

М.Ю. ТРОШИН¹, А.В. ТУРКОВ¹, А.С. ТРОШИНА²¹ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орел, Россия²ФГБОУ ВО «Орловский государственный аграрный университет имени Н.В. Парахина», г. Орел, Россия

ВЗАИМОСВЯЗЬ ПРОГИБОВ И ЧАСТОТ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛИТАХ ИЗ ДПК С ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНОЙ СЛОЕВ

Аннотация. В данном исследовании рассматривается взаимосвязь максимального прогиба и частоты собственных колебаний в трехслойной плите из древесины перекрестноклееной (ДПК) при переменной толщине внутреннего и поперечных слоев досок при различных граничных условиях. Для исследований применялся метод конечных элементов (МКЭ), реализованный в вычислительном комплексе SCAD++ с помощью создания конечно-элементной расчетной модели в виде составной пластины с анизотропными свойствами слоев и жесткими связями между пластинами. В результате получены значения максимальных прогибов и частот собственных колебаний для плит с различными параметрами сечений. Полученные результаты сопоставлены с аналитическими значениями фундаментальной зависимости, полученной профессором В.И. Коробко, описывающей взаимосвязь между максимальным прогибом составной пластины с частотой собственных колебаний. Выявлено, что отклонение численных значений коэффициента K не превышает 3% при различных граничных условиях конструкций и параметров их поперечного сечения.

Ключевые слова: древесина перекрестноклееная, максимальный прогиб, частота собственных колебаний, составная пластина.

M.YU. TROSHIN¹, A.V. TURKOV¹, A.S. TROSHINA²¹Oryol State University named after I.S. Turgenev, Oryol, Russia²Oryol State Agrarian University named after N.V. Parakhin, Oryol, Russia

DEFLECTION TO NATURAL VIBRATION FREQUENCY RATIO IN A THREE-LAYER CLT SLAB WITH VARIABLE THICKNESS OF LAYERS

Abstract. This study examines the relationship between the maximum deflection and natural frequency of vibration in a three-layer cross-laminated timber (CLT) board at variable thicknesses of the inner and transverse plank layers under different boundary conditions. The finite element method (FEM), implemented in the SCAD++ computer complex by creating a finite element computational model in the form of a composite plate with anisotropic properties of the layers and rigid bonds between the plates, was used for the investigations. As a result, the values of maximum deflections and natural vibration frequencies for plates with different cross-sectional parameters were obtained. The obtained results are compared with the analytical values of the fundamental dependence obtained by Professor V.I. Korobko describing the relationship between the maximum deflection of a composite plate and the frequency of natural vibrations. It was found that the deviation of the numerical values of the K coefficient does not exceed 3% under different boundary conditions of structures and parameters of their cross-section.

Keywords: cross-laminated timber, maximum deflection, natural vibration frequency, composite plate.

Введение

В современном строительстве домов из древесины одним из самых популярных и интересных материалов является древесина перекрестноклееная (ДПК) [1]. Ключевой особенностью данного материала является высокая несущая способность, позволяющая возводить многоэтажные дома из дерева [2]. Высокая несущая способность плит при воздействии статических нагрузок из ДПК подтверждается рядом исследований [5-6], в том числе авторов настоящей статьи [7...9]. Использование данного материала в строительстве многоэтажных деревянных зданий предъявляет высокий уровень требований к качеству готовых строительных конструкций. Для этого необходимо развитие неразрушающих методов контроля качества, которые будут универсальными для разных геометрических параметров сечения плит и различных условиях опирания.

В настоящем исследовании изучена взаимосвязь максимального прогиба и частоты собственных колебаний в трехслойной плите из ДПК при жестком защемлении конструкции с одной стороны и шарнирном опирании – с другой; а также при жестком защемлении с двух сторон. Данная взаимосвязь прогиба W_0 и частоты собственных колебаний ω исследована основываясь на фундаментальной закономерности, установленной профессором В.И. Коробко [10] для изотропных пластин массой m при действии равномерно-распределенной нагрузки q , связанных коэффициентом пропорциональности K , полученным для различных граничных условий и являющегося постоянным:

$$W_0 \cdot \omega^2 = K \frac{q}{m} \quad (1)$$

В ряде исследований [11-14] была изучена применимость данной закономерности для разных видов конструкций и их граничных условий. Для изучения данной закономерности была разработана конечно-элементная расчетная схема плиты из ДПК в виде составной пластины с анизотропными свойствами слоев, основанная на исследованиях А.Р. Ржаницына и В.В. Филатова [15-17].

