

С.Ю. САВИН¹, М.З. ШАРИПОВ¹, М.А. АМЕЛИНА¹¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ДЛИТЕЛЬНО НАГРУЖЕННЫХ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ДОГРУЖЕНИИ

Аннотация. Приводится в аналитической форме решение задачи о продольном изгибе внецентренно сжатого железобетонного элемента с эксцентриситетами приложения продольной силы в двух плоскостях при динамическом догружении с учетом начального напряженно-деформированного состояния, сформированного предшествующим длительным нагружением эксплуатационной нагрузкой. Объектом исследования являются колонны железобетонных каркасов зданий и сооружений, подверженные динамическому догружению в результате возникновения начального локального разрушения в конструктивной системе. Исследование выполняется аналитическим методом при следующих допущениях и ограничениях: до образования трещин деформирование сечений согласуется с гипотезой Бернулли; проекции деформированной оси колонны аппроксимируются синусоидами; влияние кратковременных нагрузок и их изменчивости на формирование напряженно-деформированного состояния колонны на момент наступления особой расчетной ситуации не учитывается; для нагрузки и начальных прогибов принят кусочно-линейный закон изменения во времени. В качестве модели бетона при рассматриваемом режимном нагружении используется комбинация вязкоупругой модели наследственного старения и модифицированной модели Максвелла с учетом нелинейно упругой связи напряжений и условно мгновенных деформаций. Выполнена валидация принятой модели материала на фоне экспериментальных данных. Приведено решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния железобетонной колонны с учетом принятой модели материалов при статико-динамическом нагружении с учетом влияния ползучести.

Ключевые слова: железобетон, внецентренное сжатие, статико-динамическое нагружение, несущая способность, локальное разрушение, ползучесть.

S.Y. SAVIN¹, M.Z. SHARIPOV¹, M.A. AMELINA¹¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

CAPACITY OF COMPRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENT UNDER DYNAMIC LOAD CONSIDERING EFFECT OF LONG-TERM PRELOADING

Abstract. The study provides an analytical solution to the problem of dynamic buckling of an eccentrically compressed reinforced concrete element with eccentricities of axial force in two planes. It takes into account the initial stress-strain state formed by the preceding long-term loading with a service load. The object of the study is the columns of reinforced concrete frames of buildings and structures subjected to dynamic loading as a result of the initial local failure in the structural system. The study is based on the analytical method under the following assumptions and limitations: before the formation of cracks, the strain is consistent with the Bernoulli hypothesis; the projections of the deformed axis of the column are approximated by sinusoids; the influence of short-term loads and their variability on the formation of the stress-strain state of the column at the time of a special design situation is not taken into account; a piecewise linear law of variation in time is assumed for the load and initial deflections. A combination of viscoelastic model of aging material and modified Maxwell model with consideration of nonlinear elastic relations of stresses and conventionally instantaneous strains is utilized as a model of concrete under the considered regime loading. Validation of the adopted material model on the background of experimental data is performed.

The paper presents the solution of the problem of determining the stress-strain state of a reinforced concrete column taking into account the adopted material model under static-dynamic loading considering the influence of creep.

Keywords: reinforced concrete, eccentric compression, static-dynamic loading, bearing capacity, localized failure, creep.

1 Введение

Начиная с 2000-ых годов в связи с вызвавшими общественный резонанс обрушениями башен близнецов Всемирного торгового центра, а также предшествовавших этому обрушений зданий Альфреда Муррея, Rana Plaza, Sampoong Department Store, Трансвааль Парк и др., в теории сооружений получило импульс к развитию новое направление исследований, связанное с проблемой непропорционального разрушения несущей системы сооружения в результате некоторого начального локального разрушения или повреждения. Анализ результатов таких исследований, обобщенной в работах Alshaikh et al [1], Kiakojouru et al. [2,3], Adam J. et al. [4,5], Федоровой Н.В. [6] и др. указывает на значительный прогресс в понимании механизмов распространения разрушений в несущей системе сооружения после возникновения некоторого иницирующего события – начального локального разрушения. Исследованы механизмы сопротивления отдельных элементов или фрагментов конструктивной системы, прилегающих к зоне начального локального разрушения. Получили развитие расчетные методы оценки эффектов воздействий при наиболее консервативном сценарии - внезапном исчерпании несущей способности элемента. Однако ряд вопросов, связанных с обеспечением живучести [4] железобетонных конструктивных систем зданий, остается малоизученным. К числу таких аспектов проблемы снижения вероятности прогрессирующего обрушения относится учет изменения механических и диссипативных свойств материалов в процессе эксплуатации; накопление деформаций от ползучести и усадки, приводящих к росту прогибов и эксцентриситетов приложения нагрузок. Известно, что в длительно нагруженном бетоне со временем развиваются деформации ползучести и одновременно происходит процесс старения. Результаты исследований прочности и деформативности бетонных образцов в возрасте 20...30 лет показали рост модуля упругости и прочности при сжатии [7], но при этом снижение предельных деформаций составило около 30 %. С другой стороны, при динамических воздействиях реализация вязкостных свойств бетона приводит к динамическому упрочнению. Исследованиям динамической прочности и деформативности бетона посвящены многочисленные исследования, среди которых можно отметить работы Баженова Ю.М. [8], Гениева Г.А. [9], Nam et al. [10], Wenxuan et al. [11] и др. В работах Колчунова В.И. и др. [12], Цветкова и др. [13] были высказаны предположения о влиянии начального уровня напряжений от статической нагрузки на параметры диаграмм деформирования бетона при однократном динамическом воздействии. Для более строго описания качественной стороны деформирования нагруженных железобетонных элементов эксплуатируемых зданий и сооружений в работах В.И. Колчунова и др. [12], Федоровой Н.В. и др. [14] был предложен новый тип диаграмм состояния материала для рассматриваемого режима нагружения, названного авторами статико-динамическим. В качестве основы для построения диаграмм деформирования при статико-динамическом нагружении авторами была модель Кельвина – Фойгта для упруго-вязкого тела. В развитие этого направления были выполнены исследования поведения фибробетона при статико-динамическом нагружении и построены дифференциальные [15] и интегральные [16] зависимости. Zhou [17] выполнил численное исследование динамических характеристик бетонно-наполненной стальной трубы арочного моста с учетом ползучести и температурных эффектов. Им были выявлены рост прогибов более, чем на 50 % по сравнению с результатами моделирования, игнорировавшими ползучесть. Применительно к проблеме динамического продольного изгиба, Тамразян А.Г. [18,19] получил вариант аналитического решения для продольного изгиба вязкоупругого стержня, нагружаемого ударной нагрузкой. Алексейцев А.В. и др. [20,21] исследовали

