

ВУ НГОК ТУЕН¹, Н.В. ФЕДОРОВА¹¹ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»
(НИУ МГСУ), г. Москва, Россия

ДИНАМИЧЕСКИЙ ОТКЛИК ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО КАРКАСА ЗДАНИЯ ПРИ СЦЕНАРИИ УДАЛЕНИЯ КОЛОННЫ

Аннотация. В статье представлен простой, но эффективный метод оценки динамического отклика железобетонной конструкции при внезапном удалении несущей колонны. Локальная область над разрушенной колонной моделируется в виде двухпролетной балки с сосредоточенной массой m , расположенной в середине балки. Процесс удаления несущей средней колонны моделируется путем снижения значения внутреннего усилия $R(t)$ в данной колонне до нуля за определенный короткий промежуток времени t_r . Основываясь на предложенной модели, находим динамическое перемещение во времени точки, в которой находится сосредоточенная масса. Полученные результаты представляют интерес для решения прикладных задач, связанных с проблемой живучести, защиты зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения, в частности при определении критериев деформативности железобетонных конструкций при особом напряженном состоянии.

Ключевые слова: динамическая оценка, модель с одной степенью свободы (SDOF), удаление колонны, прогрессирующее обрушение, коэффициент динамичности, демпфирование.

VU NGOC TUYEN¹, N.V. FEDOROVA¹¹ Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

DYNAMIC RESPONSE OF REINFORCED CONCRETE BUILDING FRAME UNDER COLUMN REMOVAL SCENARIO

Abstract. The paper presents a simple but effective method for assessing the dynamic response of a reinforced concrete structure under sudden removal of a load-bearing column. The local region above the failed column is modeled as a two-span beam with a concentrated mass m located in the middle of the beam. The removal process of the load-bearing middle column is modeled by reducing the value of the internal force $R(t)$ in this column to zero in a certain short period of time t_r . Based on the proposed model, we find the dynamic displacement in time of the point where the concentrated mass is located. The obtained results are of interest for solving applied problems related to the problem of survivability, protection of buildings and structures from progressive collapse, in particular in determining the criteria for the deformability of reinforced concrete structures under a special stress state.

Keywords: dynamic response, single-degree-of-freedom (SDOF) model, column-removal scenario, progressive collapse, dynamic amplification factor, damping, column removal time.

Введение

Прогрессирующее обрушение строительной конструкции – явление, при котором начальный локальный сбой приводит к полному или непропорционально большому коллапсу и несет ответственность за подавляющее большинство происходящих трагических аварий. При этом в здании происходит локальное разрушение одного из несущих элементов, приводящее к разрушению соседних конструкций, что, в свою очередь, влечет за собой обрушение всего здания [1].

За последние несколько десятилетий во всем мире произошло множество прогрессирующих обрушений различных зданий, повлекших за собой огромные человеческие жертвы и материальные потери.

© Ву Нгок Туен, Фёдорова Н.В., 2024

Одним из широко известных в научной литературе примеров является обрушение здания Ронан-Пойнт в 1968 году, в результате которого погибли 4 и получили ранения 17 человек [2]. Это событие вызвало большое внимание в инженерном сообществе, и как следствие нашло отражение в строительных нормах и стандартах многих стран, в которые начали включать положения, обеспечивающие структурную целостность и способы защиты зданий от прогрессирующего разрушения [3–5]. В качестве основного способа защиты в этих нормах рассматривается метод альтернативного пути нагрузки для оценки прочности конструкции против прогрессирующего разрушения. Этот метод основан на анализе поведения конструкции после удаления из нее одного из несущих элементов.

Для понимания сложных процессов, происходящих при прогрессирующем обрушении конструктивной системы к настоящему времени выполнено ряд экспериментальных исследований на моделях и натурных конструкциях при квазистатическом нагружении. Наиболее часто моделирование поведения конструкции изучалось при потере одного из несущих элементов [6–10]. Эти испытания являются достаточно надежным и эффективным способом исследования проблем разрушения конструкций и дают нам общее представление о характеристиках разрушения, а также о несущей способности конструктивной системы. Однако они не всегда отражают динамическую природу процесса прогрессирующего разрушения и не позволяют оценивать влияние скорости деформирования на поведение конструкций. Чтобы преодолеть отмеченные недостатки, было проведено несколько экспериментов в динамической постановке [11–13]. При этом, анализируя их, можно видеть, что по сравнению с квазистатическими испытаниями динамические эксперименты отличаются большей сложностью требуют более дорогостоящих машин и оборудования.

Другим, достаточно распространенным методом анализа процессов деформирования и разрушения конструктивных систем зданий и сооружений в запредельных состояниях, является нелинейный динамический анализ зданий и сооружений при сценариях удалении несущих конструкций, основанный на методе конечных элементов или других численных методах [14–16]. Этот вариант исследований рассматриваемых процессов требует, чтобы при расчете реальных сложных конструкций используемый компьютер был достаточно мощным, а главное – чтобы инженер-конструктор имел навыки использования специализированного программного обеспечения и высокий уровень подготовки для анализа выходные результаты.

Из полученных квазистатическими испытаниями результатов [6–10] выделяется четыре механизма сопротивления обрушению каркасов железобетонных зданий. Первоначально, когда нагрузка, приложенная к конструктивной системе, невелика, ригели каркаса над поврежденной колонной деформируются как изгибаемая конструкция (изгибная стадия). При более высоких нагрузках перемещение конструкции увеличивается, в растянутой зоне появляются трещины, и эти трещины увеличиваются в направлении сжатой зоны бетона, образуя таким образом сводчатую конструкцию в балке (стадия арочного эффекта). Поскольку в рамной системе каркаса горизонтальному перемещению рассматриваемых железобетонных балок препятствуют соседние балочные элементы, арочный эффект значительно увеличивает несущую способность конструкции. При дальнейшем увеличении нагрузки, действующей на конструкцию, высота несущей арки постепенно уменьшится до нуля, затем рассматриваемая железобетонная балка переходит в вантовый механизм (стадия вантового эффекта). В этом состоянии несущая способность балки обеспечивается за счет работы на растяжения всей имеющейся в конструкции ригеля арматуры. Опираясь на эти результаты, было предложено множество аналитических или полуаналитических моделей для объяснения и прогнозирования несущей способности конструкций, а также для определения соответствующего перемещения каждого механизма сопротивления прогрессирующего обрушения в запредельных состояниях. Сравнение с экспериментальными результатами квазистатических испытаний показывает, что эти модели относительно точно отражают работу конструкции при сценарии удаления колонны.