Целью настоящего исследования является изучение взаимосвязи максимального прогиба от действия равномерно-распределенной нагрузки и частоты собственных колебаний в трехслойной плите из ДПК при переменной толщине слоев и различных граничных условиях.

Материалы и методы

Была исследована трехслойная плита из ДПК длиной $L=5890$ мм, шириной $b=1140$ мм, толщиной слоев $t_1=42$ мм, шириной досок в слоях $b_1=190$ мм с продольным направлением наружных слоев и поперечным направлением внутреннего слоя (рисунок 1).

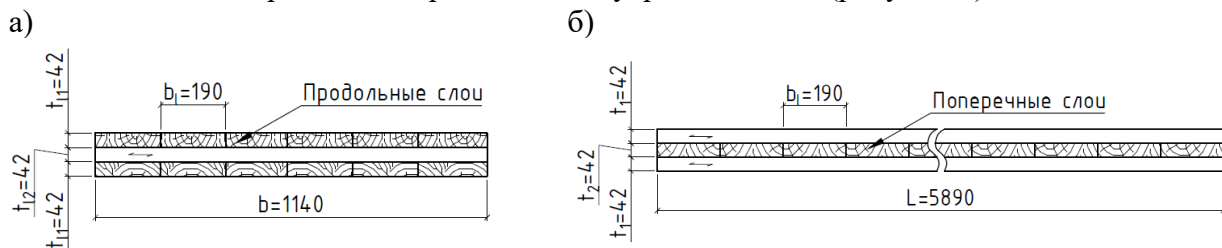


Рисунок 1 – Трехслойная плита из ДПК: а) поперечное сечение; б) продольное сечение

Для расчета в вычислительном комплексе SCAD++ построена конечно-элементная модель в виде ортотропной составной пластины с размером плоских конечных элементов 50×50 мм. Слои связаны стержневыми конечными элементами с продольной жесткостью $EA=5 \times 10^4$ кН, образующими поперечные связи и связи сдвига (рисунок 2).



Рисунок 2 – Конечно-элементная модель плиты из ДПК

конструкции задан собственный вес, рассчитанный исходя из нормативного значения объемного веса древесины 5 кН/м^3 .

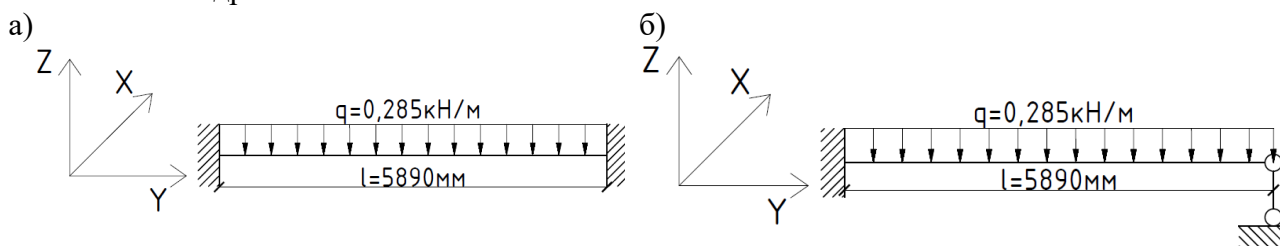


Рисунок 3 – Расчетные схемы трехслойной плиты из ДПК с граничными условиями: а) жесткое защемление (Ж+Ж); б) жесткое защемление с шарниром (Ж+Ш)

Как указывалось выше, пластины в слоях имеют анизотропные свойства, для чего в SCAD++ имеется возможность назначения разных упругих характеристик вдоль осей плоскости конечного элемента. Так, для продольных слоев заданы следующие упругие характеристики: $E_y=1 \times 10^7 \text{ кН/м}^2$, $E_x=4 \times 10^5 \text{ кН/м}^2$, $G_{xy}=5 \times 10^5 \text{ кН/м}^2$, $\nu_{xy}=0,45$, $\nu_{yx}=0,018$; для поперечных слоев: $E_{y90}=4 \times 10^5 \text{ кН/м}^2$, $E_{x90}=1 \times 10^7 \text{ кН/м}^2$, $G_{xy90}=5 \times 10^5 \text{ кН/м}^2$, $\nu_{xy90}=0,018$, $\nu_{yx90}=0,45$.

