

Е.Н. КУРБАЦКИЙ¹, Е.А. ПЕСТРЯКОВА¹, А.Ш. ХУССЕЙН¹

¹Российский университет транспорта (РУТ (МИИТ)), г. Москва, Россия

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЁВ ГРУНТА С НЕЛИНЕЙНЫМИ СВОЙСТВАМИ НА ПАРАМЕТРЫ СПЕКТРОВ МАКСИМАЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ

Аннотация. *Описаны способы задания исходных сейсмических воздействий в современных нормативных документах разных стран. Сейсмическое воздействие задаётся в виде спектров максимальных для скальных или жёстких грунтов. Для учёта локальных геологических условий используются поправочные грунтовые коэффициенты, которые не всегда правильно описывают усиление колебаний. Разработана методика, позволяющая учитывать влияние мягких слоёв грунта с учётом нелинейного поведения на параметры спектров максимальных реакций. Учёт нелинейного поведения грунта выполняется с помощью итерационного нелинейного метода эквивалентного нелинейному. При построении методики используются метод решения задач теории упругости и строительной механики, основанный на свойствах спектров Фурье финитных функций.*

Для двухслойного массива грунта, расположенного на коренной породе, получена система уравнений для вычисления коэффициентов усиления спектров максимальных реакций поверхностными слоями грунтов, позволяющее более точно оценивать локальные инженерно геологические условия.

Ключевые слова: спектры максимальных реакций, спектры Фурье финитных функций, коэффициенты усиления.

E.N. KURBATSKY¹, E.A. PESTRIAKOVA¹, A.S. HUSSEIN¹

¹Russian University of Transport (RUT (MIIT)), Moscow, Russia

ASSESSMENT OF THE INFLUENCE OF SURFACE SOIL LAYERS WITH NONLINEAR PROPERTIES ON THE PARAMETERS OF MAXIMUM RESPONSE SPECTRA

Abstract. *The methods of setting initial seismic effects in co-modern normative documents of different countries are described. The seismic impact is specified in the form of maximum spectra for rocky or rigid soils. To take into account local geological conditions, correction ground coefficients are used, which do not always correctly describe the amplification of vibrations. A methodology has been developed that makes it possible to take into account the influence of soft soil layers with consideration of nonlinear behavior on the parameters of the maximum response spectra. The nonlinear behavior of the ground is taken into account by means of an iterative nonlinear method equivalent to the nonlinear method. The method of solving problems of elasticity theory and structural mechanics based on the properties of Fourier spectra of finite functions is used in the construction of the method.*

For a two-layer soil massif located on the bedrock, a system of equations for calculating the amplification coefficients of the spectra of maximum reactions by surface layers of soils is obtained, which allows to estimate local engineering geological conditions more accurately.

Keywords: maximum response spectra, Fourier spectra of finite functions, coefficients of amplification.

Введение

В современных нормативных документах разных стран исходное сейсмическое воздействие задаётся в виде движения «свободного поля» скального или достаточно жёсткого грунта. Этому движению соответствуют сглаженные спектры максимальных реакций (спектры ответов) достаточно консервативные для учёта неопределенностей возможных будущих сейсмических воздействий.

Кроме спектров максимальных реакций определяются уравнения движений грунта с использованием таких параметров, как пиковое значение ускорения грунта (PGA) и пиковое значение скорости грунта (PGV) и пиковое перемещений грунта (PGD). При необходимости в исходную сейсмическую информацию должна включаться и продолжительность землетрясения.

Для расчёта сооружений необходимо знать параметры колебаний спектры максимальных реакций или уравнения колебаний поверхности грунта, если сооружение располагается на свободной поверхности, или на уровне заглубления фундамента. Обычно в нормативных документах (картах сейсмического районирования) параметры колебаний грунта задаются на коренной породе.

При определении параметров колебаний грунта на поверхности или уровне фундамента необходимо учитывать нелинейно поведение грунта.

При построении спектров максимальных реакций учитывается влияние местных грунтовых условий на форму и параметры расчётных спектров. Как правило мягкие поверхностные слои грунта изменяют спектральный состав, увеличивают амплитуды и продолжительность колебаний грунта.

1.1. Учёт локальных инженерно-геологических условий в современных нормах

Для учёта таких изменений спектров, зависящих от свойств грунтов, грунты подразделяются на категории в зависимости от скоростей распространения поперечных волн и для каждой категории определяются поправочные коэффициенты.

В частности, в нормах ASCE Standard ASCE/SEI 7-1 [1] грунты подразделяются на следующие типы: А, В, С, D, Е, F. Одна из основных характеристик грунта — это скорость распространения поперечной волны - волны сдвига:

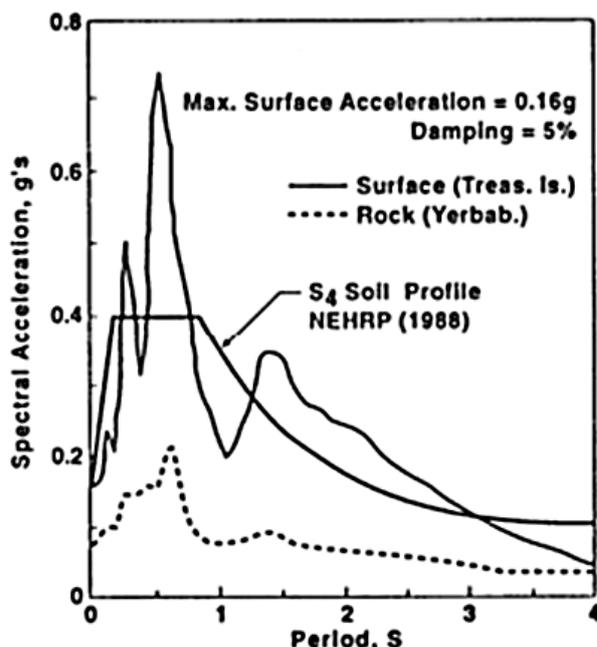
«При учёте местных грунтовых условий строительной площадки обычно учитывают материал глубиной до несколько сотен футов (обычно) – 30 м – более или менее распространённое значение».

Средняя скорость поперечной волны $v_{s,30}$ должна быть вычислена в соответствии с выражением:

$$v_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1,N} \frac{h_i}{v_i}} \quad (1)$$

где h_i и v_i – означают толщину (в метрах) и скорость распространения поперечной волны (с уровнем деформаций сдвига 10^{-5} или меньше) для i -й формации или слоя при общем количестве слоев N .

