

В. В. ТУР¹, В. В. НАДОЛЬСКИЙ^{1,2}¹ УО «Брестский государственный технический университет» (БрГТУ), г. Брест, Республика Беларусь² Белорусский национальный технический университет (БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТА ВАРИАЦИИ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ, МОДЕЛЕЙ

Аннотация. Надежность (безопасность) проектируемых конструкций обеспечивается использованием расчетного значения несущей способности, установленного с учетом неопределенности (изменчивости, погрешности) несущей способности. Учет неопределенности осуществляется посредством вероятностной модели, которая представляется как закон распределения с входящими в него статистическими параметрами. Наиболее важными и часто используемыми статистическими параметрами являются среднее значение и коэффициент вариации. Определение коэффициента вариации для несущей способности, вычисленной на основе численных моделей (компьютерного моделирования), является важной задачей, так как существующие классические методы не могут быть применены. По этой причине целью данной статьи является развитие и исследование точности методов определения коэффициента вариации несущей способности, вычисленной посредством компьютерного моделирования.

Предложенный метод определения коэффициента вариации основан на разложении функции в ряд Тейлора с последующим применением различных схем численного дифференцирования. Верификация выполнена на обобщенных нелинейных моделях несущей способности, для которых можно получить точное решение с помощью метода Монте-Карло. Практическая реализация предложенного метода продемонстрирована на конечно-элементных моделях. В качестве результатов выполненного исследования можно выделить собственно методы определения коэффициента вариации несущей способности, вычисленной посредством компьютерного моделирования, и значения коэффициентов вариации для обобщенных моделей несущей способности тонкостенных элементов с учетом потери местной устойчивости стенки и с последующим включением поясов балки в работу. Наиболее точно оценить значение коэффициента вариации можно с использованием разложения в ряд Тейлора и численного интегрирования по 3 точкам, однако такой метод требует $2N+1$ вычислений, поэтому он может быть рекомендован только для отдельных верификационных задач. В качестве практического метода оценки коэффициента вариации следует использовать разложение в ряд Тейлора и численное интегрирование по 2 точкам (требуется $N+1$ вычислений).

Ключевые слова: коэффициент вариации, расчетное значение, метод конечных элементов (МКЭ), численная модель, компьютерное моделирование, разложение в ряд Тейлора, численное интегрирование.

V. V. TUR¹, V. V. NADOLSKI^{1,2}¹ Brest State Technical University, Brest, Belarus² Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus

METHODS FOR ESTIMATING THE COEFFICIENT OF VARIATION OF THE RESISTANCE IN THE DESIGN OF STRUCTURES BASED ON NONLINEAR FINITE ELEMENT MODELS

Abstract. The reliability (safety) of the designed structures is ensured by using the design value of the bearing capacity, taking into account the uncertainty (variability, error) of the bearing capacity. Uncertainty is taken into account by means of a probabilistic model, which is represented as a distribution law with statistical parameters included in it. The most important and frequently used statistical parameters are the mean value and coefficient of variation.

© Тур А.В., Надольский В.В., 2024

Determining the coefficient of variation for the bearing capacity calculated on the basis of numerical models (computer modeling) is an important task, since existing classical methods cannot be applied. For this reason, the purpose of this article is to develop and study the accuracy of methods for determining the coefficient of variation of the bearing capacity calculated by computer modeling. The proposed method for determining the coefficient of variation is based on the decomposition of the function into a Taylor series, followed by the use of various numerical differentiation schemes. Verification was performed on generalized nonlinear models of load-bearing capacity, for which an exact solution can be obtained using the Monte Carlo method. The practical implementation of the proposed method is demonstrated on finite element models. As the results of the performed research, it is possible to identify the actual methods for determining the coefficient of variation of the bearing capacity calculated by computer modeling, and the values of the coefficients of variation for generalized models of the bearing capacity of thin-walled elements, taking into account the loss of local stability of the web and with the subsequent inclusion of the girder flanges in the work. The value of the coefficient of variation can be most accurately estimated using Taylor series expansion and numerical integration over 3 points, however, this method requires $2N+1$ calculations, therefore it can be recommended only for individual verification tasks. As a practical method for estimating the coefficient of variation, Taylor series expansion and numerical integration by 2 points should be used ($N+1$ calculations are required).

Keywords: coefficient of variation, design value, finite element method (FEM), numerical model, computer modeling, Taylor series expansion, numerical integration.

