

ВЛ. И. КОЛЧУНОВ^{1,2}, Н.В. ФЁДОРОВА¹, Т.А. ИЛЬЮЩЕНКО³¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Ярославское шоссе, 26, Россия² Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук, 127238, г. Москва, Локомотивный проезд, 21, Россия³ Курский государственный университет (КГУ), г. Курск, ул. Радищева, д.33, Россия

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА В ОКОЛОАРМАТУРНОЙ ОБЛАСТИ

Аннотация. Решена актуальная задача сопротивления околоарматурной зоны бетона, как задача объемного напряженно-деформированного состояния с «замыканием» выходных интегральных параметров этой зоны на стержневую схему всего железобетонного элемента синтезирующей в себе гипотезы и зависимости механики железобетона и механики разрушения. В расчетной модели железобетонного элемента учтен эффект железобетона проф. Вл.И. Колчунова, описывающий механизм образования и развития поперечных и продольных трещин. При этом приняты обобщенные гипотезы линейных и угловых деформаций для деформации и градиентов относительных взаимных смещений арматуры и бетона. Построены новые функционалы железобетона, которые согласуются с физическими представлениями о сопротивлении поперечных сечений стержневых элементов в околоарматурных зонах. Записаны физические уравнения для бетонной матрицы, моделирующей зоны между поперечными трещинами. Найдены составляющие перемещений для околоарматурной области применительно к ширине раскрытия трещин на границе контакта «бетон-арматура» в поперечных, продольных и радиальных трещинах, соответственно. В принятых предположениях Использование принятых предположений и многоуровневой расчетной схемы для околоарматурной области заметно приближает расчетную модель к реальной оценке физических явлений.

Ключевые слова: расчетная модель, сопротивление железобетона, околоарматурная область, цилиндрические координаты, эффект железобетона, линейные и угловые деформации, обобщенная гипотеза.

VL. I. KOLCHUNOV^{1,2}, N.V. FEDOROVA¹, T. A. ILUSHCHENKO³¹ Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU), 26, Yaroslavskoye Shosse, Moscow, Russian Federation² Scientific Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences 21 Lokomotivnyy Proezd, Moscow, 127238, Russian Federation³ Kursk State University (KSU), 33 Radishcheva street, Kursk, Russian Federation

DEVELOPMENT OF THE REINFORCED CONCRETE RESISTANCE THEORY IN THE ZONE ABOUT REINFORCEMENT

Abstract. The actual problem of resistance of near-reinforcement zone of concrete is solved as a problem of volumetric stress-strain state with "closure" of output integral parameters of this zone on the rod scheme of the whole reinforced concrete element synthesizing hypotheses and dependencies of various disciplines of mechanics of solid deformation body, including fracture mechanics. The calculation model of the reinforced concrete element takes into account the effect of reinforced concrete of prof. V.I. Kolchunov describing the mechanism of formation and development of transverse and longitudinal cracks. In this case, generalized hypotheses of linear and angular deformations for warping and gradients of jumps of relative mutual displacements of reinforcement and concrete are adopted. New functionals of reinforced concrete are constructed, which are consistent with the ideas about resistance of cross-sections of rod elements in near-reinforcement zones. Physical equations for a concrete matrix modeled between transverse cracks are written.

© Колчунов Вл.И., Фёдорова Н.В., Ильющенко Т.А., 2024

The displacement components for the near-reinforcement area are found in relation to the crack opening width at the boundary of the "concrete-reinforcement" contact in transverse, longitudinal and radial cracks, respectively. The use of the accepted assumptions and multi-level calculation scheme for the near-reinforcement region significantly brings the calculation model closer to a real assessment of physical phenomena.

Keywords: calculation model, resistance of reinforced concrete, near-reinforcement region, cylindrical coordinates, effect of reinforced concrete, linear and angular deformations, generalized hypothesis

Введение

Механика железобетона является основой при обеспечении механической безопасности конструкций зданий и сооружений в условиях новых вызовов техногенного природного и террористического характера. Одной из ключевых и крайне противоречивых проблем современной теории железобетона является проблема раскрытия трещин. В последние два-три десятилетия для ее решения накоплена значительная информация о механике деформирования и трещинообразования в железобетоне, в том числе в российских [1-4], зарубежных [5-6] работах и нормативных документах [7-12]. За это время разработано множество моделей, связанных с большим числом теоретических и экспериментальных исследований, в числе которых можно отметить работы российских [13-15] и зарубежных [16-18] ученых, в том числе экспериментальные исследования по изучению сцепления арматуры с бетоном [19-20]. В исследовании [21] с использованием программных комплексов получены результаты связи между параметрами закона сцепления и факторами, влияющими на сцепление. В последние два десятилетия в рамках такой концепции и на общей методологической основе проводятся исследования по этой проблеме и под руководством автора [22-27]. В связи с этим целью исследования является построение расчетной модели сцепления арматуры с бетоном с учетом физической нелинейности и наличия поперечных трещин, а также с использованием двухуровневой расчетной схемы: на первом уровне весь железобетонный элемент рассчитывается как стержень, на втором уровне рассматривается объемное напряженно-деформированное состояние околоарматурной зоны с использованием ряда параметров, полученных из расчетной схемы первого уровня.

Материалы и методы

Совместность работы бетона и арматуры в железобетонном элементе обеспечивается околоарматурной зоной. Это местная зона бетона, непосредственно прилегающая к боковой поверхности арматурного стержня и заканчивающаяся (согласно принципу Сен-Венана) на некотором радиальном расстоянии t_b (рисунок 1). Поэтому решение задачи будем вести в цилиндрических координатах. Положительные направления этих координат приведены на рисунке 1.

