectives. 2023. No.22. Pp. 1-9. doi.org/10.1016/j.trip.2023.100916
7. Ткаченко В.Я., Перцев В.П. Сухопутный транспорт Сибири: формирование опорной сети железных и автомобильных дорог. Новосибирск: Наука, 2003. – 312 с.
8. Гольц Г.А. Транспорт и расселение. М.: Наука, 1981. – 248 с.
9. Eckersten S., Balfors B. Exploring practices for facilitating integrated strategic land use and transport planning in the Nordic countries. The Journal of Transport and Land Use. 2023. Vol. 16 No. 1. Pp. 409–435. <https://dx.doi.org/10.5198/jtlu.2023.2350>
10. Перетолчина Л.В., Глебушкина Л.В., Шестаков А.В. Градостроительные предпосылки пространственного развития территории Ангаро-Енисейского макрорегиона// Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. - 2019. - №9(4) - С. 858-870. URL: <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2019-4-858-870>
11. Глебушкина Л.В., Перетолчина Л.В. Влияние структуры территориальной системы расселения интерзонального типа на развитие Ангаро-Енисейского макрорегиона// Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. - 2023. - Т.13 №2.- С. 378-397. URL: <https://elibrary.ru/qaooocw> <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2023-2-378-397>

12. Duman, O., Mäntysalo, R., Granqvist, K., Johnson, E., & Ronikonmäki, N.-M. Challenges in land use and transport planning integration in Helsinki metropolitan region—A historical-institutional perspective. *Sustainability*. 2022. 14(1), 146. <https://doi.org/10.3390/su14010146>
13. Lee, J.; Arts, J.; Vanclay, F. Stakeholder views about Land Use and Transport Integration in a rapidly-growing megacity: Social outcomes and integrated planning issues in Seoul. *Sustain. Cities Soc.* 2021, 67, 102759. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2021.102759>
14. Прокофьева Т.А., Гончаренко С.С. Строительство Северо-Сибирской магистрали – один из главных приоритетов развития транспортной системы Сибири и экономики России в целом // В Центре экономики. – 2020. – №3. – С. 5-31.
15. Плеслов А.А. Новые инфраструктурные факторы развития Иркутской области и сопредельных регионов // Российское предпринимательство. - 2018. - Том 19. № 4. - С. 965-976.
16. Безруков Л. А. Особенности территориальной хозяйственно-расселенческой структуры и перспективы пространственного развития Сибири// Наукоедение: интернет-журнал. - 2014. - № 6(25). - DOI: 10.15862/05EVN614, URL: <http://naukovedenie.ru/index.php?p=issue-6-14>
17. Благоделева О.М. Эволюция и современные тенденции развития систем расселения в районах Севера (на примере США, Канады и России)// Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Прикладная экология. Урбанистика. – 2017. - №3. – С. 5-25. DOI: 10.15593/2409-5125/2017.03.01
18. Шишацкий Н.Г. Перспективы развития северных и арктических районов в рамках мегапроекта «Енисейская Сибирь» // Арктика и Север – 2018. - №33. - С. 66-90. DOI: 10.17238/issn2221-2698.2018.33.66

REFERENCES

1. Yushkova N.G. Regional settlement systems and territories with preferential regimes: principles of interaction and development. *Building and reconstruction*. 2021. No.4(96) - Pp. 91-106. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-95-3-91-106>. (rus.)
2. Fauzer V.V., Lytkina T.S., Fauzer G.N. Differentiation of the Arctic territories by the degree of settlement and economic development. *Arctic: Ecology and Economics*. 2017. No.4 (28). - Pp. 18-31.(rus.)
3. Kolesnikov A. A. Urban planning design of the Baikal territory. *Project Baikal*. 2019. No.74. Pp. 138-142. URL: <https://doi.org/10.51461/pb.74.23>. (rus.)
4. Chebanenko B.B., Maisyuk E.P. Baikal region: limits of stability. Novosibirsk: Nauka, 2002. 160 p.
5. Krotov V.A., Filshin G.I. Problems of complex development of the Angara-Yenisei region. Irkutsk: printing house No.1, 1974. - 28 p.(rus.)
6. Tkachenko V.YA. Percev V.P. Suhoputnyj transport Sibiri: formirovanie opornoj seti zheleznih i avtomobilnyh dorog. Novosibirsk: Nauka, 2003. 312 p.(rus.)
7. Golts G.A. Transport i rasselenie. M.: Nauka, 1981. 248 p.(rus.)
8. Eckersten S., Balfors B. Exploring practices for facilitating integrated strategic land use and transport planning in the Nordic countries. *The Journal of Transport and Land Use*. 2023. Vol. 16 No. 1. Pp. 409–435. <https://dx.doi.org/10.5198/jtlu.2023.2350>
9. Peretolchina L.V., Glebushkina L.V., Shestakov A.V. Gradostroitelnye predposylki prostranstvennogo razvitiya territorii Angaro-Enisejskogo makroregiona *Izvestiya vuzov. Investicii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost*. 2019. No9(4) Pp. 858-870. URL: <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2019-4-858-870>.(rus.)
10. Glebushkina L.V., Peretolchina L.V. Vliyanie struktury territorialnoj sistemy rasseleniya interzonalnogo tipa na razvitie Angaro-Enisejskogo makroregiona. *Izvestiya vuzov. Investicii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost'*. 2023. No.2.- Pp. 378-397. URL: <https://elibrary.ru/qaocw>.<https://doi.org/10.21285/2227-2917-2023-2-378-397>.(rus.)
11. Duman, O., Mäntysalo, R., Granqvist, K., Johnson, E., & Ronikonmäki, N.-M. Challenges in land use and transport planning integration in Helsinki metropolitan region. A historical-institutional perspective. *Sustainability*. 2022. No.14(1), p. 146. <https://doi.org/10.3390/su14010146>
12. Lee, J.; Arts, J.; Vanclay, F. Stakeholder views about Land Use and Transport Integration in a rapidly-growing megacity: Social outcomes and integrated planning issues in Seoul. *Sustain. Cities Soc.* 2021, No.67, 102759. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2021.102759>
13. Prokofeva T.A., Goncharenko S.S. Stroitel'stvo Severo-Sibirskoj magistrali – odin iz glavnyh prioritetov razvitiya transportnoj sistemy Sibiri i ekonomiki Rossii v celom. *V Centre ekonomiki*. – 2020. – No.3. – Pp. 5-31.(rus.)
14. Pleslov A.A. Novye infrastrukturnye faktory razvitiya Irkutskoj oblasti i sopredelnyh regionov. *Rossijskoe predprinimatel'stvo*. 2018. No.4. - Pp. 965-976.(rus.)
15. Bezrukov L. A. Osobennosti territorialnoj hozyajstvenno-rasselencheskoj struktury i perspektivy prostranstvennogo razvitiya Sibiri. *Science studies. Scientific journal*. 2014. Pp. 6(25). DOI: 10.15862/05EVN614, URL: <http://naukovedenie.ru/index.php?p=issue-6-14> (rus.)

17. Blagodeleva O.M. Evolyuciya i sovremennyye tendencii razvitiya sistem rasseleniya v rajonah Severa (na primere SSHA, Kanady i Rossii). *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Applied ecology. Urbanistics*. 2017. No.3. Pp. 5-25. DOI: 10.15593/2409-5125/2017.03.01.(rus.)

18. Shishatsky N.G. Prospects for the development of northern and Arctic regions within the framework of the Yenisei Siberia megaproject. *Arctic and North*. 2018. - No.33. - Pp. 66-90. DOI: 10.17238/issn2221-2698.2018.33.66

Информация об авторах:

Глебушкина Людмила Владимировна

ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», г. Тюмень, Россия,
кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций.

E-mail: glebushkinalyuda@mail.ru

Токарев Алексей Евгеньевич

ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», г. Тюмень, Россия,
доцент кафедры строительных конструкций.

E-mail: tokarevae@tyuiu.ru

Information about authors:

Glebushkina Lyudmila V.

Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia,
candidate of technical science, associated professor of the department of building structures.

E-mail: glebushkinalyuda@mail.ru

Tokarev Alexey E.

Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia,
associated professor of the department of building structures.

E-mail: tokarevae@tyuiu.ru

К.П. ЗУБАРЕВ^{1,2,3}, Ю.А. САПРОНОВА¹, З.Р. АЛИХАНОВА¹, Ю.С. ЗОБНИНА¹, Ф.А. БУДНИК¹, В.Д. ФЕДОСЕЕВ¹

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия

² Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук, г. Москва, Россия

³ Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ СТЕН ЗДАНИЙ ПРИ ЗНАЧЕНИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ ВЛАЖНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Аннотация. В представленной работе исследовано нестационарное температурное поле в однослойной кирпичной ограждающей конструкции стены здания. Для моделирования нестационарного температурного поля стены здания было решено дифференциальное уравнение теплопроводности методом конечных разностей по явной разностной схеме с учетом краевых условий третьего рода. Приведена формула, по которой можно рассчитать значение эксплуатационной теплопроводности при известном значении эксплуатационной влажности строительного материала. Для расчетов приняты однослойные ограждающие кирпичные конструкции с толщинами оснований равными 0,12 м, 0,25 м и 0,51 м в городе Москве. Представлены результаты расчета температур в сечениях ограждающих конструкций с течением времени при значении теплопроводности, выбранном согласно нормативному документу. Также представлено время, за которое в ограждающей конструкции устанавливается стационарное температурное поле. Для кирпичных стен определено время наступления стационара при температуре наружного воздуха равной температуре наиболее холодной пятидневки.

Ключевые слова: нестационарное температурное поле, теплопроводность, дифференциальное уравнение теплопроводности, метод конечных разностей, граничные условия третьего рода

K.P. ZUBAREV^{1, 2, 3}, Y.A. SAPRONOVA¹, Z.R. ALIKHANOVA¹, Y.S. ZOBININA¹, F.A. BUDNIK¹, V.D. FEDOSEEV¹

¹ National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

² Research Institute of Building Physics of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, Russia

³ RUDN University, Moscow, Russia

UNSTEADY-STATE TEMPERATURE FIELD OF BUILDING WALLS USING BUILDING MATERIALS OPERATING MOISTURE VALUES

Abstract. In the presented work, the unsteady-state temperature field in the single-layer brick building wall enclosing structure was investigated. To model the nonstationary temperature field of the building wall, the differential equation of thermal conductivity was solved by the finite difference method using an explicit difference scheme, taking into account boundary conditions of the third kind. The formula using to calculate the value of operational thermal conductivity at the known value of operational moisture of building materials is given.

For the calculations, single-layer enclosing brick structures with base thicknesses of 0.12 m, 0.25 m and 0.51 m in Moscow were adopted. The results of calculating temperatures in sections of enclosing structures over time at a thermal conductivity value selected in accordance with the regulatory document are presented. The time establishing stationary temperature field is presented.

For brick walls, the time of the stationary state was determined when the outside air temperature is equal to the temperature of the coldest five-day period.

Keywords: *unsteady-state temperature field, thermal conductivity, differential equation of thermal conductivity, finite difference method, boundary conditions of the third kind*

1. Введение

При проектировании зданий и сооружений инженеры просчитывают конструкции на разные нагрузки и воздействия: сейсмические [1–3], ветровые [4–6], а также на температурные [7–10]. Расчет на распределение температуры в ограждающей конструкции важен, так как от этого будет зависеть комфорт людей, которые будут проживать в помещениях [11–15].

Так как расчет на температурные воздействия является важным, то это приводит к тому, что ученые разрабатывают математические модели, при помощи которых возможно получить точные значения температур в различных сечениях конструкции на разные моменты времени. В основу математической модели теплопереноса заложено дифференциальное уравнение теплопроводности. Были предложены различные решения дифференциального уравнения при постановке разных граничных условий [16]. Подробно исследовано температурное состояние многослойных ограждающих конструкций при воздействии низких температур [17–23]. Однако необходимо продолжать исследования нестационарного теплового поля в ограждающих однослойных конструкциях под воздействием массовой влажности строительных материалов [24–32].

Задача исследования

1. Определение времени выхода температурного поля стены здания на стационарный режим при понижении температуры наружного воздуха со значения температуры наиболее холодного месяца до значения температуры наиболее холодной пятидневки при различных значениях теплопроводности.

2. Оценка влияния эксплуатационной влажности строительных материалов стены здания на время выхода ограждающей конструкции на стационарный температурный режим.

2. Материалы и методы

Для моделирования нестационарного температурного поля ограждающей конструкции используется дифференциальное уравнение теплопроводности в одномерной постановке. Начальное распределение температуры имеет вид прямой, которая проводится между значениями температур воздуха снаружи, которая принимается равной температуре самого холодного месяца, и температурой внутреннего воздуха принимаемой 20 °С. При расчете теплового поля конструкции снаружи ставится температура воздуха равная температуре холодной пятидневки и также задаются граничные условия третьего рода.

В одномерной постановке задачи плотность потока теплоты определяется законом Фурье:

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}. \quad (1)$$

где q – плотность потока теплоты, Вт/м²; λ – теплопроводность материала ограждающей конструкции, Вт/(м·°С); t – температура, °С; x – координата, м.

Соотношение между градиентом потока теплоты по координате и градиентом температуры следует из закона сохранения энергии:

$$c \cdot \rho_0 \frac{\partial t}{\partial \tau} = -\frac{\partial q}{\partial x}. \quad (2)$$

где c – теплоемкость материала ограждающей конструкции, Дж/(кг·°C); ρ_0 – плотность материала ограждающей конструкции в сухом состоянии, кг/м³; τ – время, с.