Полученные значения прогибов и частот собственных колебаний для плит различных геометрических конфигураций были исследованы с помощью уравнения 1. Результатом вычислений был коэффициент пропорциональности K , значение которого сопоставлено со значением, полученным профессором В.И. Коробко аналитическим путем для разных видов граничных условий. Значение K , полученное аналитически для жесткого защемления с двух сторон, составляет $K=1,28420$; для жесткого защемления с одной стороны и шарнирной опоры с другой $K=1,28549$.

Результаты и обсуждение

1. Исследование трёхслойных плит с переменной толщиной среднего слоя.

Исследованы трехслойные плиты из ДПК с переменной толщиной внутреннего поперечного слоя (t_{l2}), равной 9, 12, 18, 25, 32 и 42 мм и постоянной толщиной наружных продольных слоев (t_{l1}), равной 42 мм. Полученные значения максимальных прогибов и частот собственных колебаний, а также расчетное значение коэффициента K приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний в 3-хслойной плите из ДПК при переменной толщине поперечного слоя

Толщина продольных слоев t_1 (мм)	Толщина поперечного слоя t_2 (мм)	Максимальный прогиб W_0 (мм) при условии опирания:		Частота собственных колебаний ω (с ⁻¹) при условии опирания:		Погонная масса плиты m (т/м)	Расчетное $K = \frac{W_0 \cdot \omega^2}{q/m}$ при условии опирания:		Отклонение $K_{расч}$ от $K_{аналит}$ (%) при условии опирания:	
		Жесткое защемление	Жесткое защемление с шарниром	Жесткое защемление	Жесткое защемление с шарниром		Жесткое защемление	Жесткое защемление с шарниром	Жесткое ащемление	Жесткое защемление
42	9	1,18	2,46	76,88	52,92	0,0540	1,32211	1,30456	2,95	1,48
	12	1,07	2,24	79,31	54,60	0,0558	1,32175	1,30420	2,92	1,46
	18	0,9	1,87	84,11	57,91	0,0593	1,32061	1,30313	2,84	1,37
	25	0,74	1,54	89,58	61,69	0,0633	1,31958	1,30147	2,75	1,24
	32	0,62	1,29	94,89	65,37	0,0674	1,32037	1,29969	2,82	1,10
	42	0,49	1,02	102,22	70,44	0,0732	1,31522	1,29736	2,42	0,92

На основании полученных данных построен график зависимости частоты собственных колебаний и максимального прогиба от толщины поперечного слоя в трехслойной плите из ДПК (рисунок 4).

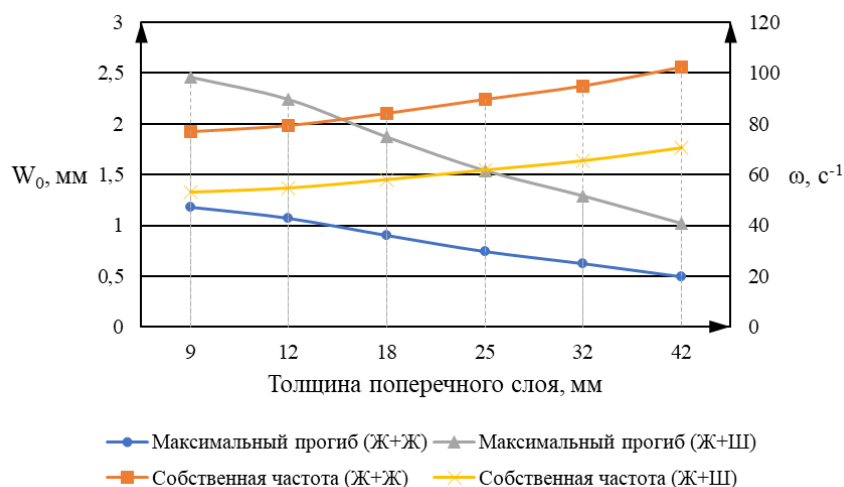


Рисунок 4 – Зависимость частоты собственных колебаний и максимального прогиба от толщины поперечного слоя в трехслойной плите из ДПК при различных граничных условиях

Были построены графики зависимости расчетного коэффициента K от толщины поперечного слоя в трехслойной плите из ДПК при разных граничных условиях (рисунок 5).