Близким к рассмотренным подходам к оценке динамических свойств конструкций для их защиты от прогрессирующего обрушения и достаточно строгим является энергетический подход, предложенный и развитый во многих исследованиях, таких, например, как [17–19]. Динамический отклик конструкции рассчитывается на основе статической нелинейной зависимости нагрузки и перемещении конструкции и условия баланса энергии между работой внешних нагрузок и запасенной внутренней энергией при деформации конструкции после удаления несущей колонны. Конечно, полученные таким образом аналитические зависимости также не могут оценить влияние скорости деформации на динамическую прочность материалов железобетонных конструкций.

Как уже отмечалось, прямой нелинейный динамический анализ конструктивных систем довольно трудоемок и по разным причинам не всегда доступен практикующим инженерам. В связи с этим, квазистатический анализ параметров живучести конструкций с учетом коэффициента динамичности нагрузки для получения эквивалентного состояния конструкции при сценарии внезапного удаления несущей колонны, привлекает внимание многих ученых и инженеров [20–22].

Принципиально иной, все более продвигаемый в научных публикациях подход к изучению проблемы живучести строительных конструкций заключается в использовании показателей надежности/риска, так называемого вероятностного подхода. Так, в своем исследовании Xu и Ellingwood оценили прочность стальных каркасов, которые были типичны для строительства в сейсмических зонах до землетрясения в Northridge 1991 года и которые сопротивлялись прогрессирующему обрушению, путем разработки вероятностной модели разрушения узловых соединений [23]. Здесь следует понимать, что такие величины, как нагрузка, приложенная к конструкции, а также несущая способность конструкции являются неопределенными величинами. Чтобы учесть эту неопределенность, Brunesi и Parisi использовали метод Монте-Карло для создания двумерной (2D) и трехмерной модели конструкции при расчетном анализе живучести здания против прогрессирующего обрушения [24]. В этом исследовании предложены регрессионные модели для прогнозирования прироста динамической нагрузки.

Существует относительно небольшое количество исследований, посвященных применению инструментов строительной динамики для решения проблемы динамического поведения конструкции при сценарии удаления несущей колонны. Jian Weng и его коллеги предложили линейную модель с одной степенью свободы учитывающую затухание колебаний [25]. К сожалению, решение динамического отклика, данное вышеупомянутыми авторами на основе приведенной выше модели, имеет некоторые методологические неточности. Jun Yu и его коллеги предложили нелинейную модель с одной степенью свободы, в которой жесткость является функцией, зависящей от перемещения [26] [27]. Эти модели достаточно универсальны, эффективны в практических расчетах и способны описывать различные механизмы сопротивления прогрессирующему обрушению конструкции. Но в этих исследованиях не уделено должного внимания влиянию таким важным параметрам при анализе живучести как время удаления колонны, изменение жесткости элементов конструктивной системы при статико-динамическом нагружении и диссипации энергии конструкции на ее динамический отклик.

В данной статье представлен метод оценки динамического отклика железобетонного каркаса многоэтажного здания, подвергшихся внезапному удалению несущей конструкции. На основе эквивалентной модели системы с одной степенью свободы аналитическим методом определено перемещение в конструктивной системе после удаления колонны. При этом в рассматриваемой физически и конструктивно нелинейной системе учитываются изменяющиеся при нагружении и образовании трещин параметры жесткости элементов конструкции. С использованием принятого условия эквивалентности получены аналитические

выражения в удобном для приведения исходной системы с произвольным числом степеней свободы к расчетной модели с одной степенью свободы. Сосредоточенная масса, изгибная жесткость и коэффициент демпфирования определяются на основе эквивалентной расчетной схемы системы, а также установленной зависимости «нагрузка- перемещение» при медленном удалении колонны (квазистатическая задача).

Модели и методы

Построение расчетной модели с одной степенью свободы для определения динамического отклика конструкций

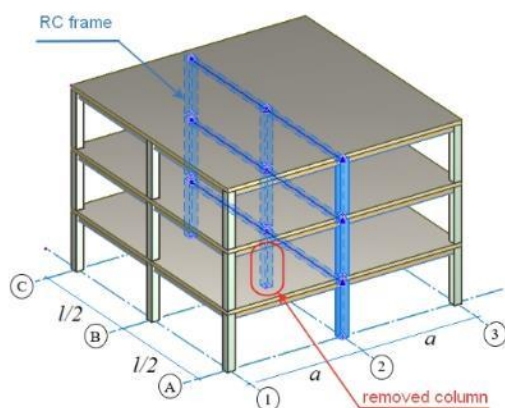
Рассмотрим процесс деформирования железобетонной конструктивной системы каркаса многоэтажного здания при сценарии удалении средней несущей- колонны В1 (Рисунок 1). Согласно стандартам GSA и DoD, совокупность нагрузок, действующих на перекрытия этажей, назначаемых для расчета живучести зданий и сооружений против прогрессирующего обрушения, рассчитывается по формуле $DL+0,25LL$, в которой DL и LL - статическое и временное нагружение, соответственно. Значение нагрузки q рассчитывается по формуле:

$$q=a(DL+0,25LL), \quad (1)$$

где a – шаг несущих плоских рам рассматриваемого направления (Рисунок 1,а).

Принимается также, что до стадии удаления колонны при нормальном режиме работы конструкции перемещение точки над удаляемой колонной (Рисунок 1,б) вследствие осевого сжатия колонн по высоте каркаса здания относительно мало и им можно пренебречь. В начальный момент времени под действием распределенной нагрузки q в средней шарнирно подвижной опоре возникает опорная реакция. Значение опорной реакции зависит от граничных условий рассматриваемой балочной подконструкции и определяется классическими методами строительной механики, например, методом сил. В случае балки с двумя концами в виде жесткого защемления P_0 имеет величину $ql/2$. Во многих недавних исследованиях по прогрессирующему обрушению, например [28–30] внезапный выход из строя несущей колонны моделируется мгновенным уменьшением значения P_0 до нуля. В реальных эксплуатационных зданиях и сооружениях, аварийное разрушение колонны может быть вызвано различными причинами и может быть медленным или быстропротекающим процессом. Это вызывает неопределенность рассматриваемого особого или аварийного воздействия.