Подставим (1) в (2):

$$c \cdot \rho_0 \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right). \quad (3)$$

Так как теплопроводность не зависит от сечения однослойного ограждения, вынесем теплопроводность материала за знак дифференциала и поделим на теплоемкость и плотность, получим выражение:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho_0} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}. \quad (3.1)$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности в одномерной задаче записывается в виде:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}. \quad (4)$$

Для решения дифференциального уравнения теплопроводности воспользуемся методом конечных разностей по явной разностной схеме. Зададим пространственно – временную область, на которой обозначим оси времени и координаты. Далее для решения задачи произведем дискретизацию пространственно-временной области (см. рисунок 1).

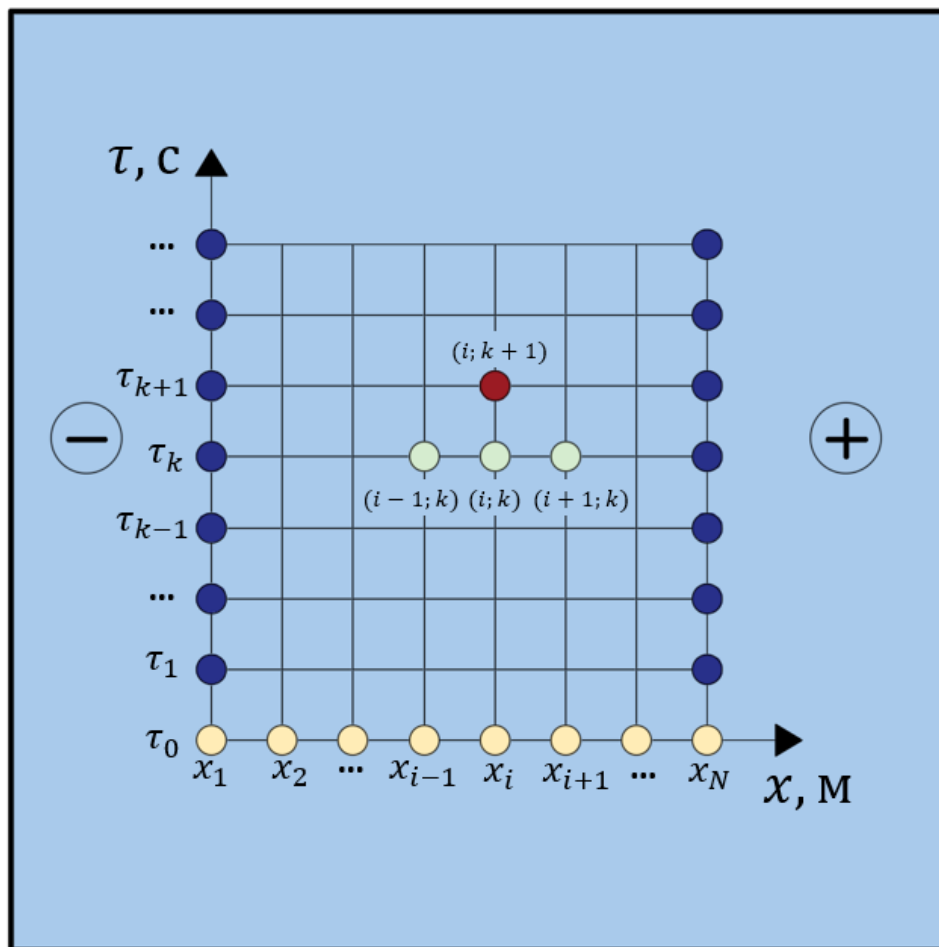


Рисунок 1 – Дискретизация пространственно-временной области
 i – номер узла по толщине сетки, k – номер узла по времени

Сведем производные, входящие в дифференциальное уравнение теплопроводности к разностным соотношениям. Запишем правую разность для внутренней точки:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{t_{i+1} - t_i}{h}. \quad (5)$$

Запишем левую разность для внутренней точки:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{t_i - t_{i-1}}{h}. \quad (6)$$

Сделаем аппроксимацию второй производной при помощи вычитания из правой разности левой, тогда получим выражение для центральной разности:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{t_{i-1} - 2 \cdot t_i + t_{i+1}}{h^2}. \quad (7)$$

Раскроем левую часть и подставим выражение (8) в уравнение (4):

$$t_i^{k+1} = t_i^k + \frac{\tau \cdot a}{h^2} (t_{i-1} - 2 \cdot t_i + t_{i+1}). \quad (8)$$

Таким образом. Если известна температура t_i^k для всех сечений, то можно получить температуру t_i^{k+1} в любом сечении конструкции.

Используем граничные условия третьего рода. Необходимо задать граничные условия в виде теплообмена между наружным воздухом и наружной поверхностью ограждающей конструкции в виде выражения:

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{i=1} = \alpha_n (t_n - t_1). \quad (9)$$

Аналогично задается граничное условие теплообмена между внутренней поверхностью ограждающей конструкции и внутренним воздухом:

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{i=N} = \alpha_e (t_e - t_N). \quad (10)$$

где α_n – коэффициент теплоотдачи наружной поверхности ограждающей конструкции, Вт/(м²·°C); t_n – температура наружного воздуха, °C; t_1 – температура сечения, которое соприкасается с наружным воздухом; α_e – коэффициент теплоотдачи внутренней поверхности ограждающей конструкции, Вт/(м·°C); t_e – температура внутреннего воздуха, °C; t_N – температура сечения, которое соприкасается с внутренним воздухом, °C; l – толщина ограждающей конструкции, м.

Раскроем скобки в выражении (9), поделим обе части уравнения на теплопроводность получим выражение граничного условия третьего рода теплообмена между наружным воздухом и наружной поверхностью:

$$\frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{i=1} = \frac{\alpha_n}{\lambda} t_1 - \frac{\alpha_n}{\lambda} t_n. \quad (11)$$

Используя метод конечных разностей, разложим по левой разности:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{a}{h} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{i=2} - \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{i=1} \right). \quad (12)$$

Подставим граничные условия третьего рода (12) и разложим левую разность:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{a}{h} \left(\frac{t_2^k - t_1^k}{h} - \frac{\alpha_n}{\lambda} t_1 + \frac{\alpha_n}{\lambda} t_n \right). \quad (13)$$

Вынесем за скобки шаг по координате и преобразуем выражение:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{a}{h^2} \left(-\left(1 + \frac{\alpha_n}{\lambda} h\right) \cdot t_1^k + t_2^k \right) + \frac{a}{h^2} \cdot \frac{\alpha_n}{\lambda} h \cdot t_n^k. \quad (14)$$

Разложим левую часть равенства по методу конечных разностей:

$$\frac{t_1^{k+1} - t_1^k}{\tau} = \frac{a}{h^2} \left(-\left(1 + \frac{\alpha_n}{\lambda} h\right) \cdot t_1^k + t_2^k \right) + \frac{a}{h^2} \cdot \frac{\alpha_n}{\lambda} h \cdot t_n^k. \quad (15)$$

Преобразуем равенство и получим выражение для температуры между наружным воздухом и наружной поверхностью ограждающей конструкции:

$$t_1^{k+1} = t_1^k + \frac{\tau \cdot a}{h^2} \left(-\left(1 + \frac{\alpha_n}{\lambda} h\right) \cdot t_1^k + t_2^k \right) + \frac{\tau \cdot a}{h^2} \cdot \frac{\alpha_n}{\lambda} h \cdot t_n^k. \quad (16)$$

Аналогично выводится выражение для определения температуры между внутренним воздухом и внутренней поверхностью ограждающей конструкции. Запишем уравнения в систему:

$$\begin{cases} t_1^{k+1} = t_1^k + \frac{\tau \cdot a}{h^2} \left(-\left(1 + \frac{\alpha_n}{\lambda} h\right) \cdot t_1^k + t_2^k \right) + \frac{\tau \cdot a}{h^2} \cdot \frac{\alpha_n}{\lambda} h \cdot t_n^k \\ t_i = t_i^k + \frac{\tau \cdot a}{h^2} (t_{i-1}^k - 2 \cdot t_i^k + t_{i+1}^k) \\ t_N^k = t_N^k + \frac{\tau \cdot a}{h^2} (t_{N-1}^k - \left(1 + \frac{\alpha_6}{\lambda} h\right) \cdot t_N^k) + \frac{\tau \cdot a}{h^2} \cdot \frac{\alpha_6}{\lambda} h \cdot t_6^k \end{cases}. \quad (17)$$

Также данную систему можно записать через сопротивление теплоотдачи между воздухом и наружной поверхностью ограждающей конструкции и между воздухом и внутренней поверхностью ограждающей конструкции, которые можно расписать по соответствующим формулам:

$$\begin{cases} R_{n,6} = \frac{1}{\alpha_n} \\ R_{6,6} = \frac{1}{\alpha_6} \end{cases}. \quad (18)$$

Подставим выражения (18) в систему уравнений (17) получим следующие выражения:

$$\begin{cases} t_1^{k+1} = t_1^k + \frac{\tau \cdot a}{h^2} \left(-\left(1 + \frac{1}{\lambda \cdot R_{n,6}} h\right) \cdot t_1^k + t_2^k \right) + \frac{\tau \cdot a}{h^2} \cdot \frac{1}{\lambda \cdot R_{n,6}} h \cdot t_n^k \\ t_i = t_i^k + \frac{\tau \cdot a}{h^2} (t_{i-1}^k - 2 \cdot t_i^k + t_{i+1}^k) \\ t_N^k = t_N^k + \frac{\tau \cdot a}{h^2} (t_{N-1}^k - \left(1 + \frac{1}{\lambda \cdot R_{6,6}} h\right) \cdot t_N^k) + \frac{\tau \cdot a}{h^2} \cdot \frac{1}{\lambda \cdot R_{6,6}} h \cdot t_6^k \end{cases}. \quad (19)$$

В результате получена система уравнений позволяющая получить значения температур в однослойной ограждающей конструкции с учетом граничных условий третьего рода.

Однако влажность строительных материалов может изменяться со временем, что приводит к изменению теплопроводности. В нормативных документах приводятся значения теплопроводности эксплуатации А и Б в случае. Чтобы найти влажность материала в рассматриваемый промежуток времени, нужно решить дифференциальное уравнение влагопереноса.

Так как нам известны значения теплопроводностей и влажностей при эксплуатации А и Б, то можно построить график зависимости теплопроводности от влажности материала (рисунок 2).

Очевидно, что зависимость – линейная, следовательно ее можно представить в виде формулы:

$$\lambda_w = \lambda_0 + w_{\text{экс}} \cdot \Delta\lambda_w. \quad (20)$$

где λ_w – теплопроводность материала при определенной влажности, Вт/(м·°С);

λ_0 – теплопроводность материала в сухом состоянии, Вт/(м·°С);

$w_{\text{экс}}$ – эксплуатационное значение влажности материала, %.

В результате по найденной зависимости можно определить значение эксплуатационной теплопроводности, при известном значении эксплуатационной влажности строительного материала.

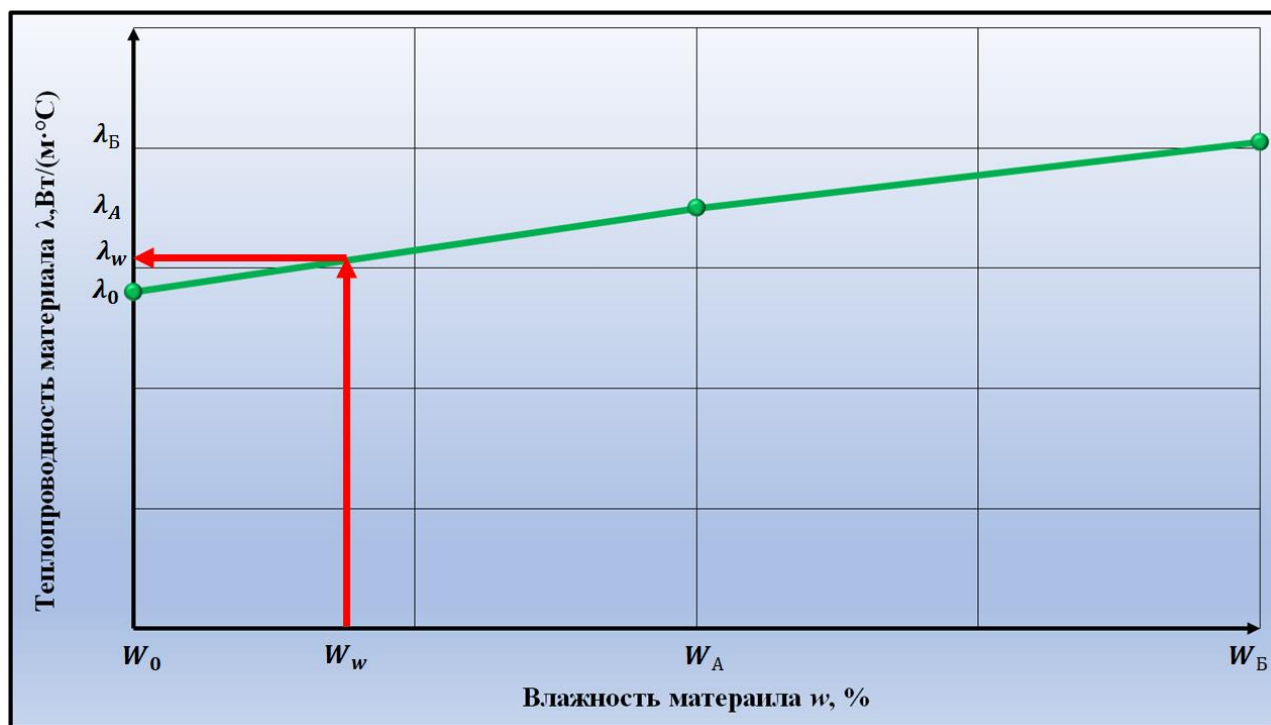


Рисунок 2 – Зависимость теплопроводности от влажности материала

3. Результаты и обсуждения

Рассмотрим ограждающую конструкцию, основание которой выполнено в виде кладки из глиняного обыкновенного кирпича на цементно-песчаном растворе. Данная конструкция будет расположена в городе Москве. Согласно российскому нормативному документу СП 50.13330.2012 рассматриваемый город находится в нормальной зоне влажности, следовательно значение влажности материалов принимается равным 2%, а значение теплопроводности 0,81 Вт/(м·°С).