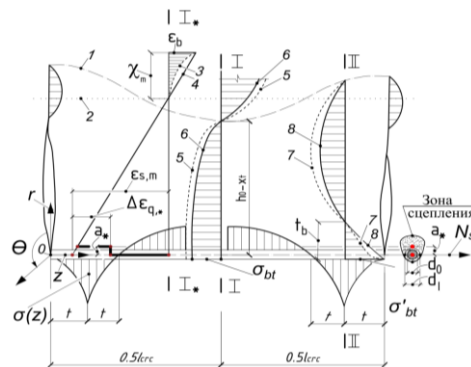


Рисунок 1 - К анализу экспериментальных и численных исследований при решении задачи определения напряженно-деформированного состояния околоарматурной зоны в окрестностях характерных сечений

Теоретическому решению рассматриваемой задачи предшествовал целый ряд экспериментальных и численных исследований [1-3; 10-12; 14; 18; 26]. В результате экспериментальных исследований (с использованием для измерения деформаций непрерывных цепочек тензорезисторов) получена качественная картина деформаций бетона вдоль оси Z (рисунок 1).

В результате таких исследований удалось выяснить не только качественный характер распределения деформаций бетона, арматуры и их взаимных смещений в околоарматурной зоне вдоль оси Z , но и получить теоретическое решение для определения ряда параметров напряженно-деформированного состояния стержневого железобетонного элемента с учетом физической нелинейности и наличия поперечных трещин.

Таким образом, первой особенностью приведенного ниже решения объемного напряженно-деформированного состояния околоарматурной зоны является то, что здесь используется многоуровневая расчетная схема: на первом уровне весь железобетонный элемент рассчитывается как стержень, на втором уровне рассматривается объемное напряженно-деформированное состояние околоарматурной зоны с использованием ряда параметров, полученных из расчетной схемы первого уровня. В свою очередь выходные интегральные параметры расчетной схемы второго уровня на следующем этапе итерации оказывают влияние на параметры расчетной схемы первого уровня. Такой подход возможен, например, при использовании традиционного для железобетона параметра ψ_s , который позволяет для расчетной схемы первого уровня уточнять среднее значение ее параметров без изменения этой схемы.

Второй важной особенностью предлагаемого решения является то, что после образования трещин (как поперечных, так и продольных), к расчету привлекаются гипотезы механики разрушения.

Результаты и обсуждение

Решение будем вести с учетом физической нелинейности и специфики бетона, заключающейся в его разном сопротивлении растяжению и сжатию. Для расчета принимаем диаграммы связи $\sigma_{bi}-\varepsilon_{bi}$, $\mu(\lambda)-\varepsilon_{bi}$, $\sigma_{bt}-\omega$.

Проецирование диаграммы $\sigma_{bi}-\varepsilon_{bi}$ на оси $\tau_{rz}-\gamma_r$ позволяет установить связь между касательными напряжениями и относительными сдвигами или, при введении местного сдвига, - между относительными взаимными смещениями арматуры и бетона ε_q . Здесь важно подчеркнуть, что так как напряжения в бетоне околоарматурной зоны, прилегающей к трещине, в поперечном сечении железобетонного элемента являются сжимающими (см. рисунок 1), то касательные напряжения будут обусловлены верхней ветвью диаграммы деформаций. Это весьма существенно отразится на максимальной величине касательных напряжений. Так, зоны максимальных касательных напряжений сцепления сосредотачиваются в непосредственной близости от поперечных трещин. Поэтому, с одной стороны, чем большее количество поперечных трещин пересекает арматурный стержень, тем лучше обеспечивается его сцепление с бетоном в околоарматурных зонах (до наступления текучести в арматуре или образования радиальных трещин). С другой стороны, с увеличением нагрузки сцепление бетона и арматуры на участке между трещинами (при $z_1=0,5l_{crc}$) сначала увеличивается, а затем, в силу особенностей деформирования бетонной матрицы (рисунок 1, 2) начинает уменьшаться. Во-первых, это связано с тем, что на этих участках напряжения в бетоне околоарматурной зоны в поперечном сечении железобетонного элемента являются растягивающими. Это отражается как на текущей величине касательного напряжения, так и на его возможном максимуме. Во-вторых, по мере появления поперечных трещин участок и величина растягивающих напряжений между трещинами уменьшаются. С учетом отмеченного особое внимание при решении рассматриваемой задачи требуется два выделенных сечений (рисунок 1, 2), находящихся на расстояниях $z=t$ и $z=z_1$. Примем

дополнительную предпосылку, касающуюся околоарматурных зон, прилегающих к сечениям I—I и II—II, в которых необходимо определить напряженно-деформированное состояние бетона. Эпюра деформаций растянутого бетона в поперечном сечении I—I и сжатого бетона околоарматурной зоны в сечении II—II принимаются линейными. Данная предпосылка согласуется с представлениями о сопротивлении поперечных сечений стержневых элементов и подтверждается многочисленными экспериментами. Напряжения σ_{bt} и σ'_{bt} (см. рисунок 1) в стержневом железобетонном элементе определяются из условий равновесия моментов в сечении I—I и II—II относительно точки приложения равнодействующей сжатого бетона. Значения деформаций $\varepsilon_b(z)$ в сечениях I—I и II—II определяются с учетом несовместности деформаций бетона и арматуры. Обозначим их соответственно через $\varepsilon_{z,I}$ и $\varepsilon_{z,II}$. С использованием диаграммы $\sigma_{bi}-\varepsilon_{bi}$ для сечения I—I находится напряжения $\sigma_{z,I}(r)$. Учитывая, что рассматриваются деформации и напряжения вдоль оси z , диаграммы проецируются на эту ось. Поскольку известно, что криволинейные участки диаграммы описываются квадратной параболой и имеются координаты концевых точек этих парабол ($\varepsilon_{z,I}$ и σ_{bt} , $\varepsilon_{z,II}$ и σ_b), то угол между рассматриваемыми осями необходим лишь для уточнения начального модуля диаграммы $\sigma_{b,z} - \varepsilon_{b,z}$:

$$E_{b,z} = \phi E_b, \quad (1)$$

где ϕ — коэффициент, учитывающий сложное напряженное состояние и наличие касательных напряжений вдоль оси z [28].