а)



б)

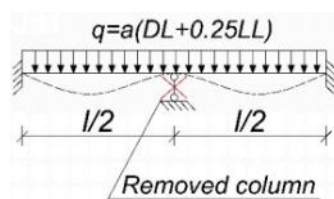


Рисунок 1 - Двухуровневая модель железобетонного каркаса здания в зоне возможного локального разрушения: а - схема каркаса при сценарии удаления средней колонны В1; б)- расчетная схема подконструкции второго уровня для определения перемещения над удаляемой колонной

Несложно видеть, что внутреннее усилие P_0 в колонне будет потеряно через определенный промежуток времени t_r . Тогда моделирование разрушения несущей колонны путем мгновенного уменьшения значения P_0 до нуля не полностью отражает реальную работу конструкции. И в этом смысле представляется важным метод оценки динамического отклика рассматриваемой балочной подконструкции над удаляемой колонной в виде двухпролетной балки с учетом времени разрушения колонны t_r (Рисунок 2,а). При удалении средней колонны внутреннее усилие в ней постепенно уменьшается от значения P_0 до нуля за период времени t_r . Критерии описывающие изменение во времени внутренней силы в разрушенной колонне $R(t)$, представлен на рисунке 2, а. Рассматриваемый процесс двух этапного статико-динамического нагружения конструкции по времени можно представить двумя состояниями: статическим – до удаления колонны и динамическим - в момент удаления колонны. Расчетная схема на рисунке 2,б описывает поведение подконструкции до разрушения колонны под действием эксплуатационной статической нагрузки, а схема рисунка 2,в описывает движение конструктивной системы вокруг нового положения равновесия после разрушения колонны под действием динамической силы $P(t)$.

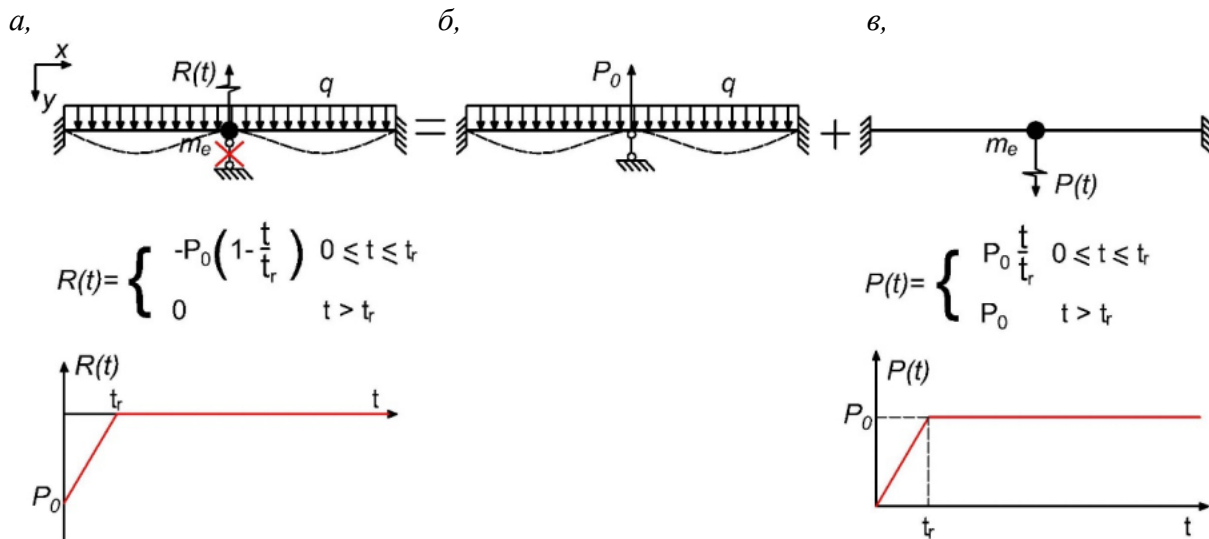


Рисунок 2 - Расчетная модель для описания динамического отклика системы до и после разрушения колонны (а) и отдельные модели для описания статического состояния до разрушения колонны (б) и динамического состояния после разрушения колонны (в)

Рассмотрим расчетную модель на рисунке 2,в, описывающую движение подконструкции на этапе ее динамического догружения. Сосредоточенная динамическая нагрузка $P(t)$, приложенная к балке в точке сосредоточенной массы, определяется формулой

$$P(t) = \begin{cases} P_0 t / t_r & t \leq t_r, \\ P_0 & t > t_r. \end{cases} \quad (2)$$

Зависимость (2) для динамической нагрузки имеет следующие характеристики. На первом этапе $P(t)$ линейно возрастает от 0 до значения, равного значению внутренней реакции в колонне до начала ее разрушения P_0 через определенный промежуток времени t_r . Уравнение колебаний системы с одной степени свободы и эквивалентной сосредоточенной массе m_e под действием динамической нагрузки $P(t)$ записывается в виде

$$m_e \ddot{u}(t) + c_e \dot{u}(t) + k_e u(t) = P(t), \quad (3)$$

где m_e, c_e, k_e - соответственно представляют эквивалентную массу, эквивалентный коэффициент сопротивления и эквивалентную жесткость системы с одной степенью свободы;

символы $\ddot{\cdot}$ и $\dot{\cdot}$ представляют собой производные второго и первого порядка от перемещения точки над удаляемой колонной u по времени t соответственно; $P(t)$ – динамическая нагрузка, действующая на систему.