Рассмотрим серию стен с разными толщинами оснований: 0,12 м, 0,25 м, 0,51 м. Согласно российскому нормативному документу СП 131.13330.2020 определим требуемые для расчета значения температур. Температура воздуха наиболее холодной пятидневки с обеспеченностью 0,92: -26 °С; среднемесячная температура холодного месяца: -7,8 °С. Внутри помещения температура воздуха поддерживается равной 20 °С.

Рассмотрим ограждающую конструкцию с основанием 0,12 м. Поделим основание на 6 частей. Начальное распределение температуры зададим между среднемесячной температурой холодного месяца и температурой внутреннего воздуха (см. таблицу 1).

Таблица 1 – Начальное распределение температуры в ограждающей конструкции с основанием 0,12 м.

Номер сечения	1	2	3	4	5	6	7
Значение температуры, °C	-3,86	-1,62	0,62	2,86	5,09	7,34	9,58

Теперь задается температура наружного воздуха, которая равна температуре воздуха наиболее холодной пятидневки с обеспеченностью 0,92. Нахождение температур производится согласно системе уравнений (17) с учетом граничных условий третьего рода. Шаг по времени был выбран 60 секунд. В результате в ограждающей конструкции установится стационарное тепловое поле спустя 86940 секунд или за 24,15 часов. Результаты температур стационарного теплового поля представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения температур при достижении стационара в ограждающей конструкции с основанием

Номер сечения	1	2	3	4	5	6	7
Значение температуры, °C	-19,48	-15,77	-12,07	-8,36	-4,66	-0,95	2,75

Распределение температуры в сечениях кирпичной ограждающей конструкции с основанием 0, 12 м с течением времени показано на рисунке 3.

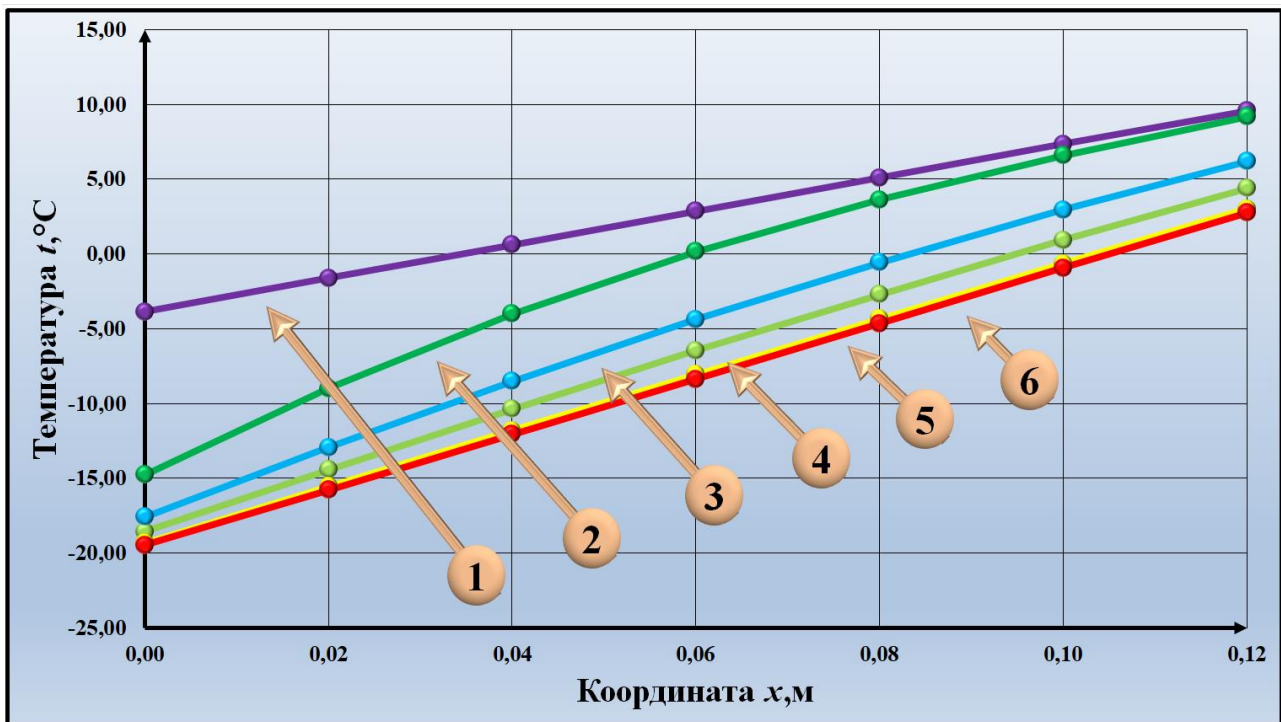


Рисунок 3 – Распределение температуры в сечениях ограждающей кирпичной конструкции с основанием 0,12 м с течением времени

1 – начальное распределение температуры; 2 – значения температур в сечениях через 1 час; 3 – значения температур в сечениях через 3 часа; 4 – значения температур в сечениях через 5 часов; 5 – значения температур в сечениях через 10 часов; 6 – значения температур в сечениях при достижении стационара

Рассмотрим ограждающую кирпичную конструкцию с основанием 0,25 м. Поделим основание на 10 частей. Начальное распределение температуры показано в таблице 3.

Таблица 3 – Начальное распределение температуры в ограждающей конструкции с основанием 0,25 м.

Номер сечения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Значение температуры, °C	-5,21	-3,38	-1,54	0,29	2,14	3,97	5,81	7,65	9,48	11,32	13,16

Используя систему уравнений (17), определяются температуры в сечениях кирпичной ограждающей конструкции. Шаг по времени был принят равным 60 секундам. Стационарный режим устанавливается спустя 204180 секунд или через 2,36 дня. Значения температур при достижении стационарного температурного поля показаны в таблице 4.

Таблица 4 – Значения температур при достижении стационара в ограждающей конструкции с основанием 0,25 м.

Номер сечения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Значение температуры, °C	-21,72	-18,68	-15,64	-12,59	-9,56	-6,52	-3,48	-0,44	2,60	5,64	8,68

Распределение в сечениях температуры через определенные промежутки времени в кирпичной ограждающей конструкции с основанием 0,25 м представлены на рисунке 4.

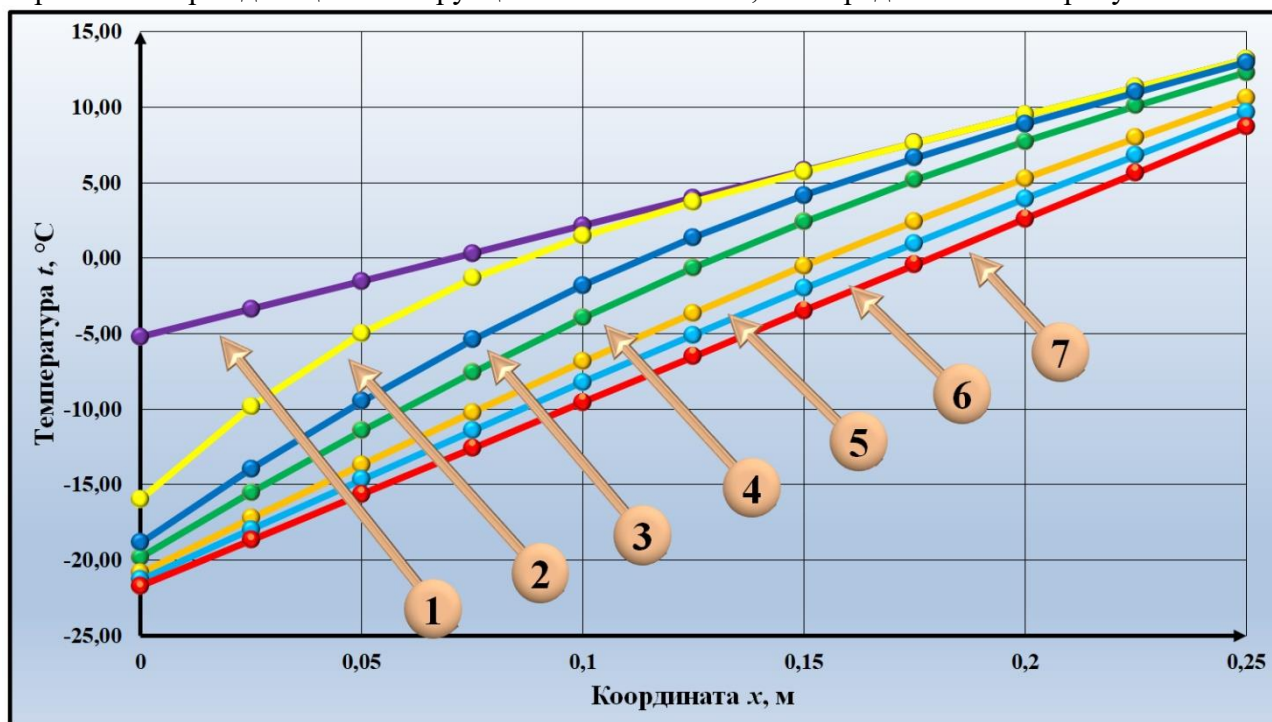


Рисунок 4 – Распределение температуры в сечениях ограждающей кирпичной конструкции с основанием 0,25 м с течением времени

1 – начальное распределение температуры; 2 – значения температур в сечениях через 1 час; 3 – значения температур в сечениях через 3 часа; 4 – значения температур в сечениях через 5 часов; 5 – значения температур в сечениях через 10 часов; 6 – значения температур в сечениях через 15 часов; 7 – значения температур в сечениях при достижении стационара

Аналогично рассматриваем ограждающую кирпичную конструкцию с основанием в 0,51 м. Шаг деления основания принимаем равным 15. В таблице 5 представлено начальное распределение температуры.

Таблица 5 – Начальное распределение температуры в ограждающей конструкции с основанием 0,51 м.

Номер сечения	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение температуры, °C	-6,27	-4,79	-3,31	-1,82	-0,34	1,14	2,62	4,09

Номер сечения	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение температуры, °C	5,58	7,06	8,54	10,02	11,50	12,98	14,46	15,95

Значения температур в сечениях ограждающей конструкции получаются путем решения системы уравнений (17). Шаг изменения по времени принимается равным 60 секундам. В итоге стационарный режим наступает спустя 585360 секунд или 6,78 дня. Значения температур при достижении стационарного температурного поля показаны в таблице 6.

Таблица 6 – Значения температур при достижении стационара в ограждающей конструкции с основанием 0,51 м.

Номер сечения	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение температуры, °C	-23,46	-21,01	-18,56	-16,11	-13,66	-11,21	-8,76	-6,31

Номер сечения	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение температуры, °C	-3,86	-1,41	1,04	3,49	5,94	8,39	10,84	13,39

Распределение температур в сечениях кирпичной ограждающей конструкции через определенные промежутки времени показаны на рисунке 5.

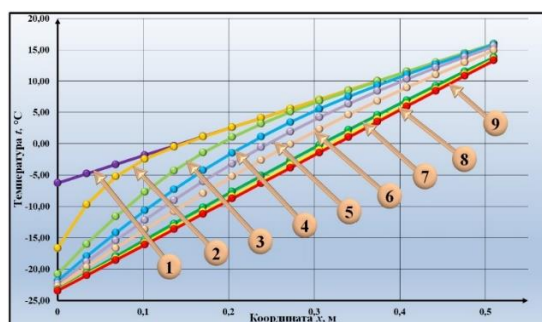


Рисунок 5 – Распределение температур в сечениях ограждающей кирпичной конструкции с основанием 0,51 м с течением времени

1 – начальное распределение температуры; 2 – значения температур в сечениях через 1 час; 3 – значения температур в сечениях через 5 часов; 4 – значения температур в сечениях через 10 часов; 5 – значения температур в сечениях через 15 часов; 6 – значения температур в сечениях через 24 часа; 7 – значения температур в сечениях через 48 часов; 8 – значения температур в сечениях через 72 часа; 9 – значения температур в сечениях при достижении стационара

Согласно методу нестационарного влажностного режима, основанном на потенциале влажности [33–35] эксплуатационное значение влажности материала в самом холодном месяце – январе равно 0,22 %. По зависимости теплопроводности от влажности материала (20) находится значение теплопроводности 0,59 Вт/(м·°C) (таблица 7).

Таблица 7 – Значения влажности материала и соответствующие им значения теплопроводности

$w_0, \%$	$\lambda_0, \text{Вт/(м·°C)}$	$w_{\text{экс}}, \%$	$\lambda_{\text{экс}}, \text{Вт/(м·°C)}$	$w_A, \%$	$\lambda_A, \text{Вт/(м·°C)}$	$w_B, \%$	$\lambda_B, \text{Вт/(м·°C)}$
0	0,56	0,22	0,59	1	0,7	2	0,81

Рассмотрим ограждающую кирпичную конструкцию с основанием 0,51 м с учетом найденной теплопроводности при соответствующей влажности. Поделим исследуемую стену на 15 частей. Начальное распределение температуры представлено в таблице 8

Таблица 8 – Начальное распределение температуры в ограждающей конструкции с основанием 0,51 м.