При землетрясении Loma Prieta 1989 года спектры колебаний в районах с мощными мягкими слоями грунтов существенно превысили существующие в то время расчётные спектры. Что побудило ввести категорию грунтов F, для которых требуется специальный анализ вместо упрощённого, учитывающего 30-метровую толщу (Рис.1).



Reason for F Category in IBC 2003

Рисунок 1 - Расчётный спектр реакций NEHRP 1998 и спектры реакций на землетрясения Лома Приета на участках с глубокими мягкими слоями грунтов, что послужило причиной добавления в нормы грунта категории F

2. Обзор методов учета локальных инженерно-геологических условий

2.1. Вводные замечания

При оценке влияния локальных инженерно-геологических условий на параметры сейсмических воздействий на фундаменты сооружений необходимо решать задачу распространения волн в слоистых средах. Поверхностные слои изменяют параметры колебаний, заданные на поверхности полупространств на коренной породе. Как правило, определяются коэффициенты усиления, позволяющие определять параметры колебаний на уровне фундамента, используют в качестве исходных параметры колебаний поверхности коренной породы. Нелинейные свойства грунтов могут существенно повлиять коэффициенты усиления, поэтому в современных нормативных документах рекомендуется обязательно учитывать нелинейное поведение грунта [2].

2.2. Методы, учитывающие локальные инженерно-геологические условия слоистых грунтов

Обычно задаются параметры колебаний коренной породы и определяются параметры колебаний верхнего слоя. В соответствии с требованиями современных норм расчёт параметров движения должен учитывать нелинейное поведение грунта либо с помощью эквивалентного линейного метода, либо с помощью методов нелинейного анализа. Перечислим методы, используемые при определении сейсмических условий строительной площадки.

- Линейный анализ
- Четверть волновая аппроксимация
- Эквивалентный линейный анализ
- Нелинейный анализ

В настоящее время при расчёте ответственных сооружений на сейсмостойкость наиболее распространённым является эквивалентный линейный анализ, учитывающий нелинейные свойства, позволяющий корректно определить эффекты усиления и ослабления колебаний слоями грунта, заданных на коренной породе. Отметим, что в нормах регламентирующих расчёт атомных станций с большой осторожностью относятся к использованию полностью нелинейных методов. В настоящее время разработаны

нелинейные процедуры для учёта нелинейных эффектов, но они недостаточно зрелы, чтобы их включать в руководство этой версии стандарта. Использование полностью нелинейных методов допускается, если выбираются модели, которые проверяются и подтверждаются для ожидаемых заданных уровней деформаций. Эквивалентный линейный метод является зрелой методологией, но может иметь ограничения при высоких уровнях деформации сдвига (0,5% до 1%) [1].

При использовании нелинейных методов необходимо применять надежные механико-математические модели, для определения которых могут потребоваться обширных и сложные полевые и лабораторные испытаний.

Рекомендуется использовать свойства грунтов, соответствующих деформациям, определяемым в процессе эквивалентного линейного анализа. Ввиду большой неопределённости при описании свойств грунтов необходимо при проектировании учитывать диапазон изменения этих свойств.

2.3 Свойства грунтов

Как отмечается многочисленными исследователями динамические свойства грунтов хорошо описываются и не противоречат экспериментам модулем сдвига μ зависящим от деформации γ и гистерезисным коэффициентом демпфирования. Примеры таких зависимостей представлены на рисунке 2.

Свойства грунта для каждого слоя должны определяться в результате лабораторных экспериментов, а лучше полевых, так как при лабораторных испытаниях грунты не находятся в естественном состоянии. Кроме того, допускается использовать опубликованные данные для похожих материалов.

Модули упругости грунта: модуль сдвига μ и стеснённый (constrained) модуль растяжения-сжатия $(\lambda+2\mu)$ определяются следующим образом

$$\mu = \rho V_s^2 \text{ и } \lambda + 2\mu = \rho V_p^2 \quad (2)$$

где V_s – скорость распространения волны сдвига, V_p - скорость распространения продольной волны, волны растяжения-сжатия при отсутствии поперечной деформации.

В современном нормативном документе, регламентирующем расчёты атомных станций на сейсмостойкость [2] при взаимодействии сооружений с грунтом рекомендуется использовать гистерезисное частотно-независимое трение и комплексный модуль упругости. Величина коэффициента демпфирования и модуль сдвига грунтов зависят от деформации (Рис. 2)

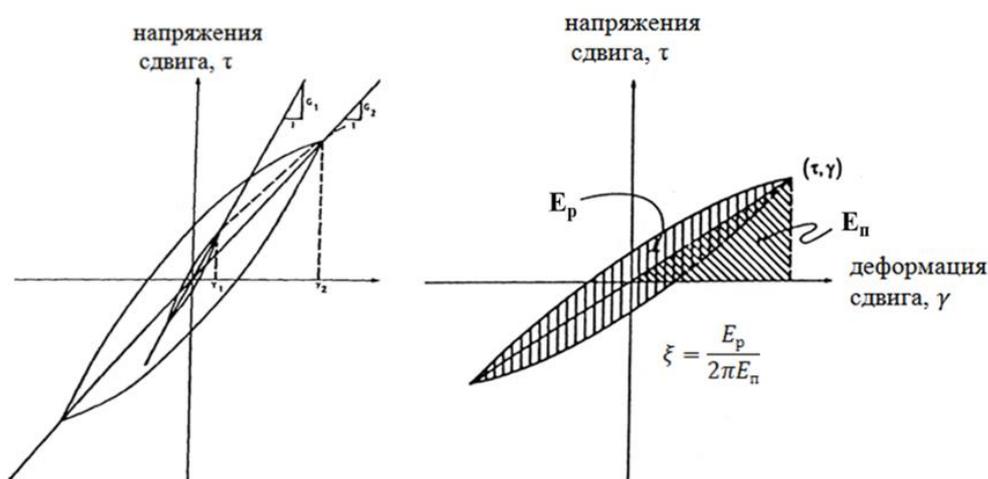


Рисунок 2 - Зависимости модуля сдвига и петли гистерезиса от деформации

Пояснения к рисунку 2. E_p -энергия, рассеянная за цикл, E_n - потенциальная энергия, соответствующая той же амплитуде деформации за тот же цикл, ξ -коэффициент внутреннего

трения (коэффициент гистерезисного демпфирования) определяющий внутреннее трение при циклических нагружениях, зависит от отношения рассеянной энергии к потенциальной энергии.

Отметим, что в СССР теория частотно независимого внутреннего трения и комплексный модуль упругости была предложена в 1960 году Сорокиным Е.С. [3].