Определение эквивалентной массы m_e конструктивной системы

Для приведения исходной динамической системы каркаса здания с произвольным числом степеней свободы к эквивалентной расчетной модели с одной степенью свободы мы приведем массу $m(x)$, распределенную по балке в эквивалентную сосредоточенную массу m_e , опираясь на гипотезу равенства максимальных кинетических энергий исходной и обобщенной моделей. Для этого необходимо заранее знать форму колебания системы. Решение Фурье для перемещения системы с бесконечным числом степеней свободы по времени записывается как произведение двух функций $u(x,t)=u(x)f(t)$. Взяв производную по времени от этой функции, получим формулу для определения скорости перемещения:

$$v(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = u(x) \frac{df(t)}{dt} \quad (4)$$

Зная скорость, можно записать выражение кинетической энергии для системы с распределенной массой $m(x)$:

$$K_p = \frac{1}{2} \int_0^l m(x) \cdot v^2(x,t) dx = \frac{1}{2} \left[\frac{df(t)}{dt} \right]^2 \int_0^l m(x) \cdot u^2(x) dx \quad (5)$$

Далее рассмотрим ту же балочную систему с сосредоточенной массой m_e , расположенной в середине балки. Перемещение точки приложения сосредоточенной массы определяется выражением $u(x,t) = u_{max}f(t)$, где u_{max} – амплитуда колебаний заданной точки приложения сосредоточенной массы m_e . Скорость колебаний этой точки имеет вид

$$v_1 = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = u_{max}(x) \frac{df(t)}{dt} \quad (6)$$

Кинетическая энергия эквивалентной системы с сосредоточенной массой m_e определится из выражения:

$$K_c = \frac{1}{2} m_e v_1^2 = \frac{1}{2} m_e u_{max}^2 \left[\frac{df(t)}{dt} \right]^2 \quad (7)$$

Балка с сосредоточенной массой m_e считается эквивалентной балке с распределенной массой $m(x)$, когда кинетические энергии их движения равны, т.е.:

$$K_p = K_c \quad (8)$$

Из выражения (8) находим значение эквивалентной сосредоточенной массы m_e системы с одной степенью свободы:

$$m_e = \frac{\int_0^l m(x) \cdot v^2(x,t) dx}{u_{max}^2} \quad (9)$$

Поскольку форма колебаний $u(x)$ в задаче все еще неизвестна, в первом приближении на этом этапе расчета нам необходимо дать ее приближенное описание используя граничные условия системы. Удобнее всего функцию $u(x)$ выразить через u_{max} . Тогда это значение u_{max} в формуле (9) сократится. В итоге мы получим значение эквивалентной сосредоточенной массы в зависимости от распределенной массы и длины балки.

После определения эквивалентной сосредоточенной массы m_e по формуле (9) расчет сложной конструктивной системы сводится к расчету простой системе с одной степенью свободы.

Определение эквивалентной жесткости

При приведении исходной динамической системы с произвольным числом степеней свободы к расчетной модели с одной степенью свободы важным в комбинации условий эквивалентности является задача определения эквивалентной жесткости рассматриваемой железобетонной подконструкции неразрезной балки. Под действием динамической нагрузки перемещение подконструкции зависит от многих факторов, таких как способность к рассеиванию энергии, нелинейные характеристики железобетона и эффект скорости деформирования. Однако, сопоставляя экспериментальные результаты квазистатических [6–10] и динамических [11–13] экспериментов можно видеть качественное сходство закона изменения перемещений, картины образования и развития трещин и картин разрушения конструкций. Поэтому при определении эквивалентной жесткости для оценки динамического отклика конструкции при удалении колонны, авторы использовали данные диаграмм «нагрузка-перемещение», полученные из квазистатических испытаний. Эквивалентную жесткость k_e системы на заданном уровне статической нагрузки P_0 , приложенной к системе, и соответствующему этой нагрузке перемещению $(u_{st})_0$ можно определить по формуле (Рисунок 4):

$$k_e = \frac{P_0}{(u_{st})_0} \quad (10)$$

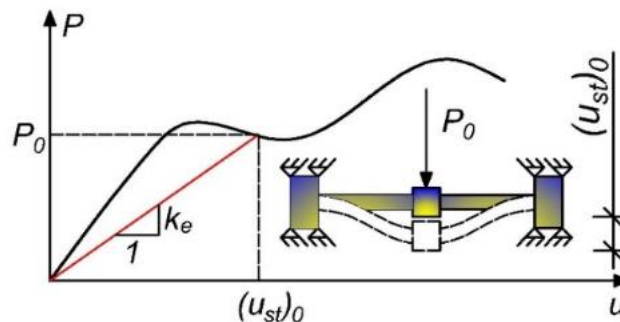


Рисунок 3 - К определению эквивалентной жесткости железобетонной подконструкции

Из рисунка 3 видно, что k_e является секущий модуль деформации данной подконструкции, т.е. $k_e = k_{sec}$.

Определение коэффициента демпфирования подконструкции с одной степенью свободы

Уравнение (3) колебаний системы с одной степенью свободы перепишем следующим образом:

$$\ddot{u}(t) + 2\xi_e \omega_n \dot{u}(t) + \omega_n^2 u(t) = \frac{P(t)}{m_e} \quad (11)$$

где $\omega_n = \sqrt{k_e/m_e}$ – собственная частота системы без учета демпфирования; ξ_0 – эквивалентный коэффициент демпфирования.

Согласно стандарту АТС-40 (АТС 1996) [31], эквивалентный коэффициент демпфирования неупругой системы, подверженной сейсмическим нагрузкам, определяется как сумма коэффициента упругого демпфирования ξ_0 и коэффициента гистерезисного демпфирования ξ_{hys} :

$$\xi_e = \xi_0 + \xi_{hys} \quad (12)$$

Уместно заметить, что коэффициент упругого демпфирования (ξ_0) достаточно глубоко изучен в исследованиях Priestley и Grant [32] и в действующих стандартах (АТС-40) [31] принят равным 5% даже когда конструкция работает в упругой стадии.