При этом величина касательных напряжений сцепления и нормальных напряжений $\sigma_{b,z}$ определяется при нагрузке, составляющей 0,2 от момента трещинообразования ($M_{crc.}$) После подстановки выражения для определения деформаций в сечении I—I в выражение для определения напряжений в этом же сечении будем иметь следующее уравнение:

$$\sigma_{z,I}(r) = k_1 \varepsilon_{z,I}^2 \cdot (-\varepsilon_{z,I} + \Delta \varepsilon_q)^2 \cdot \left(1 - \frac{r}{h_0 - x_t - a_*}\right)^2 + \phi E_b \varepsilon_{z,I} \cdot (-\varepsilon_{z,I} + \Delta \varepsilon_q) \cdot \left(1 - \frac{r}{h_0 - x_t - a_*}\right). \quad (2)$$

$$\text{Здесь } k_1 = \frac{\sigma_{bt} - \phi E_b \varepsilon_{z,z}}{\varepsilon_{z,I}^2}; \quad D = -\varepsilon_{z,I} + \Delta \varepsilon_q; \quad t_1 = h_0 - x_t - a_*.$$

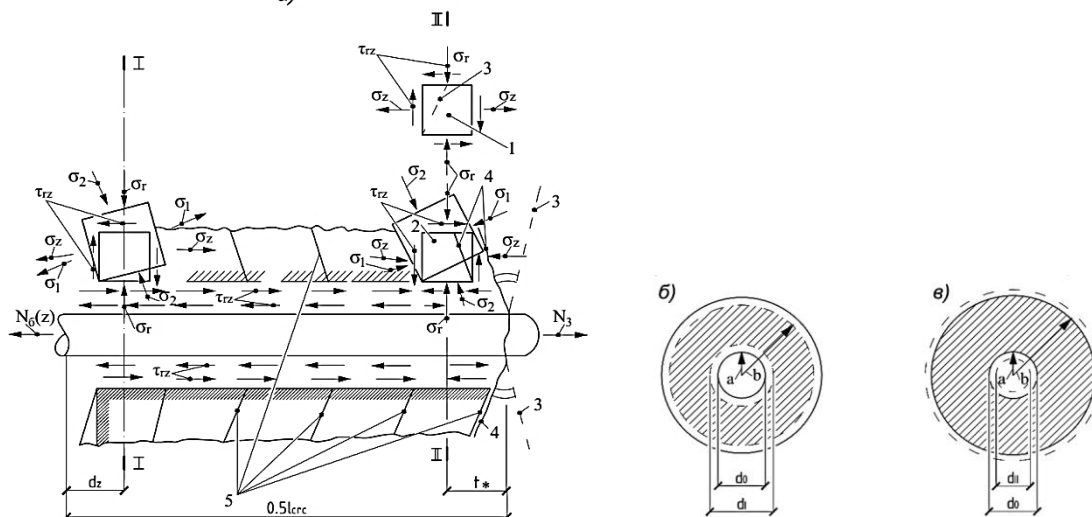


Рисунок 2 - Схема напряженного состояния околоарматурной зоны (а) и деформирование бетонной матрицы в сечениях I—I и II—II соответственно (б, в); 1, 2 — НДС до и после образования трещин соответственно; 3, 4 — направление микротрещин и макротрещин соответственно; 5 — деформирование бетона

Рассмотрим теперь основные уравнения для околоарматурной зоны применительно к случаю, когда имеются лишь поперечные трещины, а продольных и радиальных трещин еще нет.

Учитывая, что рассматриваемая задача осесимметрична, то значения $\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta}, \tau_{\theta r}$ и $\tau_{\theta z}$ равны нулю и уравнения равновесия в цилиндрических координатах примут вид:

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (4)$$

Упростятся и геометрические соотношения Коши, так как составляющие перемещения v и деформаций $\gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}$ в силу симметрии также равны нулю. Остальные компоненты деформаций имеют вид:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}. \quad (5)$$

Физические уравнения для бетонной матрицы, моделируемой между поперечными трещинами упругопластичным изотропным телом, запишем в виде:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E(\lambda)} [\sigma_r - \mu(\lambda)(\sigma_z + \sigma_\theta)]; \quad (6)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\tau_{rz}}{\zeta(\lambda)}, \quad (7)$$

где $E(\lambda), \zeta(\lambda)$ и $\mu(\lambda)$ — соответственно, упругопластические модули деформаций и коэффициент поперечных деформаций для бетона.

Следует подчеркнуть, что для выражения (2), включенного во вторые круглые скобки, сначала выполняется дифференцирование по z , а уже потом оно вычисляется при $z = z_1$.

Тогда применительно к околоарматурной зоне между поперечными трещинами уравнение (3) с учетом выражения (2) примет вид:

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + A_{1,I} \cdot D^2 \cdot \left(1 - \frac{r}{t_1}\right)^2 + A_{2,I} \cdot D \cdot \left(1 - \frac{r}{t_1}\right) + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0. \quad (8)$$

Здесь можно ввести следующее обозначение:

$$\left(\frac{\partial k_1}{\partial z} \varepsilon_z^2 + 2k_1 \varepsilon_z \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} \right) \Big|_{z=z_1} = A_{1,I}; \quad \varphi E_b \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} \Big|_{z=z_1} = A_{2,I}; \quad t_1 = h_0 - x_t - a_*.$$

Решение дифференциального уравнения (8) будем искать в виде произведения двух функций от r :

$$\tau_{rz} = u(r)v(r). \quad (9)$$

После дифференцирования обеих частей равенства (9) и подстановки их в уравнение (8) получим:

$$u \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) + v \frac{\partial u}{\partial r} = -A_{1,I} \cdot D^2 \cdot \left(1 - \frac{r}{t_1}\right)^2 - A_{2,I} \cdot D \cdot \left(1 - \frac{r}{t_1}\right). \quad (10)$$

Выберем функцию v такой, чтобы выражение в круглых скобках левой части уравнения (10) равнялось нулю. Тогда после разделения переменных в этом выражении получим:

$$\frac{\partial v}{v} = -\frac{\partial r}{r}, \quad (11)$$

а после интегрирования — $v = r^{-1}$.