Номер сечения	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение температуры, °C	-6,62	-5,05	-3,49	-1,92	-0,35	1,21	2,78	4,35

Номер сечения	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение температуры, °C	5,91	7,48	9,04	10,61	12,18	13,74	15,31	16,88

Согласно системе уравнений (17) получим значения температур в сечениях ограждающей кирпичной конструкции. Шаг по времени составляет 60 секунд. В результате стационарный режим был достигнут через 585360 секунд или 6,78 дней. Результаты температур при достижении стационара показаны в таблице 9.

Таблица 9 – Значения температур при достижении стационара в ограждающей конструкции с основанием 0,51 м.

Номер сечения	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение температуры, °C	-24,04	-21,45	-18,86	-16,27	-13,68	-11,09	-8,49	-5,90

Номер сечения	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение температуры, °C	-3,31	-0,72	1,87	4,46	7,06	9,65	12,24	14,83

На рисунке 6 показано распределение температуры в сечениях ограждающей конструкции при эксплуатационном значении теплопроводности.

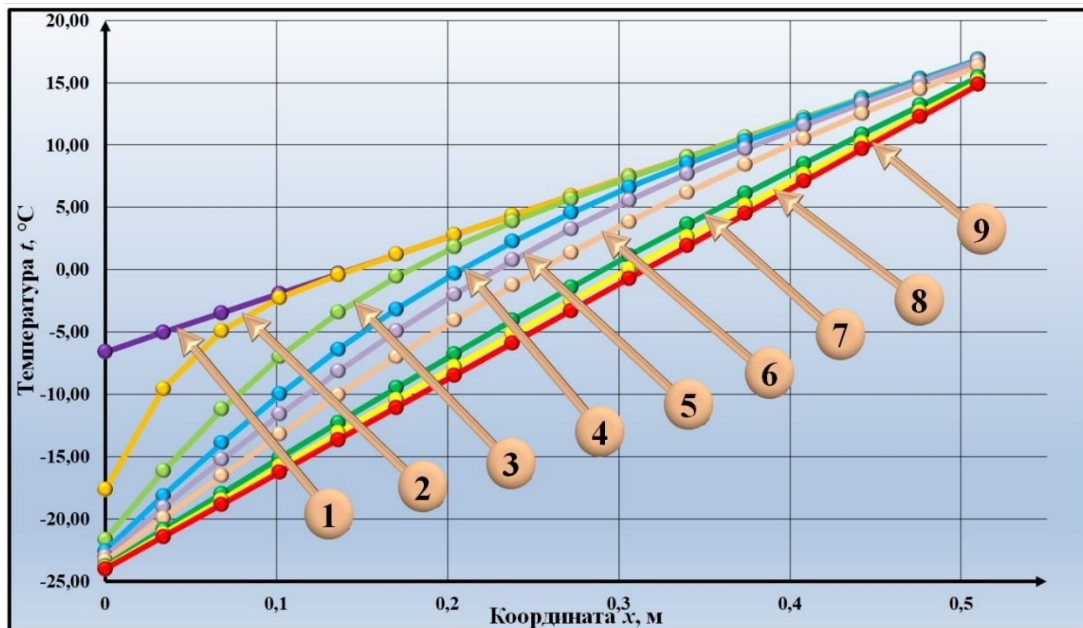


Рисунок 6 – Распределение температуры в сечениях ограждающей кирпичной конструкции с основанием 0,51 м с течением времени

1 – начальное распределение температуры; 2 – значения температур в сечениях через 1 час; 3 – значения температур в сечениях через 5 часов; 4 – значения температур в сечениях через 10 часов; 5 – значения температур в сечениях через 15 часов; 6 – значения температур в сечениях через 24 часа; 7 – значения температур в сечениях через 48 часов; 8 – значения температур в сечениях через 72 часа; 9 – значения температур в сечениях при достижении стационара

Если сравнить полученные значения времени при достижении стационарного температурного поля для однослойной кирпичной стены с основанием 0,51 м, то быстрее стационарный температурный режим был достигнут в случае теплопроводности при эксплуатации Б.

4. Выводы

На основании полученных данных можно сделать следующие выводы. При увеличении толщины ограждающей конструкции увеличивается время, за которое температура в сечениях конструкции достигает стационарных значений. Также при изменении теплопроводности с значения при эксплуатации Б на теплопроводность при эксплуатируемой влажности, конструкция дольше выходит на стационарное температурное поле.

Благодарности

Исследование выполнено за счет средств государственной программы Российской Федерации «Научно-технологическое развитие Российской Федерации» в рамках плана фундаментальных научных исследований Минстроя России и РААСН (фундаментальное научное исследование № 3.1.4.11 «Исследование нестационарного тепло-влажностного состояния ограждающих конструкций зданий с применением теории потенциала влажности» на 2024–2026 годы).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радин В.П., Позняк Е.В., Новикова О.В. Реакция модели здания со снижением жесткости на длиннопериодные сейсмические воздействия // Вестник Московского энергетического института. Вестник МЭИ. – 2019. – № 6. – С. 124-130. – DOI 10.24160/1993-6982-2019-6-124-130.

2. Лихачев А.А., Усольцева О.А. Обзор и сравнение современных отечественных и зарубежных методов оценки технического состояния зданий и сооружений / А. А. Лихачев, // Инженерный вестник Дона. – 2022. – № 10(94). – С. 1-12.
3. González-Rodrigo B., Navas-Sánchez L., Rejas-Ayuga J.G., Hernández-Rubio O., Benito M.B. Preliminary Geospatial and In Situ Reconnaissance of the 8 September 2023 Moroccan Atlas Earthquake Damage // Buildings 2024. – Том. 14(3). – No. 693. <https://doi.org/10.3390/buildings14030693>
4. Huang Y., Tu R., Tuerxun W., Jia X., Zhang X., Chen X. A Community Information Model and Wind Environment Parametric Simulation System for Old Urban Area Microclimate Optimization: A Case Study of Dongshi Town, China // Buildings 2024. – Vol. 14(3). – No. 832. <https://doi.org/10.3390/buildings14030832>
5. Medinilha-Carvalho T.A., Marques da Silva F.V., Bre F., Gimenez J.M., Labaki L.C. Experimental Study of Wind Pressures on Low-Rise H-Shaped Buildings // Buildings. – 2024. – Vol. 14(3). – No. 762. <https://doi.org/10.3390/buildings14030762>
6. Karvelis A.C., Dimas A.A., Gantes C.J. Unsteady Numerical Simulation of Two-Dimensional Airflow over a Square Cross-Section at High Reynolds Numbers as a Reduced Model of Wind Actions on Buildings // Buildings. – 2024. – Vol. 14(3). – No. 561. <https://doi.org/10.3390/buildings14030561>
7. Сазонов А. К., Сухарев Г. В., Белявская О. Ш. Трехмерное моделирование температурных полей в угловых зонах наружных стен // Природные и техногенные риски. Безопасность сооружений. – 2023. – № 6-2(67). – С. 34-36.
8. Kokaya D., Zaborova D., Koriakovtseva T. Environmental analysis of residential exterior wall construction in temperate climate // Magazine of Civil Engineering. – 2023. – No. 8 (124). – P. 114-122. DOI 10.34910/MCE.124.10.
9. Habibi A., Kahe N. Evaluating the Role of Green Infrastructure in Microclimate and Building Energy Efficiency // Buildings. – 2024. – Vol. 14(3). – No. 825. <https://doi.org/10.3390/buildings14030825>
10. Sun W., Chen L., Suolang B., Liu K. An Investigation of the Energy-Saving Optimization Design of the Enclosure Structure in High-Altitude Office Buildings // Buildings. – 2024. – Vol. 14(3). – No. 645; <https://doi.org/10.3390/buildings14030645>
11. Лысова Е.П., Котлярова Е.В. Основы обеспечения экологической безопасности строительных материалов на всех этапах их жизненного цикла // Современные тенденции в строительстве, градостроительстве и планировке территорий. – 2023. – Т. 2. – № 2. – С. 72-80. DOI 10.23947/2949-1835-2023-2-2-72-80.
12. Самарская Н.С., Котлярова Е.В., Лысова Е.П. Основные научные принципы системного подхода к определению негативных факторов, воздействующих на окружающую среду городских территорий // Безопасность техногенных и природных систем. – 2023. – Т. 7. – № 4. – С. 20-29. DOI 10.23947/2541-9129-2023-7-4-20-29.
13. Kotlyarova E. Improving the methodology for assessing the level of environmental safety of urban areas as the basis of their life cycle // E3S Web of Conferences. – 2023. – Vol. 389. – No. 09062. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202338909062>
14. Лушин К.И., Войтович Е.В. Мультимодальность подхода решения задач энергоэффективности городского хозяйственного комплекса // Международный технико-экономический журнал. – 2022. – № 5-6. – С. 7-17. DOI 10.34286/1995-4646-2022-86-5/6-7-17.
15. Sevryugina N.S., Apatenko A.S. Import Substitution and Monitoring of Workpiece Quality // Russian Engineering Research. – 2023. – Vol. 43. – No. 8. – P. 927-933. DOI 10.3103/s1068798x23080294.
16. Минченков Н.Д., Чуракова С.К. Дифференциальное уравнение теплопроводности и конвективного теплообмена в цилиндрической системе координат // Башкирский химический журнал. – 2024. – №1 (31). – С. 96-100.
17. Nemova D., Kotov E., Andreeva D., Khorobrov S., Olshevskiy V., Vasileva I., Zaborova D., Musorina T. Experimental Study on the Thermal Performance of 3D-Printed Enclosing Structures // Energies. – 2022. – Vol. 15(12). – No. 4230. <https://doi.org/10.3390/en15124230>
18. Musorina T., Gamayunova O., Petrichenko M., Soloveva E. Boundary Layer of the Wall Temperature Field // Advances in Intelligent Systems and Computing. – 2020. – Vol. 1116 AISC. – P. 429-437. DOI:10.1007/978-3-030-37919-3_42
19. Zaborova D.D., Kozinec G.L., Musorina T.A., Petrichenko M.R. Mathematical Model for Unsteady Flow Filtration in Homogeneous Closing Dikes // Power Technology and Engineering. – 2020. – Vol. 54(3). – P. 358–364. DOI:10.1007/s10749-020-01216-9
20. Petrichenko M.R., Musorina T.A. Fractional differentiation operation in the Fourier boundary problems // St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics. – 2020. – Vol. 13(2). – P. 41–52. DOI: 10.18721/JPM.13204
21. Statsenko E.A., Musorina T.A., Ostrovaia A.F., Olshevskiy V.Ya., Antuskov A.L. Moisture transport in the ventilated channel with heating by coil // Magazine of Civil Engineering. – 2017. – 70(2). – P. 11–17. DOI:10.18720/MCE.70.2
22. Gamayunova O., Petrichenko M., Mottaeva A. Thermotechnical calculation of enclosing structures of a standard type residential building // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1614(1). – No. 012066. DOI 10.1088/1742-6596/1614/1/012066

23. Gamayunova O., Golov R. Potential of energy saving on transport // E3S Web of Conferences. – 2019. – Vol. 135. – No. 02025. DOI:10.1051/e3sconf/201913502025
24. Канарейкин А.И. Распределение температуры в полом теле эллиптического сечения при граничных условиях первого и третьего рода // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2023. – № 9. – С. 10-14.
25. Белов А.В., Ильин Ю.П., Кузьмина Н.Ю., Скородумова Н.В. Решение уравнения теплопроводности для горизонтальной БГУ при внутреннем источнике тепла // АПК России. – 2019. – Т. 26, № 2. – С. 177-184.
26. Канарейкин А.И. Стационарное температурное поле в прямоугольной пластине с переменной теплопроводностью по одной координате // Вестник Международной академии холода. – 2023. – № 1. – С. 99-104. – DOI 10.17586/1606-4313-2023-22-1-99-104.
27. Канарейкин А.И. Определение температурного поля термоэлемента в виде пластины при нестационарном режиме // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2023. – № 4. – С. 11-16.
28. Видин Ю.В., Казаков Р.В., Злобин В.С. Процесс переноса тепла в двухслойном цилиндрическом теле // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. – 2018. – Т. 20, № 11-12. – С. 93-98. – DOI 10.30724/1998-9903-2018-20-11-12-93-98.
29. Якимов Н.Д., Шагеев А.Ф., Дмитриев А.В., Бадретдинова Г.Р. Особенности расчета температурного поля в кольцевом пористом слое при бесконечном нагреве // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. – 2023. – Т. 25. – № 6. – С. 54-66.
30. Бейбалаев В. Д., Аливердиев А. А. Исследование температурного поля в пластине одномерным нелинейным уравнением теплопроводности // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1: Естественные науки. – 2022. – Т. 37. – № 1. – С. 12-17.
31. Kubacka E., Ostrowski P., Influence of Composite Structure on Temperature Distribution—An Analysis Using the Finite Difference Method // Materials. – 2023. – Vol. 16. – No. 5193.
32. Saadeh R, Sedeeg A.K, Ghazal B., Gharib G. Double Formable Integral Transform for Solving Heat Equations // Symmetry. – 2023. – Vol. 15. – No. 218.
33. Zubarev K.P. Taking into account moisture in increasing the accuracy of calculating heat losses of a building // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2024. – Vol. 20. – No. 1. – P. 150-161. DOI:10.22337/2587-9618-2024-20-1-154-161
34. Zubarev K.P. Derivation of the equation of unsteady-state moisture behaviour in the enclosing structures of buildings using a discrete-continuous approach // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2021. – Vol. 17. – No. 4. – P. 83-90. DOI:10.22337/2587-9618-2021-17-4-83-90
35. Zubarev K.P. Using discrete-continuous approach for the solution of unsteady-state moisture transfer equation for multilayer building walls // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2021. – Vol. 17. – No. 2. – P. 50-57. DOI:10.22337/2587-9618-2021-17-2-50-57