В нормативных документах и в монографиях приводятся зависимости модуля сдвига и коэффициента демпфирования от деформации сдвига. Воспользуемся результатами работы [4], на которую ссылаются в нормативном документе [2] и которые были получены в результате испытаний.

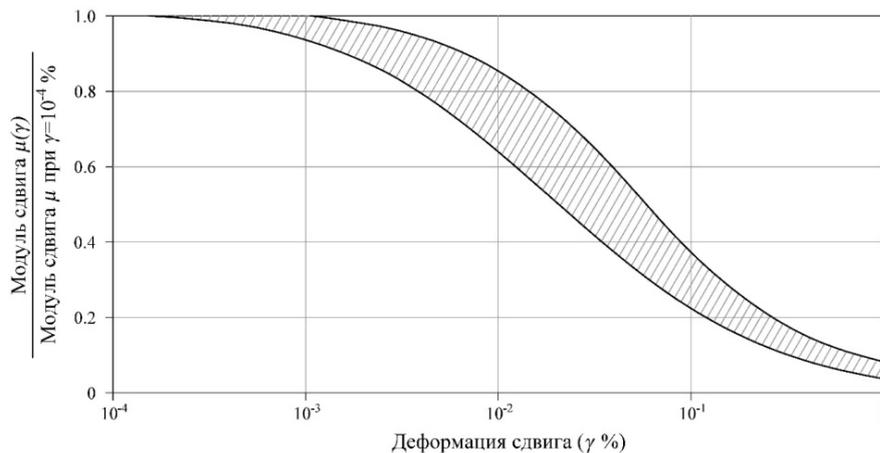


Рисунок 3 - Зависимость модуля сдвига от деформации для песчаных грунтов

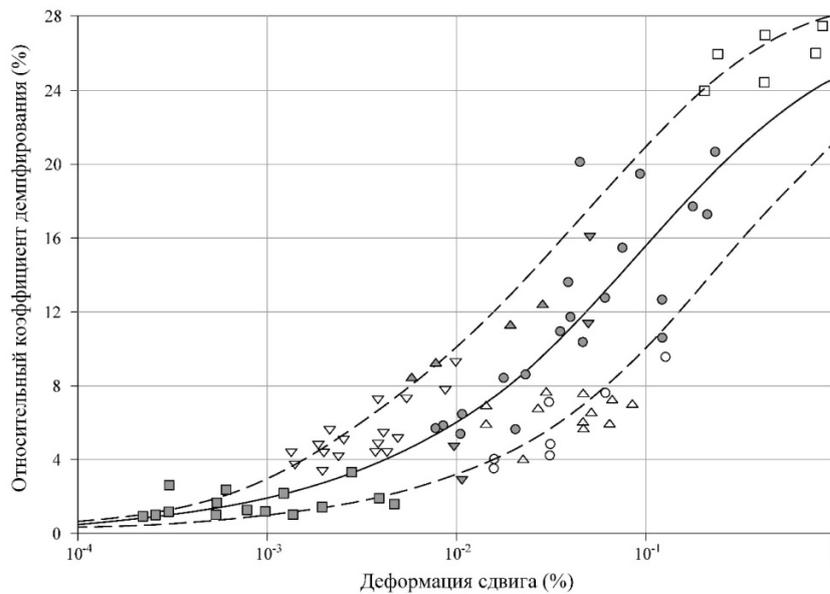


Рисунок 4 - Зависимость коэффициента демпфирования от деформации для песчаных грунтов

3. Эквивалентный линейный анализ оценки локальных инженерно-геологических условий

Эквивалентные линейные методы основаны на использовании решений в виде бегущих волн, распространяющихся в слоистом грунтовом массиве, обладающему демпфирующими свойствами, и расположенному на упругой коренной породе (полупространстве). Грунтовый массив состоит из горизонтальных слоёв.

Для каждого слоя задаются модуль сдвига G , плотность и коэффициент гистерезисного демпфирования. Кроме того, известны кривые, определяющие зависимости модуля сдвига и коэффициента демпфирования от деформации (Рис.3).

Функция перемещений в каждом слое грунта $u(z, t)$ вычисляется по формуле:

$$u(z, t) = Ae^{i(\omega t + k^*z)} + Be^{i(\omega t - k^*z)} \quad (3)$$

u - перемещение,

z – координата внутри слоя,

t - время,

A и B амплитуды волн, перемещающихся соответственно вверх и вниз

k^* - комплексное волновое число ($k^* = \frac{\omega}{V_s}(1 - i\beta)$)

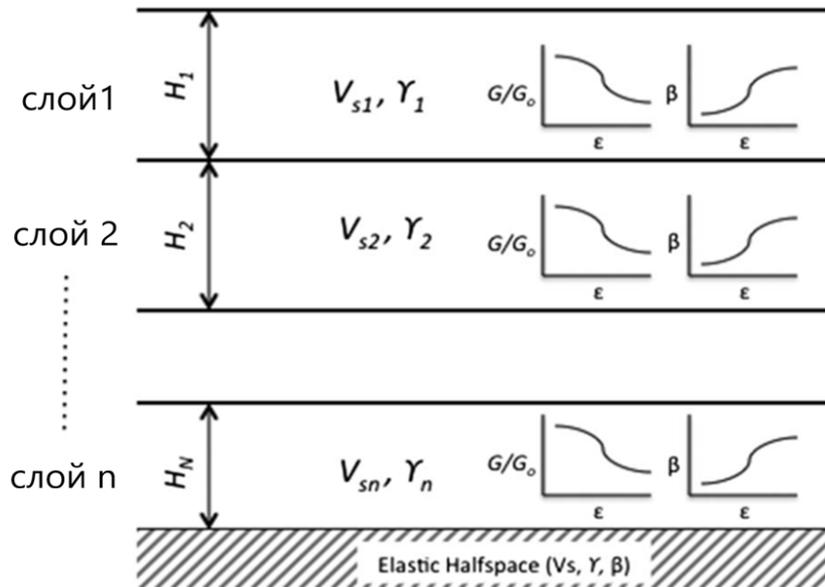


Рисунок 5 - Разрез грунтового массива строительной площадки

Приравнивая перемещения и касательные напряжения на границах раздела слоев почвы, получают систему рекурсивных уравнений на основе уравнения (3).

Итерационный процесс состоит из следующих этапов:

Для каждого слоя задаются начальные (соответствующие малой деформации) значения скорости поперечных волн V_s и коэффициента демпфирования.

Решается система уравнений и вычисляется деформация в каждом слое.