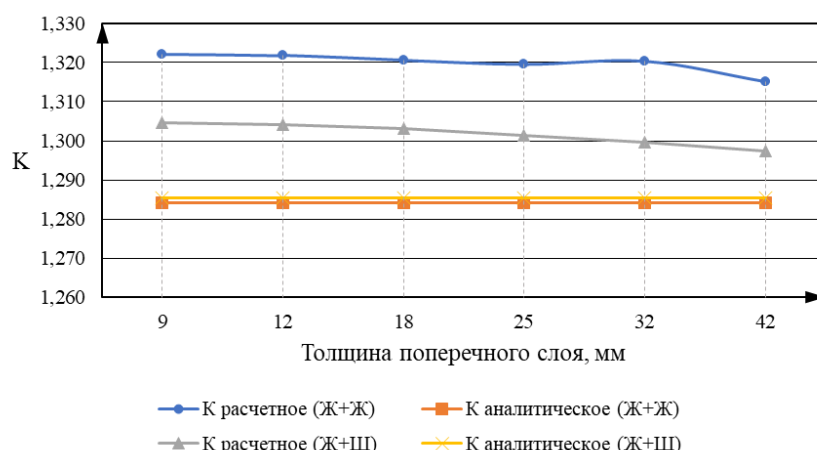


Рисунок 5 – Зависимость расчётного коэффициента K от толщины поперечного слоя в трехслойной плите из ДПК при различных граничных условиях

Можно заметить, что при увеличении толщины поперечного слоя уменьшается прогиб плиты и увеличивается частота собственных колебаний, что свидетельствует об увеличении жесткости плиты. При этом, совсем незначительно меняется расчетный коэффициент K , отклоняясь от значения, полученного аналитическим способом от 2,42% до 2,95% для жесткого защемления и от 0,92% до 1,48% для жесткого защемления с одной стороны и с шарниром с другой. Это свидетельствует о высокой точности предложенного метода и конечно-элементной схемы для трехслойной плиты из ДПК при переменной толщине поперечного слоя.

2. Исследование трёхслойных плит с переменной толщиной крайних слоёв.

Проведено исследование трехслойной плиты из ДПК с переменной толщиной наружных продольных слоев (t_{11}), равной 9, 12, 18, 25, 32 и 42 мм и постоянной толщиной внутреннего поперечного слоя (t_{12}), равной 42 мм. Полученные результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний в 3-хслойной плите из ДПК при переменной толщине продольных слоев

Толщина продольных слоев t_1 (мм)	Толщина поперечного слоя t_2 (мм)	Максимальный прогиб W_0 (мм) при условии опирания:		Частота собственных колебаний ω (с ⁻¹) при условии опирания:		Погонная масса плиты m (т/м)	Расчетное $K = \frac{W_0 \cdot \omega^2}{q/m}$ при условии опирания:		Отклонение $K_{расч}$ от $K_{аналит}$ (%) при условии опирания:	
		Жесткое защемление	Жесткое защемление с шарниром	Жесткое защемление	Жесткое защемление с шарниром		Жесткое защемление	Жесткое защемление с шарниром	Жесткое защемление	Жесткое защемление с шарниром
9	42	6,42	13,39	40,79	28,06	0,0348	1,30664	1,28964	1,75	0,32
12		4,31	8,98	47,49	32,68	0,0383	1,30794	1,29046	1,85	0,39
18		2,32	4,83	59,59	41,03	0,0453	1,31006	1,29302	2,01	0,59
25		1,33	2,76	72,60	50,00	0,0534	1,31484	1,29419	2,39	0,68
32		0,84	1,75	85,02	58,56	0,0615	1,31216	1,2969	2,18	0,89
42		0,49	1,02	102,22	70,44	0,0732	1,31522	1,29736	2,42	0,92

На основании полученных данных построены графики зависимости частоты собственных колебаний и максимального прогиба от толщины продольных слоев в трехслойной плите из ДПК (рисунок 5).