влияния начальных несовершенств на характер сопротивления при динамическом нагружении. Авторы показали, что начальные несовершенства способны оказывать влияние на усилия, действующие в рассмотренном железобетонном элементе до 10 %. Однако в этих работах не учитывалось сформировавшегося к моменту особой расчетной ситуации напряженно-деформированное состояние, и его влияние на упрочнение материала и диссипацию энергии динамического воздействия

В перечисленных выше исследованиях не учитывалась предыстория нагружения и ее влияние на динамическое поведение железобетонных конструкций при структурных перестройках, вызванных особыми воздействиями. Поэтому целью данного исследования являлось построение аналитического решения задачи о продольном изгибе сжатого железобетонного элемента при динамическом нагружении с учетом начального напряженно-деформированного состояния от предшествующего длительного нагружения на основе вязкоупругой модели. Основной вклад исследования состоит в учете влияния предыстории нагружения на силовое сопротивление динамическому нагружению внецентренно сжатых железобетонных элементов, являющихся ключевыми элементами с позиции обеспечения живучести конструктивной системы.

2 Модели и Методы

2.1. Метод исследования, исходные предпосылки и ограничения

Объектом исследования является железобетонная колонна (рисунок 1), подверженная динамическому догружению в результате начального локального разрушения в конструктивной системе здания. Исследование выполняется аналитическим методом при следующих допущениях и ограничениях.

Предполагается, что для сечений колонны до момента исчерпания несущей способности соблюдается гипотеза Бернулли (гипотеза плоских сечений).

До приложения динамической нагрузки в элементах каркаса здания, в т.ч. в рассматриваемой железобетонной колонне, сформировано начальное напряженно-деформированное состояние в результате длительного действия эксплуатационных нагрузок. С учетом установленных в нормативных документах коэффициентов условий работы, коэффициентов надежности по нагрузке и материалу предполагается, что в момент, предшествующий наступлению особой расчетной ситуации (начального локального разрушения), уровень напряжений в бетоне железобетонных несущих элементов конструктивной системы не превосходит $\sigma_b = 0,6 \cdot R_{bn}$. Влияние кратковременных нагрузок и их изменчивости на формирование напряженно-деформированного состояния колонны в данном исследовании не учитывается.

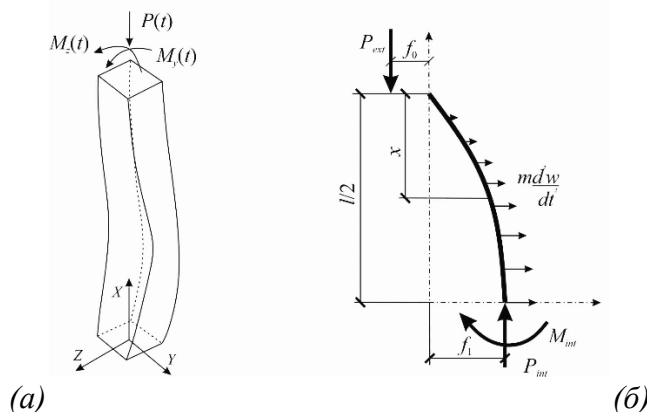


Рисунок 1 – Внецентренно сжатый элемент с эксцентриситетами продольной силы в двух плоскостях: общий вид (а); проекция расчетной схемы на плоскость XOZ (б)

Предполагается, что проекции деформированной оси колонны $v(x, t)$, $w(x, t)$ на плоскости OXY , OXZ в момент времени, предшествующий особой расчетной ситуации, и в особой расчетной ситуации могут быть описаны с достаточной для практических целей точностью уравнениями синусоид:

$$\begin{aligned} v(x, t) &= (f_{0y} + f_y(t)) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l}\right); \\ w(x, t) &= (f_{0z} + f_z(t)) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l}\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где f_{0y} , f_{0z} – максимальные значения начальных прогибов (начальных несовершенств) по направлениям осей OY , OZ для оси колонны, проходящей через геометрические центры тяжести сечений;

$f_y(t)$, $f_z(t)$ – максимальные значения дополнительных прогибов по направлениям осей OY , OZ для оси колонны, проходящей через геометрические центры тяжести сечений в момент времени t

Тогда с учетом (1) связь дополнительного прогиба с краевыми деформациями сечения (рисунок 2) примет вид:

$$\begin{aligned} f_z(t) &= \frac{l^2}{\pi^2 \cdot h} \cdot [\varepsilon_1(t) - \varepsilon_2(t)]; \\ f_y(t) &= \frac{l^2}{\pi^2 \cdot b} \cdot [\varepsilon_3(t) - \varepsilon_4(t)], \end{aligned} \quad (2)$$

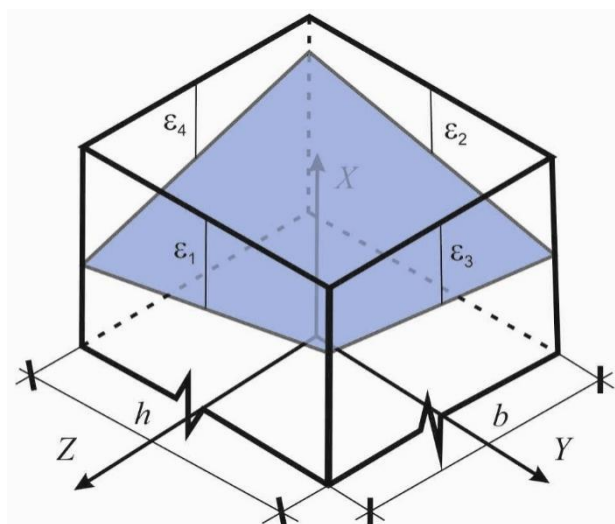


Рисунок 2 – Деформированное состояние сечения колонны

Условие динамического равновесия в наиболее нагруженном сечении в общем виде будет представлено системой уравнений:

$$\begin{cases} M_{int,y} + M_{i,y} - P_{int}(f_{0y} + f_y + a_{\eta y}) = 0; \\ M_{int,z} + M_{i,z} - P_{int}(f_{0z} + f_z + a_{\eta z}) = 0; \\ P_{int} = P_{ext}, \end{cases} \quad (3)$$

где, P_{int} , $M_{int,y}$, $M_{int,z}$ - продольная сила, изгибающие моменты в наиболее опасном сечении с координатой x , определяемые из выражений:

$$\begin{aligned}
 P_{int} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma(y, z, t) dy dz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si}; \\
 M_{int,y} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma(y, z, t) \cdot z dy dz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si} \cdot z_{si}; \\
 M_{int,z} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma(y, z, t) \cdot y dy dz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si} \cdot y_{si},
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

В выражениях (4) $\sigma(y, z, t) = f(\varepsilon)$ – нормальные напряжения, действующее в рассматриваемом сечения колонны. При этом деформация $\varepsilon = \varepsilon(y, z, t)$ в произвольной точке сечения элемента определяется продольной деформацией в геометрическом центре сечения и кривизнами в плоскостях действия изгибающих моментов:

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon_0 - k_y y - k_z z, \tag{5}$$

где k_y, k_z – кривизны в плоскостях действия изгибающих моментов.