Учитывая вычисленные деформации, изменяют модуль сдвига G и коэффициент демпфирования β , чтобы они соответствовали деформациям для выполнения следующей итерации. Анализ повторяется, пока вычисленные разности G и β в последовательных итерациях не упадут ниже некоторого предписанного уровня.

В 1996 Крамером С.Л. предложена подробная методология для итерационного эквивалентного линейного метода [5] на основании формулы (3). Метод Крамера реализован в программном комплексе Shake. В результате исследований реакций грунтовых массивов на сейсмические воздействия в разных странах были разработаны методы расчёта и программы для компьютеров: LAYER, SHAKE, DEEPSOIL, WAVES, EQTools и др.

Примечание. В данном разделе для обозначения модуля сдвига и коэффициента демпфирования используются обозначения G и β , как и в цитируемом оригинале. В следующих разделах для обозначения этих параметров будут использоваться общепринятые обозначения: μ для модуля сдвига и ξ - для коэффициента демпфирования.

4. Метод, основанный на свойствах Фурье финитных функций

Несмотря на наличие многочисленных методов и программ, учитывающих влияние поверхностных слоёв грунтов на параметры сейсмических воздействий, предлагаем новый

метод, разработанный в Российском университете транспорта (МИИТ-е), обладаемый целым рядом преимуществ по сравнению с существующими методами.

В качестве исходных уравнений используются уравнения механики сплошных сред. При решении применяется современный аппарат обобщённых функций и преобразование Фурье. Все математические преобразования выполняются на основании доказанных теорем, что позволяет получить систему уравнений для вычисления функций перемещений, скоростей, ускорений, спектры Фурье и спектры максимальных реакций на границах слоёв и на любой глубине. Для решения используется метод решения задач теории упругости и строительной механики, основанный на свойствах изображений Фурье финитных функций [6].

При численной реализации используется дискретное представление функций. Если функция перемещений или ускорений определена на конечном интервале времени $t_{\text{кон}}$, то, в соответствии с теоремой отсчётов Котельникова [7], для того, чтобы не потерять информацию, достаточно определять спектр в дискретных точках:

$$\omega_j = \frac{2\pi}{t_{\text{кон}}} \quad (4)$$

Определять значения функций в других точках нет необходимости. Для численного определения изображений Фурье и оригиналов функций используются алгоритм быстрого преобразования Фурье (FFT)

4.1 Исходные уравнения и обоснованные упрощения

Дифференциальные уравнения движения сплошной среды в перемещениях [8]

$$\mu u_{j,ii} + (\lambda + \mu) u_{i,ij} - \rho \ddot{u}_j = f_j, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (5)$$

где μ , λ и ρ – параметры Ляме и плотность грунта, можно упростить, используя следующие обоснованные допущения:

- сейсмические волны считаются плоскими так как расстояния от источников землетрясений до строительной площадки велики (порядка десяти и сотни километров),
- воздействия продольных и поперечных волн рассматриваются независимо ввиду того,

что скорости распространения продольных $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$ и поперечных волн $\alpha = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ отличаются

и вследствие чего отличается и время прихода волн на объект. Кроме того, использование потенциальных функций позволяет разделить систему уравнений (3) на независимое уравнение, описывающее распространение продольных волн, и систему независимых уравнений, описывающих распространение поперечных волн.

При оценке сейсмических в основном рассматриваются только поперечные волны (волны сдвига) поэтому система уравнений (3) сводится к одному уравнению

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

Грунтовый массив состоит из горизонтальных слоёв грунта с различными свойствами и заданными толщинами. Массив расположен на коренной породе, которая представляется упругим полупространством. Сейсмическое воздействие задаётся на поверхности полупространства в виде уравнения движения или спектра Фурье.

Значения параметров, характеризующих динамические свойства каждого грунтового слоя, определяются в результате полевых (предпочтительной) или лабораторных испытаний. Модуль сдвига обычно определяют, используя скорости распространения поперечных волн

$$\mu = \rho V_s^2 \quad (7),$$

V_s - скорость распространения волн сдвига в каждом слое

Как отмечается многими исследователями [4,5], поведение грунта, определяемое диаграммой напряжение - деформация является нелинейным, анизотропным и зависящим от характера нагружения. Для учёта демпфирования используются модели с частотно независимым гистерезисным демпфированием, хорошо согласующиеся с опытом.

Для учёта демпфирующих свойств используется комплексный модуль сдвига, определяемого с учетом $\mu^* = \mu(1 + 2i\xi)$ - комплексного модуля сдвига грунта, где ξ - коэффициент демпфирования.

В дальнейшем комплексные величины будем снабжать звёздочкой, как это предложено в работе [3] и что нашло широкое применение.

4.2 Основные положения метода

4.2.1 Представление дифференциальных уравнений, описывающих распространение поперечных волн в слоях в обобщённых финитных функциях

Дифференциальные уравнения распространения поперечных волн в j -том слое грунта:

$$\mu_j \frac{\partial^2 u_j}{\partial z^2} - \rho_j \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = 0, (j = 1, \dots, n), \quad (8)$$

где j – номер слоя,

n – число слоёв грунта, включая нижний полу бесконечный,

$u_j(z, t)$ - функция горизонтальных перемещений;

$\mu_j^* = \mu_j(1 + 2\xi i)$ - комплексный модуль сдвига [4];

$\xi = \frac{\gamma}{2}$ - коэффициент демпфирования грунта;

γ - коэффициент поглощения энергии грунта;

ρ_j - плотность j -ого слоя грунта.

Запишем дифференциальные уравнения распространения поперечных волн в каждом слое в обобщённых финитных функциях. Начало координат (оси z) принято на поверхности каждого слоя. Для этой цели функции перемещений представим в виде:

$$U_j(z, t) = u_j(z, t)[\theta(z) - \theta(z - h_j)], \quad (9)$$

где $\theta(z)$ функция единичного скачка (функция Хэвисайда). Финитная функция $U_j(z)$ совпадает с функцией $u_j(z)$ на интервале $0 \leq z \leq h_j$ и тождественно равна нулю вне этого интервала. Продифференцировав дважды уравнение (8.2) по координате z , получим:

$$\frac{\partial^2 U_j(z, t)}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u_j(z, t)}{\partial z^2} (\theta(z) - \theta(z - h_j)) + u_j'(0, t)\delta(z) - u_j'(h_j, t)\delta(z - h_j) + u_j(0, t)\delta'(z) - u_j(h_j, t)\delta'(z - h_j) \quad (10)$$

где $\delta(z)$; $\delta'(z)$ - дельта-функция Дирака и её производная,

$u_j(0, t)$ и $u_j(h_j, t)$ функции горизонтальных перемещений частиц грунта на верхней и нижней границе слоя,

$$u_j'(0, t) = \frac{\partial u(0, t)}{\partial z} \quad u_j'(h_j, t) = \frac{\partial u(h_j, t)}{\partial z} - \text{относительные деформации на границах}$$

Подставляя полученное выражение в исходную формулу (8), получим дифференциальное уравнение в обобщенных финитных функциях

$$\frac{\partial^2 U_j(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{\beta_j^2} \frac{\partial^2 U_j(z, t)}{\partial t^2} = u_j(0, t)\delta'(z) + u_j'(0, t)\delta(z) - u_j(h_j, t)\delta'(z - h_j) - u_j'(h_j, t)\delta(z - h_j) \quad (11)$$

где $\beta_j^2 = \frac{\mu_j}{\rho_j}$ квадрат скорости распространения волн сдвига в j -том слое.