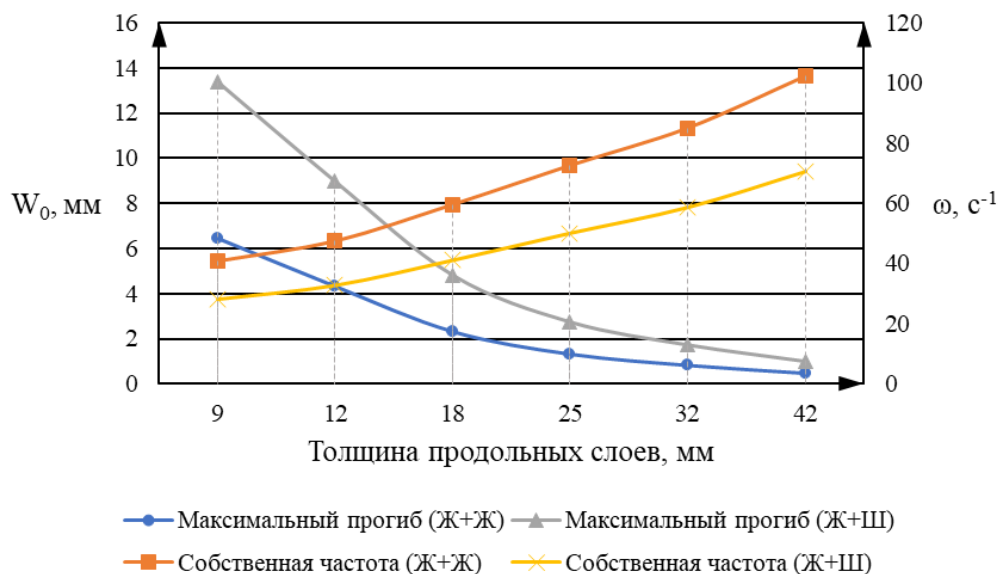


Рисунок 6 – Зависимость частоты собственных колебаний и максимального прогиба от толщины продольных слоев в трехслойной плите из ДПК при различных граничных условиях

Так же были построены графики зависимости расчетного коэффициента K от толщины продольных слоев в трехслойной плите из ДПК при разных граничных условиях (рисунок 7).

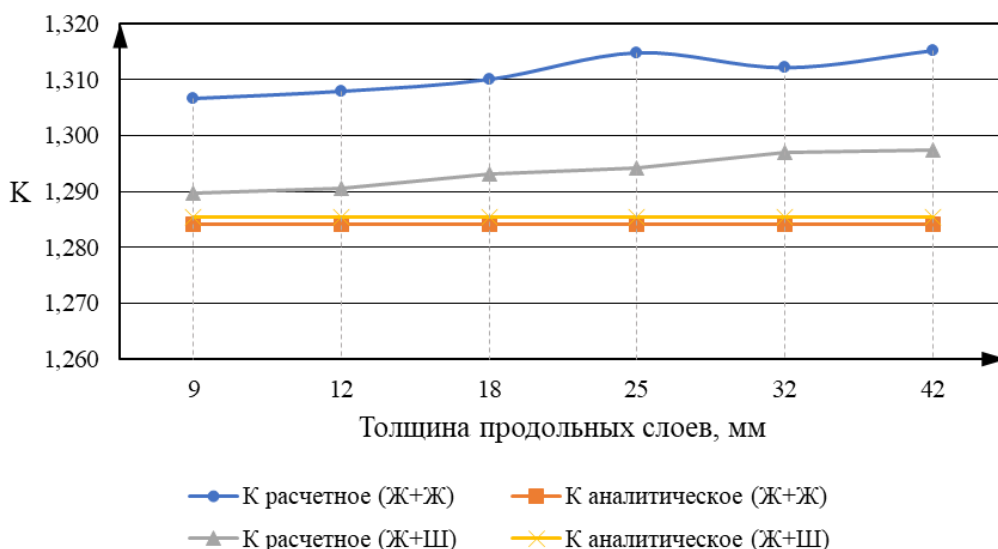


Рисунок 7 – Зависимость расчётного коэффициента K от толщины продольных слоев в трехслойной плите из ДПК при различных граничных условиях

При переменной толщине продольных слоев в трехслойной плите из ДПК сохраняются закономерности, выявленные для трехслойной плиты из ДПК с переменной толщиной поперечного слоя. Кроме того, для данных геометрических параметров поперечного сечения и граничных условий также подтверждается применимость закономерности В.И. Коробко: для жесткого защемления на опорах отклонение расчетного значения коэффициента K от значения, полученного аналитическим методом, варьируется от 1,75% до 2,42%; для жесткого защемления с одной стороны и шарнирного опирания с другой – от 0,32% до 0,92%.