Как показано в [22], в формуле (5) кривизны k_y, k_z определяются относительно физического центра тяжести сечения, приобретающего смещения $a_{\eta y}, a_{\eta z}$ относительно геометрического центра тяжести вследствие физической нелинейности механических свойств материалов, проявляющейся при нагружении:

$$\begin{aligned}
 a_{\eta y} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\sigma(y, z, t) \cdot y}{\varepsilon(y, z, t) \cdot E_b} dy dz + \sum_i^n E_{si} \cdot A_{si} \cdot y_{si} / \sum_i^n E_{si} \cdot A_{si}, \\
 a_{\eta z} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\sigma(y, z, t) \cdot z}{\varepsilon(y, z, t) \cdot E_b} dy dz + \sum_i^n E_{si} \cdot A_{si} \cdot z_{si} / \sum_i^n E_{si} \cdot A_{si}.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

В формуле (6) E_{si}, A_{si}, z_{si} – модуль деформации, площадь и расстояние до геометрического центра тяжести сечения i -ого стержня продольной рабочей арматуры.

Моменты $M_{i,z}, M_{i,y}$, вызванные действием сил инерции, определяются путем интегрирования по длине элемента от опорного сечения до наиболее нагруженного сечения:

$$\begin{aligned}
 M_{i,z} &= \int_0^x m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \cdot x dx = \int_0^x m \cdot x \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l_0}\right) \frac{\partial^2 f_z(t)}{\partial t^2} dx, \\
 M_{i,y} &= \int_0^x m \cdot x \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l_0}\right) \frac{\partial^2 f_y(t)}{\partial t^2} dx.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Для нагрузки принят кусочно-линейный закон изменения во времени $P_{ext} = P_0 + \Omega \cdot t$, где Ω – скорость нагружения. Для начального эксцентриситета $f_0(t)$ – принять ступенчатый закон (рис. 3), в связи с чем удобно считать $f_0 = const$ на заданных временных интервалах.

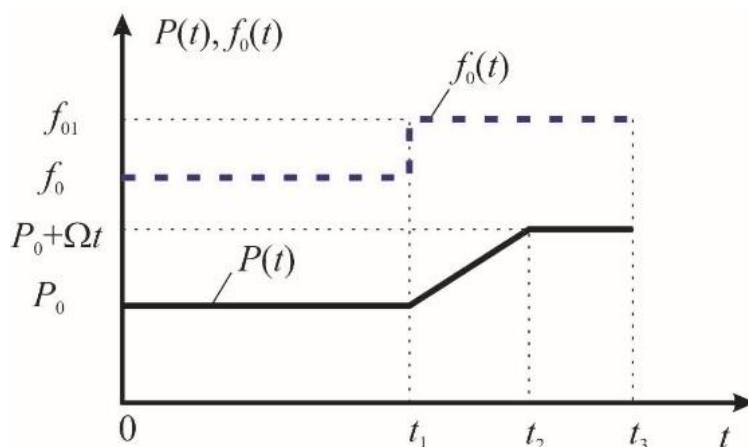


Рисунок 3 - Схема графиков нагружения и деформирования

В качестве критерия потери устойчивости или, в более широком смысле, перехода к неустойчивому деформированию конструктивной системы принят энергетический критерий. Рассматривается приращение потенциальной энергии деформации от внешнего воздействия. Моменту потери устойчивости соответствует смена знака приращения энергии деформации:

$$\left| 1 - \frac{U_{i+1}}{U_i} \right| \leq a, \quad (8)$$

где U_{i+1} , U_i – энергия деформации для $i+1$, i этапов нагружения, a – заданное малое число.

Выражение (8) может быть представлено и в ином виде:

$$\left| \frac{dP}{df} \right| \leq a, \quad (9)$$

где dP – приращение продольной силы, df – приращение прогиба.

2.2. Используемые модели материалов

Деформация бетона при динамическом нагружении с учетом релаксации напряжений, происходящей на этапе длительного квазистатического нагружения, может быть представлена в следующем виде (10):

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{ci}(\tau_0) + \varepsilon_{cc}(t_1, \tau_0) + \varepsilon_{cs}(t_1, \tau_0) - \varepsilon_{cr}(t_1, \tau_0) + \varepsilon_{cd}(t, t_1). \quad (10)$$

Здесь ε_{ci} – начальные деформации после квазистатического приложения нагрузки с учетом возраста бетона τ_0 на момент нагружения;

$\varepsilon_{cc}(t_1, \tau_0)$ – деформации ползучести за время $(t_1 - \tau_0)$ с учетом изменения во времени напряжений вследствие релаксации;

$\varepsilon_{cs}(t_1, \tau_0)$ – деформации усадки бетона, принимаемые по Model Code [23];

$\varepsilon_{cr}(t_1, \tau_0)$ – деформации, вызванные релаксацией напряжений;

$\varepsilon_{cd}(t, t_1)$ – деформации при высокоскоростном нагружении с учетом нелинейно вязкоупругой работы бетона.

На первом этапе длительного нагружения эксплуатационной нагрузкой в конструкциях реальных сооружений уровень напряжений редко превосходит $\eta = 0.5 \dots 0.6$ от средней прочности материала. Для описания поведения бетона на этом этапе может быть использована

вязкоупругая модель наследственного старения [24], [25]. С другой стороны, при динамическом нагружении уровень действующих напряжений может превысить границы применимости линейной модели вязкоупругости, указанные в стандартах [23,26]. В связи с этим в данной работе предлагается модифицированный вариант вязкоупругой модели наследственного старения, в котором линейно упругий элемент $E(t)$ заменяется нелинейно упругим [16] (рисунок 4). Работа модифицированного нелинейно упругого элемента описывается константами $E_{ci}(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, которые зависят от возраста материала. В начальный момент времени после приложения нагрузки напряжения равны (11):

$$\sigma = f_{ci}(\varepsilon, \tau_0) = E_{ci}(\tau_0) \cdot \varepsilon + \alpha(\tau_0) \cdot \varepsilon^2 + \beta(\tau_0) \cdot \varepsilon^3. \quad (11)$$

Такая замена упругого элемента призвана обеспечить связь между элементами обобщенной модели, описывающими работу материала при двухэтапном статико-динамическом нагружении.