При использовании комплексного модуля сдвига скорость распространения волн сдвига определяется выражением $\beta_j^* = \beta(1 + i\xi)$.

Для упругого полупространства используется не финитная, а полу бесконечная обобщённая функция

$U_n(z, t) = u_n(z, t)[\theta(z)]$ и дифференциальное выражение имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 U_n(z,t)}{\partial z^2} - \frac{1}{\beta_n^2} \frac{\partial^2 U_n(z,t)}{\partial t^2} = u_n(0,t)\delta'(z) + u_n'(0,t)\delta(z) + U_g(t)\delta'(z) \quad (12)$$

$U_g(t)$ - параметры падающей волны границу коренной породы.

4.2.2. Представление решения дифференциальных уравнений с использованием преобразования Фурье

Применив преобразование Фурье по времени и по пространственной координате к уравнениям (8), получим:

$$\tilde{U}_j(v, \omega) \cdot \left(v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_j^2} \right) = iv \cdot \tilde{u}_j(0, \omega) - \tilde{u}'_j(0, \omega) - iv \cdot \tilde{u}_j(h, \omega) e^{ivh_j} + \tilde{u}'_j(h, \omega) e^{ivh_j} \quad (13)$$

Найдём изображение Фурье функции перемещений для j го слоя, учитывая

$$\tau_j(z, t) = \mu_j \frac{\partial u_j(z,t)}{\partial z} :$$

$$\tilde{U}_j(v, \omega) = \frac{iv \cdot \tilde{u}_j(0, \omega) - \frac{\tau_j(0, \omega)}{\mu_j} - iv \cdot \tilde{u}_j(h, \omega) \cdot e^{ivh_j} + \frac{\tau_j(h, \omega)}{\mu_j} \cdot e^{ivh_j}}{v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_j^2}} \quad (14)$$

Числитель полученного выражения состоит из функций перемещений и касательных напряжений на границах слоёв и представляет собой целую функцию, так как является изображением Фурье суммы финитных функций, что следует из теоремы Винера Пэли Шварца [8]. В соответствии с теоремой Вейерштрасса [10] эта функция может быть представлена многочленом (полиномом).

Таким образом, выражение (11) можно представить в виде

$$\tilde{U}_j(v, \omega) = \frac{P_n(v)}{(v-v_1)(v-v_2)} \quad (15)$$

где $v_{1,2} = \pm \frac{\omega}{\beta_1}$ корни знаменателя.

Для упругого полупространства аналогичное уравнению (11) имеет следующий вид

$$\tilde{U}_n(v, \omega) = \frac{iv \cdot \tilde{u}_n(0, \omega) - \frac{\tau_n(0, \omega)}{\mu_n} + iv \cdot \tilde{u}_g(\omega)}{v^2 - \frac{\omega^2}{\beta_j^2}} \quad (16)$$

4.2.3 Построение системы алгебраических уравнений для определения параметров колебаний на границах массива

Функции перемещений $\tilde{U}_j(v, \omega)$ в уравнениях (14) представляют собой изображение Фурье финитных по пространственным координатам функций. В соответствии с теоремой Винера Пэли Шварца она должна быть целой т.е. представимой всюду сходящимся степенным рядом. Знаменатель функции (14), представляет собой полином второго порядка, который превращается в ноль при $v_{1,2} = \pm \frac{\omega}{\beta_1}$. Для того, чтобы функция $\tilde{U}_j(v, \omega)$ была целой необходимо, чтобы нули числителя и знаменателя совпадали, т. е., чтобы числитель делился на знаменатель без остатка. В таком случае удобно воспользоваться теоремой Безу, утверждающая, что остаток от деления полинома $P(v)$ на одночлены, (в данном случае на $(v - v_i)$) равен значению полинома при $v = v_i$. Остаток от деления $P(v_i)$. Приравнивая числитель на нулях знаменателя, после несложных алгебраических преобразований получим два уравнения:

$$-\rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} + \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{i\frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{\tilde{\tau}_1(h, \omega)}{(i\omega)} e^{i\frac{\omega}{\beta_1} h} = 0;$$

$$\rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(0, \omega) + \frac{\tilde{\tau}_1(0, \omega)}{(i\omega)} - \rho_1 \beta_1 \tilde{u}_1(h, \omega) e^{-i\frac{\omega}{\beta_1} h} - \frac{\tilde{\tau}_1(h, \omega)}{(i\omega)} e^{-i\frac{\omega}{\beta_1} h} = 0. \quad (17)$$

Для получения уравнения для полупространства числитель выражения (16) приравнивается нулю при $v = -\frac{\omega}{\beta^*}$. При таком условии функция перемещения выражения (16), определяемая интегралом по контуру, расположенном в верхней комплексной полуплоскости будет тождественно равна нулю при $x < 0$.

Таким образом для полупространства получаем следующее уравнение

$$\tilde{\tau}_n(0, \omega) + i\omega \cdot \beta_n^* \rho_n \cdot \tilde{u}_n(0, \omega) + i\omega \cdot \beta_n^* \rho_n \cdot \tilde{u}_k(\omega) = 0. \quad (18)$$

Учитывая равенство касательных напряжений и непрерывность перемещений на границах слоёв:

$$\tau_j(h_j, \omega) = \tau_{j+1}(0, \omega); u_j(h_j, \omega) = u_{j+1}(0, \omega). \quad (19)$$

Запишем систему уравнений для многослойного массива на упругом полупространстве. На поверхности верхнего слоя касательные напряжения равны нулю на поверхности полупространства заданы перемещения.

В качестве примера приведём систему уравнений для двухслойного массива на коренной породе (полупространстве). В этом случае система уравнений состоит из пяти уравнений с пятью неизвестными.