При высоком уровне нагружения железобетонной конструкции, работающей с трещинами, когда значение P_0 настолько велико, что оставшиеся конструкции после удаления колонны в некоторых сечениях начинают течь и близки к последующему переходу в состояние сопротивления как висячей системы коэффициент ξ_e увеличивается по мере увеличения деформаций конструкции. Поэтому, помимо упругого демпфирования, в формуле эквивалентного коэффициента демпфирования (12) учитывается коэффициент гистерезисного демпфирования ξ_{hys} . Для расчета этого коэффициента предложено множество моделей, в основном основанных на соотношении накопленной энергии и диссипируемой энергии для неупругих систем [33,34]. При этом достаточно общая модель коэффициента гистерезисного демпфирования была разработана при исследовании железобетонных колонн, подвергающихся сдвигу, на основе нелинейного регрессионного анализа большого количества экспериментальных результатов [35]. В результате выражение для коэффициента гистерезисного демпфирования ξ_{hys} представлено в следующем виде:

$$\xi_{hys} = \frac{0,074 \ln \mu}{[1 - 0,744 \left(\frac{k_{sec}}{k_y} \right)^{0,129}] \mu^{0,383}} \quad (13)$$

где μ - соотношение между максимальным перемещением системы Δ_P и перемещением, соответствующим пределу текучести Δ_y ($\mu = \Delta_P / \Delta_y$); k_y и k_{sec} представляет собой начальную упругую жесткость и секущую жесткость, соответствующую точке $(\Delta_P; \Delta_y)$ на билинейной диаграмме (Рисунок 4).

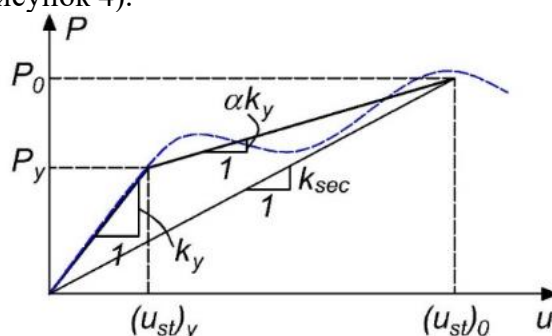


Рисунок 4 - К определению эквивалентного коэффициента демпфирования железобетонной подконструкции

Следует отметить, что зависимость (13) была получена применительно к расчету железобетонной конструкции на сейсмическое воздействие и лишь в первом приближении может быть использована при рассматриваемом ударном воздействии на рассматриваемую подконструкцию, поскольку она не вполне отражает реальное поведение подконструкции на различных стадиях деформирования особенно в стадии работы конструкции как ванта.

Результаты исследования и их анализ

После определения исходных параметров уравнения (11), таких как эквивалентная масса m_e , эквивалентная жесткость k_e и коэффициент демпфирования ξ_e решение этого уравнения для нахождения динамической реакции $u(t)$ системы в зависимости от времени можно выполнить с помощью интеграла Дюамеля [35]:

$$u(t) = \frac{1}{m_e \omega_D} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi_e \omega_n (t-\tau)} \sin[\omega_D (t-\tau)] d\tau \quad (14)$$

где $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi_e^2}$ - собственная частота затухающих колебаний.

Отклик системы с одной степенью свободы от состояния покоя до времени $t = t_\gamma$ (фаза линейного изменения динамической нагрузки $P(t)$) определится по формуле:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \frac{P_0}{m_e \omega_D t_\gamma} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi_e \omega_n(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau \\ &= (u_{st})_0 \left[\frac{t}{t_\gamma} - \frac{1-2\xi_e^2}{\omega_D t_\gamma} e^{-\xi_e \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D t \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\xi_e}{\omega_n t_\gamma} (1 - e^{-\xi_e \omega_n t} \cos \omega_D t) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

где $(u_{st})_0$ – перемещение подконструкции при действии статической нагрузки P_0 .

Когда $t > t_\gamma$, динамический отклик системы на фазе постоянного значения динамической нагрузки может быть определен путем применения интеграла Дюамеля после подстановки значения $P(t)$ из уравнения (2) в уравнение (14). Мы также можем воспользоваться другим способом получения решения уравнения (11) следующим образом. Решением уравнения (11) является комбинация свободных колебаний и вынужденных колебаний под действием внезапной ударной нагрузки $P = P_0$ в момент времени $t = t_\gamma$:

$$\begin{aligned} u_2(t) &= e^{-\zeta_e \omega_n(t-t_r)} \left[u_1(t) \cos \omega_D(t-t_r) + \frac{\dot{u}_1(t_r) + \zeta_e \omega_n u_1(t_r)}{\omega_D} \sin \omega_D(t-t_r) \right] \\ &\quad + (u_{st})_0 \left\{ 1 - e^{-\zeta_e \omega_n(t-t_r)} \left[\cos \omega_D(t-t_r) + \frac{\zeta_e}{\sqrt{1-\zeta_e^2}} \sin \omega_D(t-t_r) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $u_1(t_r)$ и $\dot{u}_1(t_r)$ – соответственно перемещение и скорость точки над удаляемой колонной в момент времени $t = t_r$:

$$\begin{aligned} u_1(t_r) &= (u_{st})_0 \left[1 - \frac{1-2\xi_e^2}{t_r \omega_D} e^{-\xi_e \omega_n t_r} \sin \omega_D t_r - \frac{2\xi_e}{t_r \omega_n} (1 - e^{-\xi_e \omega_n t_r} \cos \omega_D t_r) \right], \\ \dot{u}_1(t_r) &= \left. \frac{du_1(t)}{dt} \right|_{t=t_r} = \frac{(u_{st})_0}{t_r} \left[1 - e^{-\xi_e \omega_n t_r} \cos \omega_D t_r - \frac{\xi_e}{\sqrt{1-\xi_e^2}} \sin \omega_D t_r \right]. \end{aligned}$$

Подставив выражения (17) и (18) в формулу (16) после необходимых преобразований, получим

$$\begin{aligned} u_2(t) &= (u_{st})_0 \left\{ 1 + \frac{2\xi_e}{t_r \omega_n} [e^{-\xi_e \omega_n t_r} \cos \omega_D t - e^{-\xi_e \omega_n(t-t_r)} \cos \omega_D(t-t_r)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1-2\xi_e^2}{t_r \omega_D} [e^{-\xi_e \omega_n t_r} \sin \omega_D t - e^{-\xi_e \omega_n(t-t_r)} \sin \omega_D(t-t_r)] \right\}. \end{aligned}$$

В итоге решение для динамической реакции $u(t)$ конструктивной системы при сценарии удаления колонны в общем виде можно записать следующим образом:

$$u(t) = \begin{cases} u_1(t) & t \leq t_r, \\ u_2(t) & t > t_r, \end{cases}$$

где $u_1(t)$ и $u_2(t)$ заданы формулами (16) и (19), соответственно.