Подставляя найденное значение $v(r)$ в уравнение (10) и выполняя алгебраические преобразования и операцию интегрирования, получим:

$$u(r) = A_{1,I} \left(-\frac{D^2 \cdot r^2}{2} + \frac{2 \cdot D^2 \cdot r^3}{3t_1} - \frac{D^2 \cdot r^4}{4t_1^2} \right) + A_{2,I} \left(-\frac{D \cdot r^2}{2} + \frac{D \cdot r^3}{3t_1} \right) + C_1. \quad (12)$$

После подстановки $v(r)$ и $u(r)$ в уравнение (9) получим:

$$\tau_{rz} = r^3 A_{3,I} + r^2 A_{4,I} + r A_{5,I} + \frac{C_1}{r}. \quad (13)$$

Здесь

$$A_{3,I} = -\frac{A_{1,I}}{4t_1^2}; \quad A_{4,I} = -\frac{2D^2}{3t_1} + \frac{A_{2,I} \cdot D}{3t_1}; \quad A_{5,I} = A_{1,I} \left(-\frac{D^2}{2} \right) + A_{2,I} \left(-\frac{D}{2} \right). \quad (14)$$

Постоянная интегрирования C_1 определяется из условия, в соответствии с которым при $r=a^*$, $\tau_{rz}=\tau_{r,I}$. Здесь $\tau_{r,I}$ касательные напряжения в сечении I—I, известные из решения стержневого железобетонного элемента при несовместных деформациях бетона и арматуры [28].

Тогда

$$C_1 = A_{1,I} \frac{a_*^2}{(a_*-1)} \left(D^2 a_* - \frac{D^2 \cdot a_*^2}{t_1} + \frac{D^2 \cdot a_*^3}{3t_1^2} \right) + A_{2,I} \frac{a_*^2}{(r-1)} \left(D a_* - \frac{D \cdot a_*^2}{t_1} \right) - a_*^4 \cdot A_{3,I} - a_*^3 \cdot A_{4,I} - a_*^2 \cdot A_{5,I}. \quad (15)$$

Применительно к околоарматурной зоне, прилегающей к поперечной трещине (сечения II—II), уравнение (13) будет иметь аналогичный вид. При этом

$$\left(\frac{\partial k_2}{\partial z} \varepsilon_z^2 + k_2 2 \varepsilon_z \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} \right) \Big|_{z=z_{II}} = A_{1,II}; \quad \phi E_b \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} \Big|_{z=z_{II}} = A_{2,II}. \quad (16)$$

Отличие параметров $A_{3,II}$ — $A_{5,II}$ и C_2 будет заключаться в том, что в зависимостях (14) и (15) вместо t_1 следует вставить t_b .

Далее, располагая компонентами напряженного состояния τ_{rz} , можно переходить к рассмотрению второго дифференциального уравнения равновесия (4). Задачу проще решать в напряжениях. Из уравнения для определения деформаций в сечении I—I следует, что:

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\mu(\lambda)} (\sigma_z - \varepsilon_z E(\lambda)) - \sigma_r. \quad (17)$$

Подставив выражения (17) и (13) в уравнение (4), получим дифференциальное уравнение, которое после алгебраических преобразований примет вид:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + r^3 B_1 + r^2 B_2 + r B_{10} + \frac{1}{r} B_{11} + \frac{2\sigma_r}{r} = B_{12}. \quad (18)$$

Здесь значения параметров B_1 – B_7 определяются согласно [28].

Решение дифференциального уравнения (18) также будем отыскивать в виде произведения двух функций, которое после ряда аналогичных преобразований сводится к следующему выражению:

$$\sigma_r = -\frac{r^4 B_1}{4} - \frac{r^3 B_2}{5} - \frac{r^2 B_{10}}{4} - \frac{B_{11}}{2} + \frac{r B_{12}}{3} + \frac{C_2}{r^2}. \quad (19)$$

Постоянную интегрирования C_2 определяем из условия, в соответствии с которым при $r = b^*$, $\sigma_r = 0$:

$$C_2 = \frac{b_*^6 B_1}{6} + \frac{b_*^5 B_2}{5} + \frac{b_*^4 B_{10}}{4} - \frac{b_*^3 B_{12}}{3} + \frac{b_*^2 B_{11}}{2}. \quad (20)$$

Здесь параметр b^* находится из условия, в соответствии с которым при $r = b^*$ местные напряжения τ_{rz} в зоне, прилегающей к арматуре, практически затухают т.е. их значения приближаются к нулю. Тогда из уравнения (13) следует:

$$b_*^3 A_{3,I} + b_*^2 A_{4,I} + b_* A_{5,I} + \frac{C_1}{b_*} = 0. \quad (21)$$

Зависимость (21) можно использовать для определения параметра b^* . Учитывая, что градиент изменения этой функции весьма существен, то даже небольшие изменения b^* приводят к значительным изменениям напряжений τ_{rz} . Численные исследования показывают, что при $b^*=3...4a$ значения τ_{rz} можно считать приближающимися к нулю. Более того, при $b^*>4a$ наружный радиус околоарматурной зоны можно считать бесконечно большим (с

погрешностью менее 6%). При этом решение уже не связывается с формой внешнего контура. Таким образом, формулы (13), (17), (19) характеризуют распределение напряжений для околоарматурной зоны с любой формой внешнего контура поперечного сечения железобетонного элемента.