Представим систему уравнений в матричной форме

$$D * \bar{X} = \bar{F} \quad (20)$$

$$\begin{vmatrix} (i\omega)\rho_1\beta_1 & -(i\omega)\rho_1\beta_1 e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h_1} & e^{i\frac{\omega}{\beta_1}h_1} & 0 & 0 \\ -(i\omega)\rho_1\beta_1 & (i\omega)\rho_1\beta_1 e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h_1} & e^{-i\frac{\omega}{\beta_1}h_1} & 0 & 0 \\ 0 & (i\omega)\rho_2\beta_2 & -1 & -(i\omega)\rho_2\beta_2 e^{i\frac{\omega}{\beta_2}h_2} & e^{i\frac{\omega}{\beta_2}h_2} \\ 0 & -(i\omega)\rho_2\beta_2 & -1 & (i\omega)\rho_2\beta_2 e^{-i\frac{\omega}{\beta_2}h_2} & e^{-i\frac{\omega}{\beta_2}h_2} \\ 0 & 0 & 0 & +i\omega \cdot \beta_k^* \rho_k & 1 \end{vmatrix} \quad (21)$$

$$\bar{X} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_1(0, \omega) \\ \tilde{u}_2(0, \omega) \\ \tilde{\tau}_2(0, \omega) \\ \tilde{u}_2(h, \omega) \\ \tilde{\tau}_2(h, \omega) \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad \bar{F} = \tilde{u}_k(\omega) \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -i\omega\beta_k\rho_k \end{vmatrix} \quad (22)$$

Характеристики двухслойного массива и коренной породы, необходимые для определения коэффициентов усиления колебаний поверхностными слоями представлены в таблице 1.

Таблица 1. Характеристики грунтового массива строительной площадки

Номер слоя грунта	Скорость поперечных волн (м/сек)	Плотность (кг/м ³)	Относительный коэффициент демпфирования	Мощность слоя
1	200	1600	0,08	32
2	500	1800	0,04	50
3	1700	2400	0,02	-

5. Итерационная процедура линейного анализа эквивалентного нелинейному

Для каждого слоя задаются начальные (соответствующие малой деформации) значения скоростей распространения поперечных волн β и коэффициентов демпфирования ξ . Решается система уравнений и вычисляется деформация в каждом слое.

Учитывая вычисленные деформации изменяют модуль сдвига μ и коэффициент демпфирования ξ , чтобы они соответствовали вычисленным деформациям для выполнения следующей итерации. Анализ повторяется, пока вычисленные разности μ и ξ в последовательных итерациях не превысят предписанный уровень. Последовательность операций представлена в виде диаграммы на рисунке 6.

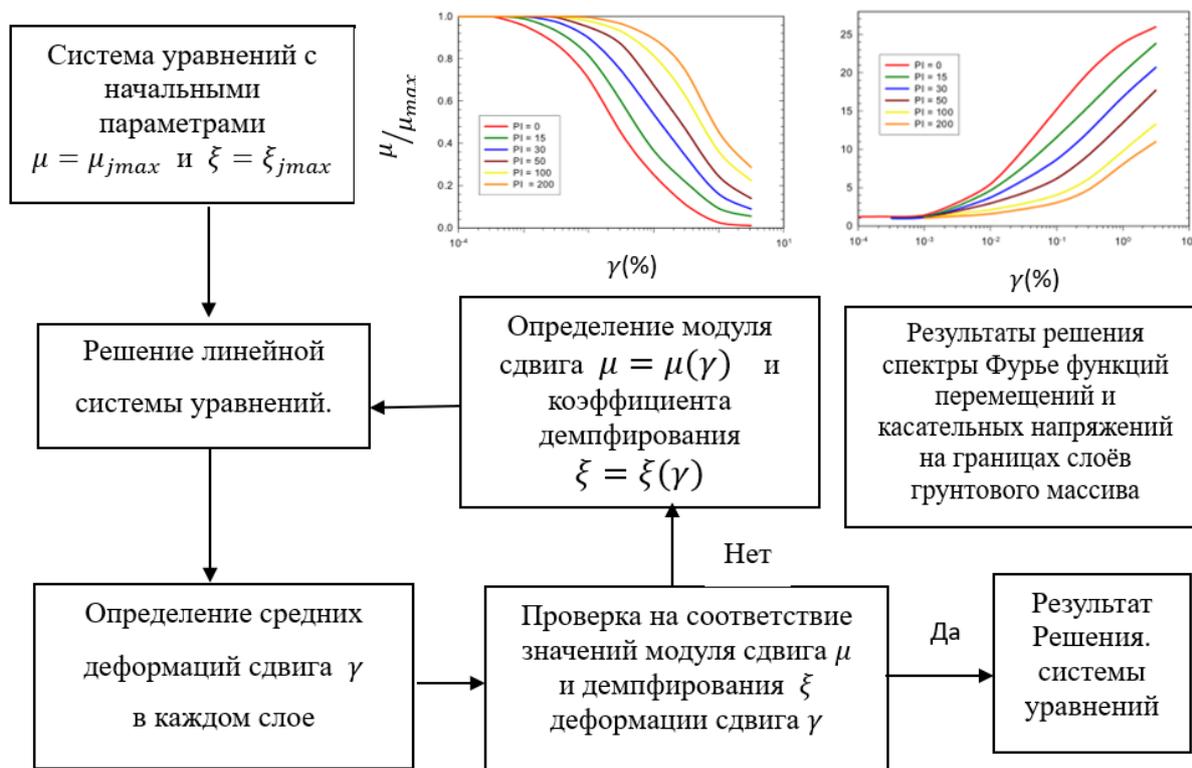


Рисунок 6 - Линейный итерационный анализ эквивалентный нелинейному

6. Пример определения коэффициентов усиления колебаний грунта.

В качестве исходных данных воспользуемся записями колебаний на сейсмостанции, расположенной на расстоянии 70 км от эпицентра и на расстоянии 30 км от Алеппо: при землетрясении 6 февраля 2023 года с магнитудой $M_w = 7.8$. (Рис. 7).



Рисунок 7 - Схема расположения сейсмостанций вблизи города Алеппо, на которых были записаны колебания грунта при землетрясении с эпицентром Газиантеп

Пиковые параметры колебаний грунта
 пиковое ускорение $PGA=7.47$ (m/c^2);
 пиковая скорость $PGV=0.75$ (m/c)
 пиковая перемещение $PGD=0.5$ (m)

Представим эти параметры в логарифмических координатах, используемых для построения трёхкоординатного спектра максимальных реакций, на которых одновременно представлены три спектра: спектр ускорений, спектр скоростей и спектр перемещений.