Выводы

В данной статье предложена эквивалентная модель подконструкции с одной степенью свободы для прогнозирования динамического отклика железобетонных рамных каркасов многоэтажных зданий при особых воздействиях по сценарию удаления одной из несущих колонн. Модель учитывает один из важнейших параметров статико-динамического деформирования железобетонной конструктивной системы при внезапном перераспределении силовых потоков - время удаления несущей колонны, а также изменение жесткостных и демпфирующих свойств конструкции при ее упругом, неупругом деформировании и трещинообразовании.

Выполнено приведением распределенной по конструкции массы в эквивалентную сосредоточенную массу используя гипотезу равенства максимальных кинетических энергий исходной и обобщенной моделей. При этом определены важнейшие входные параметры системы, такие как эквивалентная сосредоточенная масса, жесткость, эквивалентный коэффициент демпфирования и получена формула для определения перемещения точки над удаляемой колонной с течением времени.

Перспективы дальнейшей разработки темы видятся в решении теоретических задач статико-динамического деформирования конструктивно нелинейных рамных каркасов зданий и сооружений в предельных и запредельных состояниях со сложно напряженными элементами, в т.ч. предварительно напряженными элементами сплошного и составного сечения для конструкций из высокопрочного железобетона и фиброжелезобетона, а также в развитии существующих методов испытаний конструкций на особые и аварийные воздействия для обновления как научно исследовательской, так и практической методологии получения более полных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kiakoouri F., Sheidaii M.R., De Biagi V., Chiaia B. Progressive collapse of structures: A discussion on annotated nomenclature // Structures. 2021. №29. С. 1417–1423. DOI:10.1016/J.ISTRUC.2020.12.006.
2. Pearson C., Delatte N. Ronan Point Apartment Tower Collapse and its Effect on Building Codes // Journal of Performance of Constructed Facilities. 2005. №2(19). С. 172–177. DOI:10.1061/(ASCE)0887-3828(2005)19:2(172).
3. GSA. Alternate path analysis and design guidelines for progressive collapse resistance. Washington D.C.: General Services Administration, 2016. 203 с.
4. UFC 4-023-03: Design of Buildings to Resist Progressive Collapse, US Department of Defense, Washington, DC USA, 2009.
5. СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. Правила проектирования. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018. 33 с.
6. Xuan Dat P., Tan K.H. Experimental study of beam-slab substructures subjected to a penultimate-internal column loss // Engineering Structures. 2013. №55. С. 2–15. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2013.03.026.
7. Qian K., Li B. Performance of Three-Dimensional Reinforced Concrete Beam-Column Substructures under Loss of a Corner Column Scenario // Journal of Structural Engineering. 2013. №4(139). С. 584–594. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000630.
8. Sadek F., Main J.A., Lew H.S., Bao Y. Testing and Analysis of Steel and Concrete Beam-Column Assemblies under a Column Removal Scenario // Journal of Structural Engineering. 2011. №9(137). С. 881–892. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000422.
9. Yi W.J., He Q.F., Xiao Y., Kunnath S.K. Experimental study on progressive collapse-resistant behavior of reinforced concrete frame structures // ACI Structural Journal. 2008. №4(105). С. 433–439. DOI:10.14359/19857.
10. Yu J., Tan K.H. Experimental and numerical investigation on progressive collapse resistance of reinforced concrete beam column sub-assemblages // Engineering Structures. 2013. №55. С. 90–106. DOI:10.1016/j.engstruct.2011.08.040.
11. Pham A.T., Tan K.H. Static and Dynamic Responses of Reinforced Concrete Structures under Sudden Column Removal Scenario Subjected to Distributed Loading // Journal of Structural Engineering. 2018. №1(145). С. 04018235. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002214.
12. Kai Q., Li B. Dynamic performance of RC beam-column substructures under the scenario of the loss of a corner column—Experimental results // Engineering Structures. 2012. №42. С. 154–167. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2012.04.016.
13. Yu J., Rinder T., Stolz A., Tan K.-H., Riedel W. Dynamic Progressive Collapse of an RC Assemblage Induced by Contact Detonation // Journal of Structural Engineering. 2014. № 6(140). С. 04014014. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000959.