REFERENCES

1. Radin V.P., Poznyak E.V., Novikova O.V. Reaktsiya modeli zdaniya so snizheniyem zhestkosti na dlinnoperiodnyye seysmicheskiye vozdeystviya [The dynamic response of a building model with decreasing stiffness during long-period earthquakes]. *Bulletin of Moscow energy institute. Bulletin of MEI*. 2019. No. 6. – Pp. 124-130. – DOI 10.24160/1993-6982-2019-6-124-130.(rus.)
2. Likhachev A.A., Usoltseva O.A. Obzor i sravneniye sovremennykh otechestvennykh i zarubezhnykh metodov otsenki tekhnicheskogo sostoyaniya zdaniy i sooruzheniy [Review and comparison of modern domestic and foreign methods of assessing the technical condition of buildings and structures]. *Engineering bulletin of the Don*. 2022. – No. 10(94). – Pp. 1-12.
3. González-Rodrigo B., Navas-Sánchez L., Rejas-Ayuga J.G., Hernández-Rubio O., Benito M.B. Preliminary Geospatial and In Situ Reconnaissance of the 8 September 2023 Moroccan Atlas Earthquake Damage. *Buildings* 2024. Vol. 14(3). No. 693. <https://doi.org/10.3390/buildings14030693>
4. Huang Y., Tu R., Tuerxun W., Jia X., Zhang X., Chen X. A Community Information Model and Wind Environment Parametric Simulation System for Old Urban Area Microclimate Optimization: A Case Study of Dongshi Town, China. *Buildings* 2024. Vol. 14(3). –No. 832. <https://doi.org/10.3390/buildings14030832>
5. Medinilha-Carvalho T.A., Marques da Silva F.V., Bre F., Gimenez J.M., Labaki L.C. Experimental Study of Wind Pressures on Low-Rise H-Shaped Buildings. *Buildings*. 2024. Vol. 14(3). No. 762. <https://doi.org/10.3390/buildings14030762>
6. Karvelis A.C., Dimas A.A., Gantes C.J. Unsteady Numerical Simulation of Two-Dimensional Airflow over a Square Cross-Section at High Reynolds Numbers as a Reduced Model of Wind Actions on Buildings. *Buildings*. 2024. Vol. 14(3). No. 561. <https://doi.org/10.3390/buildings14030561>

7. Sazonov A.K., Sukharev G.V., Beljavskaja O.S. Trekhmernoye modelirovaniye temperaturnykh poley v uglovyykh zonakh naruzhnykh sten [Three-dimensional modeling of temperature fields in the corner zones of exterior walls] *Natural and technogenic risks. Safety of structures*. 2023. No. 6-2(67). – Pp. 34-36.(rus.)
8. Kokaya D., Zaborova D., Koriakovtseva T. Environmental analysis of residential exterior wall construction in temperate climate. *Magazine of Civil Engineering*. 2023. No. 8 (124). Pp. 114-122. DOI 10.34910/MCE.124.10.(rus.)
9. Habibi A., Kahe N. Evaluating the Role of Green Infrastructure in Microclimate and Building Energy Efficiency. *Buildings*. 2024. Vol. 14(3). No. 825. <https://doi.org/10.3390/buildings14030825>
10. Sun W., Chen L., Suolang B., Liu K. An Investigation of the Energy-Saving Optimization Design of the Enclosure Structure in High-Altitude Office Buildings. *Buildings*. 2024. Vol. 14(3). No. 645; <https://doi.org/10.3390/buildings14030645>
11. Lysova E.P., Kotlyarova E.V. Osnovy obespecheniya ekologicheskoy bezopasnosti stroitel'nykh materialov na vseh etapakh ikh zhiznennogo tsikla [Fundamentals of ensuring the environmental safety of building materials at all stages of their life cycle]. *Modern trends in construction, urban planning and territory planning*. 2023. Vol. 2. No. 2. – Pp. 72-80. DOI 10.23947/2949-1835-2023-2-2-72-80.(rus.)
12. Samarskaya N.S., Kotlyarova E.V., Lysova E.P. Osnovnyye nauchnyye printsipy sistemnogo podkhoda k opredeleniyu negativnykh faktorov, vozdeystviyushchikh na okruzhayushchuyu sredu gorodskikh territoriy [Main scientific principles of a systematic approach to the determination of negative factors affecting urban environment] *Safety of technogenic and natural systems*. 2023. Vol. 7. No. 4. – Pp. 20-29. DOI 10.23947/2541-9129-2023-7-4-20-29.(rus.)
13. Kotlyarova E. Improving the methodology for assessing the level of environmental safety of urban areas as the basis of their life cycle. *E3S Web of Conferences*. 2023. Vol. 389.No. 09062. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202338909062>
14. Lushin K.I. Voitovich E.V. Mul'timodal'nost' podkhoda resheniya zadach energoeffektivnosti gorodskogo khozyaystvennogo kompleksa [Multimodality of the approach to solving problems of energy efficiency of the urban economic complex]. *International technical and economic journal*. 2022. – No. 5-6. – Pp. 7-17. DOI 10.34286/1995-4646-2022-86-5/6-7-17.(rus.)
15. Sevryugina N.S., Apatenko A.S. Import Substitution and Monitoring of Workpiece Quality. *Russian Engineering Research*. 2023. Vol. 43. No. 8. Pp. 927-933. DOI 10.3103/s1068798x23080294.(rus.)
16. Minchenkov N.D., Churakova S.K. Differentsial'noye uravneniye teploprovodnosti i konvektivnogo teploobmena v tsilindricheskoy sisteme koordinat [Differential equation of thermal conductivity and convective heat transfer in a cylindrical coordinate system]. *Bashkir Chemical Journal*. 2024. No. 1 (31). Pp. 96-100.(rus.)
17. Nemova D., Kotov E., Andreeva D., Khorobrov S., Olshevskiy V., Vasileva I., Zaborova D., Musorina T. Experimental Study on the Thermal Performance of 3D-Printed Enclosing Structures. *Energies*. 2022. Vol. 15(12). No. 4230. <https://doi.org/10.3390/en15124230> (rus.)
18. Musorina T., Gamayunova O., Petrichenko M., Soloveva E. Boundary Layer of the Wall Temperature Field. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2020. Vol. 1116 AISC. Pp. 429-437. DOI:10.1007/978-3-030-37919-3_42(rus.)
19. Zaborova D.D., Kozinec G.L., Musorina T.A., Petrichenko M.R. Mathematical Model for Unsteady Flow Filtration in Homogeneous Closing Dikes. *Power Technology and Engineering*. 2020. Vol. 54(3). Pp. 358–364. DOI:10.1007/s10749-020-01216-9(rus.)
20. Petrichenko M.R., Musorina T.A. Fractional differentiation operation in the Fourier boundary problems. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*. 2020. Vol. 13(2). Pp. 41–52. DOI: 10.18721/JPM.13204(rus.)
21. Statsenko E.A., Musorina T.A., Ostrovaia A.F., Olshevskiy V.Ya., Antuskov A.L. Moisture transport in the ventilated channel with heating by coil. *Magazine of Civil Engineering*. 2017. No.70(2).Pp. 11–17. DOI:10.18720/MCE.70.2(rus.)
22. Gamayunova O., Petrichenko M., Mottaeva A. Thermotechnical calculation of enclosing structures of a standard type residential building. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1614(1). No. 012066. DOI 10.1088/1742-6596/1614/1/012066(rus.)
23. Gamayunova O., Golov R. Potential of energy saving on transport. *E3S Web of Conferences*. 2019. Vol. 135. No. 02025. DOI:10.1051/e3sconf/201913502025
24. Kanareykin A.I. Raspredeleniye temperatury v polom tele ellipticheskogo secheniya pri granichnykh usloviyakh pervogo i tret'yego roda [Temperature distribution in a hollow body of elliptical section under boundary conditions of the first and third kind]. *Forging and stamping production. Pressure processing of materials*. – 2023. – No. 9. – P. 10-14.(rus.)
25. Belov A.V., Ilyin Yu.P., Kuzmina N.Yu., Skorodumova N.V. Resheniye uravneniya teploprovodnosti dlya gorizonta'lnoy BGU pri vnutrennem istochnike tepla [Heat equation solution for the horizontal biogas unit with an internal heat source]. *Agroindustrial complex of Russia*. 2019. Vol. 26, No. 2. Pp. 177-184.(rus.)
26. Kanareikin A.I. Statsionarnoye temperaturnoye pole v pryamougol'noy plastine s peremennoy teploprovodnost'yu po odnoy koordinate [Stationary temperature field in a rectangular plate with variable thermal conductivity in one coordinate]. *Bulletin of the International Academy of Refrigeration*. 2023. No. 1. Pp. 99-104. – DOI 10.17586/1606-4313-2023-22-1-99-104.(rus.)

27. Kanareikin A.I. Opredeleniye temperaturnogo polya termoelementa v vide plastiny pri nestatsionarnom rezhime [Determination of the temperature field of a thermoelectric element in the form of a plate in the two-dimensional case in a non-stationary mode]. *Forging and stamping production. Processing of materials by pressure*. 2023. No. 4. Pp. 11-16.(rus.)
28. Vidin Yu.V., Kazakov R.V., Zlobin V.S. Protsess perenosa tepla v dvukhsloynnom tsilindricheskom tele [The process of heat transfer in a two-layer cylindrical body]. *News of higher educational institutions. Energy problems*. 2018. Vol. 20. No. 11-12. – Pp. 93-98. – DOI 10.30724/1998-9903-2018-20-11-12-93-98.
29. Yakimov N.D., Shageev A.F., Dmitriev A.V., Badretdinova G.R. Osobennosti rascheta temperaturnogo polya v kol'tsevom poristom sloye pri beskonechnom nagreve [Features of calculating the temperature field in an annular porous layer under infinite heating]. *News of higher educational institutions. Energy problems*. 2023. Vol. 25. No. 6. – Pp. 54-66.
30. Beibalaev V.D., Aliverdiev A.A. Issledovaniye temperaturnogo polya v plastine odnomernym nelineynym uravneniyem teploprovodnosti [Investigation of the temperature field in a plate by a one-dimensional nonlinear heat equation]. *Bulletin of Dagestan State University. Series 1: Natural Sciences*. 2022. Vol. 37. No. 1. Pp. 12-17.(rus.)
31. Kubacka E., Ostrowski P., Influence of Composite Structure on Temperature Distribution—An Analysis Using the Finite Difference Method. *Materials*. 2023. Vol. 16. No. 5193.
32. Saadeh R, Sedeeg A.K, Ghazal B., Gharib G. Double Formable Integral Transform for Solving Heat Equations. *Symmetry*. 2023. Vol. 15. No. 218.
33. Zubarev K.P. Taking into account moisture in increasing the accuracy of calculating heat losses of a building. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2024. Vol. 20. No. 1. – Pp. 150-161. DOI:10.22337/2587-9618-2024-20-1-154-161(rus)
34. Zubarev K.P. Derivation of the equation of unsteady-state moisture behaviour in the enclosing structures of buildings using a discrete-continuous approach. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021. Vol. 17. No. 4. – P. 83-90. DOI:10.22337/2587-9618-2021-17-4-83-90 (rus.)
35. Zubarev K.P. Using discrete-continuous approach for the solution of unsteady-state moisture transfer equation for multilayer building walls. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021. Vol. 17. No. 2. Pp. 50-57. DOI:10.22337/2587-9618-2021-17-2-50-57 (rus.)