При построении таких спектров используются спектры псевдоускорений A , псевдоскоростей V и перемещений D , между которыми существуют следующие зависимости:

$$\frac{T}{2\pi} A = V = \frac{2\pi}{T} D \quad (23)$$

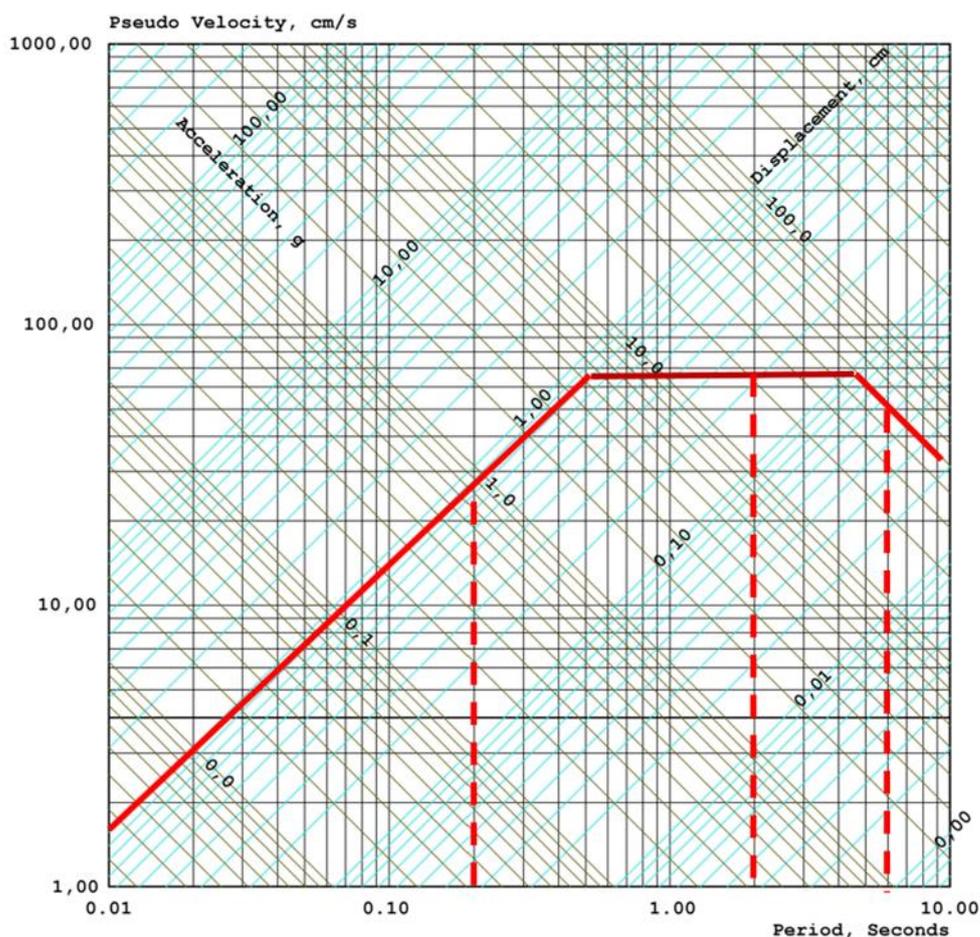


Рисунок 8 - Трёхкоординатный спектр с пиковыми параметрами колебаний грунта и характерными гармониками, для которых будут определяться коэффициенты усиления колебаний

Эти спектры содержат три шкалы: шкала псевдоскоростей направлена вертикально вверх, шкала перемещений под углом $+45^0$ и шкала псевдоускорений под углом -45^0 градусов.

Коэффициенты усиления в нормах ИВС [11] определяются для трёх областей:

- область малых периодов при $T < 0,3$, в которой спектр определяется в виде произведения ускорения грунта \ddot{u}_g на коэффициент F_a ,
- область больших периодов $T > 4.5$ сек, в которой спектр определяется в виде произведения перемещения грунта u_g на коэффициент F_d ,
- промежуточная область, а нашем случае от $T = 0,3$ сек до $T = 4,5$ сек, в которой спектр определяется в виде произведения скорости перемещения грунта \dot{u}_g на коэффициент F_v .

Отметим, что в Сирийской Арабской Республике при расчётах на сейсмостойкость используются нормы ИВС.

Для определения коэффициентов усиления воспользуемся гармониками с периодами $T=0,2$ сек, $T= 2,0$ сек и $T =5$ сек. Периоды этих гармоник расположены в трёх вышеуказанных областях.

Так как в качестве исходного параметра в системе уравнений (20) используется функция перемещений для вычисления коэффициентов усиления F_v и F_a , функция перемещений определяется в соответствии с выражением (20).

В результате решения системы уравнений (20) для двухслойного массива, расположенного на коренной породе с характеристиками, представленными в Таблице 1, получены следующие коэффициенты усиления колебаний:

$$F_a = 1,7 ; F_v = 1,2 \text{ и } ; F_v = 1,05 \quad (21)$$

Трёхкоординатный график спектров реакций с учётом усиления колебаний двухслойным массивом грунта, представлен на рисунке 9.