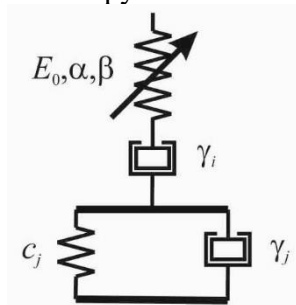


Рисунок 4 - Модифицированная нелинейная ВУМНС

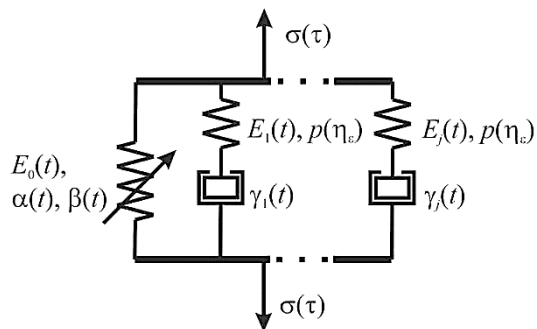


Рисунок 5 - Модифицированная модель Максвелла для динамического и статико-динамического режимов нагружения

Связь между напряжениями и деформациями, определяющая напряженно-деформированное состояние бетона на момент приложения динамической нагрузки, для принятой вязкоупругой модели имеет вид (12) [24]:

$$\varepsilon(t_1) = \frac{\sigma(t_1)}{E_{ci}(t_1)} + \int_{\tau_0}^{t_1} \sigma(\tau) \cdot \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} ; \quad (12)$$

где,

$$C(t, \tau) = \sum_i^n c_i \frac{e^{\gamma_i \cdot t} - e^{\gamma_i \cdot \tau}}{e^{\gamma_i \cdot t} - 1} + \sum_j^m c_j \cdot (e^{-\gamma_j \cdot \tau} - e^{-\gamma_j \cdot t}) \quad (13)$$

Здесь c_i , c_j , γ_i , γ_j – экспериментально определяемые константы вязкоупругой модели наследственного старения.

Если принять допущение, что разгрузка бетона в результате релаксации напряжений происходит по начальному модулю упругости с учетом возраста стареющего материала, то для напряжений в момент времени τ получим (14):

$$\sigma(\tau) = f_{ci}(\varepsilon, \tau) = E_{ci}(\tau_0) \cdot \varepsilon_{ci}(\tau_0) + \alpha(\tau_0) \cdot \varepsilon_{ci}^2 + \beta(\tau_0) \cdot \varepsilon_{ci}^3 - \varepsilon_{cr}(t, \tau_0) \cdot E_{ci}(t). \quad (14)$$

Из-за скоротечности процесса деформирования на динамическом этапе нагружения, эффект взросления материала не рассматривается. При этом на основании исследований [27–29] предполагается, что на сопротивление бетона динамическому воздействию оказывает влияние текущий уровень напряжений или соответствующих им обратимых stress-dependent деформаций $p(\eta_\varepsilon)$. Схема принятой физической модели сопротивления материала представлена на рисунке 5.

Принимая во внимание указанные предпосылки, связь между деформациями $\varepsilon(t)$ и напряжениями $\sigma(t)$ в бетоне в момент времени t при двухстадийном нагружении, включающем однократное или ступенчатое статическое нагружение в интервале времени $[t_0, t_1]$ и динамическое догружение в интервале времени $[t_1, t]$, может быть записано относительно деформаций в следующем виде (15):

$$\sigma(\varepsilon, t) = f_0(\varepsilon) + \int_{t_1^*}^t \dot{\varepsilon}(\tau) \cdot p(\eta_\varepsilon) \cdot \sum_i^n d_i(t) \cdot e^{-\theta_i(t)(t-\tau)} d\tau. \quad (15)$$

В выражении (15) $p(\eta_\varepsilon)$ - функция уровня деформаций, определяемая соотношением (16):

$$p(\eta_\varepsilon) = \sum_j^m k_j \cdot \left(\frac{\varepsilon_0(\tau)}{\varepsilon_{b0}(t)} \right)^{j-1}. \quad (16)$$

$E_0(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, k_j , $d_i(t)$, $\theta_i(t)$ – эмпирически устанавливаемые константы, которые зависят от возраста материала и режима эксплуатации (истории нагружения) [7,12].

Нижняя граница интегрирования t_1^* в выражении (15) представляет собой условное время запаздывания динамического нагружения. Для закона деформирования, описываемого выражением (16), условное время запаздывания динамического нагружения определяется из выражения (17):

$$t_1^* = -0.5 \cdot \frac{b_2}{b_1} + \sqrt{0.25 \cdot \frac{b_2^2}{b_1^2} - \frac{1}{b_1} \cdot (b_3 - \varepsilon(\eta_\sigma))}, \quad (17)$$

где $\varepsilon(\eta_\sigma)$ – деформация при уровне напряжений η_σ для квазистатического режима нагружения.

Время t_1^* называется условным, поскольку оно не связано с реальной шкалой времени нагружения образцов. t_1^* соответствует достижению квазистатических напряжений σ при квазистатических деформациях ε с учетом принятого закона изменения деформаций при динамическом режиме нагружения.

Исследование влияния начального напряженно-деформированного состояния, сформированного длительным действием эксплуатационных нагрузок, на параметры деформирования при статико-динамическом режимном нагружении выполнено в аналитической форме с учетом принятых допущений и ограничений. Решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния железобетонной колонны при ее динамической догрузке приводится в следующем разделе в общем виде. Численная реализация и полная валидация предлагаемого решения предполагается после завершения серии испытаний армированных призм с учетом влияния факторов длительного нагружения. Ниже приводится валидация принятой модели бетона при статико-динамическом режиме нагружения с учетом предыстории длительного нагружения

3 Результаты исследования и их анализ

3.1. Валидация нелинейной вязкоупругой модели бетона

Для валидации модели бетона при статико-динамическом нагружении с учетом длительного этапа нормальной эксплуатации, предшествующего особой расчетной ситуации, были выполнены экспериментальные исследования на образцах призмах с размерами $70 \times 70 \times 280$ мм. Статико-динамические испытания производились для образцов в возрасте 270 суток. При этом половина образцов предварительно выдерживалась под длительной статической нагрузкой при уровне напряжений $0.6 \cdot f_{cm}$ в течение 182 суток

На рисунке 6 представлены диаграммы «напряжения – деформации» при динамическом режиме нагружения.