14. Weng Y.H., Qian K., Fu F., Fang Q. Numerical investigation on load redistribution capacity of flat slab substructures to resist progressive collapse // *Journal of Building Engineering*. 2020. №29. C. 101109. DOI:10.1016/J.JOBE.2019.101109.
15. Pham A.T., Tan K.H., Yu J. Numerical investigations on static and dynamic responses of reinforced concrete sub-assemblages under progressive collapse // *Engineering Structures*. 2017. №149. C. 2–20. DOI:10.1016/j.engstruct.2016.07.042.
16. Yu J., Luo L., Li Y. Numerical study of progressive collapse resistance of RC beam-slab substructures under perimeter column removal scenarios // *Engineering Structures*. 2018. №159. C. 14–27. DOI:10.1016/j.engstruct.2017.12.038.
17. Dusenberry D.O., Hamburger R.O. Practical Means for Energy-Based Analyses of Disproportionate Collapse Potential // *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2006. №4(20). C. 336–348. DOI:10.1061/(ASCE)0887-3828(2006)20:4(336).
18. Vlassis A.G., Izzuddin B.A., Elghazouli A.Y., Nethercot D.A., Vlassis A.G., Elghazouli A.Y., Nethercot D.A. Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss—Part I: Simplified assessment framework // *Engineering structures*. 2008. № 30(5). C. 1308–1318.
19. Liu M., Pirmoz A. Energy-based pulldown analysis for assessing the progressive collapse potential of steel frame buildings // *Engineering Structures*. 2016. №123. C. 372–378. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2016.05.020.
20. Tsai M.H. An analytical methodology for the dynamic amplification factor in progressive collapse evaluation of building structures // *Mechanics Research Communications*. 2010. №1(37). C. 61–66. DOI:10.1016/J.MECHRESCOM.2009.11.001.
21. Amiri S., Saffari H., Mashhadi J. Assessment of dynamic increase factor for progressive collapse analysis of RC structures // *Engineering Failure Analysis*. 2018. №84. C. 300–310. DOI:10.1016/J.ENGFAILANAL.2017.11.011.
22. Khuyen H.T., Iwasaki E. An approximate method of dynamic amplification factor for alternate load path in redundancy and progressive collapse linear static analysis for steel truss bridges // *Case Studies in Structural Engineering*. 2016. №6. C. 53–62. DOI:10.1016/J.CSSE.2016.06.001.
23. Xu G., Ellingwood B.R. Probabilistic Robustness Assessment of Pre-Northridge Steel Moment Resisting Frames // *Journal of Structural Engineering*. 2011. №9(137). C. 925–934. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000403.
24. Brunesi E., Parisi F. Progressive collapse fragility models of European reinforced concrete framed buildings based on pushdown analysis // *Engineering Structures*. 2017. №152. C. 579–596. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2017.09.043.
25. Weng J., Lee C.K., Tan K.H. Simplified Dynamic Assessment for Reinforced-Concrete Structures Subject to Column Removal Scenarios // *Journal of Structural Engineering*. 2020. №12(146). C. 04020278. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002833.
26. Yu J., Guo Y. Nonlinear SDOF model for dynamic response of structures under progressive collapse // *Journal of Engineering Mechanics*. 2016. № 142(3).
27. Yu J., Yin C., Guo Y. Nonlinear SDOF Model for Progressive Collapse Responses of Structures with Consideration of Viscous Damping // *Journal of Engineering Mechanics*. 2017. №9(143). C. 04017108. DOI:10.1061/(ASCE)JEM.1943-7889.0001339.
28. Kwasniewski L. Nonlinear dynamic simulations of progressive collapse for a multistory building // *Engineering Structures*. 2010. № 5(32). C. 1223–1235. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2009.12.048.
29. Song B.I., Sezen H. Experimental and analytical progressive collapse assessment of a steel frame building // *Engineering Structures*. 2013. №56. C. 664–672. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2013.05.050.
30. Liu M. A new dynamic increase factor for nonlinear static alternate path analysis of building frames against progressive collapse // *Engineering Structures*. 2013. (№48). C. 666–673. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2012.12.011.
31. ATC-40 (Applied Technology Council) Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. Redwood City: CA, 1996.
32. Priestley M.J.N., Grant D.N. Viscous damping in seismic design and analysis // *Journal of earthquake engineering*. 2005. №2(9). C. 229–255. DOI:10.1142/S1363246905002365.
33. Blandon C.A., Priestley M.J.N. Equivalent viscous damping equations for direct displacement based design // *Journal of earthquake engineering*. 2005. №2(9). C. 257–278. DOI:10.1142/S1363246905002390.
34. Liu T., Zhang Q. AP/VP specific equivalent viscous damping model for base-isolated buildings characterized by SDOF systems // *Engineering Structures*. 2016. №111. C. 36–47. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2015.12.024.
35. Chopra A.K. Dynamics of structures. Pearson Education India, 2007. 994 c.