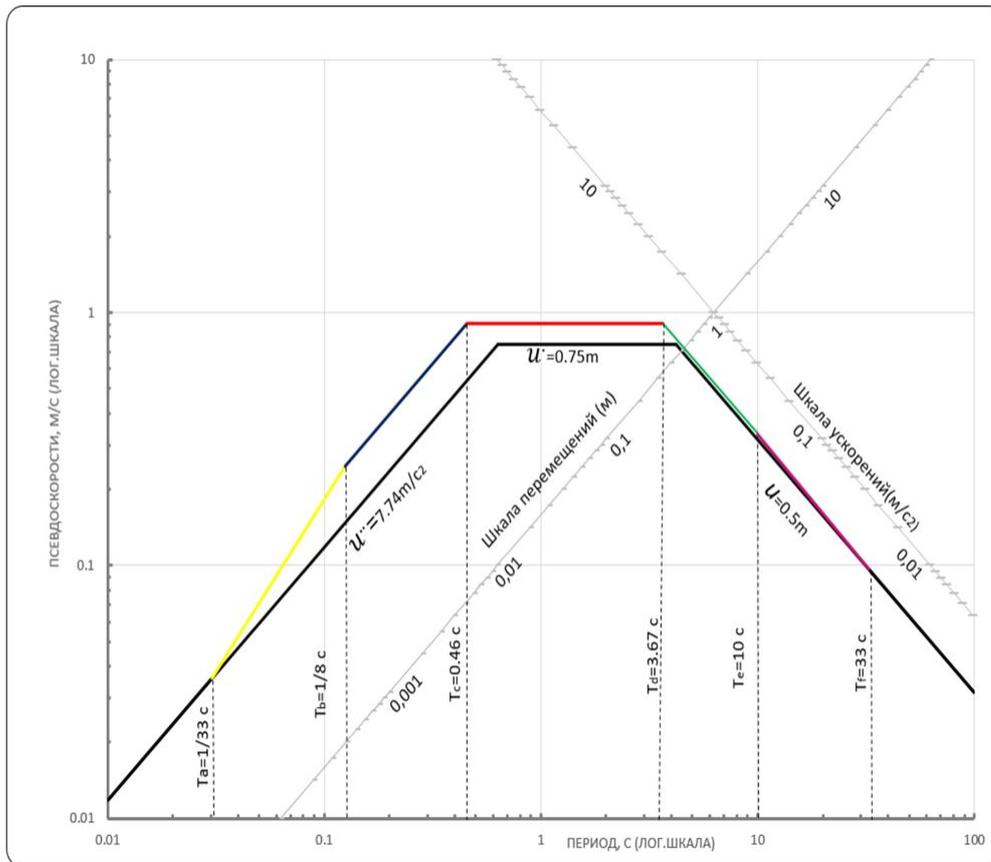


Рисунок 9 - Трёхкоординатный спектр реакций на землетрясение с магнитудой 7.8 с учётом усиления колебаний поверхностными слоями грунта

Заключение

1. Разработан итерационный линейный метод эквивалентный нелинейному, позволяющий учитывать влияние поверхностных слоёв грунта на параметры спектров максимальных реакций с учётом нелинейного поведения грунта. При построении метода используются свойства спектров Фурье финитных функций.

2. Получена система алгебраических уравнений, позволяющая определять коэффициенты усиления спектров максимальных реакций поверхностными слоями грунтов.

3. Для определения коэффициентов усиления колебаний используется трёхкоординатный спектр максимальных реакций, что позволяет ограничиться определением трёх коэффициентов усиления, соответствующих трём характерным областям спектра.

4. Приведён пример построения спектра максимальных реакций, учитывающий локальные инженерно-геологические условия для района Алеппо Арабской Сирийской Республики. В качестве исходных данных использовались записи колебаний разрушительного землетрясения 6 февраля 2023 года с магнитудой $M_w = 7.8$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ASCE Standard ASCE/SEI 7-10. Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures. American Society of Civil Engineers, 2016.
2. ASCE/SEI 4-16. Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures. American Society of Civil Engineers, 2017.
3. Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем. Академия строительства и архитектуры СССР. ЦНИИС строительных конструкций. М.: Госстройиздат, 1960. 131 с.
4. Seed H.B., Idriss I.M. Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis. Report No. 70-10. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1970.
5. Kramer S.L. Geotechnical Earthquake Engineering. Prentice Hall, 1996.
6. Курбацкий Е.Н. Метод решения задач строительной механики и теории упругости, основанный на свойствах изображений Фурье финитных функций: Дис. ... докт. техн. наук. МИИТ, Москва, 1995. 205 с.
7. Котельников В.А. О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи. Материалы к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. М.: Редакция Управления связи РККА, 1938.
8. Ляв А. Математическая теория упругости. М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935.
9. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Финитные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971. 408 с.
10. Маркушевич А.И. Краткий курс аналитических функций. М.: Физматгиз, 1961.
11. International Building Code (IBC). International Code Council, Washington, DC, 2015.

REFERENCES

1. ASCE. *ASCE/SEI 7-10: Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*. American Society of Civil Engineers, 2010.
2. ASCE. *ASCE/SEI 4-16: Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures*. American Society of Civil Engineers, 2016.
3. Sorokin E.S. *To the Theory of Internal Friction in Vibrations of Elastic Systems*. Moscow: Gosstroyizdat, 1960. 131 p. (in Russian)
4. Seed, H.B., and Idriss, I.M. (1970). "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis." *Report No. 70-10*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
5. Kramer, S.L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice Hall, Toronto.
6. Kurbatsky E.N. *Method for Solving Problems of Structural Mechanics and Theory of Elasticity Based on Properties of Fourier Transforms of Finite Functions*. Doctoral Dissertation, MIIT, Moscow, 1995. 205 p. (in Russian)
7. Kotelnikov V.A. *On the Transmission Capacity of "Ether" and Wire in Telecommunications*. Moscow: Communications Directorate of RKKA, 1938. (in Russian)
8. Love, A.E.H. *Mathematical Theory of Elasticity*. Moscow-Leningrad: ONTI NKTP, 1935. (Russian translation)
9. Khurgin Ya.I., Yakovlev V.P. *Finite Functions in Physics and Engineering*. Moscow: Nauka, 1971. 408 p. (in Russian)
10. Markushevich A.I. *Short Course in Analytic Functions*. Moscow: Fizmatgiz, 1961. (in Russian)
11. ICC. *International Building Code*. International Code Council, Washington, DC, 2015.

Информация об авторах:

Курбацкий Евгений Николаевич

Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва, Россия
Академик РАТ, доктор технических наук, профессор кафедры «Мосты и тоннели».
E-mail: dynamic.miit@gmail.com

Пестрякова Екатерина Алексеевна

Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва, Россия
Кандидат технических наук, доцент кафедры «Мосты и тоннели».
E-mail: kate.pestriakova@gmail.com

Хуссейн Алрмиш Шахд

Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва, Россия

Аспирант кафедры «Мосты и тоннели».

E-mail: shahdalmish@yandex.ru

Information about authors:

Evgeny N. Kurbatsky

Russian University of Transport (МИИТ), Moscow, Russia

Academician of the Russian Academy of Transport, Doctor of Technical Sciences, Professor at the "Bridges and Tunnels" Department

E-mail: dynamic.miit@gmail.com

Ekaterina A. Pestryakova

Russian University of Transport (МИИТ), Moscow, Russia

PhD in Technical Sciences, Associate Professor at the "Bridges and Tunnels" Department

E-mail: kate.pestriakova@gmail.com

Hussein Alrmish Shahd

Russian University of Transport (МИИТ), Moscow, Russia

Postgraduate Student at the "Bridges and Tunnels" Department

E-mail: shahdalmish@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 12.04.2025
Одобрена после рецензирования 09.06.2025
Принята к публикации 11.06.2025

The article was submitted 12.04.2025
Approved after reviewing 09.06.2025
Accepted for publication 11.06.2025