Информация об авторах:

Зубарев Кирилл Павлович

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия, доцент кафедры общей и прикладной физики, преподаватель кафедры теплогазоснабжения и вентиляции; Федеральное государственное бюджетное учреждение «Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук», г. Москва, Россия, старший научный сотрудник лаборатории строительной теплофизики; Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, г. Москва, Россия, доцент кафедры технологий строительства и конструкционных материалов, E-mail.: zubarevkirill93@mail.ru

Сапронова Юлия Александровна

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия, Студент института гидротехнических и энергетических сооружений. E-mail: ho5metown@gmail.com

Алиханова Зумруд Рамазановна

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия, Студент института архитектуры и градостроительства. E-mail: annarostova12@gmail.com

Зобнина Юлия Сергеевна

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия, студент Института промышленного и гражданского строительства/ E-mail: selma.inufo@gmail.com

Будник Фёдор Алексеевич

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ),
г. Москва, Россия,
студент Института промышленного и гражданского строительства.
E-mail: f33440508@gmail.com

Федосеев Владимир Дмитриевич

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ),
г. Москва, Россия,
студент Института инженерно-экологического строительства и механизации;
E-mail: fedosseev.vs@gmail.com

Information about authors:

Zubarev Kirill Pavlovich

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Candidate of Tech. Sc., associate professor of the department of General and Applied Physics, Lecturer in the Department of Heat and Gas Supply and Ventilation;
Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences 127238, Moscow, Russia Moscow, Lokomotivny proezd, 21,
Senior Researcher of the Scientific Laboratory of Building Thermal Physics;
RUDN University 117198, Moscow, Russia Moscow, st. Miklouho-Maclay, 6,
Associate Professor of the Department of Construction Technology and Structural Materials, Leading Researcher of the Scientific Center of Engineering and Construction Technologies.
E-mail.: zubarevkirill93@mail.ru

Sapronova Yulia Aleksandrovna

Moscow State University of Civil Engineering Moscow, Russia,
Student of the Institute of Hydraulic and Energy Structures.
E-mail: ho5metown@gmail.com

Alikhanova Zumrud Ramazanovna

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Student of the Institute of Architecture and Urban Planning.
E-mail: annarostova12@gmail.com

Zobnina Yulia Sergeevna

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Student of the Institute of Industrial and Civil Engineering.
E-mail: selma.inufo@gmail.com

Budnik Fedor Alekseevich

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Student of the Institute of Industrial and Civil Engineering.
E-mail: f33440508@gmail.com

Fedosseev Vladimir Dmitrievich

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Student of the Institute of Engineering and Ecological Construction and Mechanization.
E-mail: fedosseev.vs@gmail.com

Е.В. ТКАЧ¹, Г. ШУСЕВ², Г.М. РАХИМОВА³, М.А. РАХИМОВ³¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия²Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ),
г. Москва, Россия³Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова, г.Караганда, Республика Казахстан

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ТЯЖЕЛЫЙ БЕТОН ДЛЯ КОНСТРУКЦИЙ ТОННЕЛЕЙ С ПОВЫШЕННЫМИ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Аннотация. В связи с постоянно растущими требованиями к качеству и надежности бетонных конструкций, в частности для строительства тоннелей, ставится задача разработки модифицированных бетонов с улучшенными эксплуатационными характеристиками. В данном исследовании рассматриваются вопросы, связанные с модификацией состава тяжелого бетона с использованием комплексной химической добавки, включающей в своем составе суперпластификатор совместно с водорастворимой полимерной добавкой Полидон-А. Установлено, что процесс действия химической активации частиц метакеолина изучен недостаточно, в связи с этим представленные исследования, заключающиеся в поиске решений повышения эксплуатационных характеристик за счет процесса его предварительной обработки щелочной средой $pH=10$ совместно с микроармирующим компонентом (воластонит), являются актуальными. Целью исследования было установить положительное действие процесса активации метакеолина с комплексным модификатором совместно с микроармирующим компонентом на модифицирование структуры тяжелого бетона для повышения прочностных и гидрофизических свойств. Объектом исследования являлся модифицированный тяжелый бетон на основе активированного метакеолина с комплексным модификатором (суперпластификатор + Полидон-А) совместно с микроармирующим компонентом для бетонных конструкций тоннелей.

Результаты исследования: Установлено положительное влияние комплексного модифицирования на свойства тяжелого бетона путем уменьшения содержания вяжущего (цемента) и замены его метакеолином, предварительно активированным щелочной средой с $pH=10$ с модификатором и воластонитом, позволяющее повышать прочностные и гидрофизические характеристики: прочность на сжатие в возрасте 28 суток составила 68,6 МПа в сравнении с контрольным составом – 39,4 МПа; водопоглощение – 2,4%; марка по водонепроницаемости – W14, что дает возможность применять данный состав на практике для получения строительных изделий и конструкций с заданными характеристиками, эксплуатирующихся в условиях повышенной нагрузки и агрессивной среды, в частности, для конструкций тоннелей.

Ключевые слова: конструкции тоннелей, активация метакеолина, комплексный модификатор, физико-механические свойства, гидрофизические свойства, суровые условия эксплуатации

E.V. TKACH¹, G. SHUSEV², G.M. RAKHIMOVA³, M.A. RAKHIMOV³¹National Research Moscow State Civil Engineering University, Moscow, Russia²Moscow Automobile and Road Construction State Technical University, Moscow, Russia³Karaganda Technical University, Kazakhstan

MODIFIED HEAVY CONCRETE FOR TUNNEL STRUCTURES WITH INCREASED OPERATIONAL PROPERTIES

Abstract. The increasing demands for the quality and reliability of concrete structures, particularly in tunnel construction, necessitate the development of modified concretes with enhanced operational characteristics. This study examines the modification of heavy concrete using a complex chemical additive, comprising a superplasticizer and a water-soluble polymer additive (Polidon-A). The research reveals that the activation process of metakaolin particles is insufficiently studied. Therefore, the investigations presented here, which aim to improve operational characteristics through the pre-treatment of metakaolin in an alkaline environment (pH=10) with a micro-reinforcing component (wollastonite), are highly relevant. The study's objective is to establish the positive effect of metakaolin activation with a complex modifier and a micro-reinforcing component on the modification of heavy concrete's structure to enhance its strength and hydrophysical properties. Object: Modified heavy concrete based on activated metakaolin with a complex modifier (superplasticizer + Polidon-A) and a micro-reinforcing component for concrete tunnel structures.

Research results: The study demonstrates the positive impact of complex modification on the properties of heavy concrete. This is achieved by reducing the cement content (binder) and replacing it with metakaolin, which is pre-activated in an alkaline environment (pH=10) with a modifier and wollastonite. This allows for an increase in strength and hydrophysical characteristics: the compressive strength at 28 days was 68.6 MPa, compared to 39.4 MPa for the control mixture; water absorption was 2.4%; and the waterproofing grade was W14. This makes it possible to use this composition in practice for the production of building products and structures with specified characteristics, operating under conditions of increased load and aggressive environment, in particular, for tunnel structures.

Keywords: tunnel structures, metakaolin activation, complex modifier, physico-mechanical properties, hydrophysical properties, severe operating conditions.

1. Введение

Постоянное увеличение нагрузки на тоннельные конструкции, интенсивное движение автотранспортных средств через них, а также проблема, связанная с короткими межремонтными сроками, влияет на их износ и повреждения. В связи с этим целесообразно использовать железобетонные конструкции, которые обладают повышенными эксплуатационными характеристиками: по прочности, гидрофизическим свойствам, трещиностойкости, что в конечном счете позволяет увеличивать срок их службы [1, 2].

Одним из методов увеличения срока службы конструкций тоннелей является увеличение прочности бетона, которого можно достичь с помощью применения химических современных добавок, наполнителей специального назначения, пропитки и обработки готовых изделий полимерными растворами. При этом необходимо проводить анализ применяемых материалов и конструкций, применять ресурсосберегающие технологии строительства [3-10].

Использование добавок является обязательным для получения высокопрочного бетона. В частности, минеральные наполнители улучшают зерновой состав и микроструктуру цементного камня, повышают трещиностойкость бетона, а пластифицирующие добавки снижают водопотребность.

В цементных бетонах различного назначения применяют высокодисперсные тонкомолотые минеральные добавки, содержащие SiO_2 . К таким добавкам можно отнести микрокремнезем, золу, метакеолин и т.д. Авторы статьи отмечают [11], что метакеолин является более перспективным материалом в сравнении с дорогостоящим микрокремнеземом. Исследования на прочность с использованием метакеолина показали улучшение механических характеристик бетона, а также устойчивость к химическим воздействиям. Оптимальной дозировкой авторы считают диапазон от 10 до 15% для достижения высокой скорости развития прочности на сжатие, что является следствием более высокой скорости гидратации [12]. Опытными исследованиями [13] установлен оптимальный диапазон содержания метакеолина в количестве 5-20% от массы цемента. При этом известно, что добавки минерального происхождения необходимо использовать в комплексе с водоредуцирующими добавками для снижения водоцементного отношения и обеспечения необходимой подвижности смеси [14-17].

Также на данный момент активно исследуется вопрос применения дисперсного армирования в бетоне. В качестве дисперсного материала используются различные виды фибр с разными размерами и формами. Авторы утверждают, что при использовании фибр и различных волокон возможно увеличение прочности бетона [18, 19]. В одной из работ было исследовано взаимодействие метаксаолина со стальной фиброй, где авторы заявляют о повышении прочности на сжатие и растяжение от 12,5% до 28,6% в зависимости от количества вводимой добавки [20]. Нами был проведен поиск и анализ информации по использованию более дешевого варианта фибры. Одним из таких вариантов является волластонитовая фибра, которая является природным материалом с волокнистой структурой. Установлено, что при замене цемента волластонитом до 15% повышается прочность и долговечность, а также ведет к снижению пористости и уплотнению микроструктуры бетона [21].

Также было изучено использование и влияние электролизованной воды на улучшение прочностных характеристик бетона. Исследования [22] показали, что быстрая химическая реакция гидратации частиц цемента в присутствии электролизованной воды и образование более гидратированных продуктов в раннем возрасте приводит к развитию менее пористой и более плотной микроструктуры. Использование электролизованной воды обеспечивает более быстрое схватывание цемента, показывает более высокие значения прочности на сжатие по сравнению с обычным раствором на водной основе на ранней стадии отверждения.

2. Модели и методы

К смеси для железобетонных конструкций тоннелей предъявляются высокие требования. Согласно рекомендациям СП 122.13330.2023 «СНиП 32-04-97 Тоннели железнодорожные и автодорожные» по рациональным составам для бетона конструкций тоннелей использовался портландцемент, в котором суммарное содержание трехкальцевого и двухкальцевого силикатов ($3\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2 + 2\text{CaO}\cdot\text{SiO}_2$) составляло не менее 2/3 массы клинкера, а массовое отношение оксида кальция к оксиду кремния (CaO/SiO_2) - не менее 2,0. Содержание оксида магния (MgO) в клинкере не более 5% массы клинкера. Допускается содержание оксида магния до 6% массы клинкера при условии положительных результатов испытаний цемента из данного клинкера на равномерность изменения объема по ГОСТ 30744. В качестве крупного заполнителя применялся щебень из плотных горных пород со средней плотностью до 3000 кг/м^3 в соответствии с требованиями по ГОСТ 8267. В качестве мелкого заполнителя применялся природный песок с истинной плотностью 2560 кг/м^3 в соответствии с требованиями ГОСТ 8736. Вода, применяемая при изготовлении бетонных образцов соответствовала требованиям ГОСТ 23732. В таблице 1 представлены материалы, которые использовались для дальнейших исследований.

Таблица 1 – Материалы для получения модифицированного тяжелого бетона

№	Наименование материалов	Вид (марка, фракция)	Производитель
1	Портландцемент	ЦЕМ I 42,5Н	АО «ЕВРОЦЕМЕНТ групп»
2	Песок		ООО «Агат»
3	Щебень	фр.5-20	ООО «ДорНерудРесурс»
4	Щебень	фр.20-40	ООО «ДорНерудРесурс»
5	Добавка метаксаолин	ВМК-45	ООО "СИНЕРГО"
6	Добавка суперпластификатор	Поликарбоксилатный	«Sunbo PC-1021» (Китай)
7	Полимерная добавка	Полидон-А	ООО «Оргполимерсинтез»
8	Добавка коротковолокнистого волластонита		Тырныаузское месторождение (Кабардино-Балкария)

В качестве активной минеральной добавки использовали метаксаолин (МТК), особенностью которого является его способность связывать большое количество свободной

известны в форме стабильных кристаллогидратов. Элементный анализ частичек образца МТК представлен на рисунке 1.

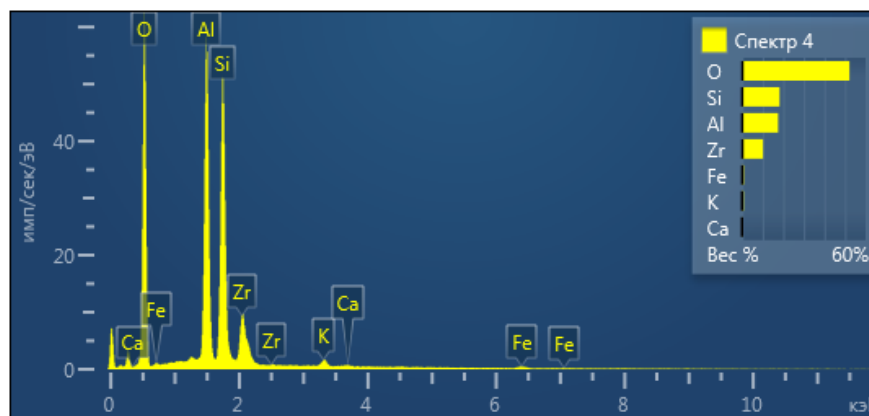


Рисунок 1 – Элементный анализ метакеолина

Элементный анализ добавки показал преобладание в ее составе SiO_2 и Al_2O_3 в количестве 52-54% и 40-43% соответственно. Также установлено незначительное содержание химических соединений от 0,1 до 2%, таких как Fe_2O_3 , TiO_2 , CaO , MgO , Na_2O , K_2O . Высокое содержание оксида кремния позволяет сделать вывод, что метакеолин обладает высокой химической активностью. В таблице 2 представлены основные физические характеристики метакеолина.

Таблица 2 – Физические характеристики метакеолина

№	Физические характеристики	Показатель
1	Плотность	2,6 кг/см ³
2	Распределение частиц d_{50} d_{95}	3,4-4,5 мк 12-18 мк
3	Удельная поверхность (Blaine)	23000 см ² /г
4	Удельная поверхность (BET)	18 м ² /г
5	Цвет	Кремовый

Были проведены исследования микроструктуры МТК, ниже на рисунке 2 изображены фотографии микроструктуры МТК, проведенные на микроскопе Tescan MIRA. Слоистая микроструктура метакеолина придает материалам на его основе свойство пластичности. Светлые участки содержат более тяжелые элементы по сравнению с основной матрицей. Как показал спектр рентгеноспектрального анализа, в этих участках (светлых) наряду с указанными элементами обнаруживается цирконий.

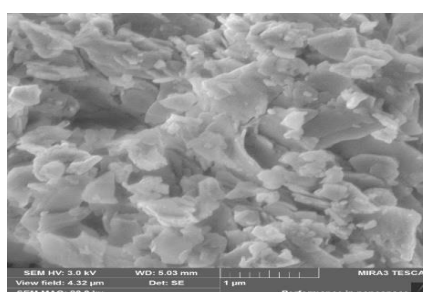


Рисунок 2 – Микроструктура метакеолина

Совместно с метакеолином использовалась суперпластифицирующая добавка (таблица 3) на основе эфира поликарбоксилата «Sunbo PC-1021». Добавление пластификатора позволяет увеличить подвижность бетонной смеси, снизить количество воды, сэкономить количество цемента без потери прочности бетона, увеличить адгезию.