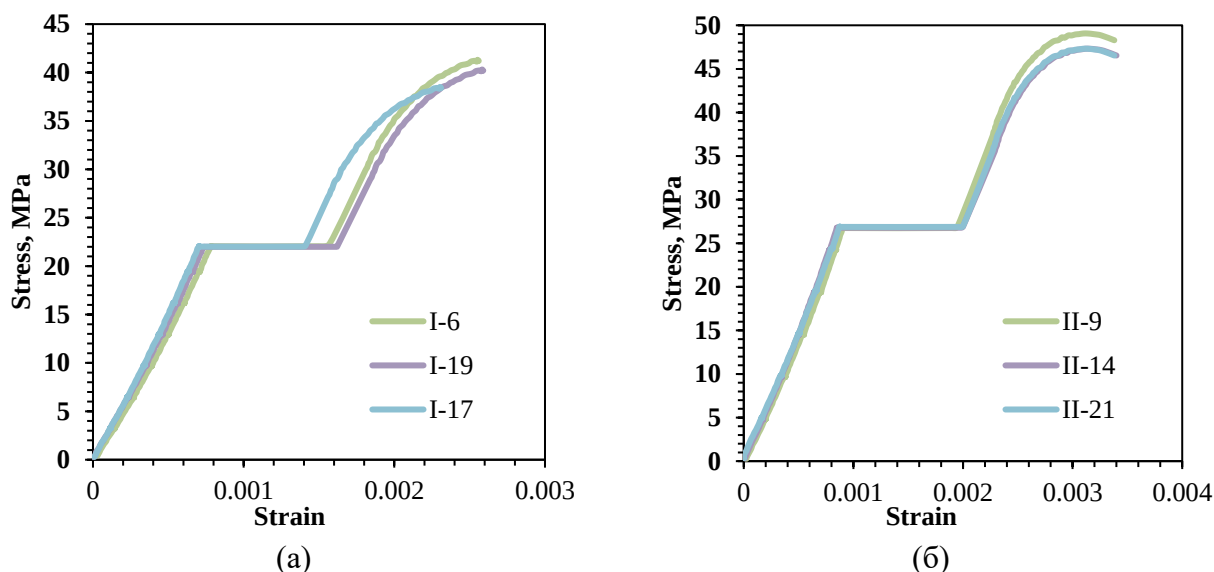


Рисунок 6 - Диаграммы состояния бетона при динамическом нагружении: а– серия I с учетом предварительной выдержки при уровне начальных напряжений $0.6 f_{cm}$, б– серия II с учетом предварительной выдержки при уровне начальных напряжений $0.6 f_{cm}$

При статико-динамических испытаниях образцов без длительной выдержки при фиксированном уровне напряжений, вызванных статическим этапом нагружения, прочность возросла в 1,18 и 1,25 раз по сравнению с результатами квазистатических испытаний для образцов серии I и II соответственно. При этом динамическая прочность образцов без учета влияния начальных напряжений была выше, чем по результатам статико-динамических испытаний, и превышала в 1,29 раз прочность при квазистатическом режиме нагружения.

В таблице 1 приведены подобранные на основе экспериментальных данных параметры модели, представленной в разделе 2.2 данной статьи.

Таблица 1 – Значения подобранных параметров модели

Параметры	Серия I				Серия II			
Уровень напряжений от статической нагрузки	0	0.2	0.4	0.6	0	0.2	0.4	0.6
t^*_1, c	0	0.004	0.008	0.013	0	0.0055	0.0105	0.018
Скорость деформаций, s^{-1}	0.06				0.05			
$E_0(t)$, МПа	28805				31810			
$\alpha(t)$, МПа	226600				-2×10^6			
$\beta(t)$, МПа	-3×10^9				-2×10^9			
c_1 , МПа $^{-1}$	-1.142×10^{-5}				-1.282×10^{-5}			
c_2 , МПа $^{-1}$	-2.135×10^{-5}				-2.382×10^{-5}			
γ_1 , c^{-1}	0.001				0.001			
γ_2 , c^{-1}	0.016				0.017			
k_2	1				1			
$d_1(t)$, МПа	2.168×10^3				14.92×10^3			
$\theta_1(t)$, c^{-1}	-81.439				35.462			

На рисунке 7 приведены графики законов изменения напряжений при статико-динамическом нагружении с разного уровня начальных напряжений от статической нагрузки

и с учетом выдержки при таком уровне напряжений в течение 182 суток. Средняя скорость напряжений была установлена равной 750 МПа/с.

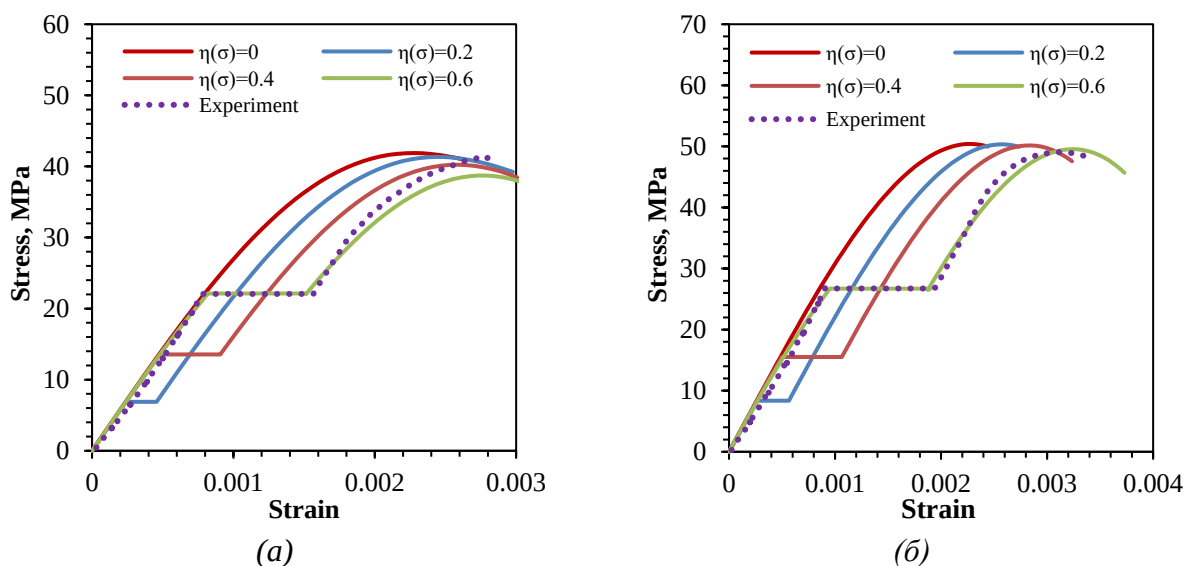


Рисунок 7 - Влияние уровня начальных напряжений на диаграммы состояния бетона: графики законов изменения напряжений при статико-динамическом нагружении с разного уровня начальных напряжений (а), диаграммы состояния (б)

Полученные результаты, представленные на рисунке 7 (б) согласуются с экспериментальными данными. Таким образом предложенная в статье модель позволяет качественно верно описать поведение бетона при динамическом и статико-динамическом режиме нагружения.