Выводы

По результатам исследования трехслойной плиты из древесины перекрестноклееной, при переменной толщине слоев при различных граничных условиях выявлено, что:

1. При увеличении толщины и поперечного, и продольных слоев при всех параметрах поперечного сечения уменьшался максимальный прогиб и увеличивалась частота собственных колебаний плиты, что вызвано увеличением изгибной жесткости конструкции;
2. Для трехслойных плит из ДПК с переменной толщиной слоев при различных граничных условиях подтверждается установленная профессором Коробко В.И. закономерность взаимосвязи максимального прогиба и частоты собственных колебаний конструкции, так как отклонение коэффициента K , полученного численным методом, отличается не более, чем на 3% от аналитических значений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Современные строительные материалы из древесины // URL: <https://lesprominform.ru/jarticles.html?id=5080> (дата обращения: 14.08.2024).
2. Мавлюбердинов, А. Р. Технологические особенности возведения многоэтажных жилых зданий из CLT-панелей / А. Р. Мавлюбердинов, Д. Н. Хоцанян. // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2018. № 1. С. 219-225.
3. Ашкенази Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов. М.: Лесная промышленность, 1978. 224 с.
4. СП 64.13330.2017. Деревянные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-25-80.
5. Определение прочностных и упругих характеристик древесины перекрестно клееной (ДПК/CLT) и классификация по классам прочности: отчет о НИР / Научно-исследовательский центр "Строительство"; А.А. Погорельцев, М.А. Филимонов, П.Н. Смирнов – Москва, 2020 – 175 с.
6. Проведение исследований по определению несущей способности стеновых панелей и плит перекрытия из древесины перекрестно клееной (ДПК/CLT) и разработка методики расчета: отчет о НИР / Научно-исследовательский центр "Строительство"; А.А. Погорельцев, П.Н. Смирнов, М.А. Филимонов - Москва, 2020. – 268 с.
7. Рогожина А.В. Расчет деформативности CLT-панели перекрытия // Инженерный вестник Дона. 2022. № 6. URL: http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_89_5_Rogozhina.pdf 10c4252bae.pdf
8. Weidong Lu, Jiahui Gu, Bibo Wang. Study on Flexural Behavior of Cross-Laminated Timber Based on Different Tree Species / Advances in Materials Science and Engineering. 2019. V. 2019, Article ID 1728258. <https://doi.org/10.1155/2019/1728258>
9. Филимонов М. А., Смирнов П.Н. Исследования прочностных и упругих характеристик плит из древесины перекрестно-клееной (ДПК/CLT) Российского производства / Сейсмическое строительство. Безопасность сооружений. 2022. №2. С. 81-97. DOI: 10.37153/2618-9283-2022-2-81-97
10. Трошин М.Ю., Турков А.В. Влияние шага досок в поперечном слое на деформативность и распределение напряжений в трехслойной CLT-панели, смоделированной как составная пластина / М.Ю. Трошин, А.В. Турков. – DOI 10.31660/2782-232X-2023-3-25-32 // Архитектура, строительство, транспорт. – 2023. – № 3. – С. 25-32.
11. Трошин М.Ю., Турков А.В., Заев А.В. Влияние шага досок в поперечном слое на деформативность и распределение напряжений в трехслойной CLT-панели, жестко защемленной с двух сторон. Строительство и реконструкция. 2024;(2):50-58. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2024-112-2-50-58>.
12. Трошин, М. Ю. Влияние толщины поперечного и продольных слоев на деформации и напряжения в 3-слойной плите ДПК (CLT), смоделированной как составная пластина / М. Ю. Трошин, А. В. Турков, А. В. Заев. – DOI 10.31660/2782-232X-2024-2-30-41. // Архитектура, строительство, транспорт. – 2024. – № 2 (108). – С. 30-41.
13. Коробко В.И. Об одной "замечательной" закономерности в теории упругих пластинок // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1989. № 11. С. 32-36.
14. Коробко В.И., Бояркина О.В. Взаимосвязь задач поперечного изгиба и свободных колебаний треугольных пластинок // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2007. № 22 (94). С. 24-26.