Таблица 3 – Характеристики добавки суперпластификатора «Sunbo PC-1021»

Внешний вид	Серый белый или светло-желтый порошок
Содержание воды (порошок) (%):	≤ %
Вес единицы (г/л):	500 ~ 600
Значение pH (20) (20% жидкий):	7-8
Содержание So4 (%):	2.6
CI (%):	≤ 03%
Рекомендуемая дозировка: (в отношении веса binder)	0.16% ~ 0.3%
Воды Передаточное отношение	≥ %

Для повышения гидрофобных свойств в исследованиях использовалась полимерная добавка Полидон-А, характеристики которой представлены в таблице 4. Добавка Полидон-А представляет собой водный раствор поливинилпирролидона, применяющийся в пищевой промышленности как загуститель, осветлитель, стабилизатор, а также диспергирующий агент. Это обусловлено свойствами поливинилпирролидона и его структурой. Внешне она является порошкообразным соединением белого или желтоватого цвета и отличается гигроскопичностью. По своей природе это синтетический полимер, то есть не природного происхождения. Растворяется в воде и полярных растворах.

Таблица 4 – Характеристики добавки «Полидон-А»

Молекулярная формула:	C_6H_9NO
Масса молярная:	2.500 – 2.500.000 г/моль
Плотность:	1200 кг/м ³
Температура плавления:	150-180 °C

В качестве дисперсного наполнителя применяли волластонит, который представляет собой минерал из класса силикатов, природный силикат кальция подкласса пироксеноидов группы цепочечных силикатов с формулой $Ca[SiO_2]$. Цвет волластонита белый с сероватым или буроватым оттенком. Волластонит в зависимости от длины волокон делится на: длинно- и коротковолокнистый, обладающий микроармирующим эффектом. На рисунке 3 представлены внешний вид волластонита с шероховатой поверхностью (рис. 3а) и его игольчатая микроструктура (рис. 3б), которая обладает хемосорбционными свойствами.

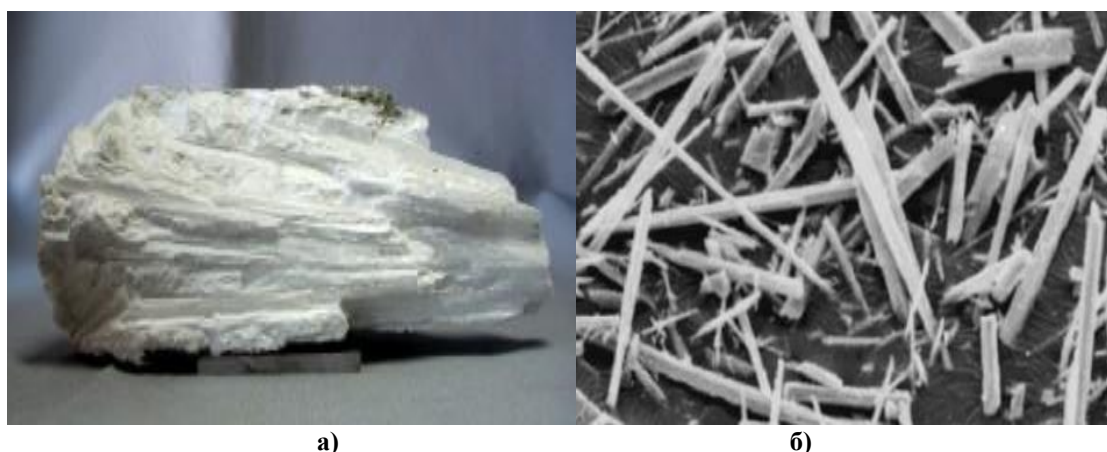


Рисунок 3 – Волластонит: а) внешний вид, б) игольчатая микроструктура

Далее были разработаны составы бетонных смесей модифицированного тяжелого бетона с расходом компонентов, представленные в таблице 5.

Таблица 5 – Составы бетонных смесей модифицированного тяжелого бетона с расходом компонентов

Материалы	Составы бетонной смеси, кг/м ³				
	1 конт	2	3	4	5
Портландцемент	416	366	366	366	366
Метакаолин ВМК-45	-	50	50	50	50
Песок	846	846	846	846	846
Щебень	967	967	967	967	967
Суперпластификатор «Sunbo PC-1021»	-	-	1,7	1,7	1,7
Полидон-А	-	-	-	1,25	1,25
Волластонит	-	-	-	-	8,3
вода рН7	165				
вода рН10		165	165	165	165

Следует отметить, что воду активировали в электролизере «Мелеста», который позволял увеличить рН воды с 7,1 до рН щелочной среды равной 10. Предполагаем на основе работ [19-20,22], что процессы гидролиза и гидратации будут происходить интенсивнее за счет введения предварительно активированной воды.

3. Результаты исследования и их анализ

Для дальнейших исследований из полученных составов бетонных смесей были изготовлены образцы: кубы с размером ребра 10х10х10см и балочки для испытания на изгиб 30х10х10 см. Образцы твердели при нормальных условиях 28 суток, затем были проведены испытания в аккредитованной лаборатории на сертифицированном современном оборудовании.

Результаты физико-механических испытаний модифицированных бетонных смесей и бетонов на их основе представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Результаты исследований бетонных смесей и бетонов

Показатели	Маркировка состава				
	1 контр.	2	3	4	5
Марка подвижности бетонной смеси (ОК, см)	П1 (2)	П1 (3)	П2 (4)	П2 (5)	П2(5)
Средняя плотность бетонной смеси, кг/м ³	2394	2394	2396	2397	2405
Водоотделение бетонной смеси, %	0,43	0,36	0,3	0,26	0,25
Прочность бетона на сжатие, МПа, R _{сж}	39,4	43,8	54,7	60,5	68,6
Прочность бетона на растяжение при изгибе, МПа, R _и	5,2	5,4	6,0	6,5	6,9

Продолжение таблицы 6

Средняя плотность бетона, кг/м ³	2362	2388	2389	2392	2416
Водопоглощение по массе, %	3,5	3,1	2,9	2,65	2,4
Гидрофизические свойства, МПа/ Марка	0,8/W8	1,0/W10	1,2/W12	1,2/W12	1,4/W14

Анализ результатов исследований (таблица 6) показал, что при замене во 2 составе части бездобавочного портландцемента на активированный метакраолин (12%) (активированная вода, предварительно обработанная в электролизере) происходит увеличение прочности с 39,4 МПа до 43,8 МПа. При добавлении суперпластификатора «Sunbo PC-1021» (0,4% от массы вяжущего) возросла прочность бетона (состав 3: ПЦ+12%МТКакт+0,4%СП) на сжатие с 43,8 МПа до 54,7 МПа и на растяжение при изгибе – с 5,4 МПа до 6,0 МПа в сравнении с составом 2. Далее при добавлении 0,3% от массы вяжущего Полидон-А (состав 4: ПЦ + 12% МТКакт + 0,4% СП + 0,3% Полидон-А) наблюдается увеличение прочности бетона на сжатие с 54,7 МПа до 60,5 МПа и на растяжение при изгибе – с 6,0 МПа до 6,5 МПа в сравнении с составом 3. Наличие в составе 5 (ПЦ + 12% МТКакт + 0,4% СП + 0,3% Полидон-А + 2% волластонит) дисперсного наполнителя – волластонита привело росту показателя прочности бетона на сжатие с 60,5 МПа до 68,6 МПа и на растяжение при изгибе – с 6,5 МПа до 6,9 МПа в сравнении с составом 4. Это связано с тем, что волластонит обладает хорошим сцеплением с цементным камнем, снижая пористость цементного камня и тем самым обеспечивая эффективное микроармирование бетона.

Установлено также положительное влияние комплексного модифицирования на гидрофизические свойства. Состав бетона с активированным метакраолином (состав 2: ПЦ + 12% МТКакт) снижает водопоглощение с 3,5% до 3,1% и повышает марку водонепроницаемости на 1 ступень в сравнении с бездобавочным (состав 1). При добавлении суперпластификатора «Sunbo PC-1021» (состав 3: ПЦ+12%МТКакт+0,4%СП) показатель водопоглощения снижается с 3,1% до 2,9% и повышается марка водонепроницаемости на 1 ступень. При добавлении Полидон-А (состав 4: ПЦ + 12% МТКакт + 0,4% СП + 0,3% Полидон-А) водопоглощение снижается с 2,9% до 2,65%. Добавление дисперсного наполнителя – волластонита (состав 5: ПЦ + 12% МТКакт + 0,4% СП + 0,3% Полидон-А + 2% волластонит), также привело к снижению водопоглощения с 2,65% до 2,4% и повышению марки водонепроницаемости на одну ступень в сравнении с составом 4. Комплексное модифицирование (состав 5) снизило водопоглощение с 3,5% до 2,4% и повысило марку водонепроницаемости на 3 ступени в сравнении с контрольным (состав 1).

Полученные результаты комплексного модифицирования бетонной смеси (ПЦ + 12% МТКакт + 0,4% СП + 0,3% Полидон-А + 2% волластонит) согласуются с данными работ [16-22] и свидетельствуют о возможности проектирования высокопрочных бетонов, в том числе и для конструкций тоннелей, где одним из главных показателей являются прочностные и гидрофизические свойства.

4.Выводы

Решение проблемы получения эффективного бетона для конструкций тоннелей с улучшенными эксплуатационными свойствами может быть осуществлено за счет модифицирования вяжущего в составе с активированным метакраолином совместно с комплексным модификатором смеси (ПЦ +12% МТКакт + 0,4% СП + 0,3% Полидон-А + 2% волластонит).

Разработан состав бетонной смеси и установлены технологические решения для получения эффективного бетона на основе модифицированного вяжущего с комплексным

полимерным модификатором для конструкций тоннелей с повышенными эксплуатационными и физико-механическими характеристиками: предел прочности на сжатие – 68,6 МПа; предел прочности на растяжение при изгибе – 6,9 МПа; водопоглощение – 2,4% масс.; марка по водонепроницаемости – W14. Полученные результаты исследований позволяют рекомендовать предлагаемый состав модифицированного бетона для производства строительных конструкций, работающих в суровых условиях эксплуатации, в частности, для автодорожных тоннелей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Орешкин Д.В. Проблемы строительного материаловедения и производства строительных материалов // *Строительные материалы*. – 2010. – № 11. – С. 6-8.
2. Lam T.Q.K, Do T.M.D, Ngo V.T, Nguyen T.C. Increased plasticity of nano concrete with steel fibers // *Magazine of civil engineering*. – 2020. – № 1 (93). – С. 27-34.
3. Томилов А. П. Электрохимическая активация — новое направление прикладной электрохимии // *Жизнь и безопасность*. – 2002. – №3. – С. 302-307
4. Teramoto A., Maruyama I., Mitani Y. Influence of silica fume additive and temperature history on the volume change of ultra-high-strength cement paste and concrete // *Advances in civil engineering materials*. – 2019. – N. 3. – P. 153-172.
5. Kherraf L., Abdelouehed A., Belachia M., Hebhouh H. Effects of the incorporation of combined additions in cement on the properties of concretes // *International review of civil engineering*. – 2018. – N. 1(9). – P. 31-39.
6. Яковлев Г.И., Первушин Г.Н., Корженко А., Бурьянов А.Ф., Пудов И.А., Лушникова А.А. Модификация цементных бетонов многослойными углеродными нанотрубками // *Строительные материалы*. – 2011. – №2. – С.47-51.
7. Zhao Y., Ding P., Ba C., Tang A., Song N., Liu Y., Shi L. Preparation of TiO₂ coated silicate micro-spheres for enhancing the light diffusion property of polycarbonate composites // *Displays*. – 2014. – V. 35. – N. 4. – P. 220-226.
8. Isaeva YU.V., Velichko E.G., Kasumov A.SH. Structure optimization of ultra-light cement mortar with due regard for geometrical and physical and mechanical characteristics of components, *Construction Materials*, 8, 84-87(2015) DOI: 10.31659/0585-430X-2015-728-8-84-88.
9. Yakovlev G.I., Ginuchickaya YU.N., Kiziniyevich O., Kiziniyevich V., Gordina A.F. Influence of dispersions of multilayer carbon nano-tubes on physical-mechanical characteristics and structure of building ceramics, *Construction Materials*. 2016. № 8. С. 20-29.
10. Величко Е.Г., Шумилина Ю.С. К проблеме формирования дисперсного состава и свойств высокопрочного бетона // *Вестник МГСУ*. 2020. Т. 15. Вып. 2. С. 235-243. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.2.235-243.
11. Соловьев В.И., Ткач Е.В., Серова Р.Ф., Ткач С.А., Тоимбаева Б.М., Сейдинова Г.А. Исследование пористости цементного камня, модифицированного комплексными органоминеральными модификаторами // *Фундаментальные исследования*. 2014. №8-3. С. 590-595.
12. Хозин В.Г., Красникова Н.М., Морозов И.М., Хохряков О.В. Оптимизация состава цементного бетона для аэродромных покрытий // *Известия казанского государственного архитектурно-строительного университета*. – 2014. – №2(28). – С.166-172.
13. Sun X., Gao Z., Cao P., Zhou C. Mechanical properties tests and multiscale numerical simulations for basalt fiber reinforced concrete // *Construction and building materials*. – 2019. – №. 202. – С. 58-72.
14. Ткач Е.В., Темирганов Р.И. Цементный бетон с улучшенными физико-механическими свойствами на основе применения активированного микрокремнезема // *Инновации и инвестиции*. 2019. №10. С. 289-292.
15. Филимонова Ю.С., Величко Е.Г. Исследование комплексной модификации тяжелого бетона // *Строительство и реконструкция*. 2021. №4 (96). С.107-109. DOI: 10.33979/2073-7416-2021-96-4-107-112.
16. Шулдяков К.В., Крамар Л.Я., Трофимов Б.Я., Мамаев Н.А. Влияние добавки "микрокремнезем-поликарбоксилатный суперпластификатор" на гидратацию цемента, структуру и свойства цементного камня // *Цемент и его применение*. – 2013. – №2. – С. 114-118.
17. Attia K., Elrefai A., Alnahhal W., Rihan Y. Flexural behavior of basalt fiber-reinforced concrete slab strips reinforced with bfrp and gfrp bars // *Composite structures*. – 2019. – N. 211. – P. 1-12.
18. Afroz M., Patnaikuni I., Venkatesan S. Chemical durability and performance of modified basalt fiber in concrete medium // *Construction and building materials*. – 2017. – V. 154. – P.191-203.
19. Бахир В.М., Задорожний Ю.Г., Леонов Б.И., Паничева С.А., Прилуцкий В.И. Электрохимическая активация: универсальный инструмент зеленой химии. - М.: «Маркетинг Саппорт Сервисиз». – 2005. – 176 с.
20. Петрушанко И. Ю., Лобышев В. И. Физико-химические свойства водных растворов, полученных в мембранном электролизере // *Биофизика*. – 2004. – №1 (49). – С. 22 – 31.