Зная составляющие напряжений σ_z , σ_r , σ_θ , τ_{rz} , определяем составляющие деформаций по формулам (6), (7). Затем находим составляющие перемещений из зависимости Коши (5):

$$u = \int \varepsilon_r dr + f_1(z); \quad (22)$$

$$w = \int \varepsilon_z dz + f_2(r); \quad (23)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\tau_{rz}}{G(\lambda)} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}. \quad (24)$$

Здесь ε_r , ε_z определяются в соответствии с уравнением (6), а τ_{rz} — по уравнению (13). Подставляя в уравнение (6) значения σ_z , σ_θ и σ_r из зависимостей (2), (17) и (19) и выполняя алгебраические преобразования с учетом (22) и (23), получим значения перемещений u , w . После подстановки последних и напряжений из уравнения (19) в уравнение (24) с учетом интегрирования уравнений получим:

$$u = D_1 + C_3 z + C_5; \quad (25)$$

$$w = D \cdot \left(1 - \frac{r}{t_1}\right) \left(\int \varepsilon_{z,I} dz\right) |z - z, I + \eta_1 \frac{r^6}{6} + \eta_2 \frac{r^5}{5} + \eta_3 \frac{r^4}{4} +$$

$$+ \eta_4 \frac{(r-a)^4}{4} + \eta_5 \frac{r^3}{3} + \eta_6 \frac{r^2}{2} - 2C_1 \frac{1+\mu(\lambda)}{E(\lambda)} \ln r - C_4 r + C_6. \quad (26)$$

Здесь значения η_1 – η_8 , C_1 – C_6 , D_1 , E_1 , H_1 определяются согласно [28].

Применительно к околоарматурной зоне, прилегающей к поперечной трещине (сечение II—II), уравнения (13)—(26) будут иметь аналогичный вид. При этом используется уравнение (16), и в этих уравнениях вместо $\varepsilon_{z,I}$, $A_{1,I}$, t_1 , $\tau_{z,I}$, $\varepsilon_{q,I}$ соответственно подставляются значения $\varepsilon_{z,II}$, $A_{1,II}$, t_b , $\tau_{z,II}$, $\varepsilon_{q,II}$.

Во всех приведенных выше формулах модуль деформаций $E(\lambda)$ и коэффициент $\mu(\lambda)$ определяются на основании диаграмм σ_{bi} — ε_{bi} и μ . Деформации определяются по формуле:

$$\varepsilon_{bi} = \frac{\sqrt{2}}{2[1+\mu(\lambda)]} \sqrt{(\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2 - (\varepsilon_r - \varepsilon_e)^2 + (\varepsilon_e - \varepsilon_z)^2 + \frac{3}{2} \gamma_{rz}^2}. \quad (27)$$

Напряжения σ_{bi} определяются по величине деформаций бетона ε_{bi} . Тогда

$$E(\lambda) = \frac{\sigma_{bi}}{\varepsilon_{bi}}. \quad (28)$$

Для коэффициента $\mu(\lambda)$ используется более сложная зависимость:

- при $\varepsilon_{bi} < \varepsilon_{crc,c}$ значение $\mu(\lambda)$ равно 0,2;
- при $\varepsilon_{crc,c} < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_{crc,v}$ значение $\mu(\lambda)$ вычисляется по формуле:

$$\mu(\lambda) = 0,2 + 0,3 \frac{\varepsilon_{bi} - \varepsilon_{crc,c}}{\varepsilon_{crc,v} - \varepsilon_{crc,c}}; \quad (29)$$

- при $\varepsilon_{crc,v} < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_v$ значение $\mu(\lambda)$ равно 0,5;
- при $\varepsilon_v < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_{bu}$ значение $\mu(\lambda)$ вычисляется по формуле:

$$\mu(\lambda) = 0,5 - (0,5 - \mu_b) \frac{\varepsilon_{bi} - \varepsilon_v}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_v}. \quad (30)$$

Здесь параметры бетона ε_{bi} , ε_{bu} принимаются по таблицам, параметры ε_v , μ_b определяются в соответствии с диаграммами σ_{bi} — ε_{bi} .

Учитывая, что получено аналитическое решение для околоарматурной зоны, то проецирование диаграммы σ_{bi} — ε_{bi} на любые оси, например на оси σ_z — ε_z , не вызывает затруднений.

Продольные трещины (рисунок 3, а) исключают сопротивление сцеплению при $\Delta u \leq \omega_u$, где ω_u определяется из зависимостей механики разрушения. Ширина раскрытия продольных трещин вычисляется по формуле:

$$a_{crc,c} = \Delta u = u_b - u_s, \quad (31)$$

где u_b и u_s — соответственно радиальные перемещения бетона и арматуры при $r = a$.

При этом через граничные условия имеется возможность учитывать особенности, связанные с нарушением сплошности на границе контакта бетон—арматура.

Продольные трещины, проходящие вдоль поверхности сцепления бетона и арматуры, наиболее важны в смысле обеспечения сцепления этих материалов. Перемещение u_b определяется по формуле (25) при $r = a$. Перемещения u_s определяются по формуле:

$$u_s = \int_0^a \varepsilon_{rs} dr. \quad (32)$$

Здесь

$$\varepsilon_{rs} \approx \mu_s \frac{\sigma_{si}(z)}{E_s}. \quad (33)$$

Более точные значения ε_{rs} и u_s можно получить, используя особенности предложенного здесь решения для околоарматурной зоны применительно к арматурному стержню. Однако, как показывает численный анализ, влияние составляющих напряжений σ_{rs} и $\sigma_{\theta s}$ на величину ε_{rs} менее 3%. Поэтому при решении рассматриваемой задачи этим влиянием для упрощения расчетных формул логично пренебречь.

Тогда из (5) после интегрирования получим:

$$u_s = \frac{\mu_s \sigma_{si}(z)}{E_s} \quad (34)$$

Постоянную интегрирования определяем из условия, в соответствии с которым при $r=0$, $u_s=0$. Тогда $C=0$.

Значение u_s по формуле (34) вычисляется при $r=a$.