15. Турков А. В., Марфин К.В., Баженова А.В. Прогибы и частоты собственных колебаний составных многослойных квадратных изотропных пластин с шарнирным опиранием по контуру при изменении жесткости связей сдвига // Строительство и реконструкция. 2019. №4. С. 65-70.
16. Марфин К. В. Взаимосвязь максимальных прогибов и собственных частот поперечных колебаний составных пластин на податливых связях: автореф. дисс. ... канд. тех. наук : 05.23.17 / Марфин Кирилл Васильевич. — Орел, 2015, 20 с.
17. Турков А. В., Марфин К.В., Ветрова О.А. Прогибы и частоты собственных колебаний систем перекрестных ферм на квадратном плане с различными схемами опирания // Промышленное и гражданское строительство. 2018. №11. С. 42-45.
18. Ржаницын, А.Р. Составные стержни и пластинки / А.Р. Ржаницын. — Москва: Стройиздат, 1986. — 316 с.
19. Филатов В.В. Развитие теории и разработка численной методики расчета составных стержней и пластин. — дисс. ... докт. тех. наук : 05.23.17 / Филатов Владимир Владимирович. — Москва, 2015, 292 с.
20. Филатов В.В. К расчету составных пластин по теории А.Р.Ржаницына. // Труды международной научно-технической конф. «Вычислительная механика деформируемого твердого тела». М.: МИИТ, 2006. Том 2. С. 414-416.

REFERENCES

1. Sovremennye stroitel'nye materialy iz drevesiny [Modern wood building materials]. URL: <https://lesprominform.ru/articles.html?id=5080> (date of application: 14.05.2024). (rus)
2. Mavlyuberdinov, A. R., & Khotsanian, D. N. (2018). Technological features of erecting multi-storey residential buildings from CLT-panels. News of the Kazan State University of Architecture and Engineering, 1(43), pp. 219-225. (rus)
3. Ashkenazi E.K. Anizotropiya drevesiny i drevesnykh materialov [Anisotropy of wood and wood materials]. M.: 'Lesnaya promyshlennost' [Forest industry], 1978. 224 p. (rus)
4. SP 64.13330.2017. Derevyannye konstrukcii. Aktualizirovannaya redakciya SNiP II-25-80. [Wooden structures. Updated edition]. (rus)
5. Pogoreltsev, A. A., Filimonov, M. A., & Smirnov, P. N. (2020). Opredelenie prochnostnykh i uprugikh harakteristik drevesiny perekrestno kleenoi (DPK/CLT) i klassifikaciya po klassam prochnosti: otchet o NIR. Moscow, 175 p. (rus).
6. Pogoreltsev, A. A., Smirnov, P. N., & Filimonov, M. A. (2020). Provedenie issledovaniy po opredeleniyu nesushchey sposobnosti stenovykh paneley i plit perekrytiya iz drevesiny perekrestno kleenoi (DPK/CLT) i razrabotka metodiki rascheta: otchet o NIR. Moscow, 268 p. (rus).
7. Rogozhina A.V. Raschet deformativnosti CLT-paneli perekrytiya [Calculation of the deformability of the CLT overlap panel] // Inzhenernyy vestnik Dona [Engineering Journal of Don]. 2022, no. 6. URL: http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_89_5_Rogozhina.pdf 10c4252bae.pdf (rus).
8. Weidong Lu, Jiahui Gu, Bibo Wang. Study on Flexural Behavior of Cross-Laminated Timber Based on Different Tree Species / Advances in Materials Science and Engineering. 2019. V. 2019, Article ID 1728258. <https://doi.org/10.1155/2019/1728258>.
9. Filimonov M. A., Smirnov P.N. Issledovaniya prochnostnykh i uprugikh harakteristik plit iz drevesiny perekrestno-kleenoi (DPK/CLT) Rossijskogo proizvodstva [Research of strength and elastic characteristics of russian-made cross laminated timber slabs] / Seismicheskoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzhenij [Earthquake engineering. Construction safety]. 2022, no. 2. 81-97. DOI: 10.37153/2618-9283-2022-2-81-97 (rus).
10. Troshin, M. Yu., & Turkov, A. V. (2023). The effect of the lamella pitch in the transverse layer on the deformability and stress distribution in a three-layer CLT panel modeled as a composite plate. Architecture, Construction, Transport, (3(105)), pp. 25-32. DOI 10.31660/2782-232X-2023-3-25-32. (rus).
11. Troshin M.Yu., Turkov A.V., Zaeв A.V. The effect of the pitch of the boards in the transverse layer on the deformability and stress distribution in a threelayer CLT panel rigidly clamped on both sides. Building and Reconstruction. 2024;(2):50-58. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2024-112-2-50-58>. (rus).
12. Troshin, M. Yu., Turkov, A. V., & Zaeв, A. V. (2024). Effect of transverse and longitudinal layer thickness on deformations and stresses in a three-layer CLT panel modeled as a composite plate. Architecture, Construction, Transport, (2(108)), pp. 30-41. DOI 10.31660/2782-232X-2024-2-30-41. (rus).
13. Korobko, V.I. Ob odnoy "zamechatel'noy" zakonomernosti v teorii uprugikh plastinok [One "remarkable" regularity in the theory of elastic plates]. Izv. vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura. 1989. No 11. Pp. 32-36. (rus)
14. Korobko, V.I., Boyarkina, O.V. Vzaimosvyaz' zadach poperechnogo izgiba i svobodnykh kolebaniy tre-ugol'nykh plastinok [The relationship between the problems of transverse bending and free vibrations of triangular plates]. Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura. 2007. No 22 (94). Pp. 24-26. (rus)