3.2. Определение деформированного состояния железобетонной колонны при статико-динамическом нагружении с учетом ползучести

Решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния железобетонной колонны с учетом принятой модели материалов при динамическом догружении разбивается на две подзадачи: (1) определение начального напряженно-деформированного состояния колонны на момент времени, предшествующий особой расчетной ситуации, с учетом проявления факторов длительного силового сопротивления; (2) определение напряженно-деформированного состояния в произвольные моменты времени от начала динамического догружения в результате произошедшей структурной перестройки конструктивной системы. Такое разделение позволяет ввести применительно к каждой из решаемых подзадач ряд упрощений, которые не оказывают существенного влияния на конечный результат.

В частности, при решении первой подзадачи моменты, вызванные действием сил инерции, пренебрежимо малы и могут быть исключены из исходной системы уравнений равновесия. В результате получим:

$$\begin{cases} M_{int,y}(t_i) - P_{ext} \cdot (f_{0y}(t_i) + f_{r,y}(t_i) + f_{cr,y}(t_i) + a_{\eta y}(t_i)) = 0; \\ M_{int,z}(t_i) - P_{ext} \cdot (f_{0z}(t_i) + f_{r,z}(t_i) + f_{cr,z}(t_i) + a_{\eta z}(t_i)) = 0; \\ P_{int} = P_{ext}, \end{cases} \quad (18)$$

где $f_{cr,y}(t_i)$, $f_{cr,z}(t_i)$ – прогибы, вызванные ползучестью и усадкой бетона, оказывающие лишь опосредованное влияние на напряженное состояние сечений в результате продольного изгиба:

$$\begin{aligned} f_{cr,z}(t_i) &= \frac{l^2}{\pi^2 \cdot h} \cdot [\varepsilon_{cr,1}(t_i) - \varepsilon_{cr,1}(t_i)]; \\ f_{cr,y}(t_i) &= \frac{l^2}{\pi^2 \cdot h} \cdot [\varepsilon_{cr,3}(t_i) - \varepsilon_{cr,4}(t_i)], \end{aligned} \quad (19)$$

$f_{r,y}(t_i), f_{r,z}(t_i)$ – прогибы от действия внешней нагрузки с учетом релаксации напряжений в бетоне.

В работе принят жесткий режим нагружения, предполагающий единовременное приложение нагрузки, после чего она остается неизменной до наступления особой расчетной ситуации $P_{int} = P_{ext} = const$. Расчет напряженно-деформированного состояния выполняется итерационно. Начальные несовершенства учитывают полные прогибы, определенные на предыдущей итерации расчета:

$$\begin{aligned} f_{0y}(t_i) &= f_{0y}(t_{i-1}) + f_{r,y}(t_{i-1}) + f_{cr,y}(t_{i-1}) + a_{\eta y}(t_{i-1}); \\ f_{0z}(t_i) &= f_{0z}(t_{i-1}) + f_{r,z}(t_{i-1}) + f_{cr,z}(t_{i-1}) + a_{\eta z}(t_{i-1}). \end{aligned} \quad (20)$$

С учетом принятой в исследовании (раздел 2.2) нелинейной вязкоупругой модели наследственного старения выражения для $P_{int}, M_{int,y}, M_{int,z}$ примут следующий вид:

$$\begin{aligned} P_{int} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} [f_e(\varepsilon) - \varepsilon_r(t_i) \cdot E_b(t_i)] dydz \\ &+ \sum_i^n \left(\varepsilon_{si}(t_{i-1}) + \varepsilon_{cr,i}(t_i) - \varepsilon_r(t_i) \right) \cdot E_{si} \cdot A_{si}; \\ M_{int,y} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} [f_e(\varepsilon) - \varepsilon_r(t_i) \cdot E_b(t_i)] \cdot z dydz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si} \cdot z_{si}; \\ M_{int,z} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} [f_e(\varepsilon) - \varepsilon_r(t_i) \cdot E_b(t_i)] \cdot y dydz + \sum_i^n \varepsilon_{si} \cdot E_{si} \cdot A_{si} \cdot y_{si}; \\ \varepsilon_{cr,i}(t_i) &= \varepsilon_{sh}(t_i) + \int_{\tau_{oi}}^{t_i} [f_e(\varepsilon) - \varepsilon_r(t_i) \cdot E_b(t_i)] \cdot \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \end{aligned} \quad (21)$$

где $\varepsilon_{sh}(t_i)$ – деформации усадки.

На первой итерации выполняется нелинейно упругий расчет, по результатам которого устанавливают деформированное состояние $(\varepsilon_0, k_y, k_z)$ наиболее нагруженного сечения без учета влияния факторов длительного сопротивления. На последующих итерациях вычисляется деформированное состояние наиболее нагруженного сечения $\varepsilon_{cr,i}(t_i), \varepsilon_r(t_i), k_y(t_i), k_z(t_i)$ на момент, предшествующий наступлению особой расчетной ситуации. Условие сходимости итерационного процесса принято в следующем виде: $|M_{int,yi} - M_{int,i-1}| < \alpha$, где α – назначаемый численный параметр, определяющий точность расчета.

Для второй стадии – динамического нагружения, условие равновесия наиболее нагруженного сечения в произвольный момент времени, отсчитываемый от начала динамического догружения, примет вид:

$$\begin{aligned}\delta M_{\text{int},y}(\Delta t_i) + M_{i,y}(\Delta t_i) - P_{\text{ext}} \cdot \delta f_y - \delta P_{\text{ext}} \cdot f_y &= 0; \\ \delta M_{\text{int},z}(\Delta t_i) + M_{i,z}(\Delta t_i) - P_{\text{ext}} \cdot \delta f_z - \delta P_{\text{ext}} \cdot f_z &= 0; \\ \delta P_{\text{int}} &= \delta P_{\text{ext}}.\end{aligned}\quad (22)$$

В выражениях (22) $\delta M_{\text{int},y}(\Delta t_i)$, $\delta M_{\text{int},z}(\Delta t_i)$, δP - приращения изгибающих моментов и продольной силы за промежуток времени Δt_i ;

$M_{i,y}(\Delta t_i)$, $M_{i,z}(\Delta t_i)$ - моменты, вызванные силами инерции на этом же промежутке времени;

f_y , f_z , δf_y , δf_z - проекции максимальных значений прогибов и их приращений.

Приращения изгибающих моментов в (22) определяются из следующих соотношений:

$$\begin{aligned}\delta M_{\text{int},y}(\Delta t_i) &= M_{\text{int},y}(\tau_{0i} + \Delta t_i) - M_{\text{int},y}(\tau_{0i}); \\ \delta M_{\text{int},z}(\Delta t_i) &= M_{\text{int},z}(\tau_{0i} + \Delta t_i) - M_{\text{int},z}(\tau_{0i}),\end{aligned}\quad (23)$$

где $M_{\text{int},y}(t_i)$, $M_{\text{int},z}(t_i)$ определяется из выражения (4) с учетом подстановки функции напряжений (15).