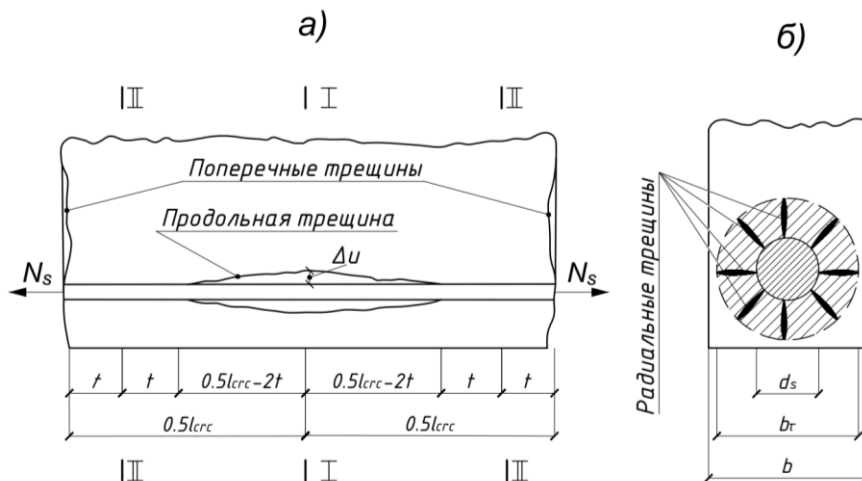


Рисунок 3 - К анализу продольных трещин в окрестности сечения I—I (а) и характеру разрушения от радиальных трещин в окрестности сечений II—II (б)

Продольные трещины появляются, как правило, в околоарматурных зонах, расположенных между поперечными трещинами, за счет разности радиальных перемещений бетона и арматуры в месте их контакта (см. рисунок 3,а). Профиль продольной трещины близок к треугольнику с ее максимальным раскрытием между поперечными трещинами (сечение I—I) и нулевым — на расстоянии $2t^*$ от поперечных трещин. При этом будем полагать, что на участке магистральной продольной трещины при $\Delta u \geq \omega_u$ сцепление между бетоном и арматурой отсутствует. Однако если за счет сцепления бетона и арматуры на других участках, прилегающих к поперечным трещинам (где $\Delta u < \omega_u$), обеспечивается сопротивление конструкции по жесткости и прочности, то, учитывая, что наличие продольных трещин у поверхности арматуры не нарушает защитный слой бетона, эксплуатация конструкции может быть продолжена.

Предлагаемый расчетный аппарат позволяет обнаруживать расчетом не только поперечные трещины, но и продольные, и радиальные. Учитывая, что схема нагружения от σ_0 не вызывает торможения трещин в их вершине, то появление радиальных трещин приводит практически к исключению сопротивления сцепления в этой зоне, т. е. к ее разрушению при $a_{ср,г} \geq \omega_u$. Защитный слой разрушается, арматура оголена, поэтому дальнейшая эксплуатация конструкции должна быть запрещена, даже если ее сопротивление за счет других участков не исчерпано и она соответствует известным критериям, предъявляемым нормами по прочности и жесткости. Разрушение от радиальных трещин (рисунок 3) характерно для околоарматурных зон, прилегающих к поперечной трещине. Здесь также возможно (в зависимости от конструктивных особенностей) разрушение от раздавливания бетона околоарматурной зоны. При этом значение ε вычисляется по формуле (27), где составляющие деформаций вычисляются при $z=z_{II}$ и $r=a$.

Заметим, что предлагаемое решение в напряжениях имеет преимущество по сравнению с аналогичным решением в перемещениях. Последнее даже в рамках принятых предпосылок приводит к неоднородному дифференциальному уравнению второго порядка с большим количеством частных решений, что явно усложняет расчет. Попытка же отказаться от использования многоуровневой расчетной схемы настолько усложняет решение задачи объемного напряженно-деформированного состояния в рассматриваемой зоне, что аналитически оно становится неразрешимым. В итоге решение возможно лишь вариационными методами. Сравнивая рассмотренный подход с вариационными методами решения, позволяющими получать приближенное решение дифференциальных уравнений с точностью, достаточной для инженерных расчетов, отметим, что предлагаемое решение прежде всего проще. Тем не менее, применительно к рассматриваемой задаче для стержневых железобетонных элементов это решение не уступает в точности вариационным методам при задании в последних достаточно большого количества независимых функций и членов соответствующих рядов. Вместе с тем даже при таком уточненном подходе известные методы не позволяют учесть особенностей нарушения сплошности бетонной матрицы при появлении в ней трещин. Гипотезы и методы механики разрушения до настоящего времени еще не нашли здесь должного применения. Это же можно отметить и по отношению к учету несовместности деформаций бетона и арматуры.

Таким образом, дифференцированный подход к анализу НДС околоарматурной зоны позволяет ввести более обоснованные критерии эксплуатации железобетонных конструкций с учетом не только поперечных, но также продольных и радиальных трещин. При этом учет специфики и отмеченных особенностей сопротивления бетона околоарматурной зоны (в том числе несовместности деформаций бетона и арматуры) заметно приближает расчет к реальной оценке происходящих здесь физических явлений. В то же время предложенная методика сохраняет относительную простоту расчета и его физическую суть, а, следовательно, и инженерную обобщимость.

Выводы

1. Решена актуальная задача сопротивления околоарматурной зоны бетона, как задача объемного напряженно-деформированного состояния с «замыканием» выходных интегральных параметров этой зоны на стержневую схему всего железобетонного элемента. Не смотря на сложность такой задачи, с учетом совместности деформаций бетона и арматуры и нарушения сплошности бетона, решение записанных при этом дифференциальных уравнений полученного в замкнутом аналитическом виде.

2. Важной особенностью предлагаемого решения задачи являются гипотезы механики разрушения и установленного автором деформационного эффекта железобетона, а также учет как поперечных, так и продольных трещин. При этом разработаны обобщенные продольные и угловые деформации гипотез для депланаций, скачки от относительных взаимных смещений арматуры и бетона ε_q .

3. Записаны физические уравнения для бетонной матрицы, моделируемой поперечными трещинами упругопластическим изотропным телом. Решение получено с учетом физической специфики бетона, заключающейся в его разном сопротивлении растяжению и сжатию его параметров.

4. Разработанный дифференцированный подход к анализу НДС околоарматурной области позволяет применительно к арматурному стержню и матрицы бетона, вести более обоснованные критерии эксплуатации железобетонных конструкций с учетом не только поперечных, но и продольных и радиальных трещин. Здесь напряжения σ_θ не вызывает торможение трещин в их вершине, а появление радиальных трещин приводит практически к исключению сопротивления сцепления в этой зоне и к ее разрушению при $a_{crc,r} \geq \omega_u$. При этом защитный слой разрушается, арматура оголена, поэтому дальнейшая эксплуатация конструкции должна быть запрещена, даже если ее сопротивление за счет других участков не исчерпано, и она соответствует известным критериям, предъявляемым нормами по прочности, жесткости и трещиностойкости для характерного разрушения от радиальных трещин.