REFERENCES

1. Kiakojour, F., Sheidaii, M.R., De Biagi, V., Chiaia, B. Progressive collapse of structures: A discussion on annotated nomenclature. *Structures*. 2021. No. 29. Pp. 1417–1423. DOI:10.1016/J.ISTRUC.2020.12.006.
2. Pearson, C., Delatte, N. Ronan Point Apartment Tower Collapse and its Effect on Building Codes. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2005. Vol. 19. No. 2. Pp. 172–177. DOI:10.1061/(ASCE)0887-3828(2005)19:2(172).
3. GSA. Alternate path analysis and design guidelines for progressive collapse resistance. Washington D.C., General Services Administration, 2016. 203 p.
4. UFC 4-023-03: Design of Buildings to Resist Progressive Collapse, US Department of Defense, Washington, DC USA, 2009. 244 p.
5. SP, 385.1325800.2018. Protection of buildings and structures from progressive collapse. Design rules. Basic provisions. M., Ministry of Construction of Russia, 2018. 33 p. (rus)
6. Xuan Dat, P., Tan, K.H. Experimental study of beam–slab substructures subjected to a penultimate-internal column loss. *Engineering Structures*. 2013. No. 55. Pp. 2–15. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2013.03.026.
7. Qian, K., Li, B. Performance of Three-Dimensional Reinforced Concrete Beam-Column Substructures under Loss of a Corner Column Scenario. *Journal of Structural Engineering*. 2013. Vol. 139. No. 4. Pp. 584–594. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000630.
8. Sadek, F., Main, J.A., Lew, H.S., Bao, Y. Testing and Analysis of Steel and Concrete Beam-Column Assemblies under a Column Removal Scenario. *Journal of Structural Engineering*. 2011. Vol. 137. No. 9. Pp. 881–892. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000422.
9. Yi, W.J., He, Q.F., Xiao, Y., Kunnath, S.K. Experimental study on progressive collapse-resistant behavior of reinforced concrete frame structures. *ACI Structural Journal*. 2008. Vol. 105. No. 4. Pp. 433–439. DOI:10.14359/19857.
10. Yu, J., Tan, K.H. Experimental and numerical investigation on progressive collapse resistance of reinforced concrete beam column sub-assemblages. *Engineering Structures*. 2013. No. 55. Pp. 90–106. DOI:10.1016/j.engstruct.2011.08.040.
11. Pham, A.T., Tan, K.H. Static and Dynamic Responses of Reinforced Concrete Structures under Sudden Column Removal Scenario Subjected to Distributed Loading. *Journal of Structural Engineering*. 2018. Vol. 145. No. 1. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002214.
12. Kai, Q., Li, B. Dynamic performance of RC beam-column substructures under the scenario of the loss of a corner column—Experimental results. *Engineering Structures*. 2012. No. 42. Pp. 154–167. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2012.04.016.
13. Yu, J., Rinder, T., Stolz, A., Tan, K.-H., Riedel, W. Dynamic Progressive Collapse of an RC Assemblage Induced by Contact Detonation. *Journal of Structural Engineering*. 2014. Vol. 140. No. 6. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000959.
14. Weng, Y.H., Qian, K., Fu, F., Fang, Q. Numerical investigation on load redistribution capacity of flat slab substructures to resist progressive collapse. *Journal of Building Engineering*. 2020. No. 29. DOI:10.1016/J.JOBE.2019.101109.
15. Pham, A.T., Tan, K.H., Yu, J. Numerical investigations on static and dynamic responses of reinforced concrete sub-assemblages under progressive collapse. *Engineering Structures*. 2017. No. 149. Pp. 2–20. DOI:10.1016/j.engstruct.2016.07.042.
16. Yu, J., Luo, L., Li, Y. Numerical study of progressive collapse resistance of RC beam-slab substructures under perimeter column removal scenarios. *Engineering Structures*. 2018. No. 159. Pp. 14–27. DOI:10.1016/j.engstruct.2017.12.038.
17. Dusenberry, D.O., Hamburger, R.O. Practical means for energy-based analyses of disproportionate collapse potential. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2006. Vol. 20. No. 4. Pp. 336–348. DOI:10.1061/(ASCE)0887-3828(2006)20:4(336).
18. Vlassis, A.G., Izzuddin, B.A., Elghazouli, A.Y., Nethercot, D.A., Vlassis, A.G., Elghazouli, A.Y., Nethercot, D.A. Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss—Part I: Simplified assessment framework. *Engineering structures*. 2008. Vol. 30. No. 5. Pp. 1308–1318. DOI:10.1016/j.engstruct.2007.07.011
19. Liu, M., Pirmoz, A. Energy-based pulldown analysis for assessing the progressive collapse potential of steel frame buildings. *Engineering Structures*. 2016. No. 123. Pp. 372–378. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2016.05.020.
20. Tsai, M.H. An analytical methodology for the dynamic amplification factor in progressive collapse evaluation of building structures. *Mechanics Research Communications*. 2010. Vol. 37. No. 1. Pp. 61–66. DOI:10.1016/J.MECHRESCOM.2009.11.001.
21. Amiri, S., Saffari, H., Mashhadi, J. Assessment of dynamic increase factor for progressive collapse analysis of RC structures. *Engineering Failure Analysis*. 2018. No. 84. Pp. 300–310. DOI:10.1016/J.ENGFAILANAL.2017.11.011.
22. Khuyen, H.T., Iwasaki, E. An approximate method of dynamic amplification factor for alternate load path in redundancy and progressive collapse linear static analysis for steel truss bridges. *Case Studies in Structural Engineering*. 2016. No. 6. Pp. 53–62. DOI:10.1016/J.CSSE.2016.06.001.

23. Xu, G., Ellingwood, B.R. Probabilistic Robustness Assessment of Pre-Northridge Steel Moment Resisting Frames. *Journal of Structural Engineering*. 2011. Vol. 137. No. 9. Pp. 925–934. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000403.
24. Brunesi, E., Parisi, F. Progressive collapse fragility models of European reinforced concrete framed buildings based on pushdown analysis. *Engineering Structures*. 2017. No. 152. Pp. 579–596. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2017.09.043.
25. Weng, J., Lee, C.K., Tan, K.H. Simplified Dynamic Assessment for Reinforced-Concrete Structures Subject to Column Removal Scenarios. *Journal of Structural Engineering*. 2020. Vol. 146. No. 12. DOI:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002833.
26. Yu, J., Guo, Y. Nonlinear SDOF model for dynamic response of structures under progressive collapse. *Journal of Engineering Mechanics*. 2016. Vol. 142. No. 3. DOI:10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001031.
27. Yu, J., Yin, C., Guo, Y. Nonlinear SDOF Model for Progressive Collapse Responses of Structures with Consideration of Viscous Damping. *Journal of Engineering Mechanics*. 2017. Vol. 143. No. 9. DOI:10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001339.
28. Kwasniewski, L. Nonlinear dynamic simulations of progressive collapse for a multistory building. *Engineering Structures*. 2010. Vol. 32. No. 5. Pp. 1223–1235. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2009.12.048.
29. Song, B.I., Sezen, H. Experimental and analytical progressive collapse assessment of a steel frame building. *Engineering Structures*. 2013. No. 56. Pp. 664–672. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2013.05.050.
30. Liu, M. A new dynamic increase factor for nonlinear static alternate path analysis of building frames against progressive collapse. *Engineering Structures*. 2013. No. 48. Pp. 666–673. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2012.12.011.
31. ATC-40 (Applied Technology Council) Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. Redwood City, CA, 1996.
32. Priestley, M.J.N., Grant, D.N. Viscous damping in seismic design and analysis. *Journal of earthquake engineering*. Vol. 9. No. 2. Pp. 229–255. DOI:10.1142/S1363246905002365.
33. Blandon, C.A., Priestley, M.J.N. Equivalent viscous damping equations for direct displacement based design. *Journal of earthquake engineering*. 2005. Vol. 9. No. 2. Pp. 257–278. DOI:10.1142/S1363246905002390.
34. Liu, T., Zhang, Q. AP/VP specific equivalent viscous damping model for base-isolated buildings characterized by SDOF systems. *Engineering Structures*. 2016. No. 111. Pp. 36–47. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2015.12.024.
35. Chopra, A.K. Dynamics of structures. Pearson Education India, 2007. 994 p.

Информация об авторах

Ву Нгок Туен

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
кандидат технических наук, доцент кафедры фундаментального образования,
E-mail: WuNgokTuen@gic.mgsu.ru

Федорова Наталья Витальевна

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
Советник РААСН, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой промышленного и гражданского строительства,
E-mail: fedorova@mgsu.ru

Information about authors

Vu Ngoc Tuyen

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Fundamental Education,
E-mail: WuNgokTuen@gic.mgsu.ru

Fedorova Natalia V.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Advisor of RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Industrial and Civil Engineering,
E-mail: fedorova@mgsu.ru