15. Turkov A. V., Marfin K.V., Bazhenova A.V. Progiby i chastoty sobstvennykh kolebaniy sostavnykh mnogoslojnykh kvadratnykh izotropnykh plastin s sharnirnym opiraniem po konturu pri izmenenii zhestkosti svyazej sdviga/Stroitel'stvo i rekonstrukciya [Deflections and frequencies of natural vibrations of composite multilayer square isotropic plates with articulated support along the contour under changing stiffness of shear bonds]. 2019. №4. Pp. 65-70 (rus)
16. Marfin K. V. Vzaimosvyaz' maksimal'nykh progibov i sobstvennykh chastot poperechnykh kolebaniy sostavnykh plastin na podatlivykh svyazyah [Relationship between maximum deflections and natural frequencies of transverse vibrations of composite plates on pliable bonds]: avtoref. diss. ... kand. tekhn. nauk : 05.23.17 / Marfin Kirill Vasil'evich. — Orel, 2015, 20 p. (rus)
17. Turkov A.V., Marfin K.V., Vetrova O.A. Progiby i chastoty sobstvennykh kolebaniy sistem perekrestnykh ferm na kvadratnom plane s razlichnymi skhemami opiraniya/Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Deflections and frequencies of natural vibrations of cross truss systems on a square plan with different support schemes]. 2018. №11. Pp. 42-45. (rus)
18. Rzhantsyn, A.R. Sostavnyye sterzhni i plastinki [Compound rods and plates]. Moscow: Stroyizdat, 1986. 316 p. (rus)
19. Filatov V.V. Razvitie teorii i razrabotka chislennoy metodiki rascheta sostavnykh sterzhnej i plastin [Theory development and development of numerical methods for the calculation of composite rods and plates]. – diss. ... dokt. tekhn. nauk : 05.23.17 / Filatov Vladimir Vladimirovich. – Moscow, 2015, 292 p. (rus)
20. Filatov V.V. K raschetu sostavnykh plastin po teorii A.R.Rzhantsyna [Calculation of composite plates according to the theory of A.R.Rzhantsyn]. Trudy mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konf. "Vychislitel'naya mekhanika deformiruyemogo tverdogo tela" [Proceedings of the international scientific and technical conf. "Computational mechanics of a deformable solid"]. Moscow: MFT, 2006. Vol. 2. Pp. 414-416. (rus)

Информация об авторах:

Трошин Михаил Юрьевич

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия, аспирант кафедры строительных конструкций и материалов.

E-mail: mtr997@mail.ru

Турков Андрей Викторович

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры строительных конструкций и материалов.

E-mail: aturkov@bk.ru

Трошина Александра Сергеевна

ФГБОУ ВО «Орловский государственный аграрный университет имени Н.В. Парахина», г. Орёл, Россия, студент магистратуры кафедры агропромышленного и гражданского строительства

E-mail: alexandra.k26@yandex.ru

Information about authors:

Troshin Mikhail Yu.

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Oryol, Russia, postgraduate student, of the department of Building Structures and Materials.

E-mail: mtr997@mail.ru

Turkov Andrey V.

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Oryol, Russia, doctor of technical sciences, associate professor, professor of the department of Building Structures and Materials.

E-mail: aturkov@bk.ru

Troshina Alexandra S.

Oryol State Agrarian University named after N.V. Parakhin, Oryol, Russia, master student, of the department Agro-industrial and Civil Engineering

E-mail: alexandra.k26@yandex.ru