В результате такой подстановки получаем уравнения относительно неизвестных ε , k_y , k_z , для которых поиск решения выполняется с использованием численных методов решения дифференциальных и интегральных уравнений. Далее, при известном деформированном состоянии сечения отыскиваются значения усилий $M_{\text{int},y}$, $M_{\text{int},z}$ и полных прогибов f_y , f_z . После этого выполняется проверка критерия несущей способности в форме (9).

4 Выводы

В статье представлены результаты аналитического исследования несущей способности длительно нагруженных внецентренно сжатых железобетонных несущих элементов при динамическом догружении, вызванном возникновением начального локального разрушения в конструктивной системе здания. На основании проведенного исследования можно сформулировать следующие выводы:

1. Сформулированы следующие исходные предпосылки и границы исследования, определяемые физической природой рассматриваемого явления: до образования трещин деформирование сечений согласуется с гипотезой Бернулли; проекции деформированной оси колонны аппроксимируются синусоидами; влияние кратковременных нагрузок и их изменчивости на формирование напряженно-деформированного состояния колонны на момент наступления особой расчетной ситуации не учитывается; для нагрузки и начальных прогибов принят кусочно-линейный закон изменения во времени.

2. Предложена комбинация вязкоупругой модели наследственного старения и модифицированной модели Максвелла с учетом нелинейноупругой связи напряжений и условно мгновенных деформаций в качестве модели бетона при статико-динамическом режимном нагружении. Выполнена валидация принятой модели материала на фоне экспериментальных данных.

3. Построено в аналитической форме решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния железобетонной колонны при статико-динамическом нагружении с учетом влияния исходного напряженно деформированного состояния, сформированного в результате длительного действия эксплуатационных нагрузок.

Благодарности

Авторы благодарят НИУ МГСУ за поддержку в рамках конкурса грантов на проведение исследований аспирантами (Проект № 02-480/130, приказ 480/130 от 18.05.2023)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Alshaikh I.M.H. et al. Experimental investigation of the progressive collapse of rein-forced concrete structures: An overview // Structures. 2020. Vol. 25. P. 881–900.
2. Kiakojour F. et al. Experimental studies on the progressive collapse of building structures: A review and discussion on dynamic column removal techniques // Structures. Elsevier Ltd, 2023. Vol. 57.
3. Kiakojour F. et al. Progressive collapse of framed building structures: Current knowledge and future prospects // Eng Struct. Elsevier, 2020. Vol. 206, № December 2019. P. 110061.
4. Adam J.M. et al. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century // Eng Struct. Elsevier, 2018. Vol. 173, № March. P. 122–149.
5. Caredda G. et al. Learning from the progressive collapse of buildings // Developments in the Built Environment. 2023. Vol. 15. P. 100194.
6. Fedorova N.V., Savin S.YU. Progressive collapse resistance of facilities experienced to localized structural damage - an analytical review // Building and reconstruction. 2021. Vol. 95, № 3. P. 76–108.
7. Levitch V. et al. Seismic performance capacities of old concrete // 13 th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada. 2004. P. 1–15.
8. Баженов Ю.М. Бетон при динамическом нагружении. Москва: Стройиздат, 1970. 271 p.
9. Гениев Г.А. Метод определения динамических пределов прочности бетона // Бетон и железобетон. 1998. № 1. P. 18–19.
10. Nam J.W. et al. Analytical study of finite element models for FRP retrofitted concrete structure under blast loads // International Journal of Damage Mechanics. 2009. Vol. 18, № 5. P. 461–490.
11. Yu W., Jin L., Du X. Influence of pre-static loads on dynamic compression and corresponding size effect of concrete: Mesoscale analysis // Constr Build Mater. 2021. Vol. 300. P. 124302.
12. Колчунов В.И. et al. Живучесть зданий и сооружений при запроектных воздействиях [Survivability of building and structures to undesigned actions]. М.: Издательство АСВ, 2014. 208 p.
13. Цветков К.А., Баженова А.В., Безгоднов И.М. Проблема построения диаграммы деформирования бетона при однократном динамическом воздействии с учетом влияния предварительных напряжений от действия статической нагрузки // Вестник МГСУ. 2012. № 7. P. 152–158.
14. Fedorova N.V., Medyankin M.D., Bushova O.B. Experimental determination of the parameters of the static-dynamic deformation of concrete under loading modal // Building and reconstruction. 2020. Vol. 89, № 3. P. 72–81.
15. Savin S.Yu., Medyankin M.D., Sharipov M.Z. Deformation of Fiber Concrete Under a Single Dynamic Impact Taking into Account the Influence of Initial Stresses from the Static Load // Building and reconstruction. 2022. Vol. 99, № 1. P. 76–88.
16. Savin S.Yu., Fedorova N.V. Viscoelastic Model of Fiber Concrete under Dynamic Loading Considering the Effect of Initial Stresses // Russian Journal of Building Construction and Architecture. Voronezh State Technical University, 2024. № 2(62). P. 19–35.
17. Zhou Y. Concrete creep and thermal effects on the dynamic behavior of a concrete-filled steel tube arch bridge // Journal of Vibration Engineering. 2014. Vol. 16, № 4. P. 1735–1744.
18. Тамразян А. Г. Динамическая устойчивость сжатого железобетонного элемента как вязкоупругого стержня // Вестники МГСУ. 2011. Vol. 2, № 1. P. 193–194.
19. Тамразян А.Г. Ресурс живучести - основной критерий решений высотных зданий [Survivability resource - the main criterion for the decisions of high-rise buildings] // Жилищное строительство. 2010. № 1. P. 15–18.
20. Alekseytsev A.V. et al. Bearing capacity of emergency loaded reinforced concrete columns with initial imperfections // Building and reconstruction. 2022. Vol. 104, № 6. P. 104–115.
21. Alekseytsev A.V. Optimal design of steel frame structures subject to level of mechanical safety // Building and reconstruction. 2020. Vol. 89, № 3. P. 51–62.
22. Gemmerling A.V. Raschet sterzhnevnyh sistem [Bar structural systems analysis]. Moscow: Stroyizdat, 1974. 207 p.
23. FIB Model Code 2010. CEB and FIP, 2011.
24. Tamrazyan A.G., Esayan S.G. Mechanics of concrete creep. Moscow: Moscow State University of Civil Engineering, 2012. 524 p.