5. Сравнивая предложенный подход с вариационными методами решения, позволяющими получать лишь приближенное решение дифференциальных уравнений, где присутствует достаточно большое количество независимых функций и членов соответствующих рядов, предлагаемое решение с использованием многоуровневой расчетной схемы не усложняет объемного напряженно-деформированного состояния в рассматриваемой зоне. В таком дифференцированном подходе гипотезы и методы механики разрушения позволяют вести более обоснованные критерии эксплуатации железобетонных конструкций с учетом не только поперечных, но также продольных и радиальных трещин. При этом учет специфики отмеченных особенностей сопротивления бетона околоарматурной зоны заметно приближает расчет к реальной оценке происходящих здесь физических явлений. В то же время предложенная методика сохраняет относительную простоту расчета и инженерную обозримость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.М. Бондаренко, Вл.И. Колчунов. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 472 с.
2. А.Б. Голышев, Вл.И. Колчунов. Сопротивление железобетона. – К.: Основа, 2009. 432 с.
3. Н.И. Карпенко. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. 410 с.
4. ACI Committee 318-14. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. - Farmington Hills, Mich: American Concrete Institute, 2014. - 519 p.
5. EN 1992-1-2: 2004. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, 2004. - 225 p.
6. CEB (Comité Euro-International du Béton). CEB-FIP Model Code 2010: Model Code for concrete structures. Ernst & Sohn, Wiley, Berlin, Germany, 2013. - 434 p.
7. СП 5.03.01-2020. Бетонные и железобетонные конструкции. Минск, 2020. – 236 с.
8. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения.– М.: Минстрой России, 2018. – 152 с.
9. Пособие по расчету железобетонных элементов, работающих на кручение с изгибом. – М.: Минстрой России, 2020. – 96 с.
10. Frosch R. J. Another look at cracking and crack control in reinforced concrete // ACI Structural Journal, 1999. № 96(3). Pp. 437–442.
11. Мурашев В.И. Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона. - Изд – во: Машстройиздат, 1950. С. 269.
12. Thomas F. G. Cracking in reinforced concrete // The Structural Engineer. 1936. №14. Pp. 298–320.
13. Iakovenko I., Kolchunov Vl. The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. Journal of Applied Engineering Science. 2017. Vol.15(455). Pp. 366–375. <http://doi.org/10.5937/jaes15-14662>
14. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov Vl.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Bulkin S.A., Moskovtseva V.S. Results of experimental studies of high-strength fiber reinforced concrete beams with round cross-

- sections under combined bending and torsion. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020. Vol. 16(4). Pp. 290–297. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-290-297>
15. Ключева Н. В., Яковенко И. А., Усенко Н. В. К расчету ширины раскрытия наклонных трещин третьего типа в составных железобетонных конструкциях // *Промышленное и гражданское строительство*. 2014. №1. С. 37–40
 16. Dem'yanov, A.I., Yakovenko, I.A., Kolchunov, V.I. The development of universal short dual-console element for resistance of reinforced concrete structures under the action torsion with bending // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*. 2017. № 370(4). Pp. 246–251.
 17. Травуш В.И., Кашеварова Г. Г., Мартиросян А. С., Кузьминых В. С. Изучение процесса разрушения связей сцепления при вдавливании стержня жесткой арматуры в бетон\Часть 1: Экспериментальные исследования // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2016. Т. 12. №. 1. С. 140-146.
 18. Dey A., Valiukas D., Jakubovskis R., Sokolov A., Kaklauskas G. Experimental and Numerical Investigation of Bond-Slip Behavior of High-Strength Reinforced Concrete at Service Load // *Materials*. 2021. Т. 15. №. 1. С. 293.
 19. Bado M. F., Casas J. R., Kaklauskas G. Distributed Sensing (DOFS) in Reinforced Concrete members for reinforcement strain monitoring, crack detection and bond-slip calculation // *Engineering Structures*. 2021. № 226. P. 111385.
 20. Kaklauskas G., Sokolov A., Sakalauskas K. Strain compliance crack model for RC beams: primary versus secondary cracks // *Engineering Structures*. 2023. №. 281. P. 115770.
 21. Rimkus A., Cervenka V., Gribniak V., Cervenka J. Uncertainty of the smeared crack model applied to RC beams // *Engineering Fracture Mechanics*. 2020. Т. 233. P. 107088.
 22. Колчунов Вл. И. Обобщенные гипотезы деформации линейных и угловых деформаций в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением // *Научный журнал строительства и архитектуры*. 2023. № 1 (59). С. 9-26.
 23. Колчунов В. И. Некоторые проблемные задачи современной теории железобетона и их решения // *Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2021 году*. 2022. С. 130-141.
 24. Колчунов Вл. И. Метод расчетных моделей сопротивления для железобетона // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2023. т.19, №3. С.261-275
 25. Колчунов Вл. И., Карпенко С. Н. Жесткость железобетонных конструкций при сложном сопротивлении // *Научный журнал строительство и архитектуры*. 2022. №1(65). С. 11–24
 26. Kolchunov V. The Effect of Reinforced Concrete for Crack Resistance and Rigidity Based on Mechanics of Fracture Under Bending with Torsion // *Modern Problems in Construction: Selected Papers from MPC 2021*. 2022. С. 79-95.
 27. Колчунов Вл.И., Никулин А.И., Обернихин Д.В. Ширина раскрытия трещин железобетонных конструкций трапециевидного поперечного сечения с учетом новых эффектов сопротивления // *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*. 2018. № 10. С. 64-73
 28. Верюжский Ю.В., Колчунов Вл.И. Методы механики железобетона: учебное пособие. К.: Книжное издательство НАУ, 2005. 653 с.