21. Козин А.В., Федюк Р.С., Ильинский Ю.Ю., Ярусова С.Б., Гордиенко П.С., Мохаммад Али Мосаберпанах Влияние волластонита на механические свойства бетона // Строительные материалы и изделия. 2020, Том 3, №5. С. 34-42.
22. Ткач Е.В., Темирканов Р.И. Улучшение физико-механических свойства модифицированного бетона на основе применения химически активированного микрокремнезема с микроармирующим волокном // Строительство и реконструкция. 2020. №2 (88). С. 123-135.

REFERENCES

1. Oreshkin D.V. Problems of Building Materiology and Production of Building Materials. *Construction materials*. – 2010. no. 11. pp. 6-8.
2. Lam T.Q.K, Do T.M.D, Ngo V.T, Nguyen T.C. Increased plasticity of nano concrete with steel fibers. *Magazine of civil engineering*, 2020, vol. 93, no. 1, pp. 27-34.
3. Tomilov AP Elektrohimicheskaya aktivaciya — novoe napravlenie prikladnoj elektrohimii [Electrochemical activation - a new direction of applied electrochemistry]. *ZHizn' i bezopasnost'*, 2002, no. 3, pp. 302-307.
4. Teramoto A., Maruyama I., Mitani Y. Influence of silica fume additive and temperature history on the volume change of ultra-high-strength cement paste and concrete. *Advances in civil engineering materials*, 2019, no. 3, pp. 153-172.
5. Kherraf L., Abdelouehed A., Belachia M., Hebhouh H. Effects of the incorporation of combined additions in cement on the properties of concretes. *International review of civil engineering*, 2018, vol. 9, no. 1, pp. 31-39.
6. Yakovlev G.I., Pervushin G.N., Korzhenko A., Buryanov A.F., Pudov I.A., Lushnikova A.A. Modifikaciya cementnyh betonov mnogoslojnymi uglerodnymi nanotrubkami [Modification of cement concretes with multilayer carbon nanotubes] . *Stroitel'nye materialy*, 2011, no. 2, pp. 47-51.
7. Zhao Y., Ding P., Ba C., Tang A., Song N., Liu Y., Shi L. Preparation of TIO₂ coated silicate micro-spheres for enhancing the light diffusion property of polycarbonate composites. *Displays*, 2014, vol. 35, no. 4, pp. 220-226.
8. Isaeva YU.V., Velichko E.G., Kasumov A.SH. Structure optimization of ultra-light cement mortar with due regard for geometrical and physical and mechanical characteristics of components. *Construction Materials*, 8, 84-87(2015) DOI: 10.31659/0585-430X-2015-728-8-84-88.
9. Yakovlev G.I., Ginuchickaya YU.N., Kizinieich O., Kizinieich V., Gordina A.F. Influence of dispersions of multilayer carbon nano-tubes on physical-mechanical characteristics and structure of building ceramics. *Construction Materials*. 2016. no. 8. pp. 20-29.
10. Velichko E.G., SHumilina YU.S. To the problem of forming the high-strength concrete dispersed composition and properties. *Vestnik MGSU*, 15(2), 235-243(2020). DOI: 10.22227/1997-0935.2020.2.235-243.
11. Soloviev V.I., Tkach E.V., Serova R.F., Tkach S.A., Toimbaeva B.M., Seydinova G.A. Research of cement stone porosity modified by complex organic mineral modifiers. *Fundamental research*. 2014, no. 8-3, pp. 590-595. In Rus.
12. Khozin V.G., Krasnikova N.M., Morozov I.M., Khokhryakov O.V. Optimization of composition of cement concrete for airfield coverings. *News of the KSUAE*, 2014, vol. 28, no. 2. pp. 166-172. In Rus.
13. Sun X., Gao Z., Cao P., Zhou C. Mechanical properties tests and multiscale numerical simulations for basalt fiber reinforced concrete. *Construction and building materials*. – 2019. – N. 202. – P. 58-72.
14. Tkach E.V., Temirkanov R.I. Cement concrete with improved physical and mechanical properties based on the use of activated silica fume. *Innovations and investments*. 2019 N. 10, 289-292.
15. Filimonova YU.S., Velichko E.G. Study of the complex modification of heavy concrete // *Construction and reconstruction*. 4 (96), 107-109(2021). DOI: 10.33979/2073-7416-2021-96-4-107-112.
16. Shuldyakov K.V., Kramar L.Ya., Trofimov B.Ya., Mamaev N.A. Influence of the polycarboxylate superplasticizer - microsilica additive on the hydration, structure and properties of cement. *Cement and its application*, 2013, no. 2, pp. 114-118. In Rus.
17. Attia K., Elrefai A., Alnahhal W., Rihan Y. Flexural behavior of basalt fiber-reinforced concrete slab strips reinforced with BFRP and GFRP bars. *Composite structures*, 2019, no. 211, pp. 1-12.
18. Afroz M., Patnaikuni I., Venkatesan S. Chemical durability and performance of modified basalt fiber in concrete medium. *Construction and building materials*, 2017, vol. 154, pp. 191-203.
19. Bakhir V.M., Zadorozhny Yu.G., Leonov B.I., Panicheva S.A., Prilutsky V.I. Elektrohimicheskaya aktivaciya: universal'nyj instrument zelenoj himii [Electrochemical activation: a versatile tool for green chemistry]. Moscow, Marketing Support Services Publ., 2005, 176 p.
20. Petrushanko I. Yu., Lobyshev V.I. Physical and chemical properties of aqueous solutions obtained in a membrane electrolyzer. *Biophysics*, 2004, vol. 49, no. 1, pp. 22 -31. In Rus.

21. Kozin A.V., Feduk R.S., Ilinskiy Yu.Yu., Yarusova S.B., Gordienko P.S. Mohammad Ali Mosaberpanah Effect of wollastonite on the mechanical characteristics of concrete. *Construction materials and products*. 2020, 3 (5). pp. 34-42.
22. Tkach E.V., Temirkanov R.I. Improving the physico-mechanical properties of modified concrete based on the use of chemically activated micro-silica with micro-reinforcing fiber. *Construction and reconstruction*. 2020. N. 2 (88). pp. 123-135.

Информация об авторах:

Ткач Евгения Владимировна

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»,
г. Москва, Россия,
доктор технических наук, профессор, профессор кафедры Градостроительства
E-mail: ev_tkach@mail.ru

Шусев Георгий

ФГБОУ ВО "Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)
г. Москва, Россия,
аспирант кафедры Дорожно-строительных материалов
E-mail: shusev.madi@yandex.ru

Рахимова Галия Мухамедиевна

НАО «Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова» г. Караганда, Республика Казахстан,
Кандидат технических наук, ассоциированный профессор кафедры Строительные материалы и технологии
E-mail: g.rakhimova@kstu.rz

Рахимов Мурат Аманжолович

НАО «Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова» г.Караганда, Республика Казахстан,
Кандидат технических наук, доцент кафедры Строительные материалы и технологии
E-mail: m.rakhimov@kstu.rz

Information about authors:

Tkach Evgeniya V.

National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
doctor of technical sciences, professor, professor of the department urban planning.
E-mail: ev_tkach@mail.ru

Shusev Georgy A.

Moscow Automobile and Road Construction State Technical University, Moscow, Russia,
Postgraduate student of the Department of Road Construction Materials
E-mail: shusev.madi@yandex.ru

Rakhimova Galia M.

Non-profit joint stock company "Abylkas Saginov Karaganda Technical University» Karaganda, Republic of Kazakhstan,
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Materials and Technology
E-mail: g.rakhimova@kstu.rz

Rakhimov Murat A.

Non-profit joint stock company "Abylkas Saginov Karaganda Technical University» Karaganda, Republic of Kazakhstan,
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Materials and Technologies
E-mail: m.rakhimov@kstu.rz

Уважаемые авторы!
Просим Вас ознакомиться с основными требованиями
к оформлению научных статей

- Представляемый материал должен быть **оригинальным, не опубликованным ранее** в других печатных изданиях.
- Объем материала, предлагаемого к публикации, измеряется числом знаков с учетом пробелов. Рекомендуемый объем статей: **от 15000 до 45000 знаков с пробелами**.
- Статья должна быть набрана на листах формата А4 шрифтом Times New Roman, размер 12 pt с одинарным интервалом, текст выравнивается по ширине; абзацный отступ – 1,25 см, правое поле – 2 см, левое поле – 2 см, поля внизу и сверху – 2 см; все страницы рукописи должны иметь сплошную нумерацию.
- Статья предоставляется в электронном виде по электронной почте или через систему электронной редакции.
- В одном сборнике может быть опубликована только **одна статья одного автора**, включая соавторство.
- Если статья возвращается автору на доработку, исправленный вариант следует прислать в редакцию повторно, приложив письмо с ответами на замечания рецензента. Доработанный вариант статьи рецензируется и рассматривается редакционной коллегией вновь. Датой представления материала считается дата поступления в редакцию окончательного варианта исправленной статьи.
- Аннотации всех публикуемых материалов, ключевые слова, информация об авторах, списки литературы будут находиться в свободном доступе на сайте соответствующего журнала и на сайте Российской научной электронной библиотеки – РУНЭБ (Российский индекс научного цитирования).

В тексте статьи не рекомендуется применять:

- обороты разговорной речи, техницизмы, профессионализмы;
- для одного и того же понятия различные научные термины, близкие по смыслу (синонимы), а также иностранные слова и термины при наличии равнозначных слов и терминов в русском языке;
- произвольные словообразования;
- сокращения слов, кроме установленных правилами русской орфографии, соответствующими стандартами.
- Сокращения и аббревиатуры должны расшифровываться по месту первого упоминания (вхождения) в тексте статьи.

Обязательные элементы:

- **заглавие (на русском и английском языке)** публикуемого материала должно быть точным и емким, слова, входящие в заглавие, должны быть ясными сами по себе, а не только в контексте; следует избегать сложных синтаксических конструкций, новых словообразований и терминов, а также слов узкопрофессионального и местного значения;
- **аннотация (на русском и английском языке)** кратко описывает объект исследования, мотивацию к проведению исследования, результаты исследования (рекомендуется указывать конкретные результаты и зависимости, полученные в исследовании), выводы (кратко); рекомендуемый объем – от 200 до 250 слов;
- **ключевые слова (на русском и английском языке)** – это текстовые метки, по которым можно найти статью при поиске и определить предметную область текста; обычно их выбирают из текста публикуемого материала, достаточно 5-10 ключевых слов.
- **список литературы**, на которую автор ссылается в тексте статьи; рекомендуемый объем списка литературы – не менее 20 источников.

В информации об авторах рекомендуется указывать ORCID, Scopus ID и SPIN-код, присвоенный в РИНЦ.

Редакция не взимает плату с авторов за подготовку, рецензирование и размещение в открытом доступе статей.

Право использования произведений предоставлено авторами на основании п. 2 ст. 1286 Четвертой части Гражданского Кодекса Российской Федерации.

С полной версией требований к оформлению научных статей
Вы можете ознакомиться на сайте <https://construction.elpub.ru/jour/index>

Адрес издателя:

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева»
302026, Орловская область, г. Орел, ул. Комсомольская д. 95
+7 (4862) 75-13-18

www.oreluniver.ru

E-mail: info@oreluniver.ru

Адрес редакции

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева»
302030, Орловская область, г. Орел, ул. Московская, 77.
+79065704999

<http://oreluniver.ru/science/journal/sir>

E-mail: str_and_rek@mail.ru

Материалы статей печатаются в авторской редакции.
Право использования произведений предоставлено авторами на основании
п. 2 ст. 1286 Четвертой части Гражданского Кодекса Российской Федерации

Технический редактор М.А. Амелина
Компьютерная верстка М.А. Амелина

Подписано в печать

Дата выхода в свет

Формат 70×108/16. Печ. л. 14,6

Цена свободная. Тираж 500 экз.

Заказ №

Отпечатано с готового оригинал-макета
на полиграфической базе ФГБОУ ВО «ОГУ имени И.С. Тургенева»
302026, г. Орел, ул. Комсомольская, 95.