25. Chen Y. et al. Research on creep behaviour of UHPC based on experiments and visco-elastic modelling // *Journal of Building Engineering*. Elsevier Ltd, 2024. Vol. 84.
26. BS EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1 : General rules and rules for buildings // British Standards Institution. 2004.
27. Lai J., Sun W. Dynamic behaviour and visco-elastic damage model of ultra-high per-formance cementitious composite // *Cem Concr Res*. 2009. Vol. 39, № 11. P. 1044–1051.
28. Wang L. et al. Nonlinear Viscoelastic Constitutive Relations and Nonlinear Viscoe-lastic Wave Propagation for Polymers at High Strain Rates. 1996.
29. Wang F.C., Zhao H.Y. Experimental investigation on blast furnace slag aggregate concrete filled double skin tubular (CFDST) stub columns under sustained loading // *Structures*. Elsevier, 2020. Vol. 27, № May. P. 352–360.

REFERENCES

1. Alshaikh I.M.H. et al. Experimental investigation of the progressive collapse of rein-forced concrete structures: An overview. *Structures*. 2020. Vol. 25. P. 881–900.
2. Kiakojour F. et al. Experimental studies on the progressive collapse of building structures: A review and discussion on dynamic column removal techniques. *Structures*. 2023. Vol. 57.
3. Kiakojour F. et al. Progressive collapse of framed building structures: Current knowledge and future prospects. *Eng Struct*. 2020. Vol. 206, № December 2019. P. 110061.
4. Adam J.M. et al. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century. *Eng Struct*. 2018. Vol. 173, № March. P. 122–149.
5. Caredda G. et al. Learning from the progressive collapse of buildings. *Developments in the Built Environment*. 2023. Vol. 15. P. 100194.
6. Fedorova N.V., Savin S.YU. Progressive collapse resistance of facilities experienced to localized structural damage - an analytical review. *Building and reconstruction*. 2021. Vol. 95, no. 3. P. 76–108.
7. Levitch V. et al. Seismic performance capacities of old concrete. 13 th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada. 2004. P. 1–15.
8. Bazhenov Yu.M. Concrete under dynamic loading. Moscow: Stroyizdat, 1970. 271 p.
9. Geniyev G.A. Method for determining dynamic strength of concrete. *Concrete and reinforced concrete*. 1998. No. 1. P. 18–19.
10. Nam J.W. et al. Analytical study of finite element models for FRP retrofitted concrete structure under blast loads. *International Journal of Damage Mechanics*. 2009. Vol. 18, № 5. P. 461–490.
11. Yu W., Jin L., Du X. Influence of pre-static loads on dynamic compression and corre-sponding size effect of concrete: Mesoscale analysis. *Constr Build Mater*. 2021. Vol. 300. P. 124302.
12. Kolchunov V.I. et al. Robustness of buildings and structures under accidental actions. Moscow: Publishing ASV, 2014. 208 p.
13. Tsvetkov K.A., Bazhenova S.I., Bezgodov I.M. Problem of construction of the deformation diagram for concrete under dynamic impact considering effects of static preloading. *Vestnik MGSU*. 2012. No. 7. P. 152–158.
14. Fedorova N.V., Medyankin M.D., Bushova O.B. Experimental determination of the parameters of the static-dynamic deformation of concrete under loading modal. *Building and reconstruction*. 2020. Vol. 89, № 3. P. 72–81.
15. Savin S.Yu., Medyankin M.D., Sharipov M.Z. Deformation of Fiber Concrete Under a Single Dynamic Impact Taking into Account the Influence of Initial Stresses from the Static Load. *Building and reconstruction*. 2022. Vol. 99, № 1. P. 76–88.
16. Savin S.Yu., Fedorova N.V. Viscoelastic Model of Fiber Concrete under Dynamic Loading Considering the Effect of Initial Stresses. *Russian Journal of Building Con-struction and Architecture*. 2024. № 2(62). P. 19–35.
17. Zhou Y. Concrete creep and thermal effects on the dynamic behavior of a concrete-filled steel tube arch bridge. *Journal of Vybroengineering*. 2014. Vol. 16, № 4. P. 1735–1744.
18. Tamrazyan A.G. Dynamic stability of compressed reinforced concrete element as a visco-elastic rod. *Vestnik MGSU*. 2011. Vol. 2, No. 1. P. 193–194.
19. Tamrazyan A.G. Survivability resource - the main criterion for the decisions of high-rise buildings. *Zhilishnoe stroitelstvo*. 2010. No. 1. P. 15–18.
20. Alekseytsev A.V. et al. Bearing capacity of emergencyly loaded reinforced concrete columns with initial imperfections. *Building and reconstruction*. 2022. Vol. 104, № 6. P. 104–115.
21. Alekseytsev A.V. Optimal design of steel frame structures subject to level of mechanical safety. *Building and reconstruction*. 2020. Vol. 89, № 3. P. 51–62.
22. Gemmerling A.V. Bar structural systems analysis. Moscow: Stroyizdat, 1974. 207 p.
23. FIB Model Code 2010. CEB and FIP, 2011.
24. Tamrazyan A.G., Esayan S.G. Mechanics of concrete creep. Moscow: Moscow State University of Civil Engineering, 2012. 524 p.

25. Chen Y. et al. Research on creep behaviour of UHPC based on experiments and visco-elastic modelling. *Journal of Building Engineering*. 2024. Vol. 84.
26. BS EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1 : General rules and rules for buildings. British Standards Institution. 2004.
27. Lai J., Sun W. Dynamic behaviour and visco-elastic damage model of ultra-high per-formance cementitious composite. *Cem Concr Res*. 2009. Vol. 39, № 11. P. 1044–1051.
28. Wang L. et al. Nonlinear Viscoelastic Constitutive Relations and Nonlinear Viscoe-lastc Wave Propagation for Polymers at High Strain Rates. 1996.
29. Wang F.C., Zhao H.Y. Experimental investigation on blast furnace slag aggregate concrete filled double skin tubular (CFDST) stub columns under sustained loading. *Structures*. 2020. Vol. 27, № May. P. 352–360.

Информация об авторах

Савин Сергей Юрьевич

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций.
E-mail: savinsyu@mgsu.ru

Шарипов Манонходжа Зарифходжаевич

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций
E-mail: manonkhoja.sh@bk.ru

Амелина Маргарита Андреевна

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,
аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций
E-mail: margo.dremova@mail.ru

Information about authors:

Savin Sergei Yu.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Candidate of Tech. Sc., associate professor of the department of Reinforced Concrete and Masonry Structures
E-mail: savinsyu@mgsu.ru

Sharipov Manonkhodja Z.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Post graduate student of the department of Reinforced Concrete and Masonry Structures.
F-mail: manonkhoja.sh@bk.ru

Amelina Margarita A.

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
Post graduate student of the department of Reinforced Concrete and Masonry Structures.
E-mail: margo.dremova@mail.ru