REFERENCES

1. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Computational models of the strength resistance of reinforced concrete. Moscow: ASV Publ.; 2004. (In Russ.)
2. Golyshev A. B., Kolchunov V.I. Resistance of reinforced concrete. Kyiv: Osnova Publ.; 2009. (In Russ.)
3. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1996. (In Russ.)
4. ACI Committee 318-14. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. - Farmington Hills, Mich: American Concrete Institute. 2014.
5. EN 1992-1-2: 2004. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. 2004.
6. CEB (Comité Euro-International du Béton). CEB-FIP Model Code 2010: Model Code for concrete structures. Ernst & Sohn, Wiley, Berlin, Germany. 2013..
7. Building Code SP 5.03.01-2020. Concrete and reinforced concrete structures. Minsk, 2020. (In Russ.)
8. Building Code SP 63.13330.2018 Concrete and reinforced concrete structures. General provisions. 2018.. (In Russ)
9. Manual for calculating reinforced concrete elements working in torsion with bending. - M.: Ministry of Construction of Russia. 2020. (In Russ)
10. Frosch R. J. Another look at cracking and crack control in reinforced concrete. *ACI Structural Journal*. 1999;96(3):437–442.
11. Murashev V.I. Crack resistance, rigidity and strength of reinforced concrete. - Publisher: Mashstroyizdat Publ.;1950. (In Russ)
12. Thomas F. G. Cracking in reinforced concrete. *The Structural Engineer*. 1936; 14:298–320.

13. Iakovenko I., Kolchunov V.I. The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. *Journal of Applied Engineering Science*. 2017;15(455):366–375. <http://doi.org/10.5937/jaes15-14662> (In Russ)
14. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Bulkin S.A., Moskovitseva V.S. Results of experimental studies of high-strength fiber reinforced concrete beams with round cross-sections under combined bending and torsion. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020; 16(4):290–297. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-4-290-297> (In Russ)
15. Klyueva N.V., Yakovenko I.A., Usenko N.V. On the calculation of the opening width of inclined cracks of the third type in composite reinforced concrete structures. *Industrial and civil engineering*. 2014; 1:37–40. (In Russ)
16. Dem'yanov, A.I., Yakovenko, I.A., Kolchunov, V.I. The development of universal short dual-console element for resistance of reinforced concrete structures under the action torsion with bending. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennost'is*. 2017; 370(4):246–251. (In Russ)
17. Travush V.I., Kashevarova G.G., Martirosyan A.S., Kuzminykh V.S. Study of the process of destruction of adhesion bonds during pressing of a rigid reinforcement rod into concrete. Part 1: Experimental studies. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2016; 12(1):140–146. (In Russ)
18. Dey A., Valiukas D., Jakubovskis R., Sokolov A., Kaklauskas G. [Experimental and Numerical Investigation of Bond-Slip Behavior of High-Strength Reinforced Concrete at Service Load] [Materials. 2021; 15(1): 293.
19. Bado M. F., Casas J. R., Kaklauskas G. Distributed Sensing (DOFS) in Reinforced Concrete members for reinforcement strain monitoring, crack detection and bond-slip calculation. *Engineering Structures*. 2021; 226:111385. (In Russ)
20. Kaklauskas G., Sokolov A., Sakalauskas K. Strain compliance crack model for RC beams: primary versus secondary cracks. *Engineering Structures*. 2023; 281: 115770. (In Russ)
21. Rimkus A., Cervenka V., Gribniak V., Cervenka J. Uncertainty of the smeared crack model applied to RC beams. *Engineering Fracture Mechanics*. 2020; 233: 107088. (In Russ)
22. Kolchunov V.I. Generalized hypotheses of warping of linear and angular deformations in reinforced concrete structures under bending with torsion. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2023;1 (59):9–26. (In Russ.)
23. Kolchunov V. I. Some problematic tasks of the modern theory of reinforced concrete and their solutions. [Fundamental, exploratory and applied research of RAASN on scientific support for the development of architecture, urban planning and the construction industry of the Russian Federation in 2021.]2022: 130–141. (In Russ.)
24. Kolchunov V.I. Method of calculation models of resistance for reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023; 19(3):261–275. (In Russ.)
25. Kolchunov V.I., Karpenko S. N. Rigidity of reinforced concrete structures under complex resistance. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2022; 1(65):11–24. (In Russ.)
26. Kolchunov V. The Effect of Reinforced Concrete for Crack Resistance and Rigidity Based on Mechanics of Fracture Under Bending with Torsion. *Modern Problems in Construction: Selected Papers from MPC 2021*. 2022:79–95. (In Russ)
27. Kolchunov V.I., Nikulin A.I., Obernikhin D.V. Crack opening width of reinforced concrete structures with trapezoidal cross-section taking into account new resistance effects. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2018; 10: 64–73. (In Russ)
28. Veryuzhskiy Y.V., Kolchunov V.I. Methods of reinforced concrete mechanics: textbook. K.: Book publishing house NAU, 2005. 653 c. (In Russ)

Информация об авторах:

Колчунов Владимир Иванович

Член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры инженерной графики и компьютерного моделирования, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ) (Москва, Российская Федерация).
e-mail: vlik52@mail.ru

Фёдорова Наталья Витальевна

Советник РААСН, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой промышленного и гражданского строительства, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ) (Москва, Российская Федерация).
e-mail: fedorova@mfmgstu.ru

Ильюшенко Татьяна Александровна

Кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства, Курский государственный университет (КГУ) (Курск, Российская Федерация).
e-mail: tatkhulina93@yandex.ru

Information about authors:

Kolchunov Vladimir I.

Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, doctor of technical sciences, professor, professor of the Department of Engineering Graphics and Computer Modeling, Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU) (Moscow, Russian Federation).

e-mail: vlik52@mail.ru

Fedorova Natalia V.

Advisor of RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Industrial and Civil Engineering, Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU) (Moscow, Russian Federation).

e-mail: fedorova@mfmgsu.ru

Ilushchenko Tatiana A.

Candidate of technical science, Senior Lecturer of the Department of Industrial and Civil Engineering construction, Kursk State University (KSU) (Kursk, Russian Federation).

e-mail: tatkhalina93@yandex.ru