1. Введение

Надежность (безопасность) проектируемых конструкций обеспечивается использованием расчетного значения несущей способности, установленного с учетом неопределенности (изменчивости, погрешности) базисных переменных, таких как предел текучести и геометрические характеристики, и целевого уровня надежности, выраженного в понятиях вероятности отказа или индекса надежности [1-7]. Учет неопределенности базисных переменных осуществляется посредством вероятностной модели несущей способности, которую применяют в прямых вероятностных расчетах или при калибровке значения коэффициентов надежности [6-8]. Вероятностная модель несущей способности представляется как закон распределения с входящими в него статистическими параметрами [1-3]. Наиболее важными и часто используемыми статистическими параметрами являются среднее значение и коэффициент вариации [6-10].

Определение коэффициента вариации для несущей способности, вычисленной на основе численных моделей (компьютерного моделирования), вызывает сложности, потому что классические методы для определения коэффициента вариации не могут быть применены [8, 11]. Аналитические решения не могут быть реализованы, так как численные модели представлены в неявной форме, что не позволяет установить взаимосвязи между переменными и применить какой-либо из известных законов распределения. Симуляционные решения, например, прямой метод Монте-Карло, при своей методологической простоте, практически не реализуемы, даже в исследовательских целях, из-за объема необходимых вычислений и трудоемкости нелинейного расчета.

С проблемой определения коэффициента вариации несущей способности столкнулись исследователи в области железобетонных конструкций. В этом направлении можно отметить работы [12-18]. Анализ данных работ показывает, что большинство предложений сводится к методу Cervenka V. [19] или его модификациям. Вероятнее всего по этой причине в проект нормативного документа [20] и в проект новой редакции *fib Model Code* [21] для определения коэффициента вариации несущей способности внесен метод Cervenka V. [19]. Целью данной статьи является развитие и исследование точности методов определения коэффициента вариации несущей способности, определенной посредством компьютерного моделирования. При этом сделан акцент на нахождение метода, который обладал бы и простотой для практического применения и обеспечивал бы необходимый уровень надежности.

2. Модели и методы

Сначала критически проанализируем метод, предложенный Cervenka V. [19]. В рамках данного метода коэффициент вариаций для нелинейных численных моделей вычисляется на основании среднего r_m и «условно нормативного» значения r_k несущей способности в предположении логнормального закона распределения:

$$V_{r,1} = \ln(r_m / r_k) / 1.65, \quad (1)$$

При этом «условно нормативное» значение r_k несущей способности вычисляют при подстановке в численную модель нормативных значений базисных переменных X_k , например таких, как прочность бетона на сжатие и прочность арматуры на растяжение. В данном методе введены два допущения. Первое связано с предположением того, что значения несущей способности подчиняются логнормальному распределению. Это предположение является некоего рода договоренностью в научном сообществе, хотя неоднократно данное базовое предположение подвергалось критике [22]. Но, по мнению автора, куда более существенным допущением является то, что при подстановке в модель несущей способности базисных переменных с нормативными значениями X_k в результате получится нормативное (5% квантиль) значение несущей способности r_k . Это, в общем случае, не может быть истиной, исходя из положений теории вероятности и математической статистики [2].

Более универсальный метод можно развить на основе разложения в ряд Тейлора [23]. Наиболее значительным преимуществом оценки коэффициента вариации на основе ряда Тейлора является его универсальность и адаптивность. Точность достигается увеличением количества используемых членов ряда (усечение бесконечного ряда Тейлора) и сложностью схемы дифференцирования для вычисления производных. В инженерных приложениях принято использовать разложение в ряд Тейлора с усечением до линейных терминов (отсечения всех членов выше первого порядка). В этом случае коэффициент вариации можно вычислить следующим образом:

$$V_r = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{dr}{dX_i} \times \sigma_{X_i} \right)^2}, \quad (2)$$

где dr / dX_i – частная производная по базисной переменной X_i ; σ_{X_i} – дисперсия базисной переменной X_i .

Поскольку частные производные в явном виде нельзя получить для численных моделей, их необходимо заменить численными оценками. Простейшей численной оценкой будет одностороннее дифференцирование по двум точкам [23]. В этом случае коэффициент вариации можно вычислить по следующей зависимости:

$$V_{r,2} = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\mu_r - r_{\Delta X_i}}{\Delta X_i} \times \sigma_{X_i} \right)^2}, \quad (3)$$

где μ_r – отклик модели, вычисленный при средних значениях базисных переменных, $r_{\Delta X_i}$ – отклик модели, вычисленный при средних значениях базисных переменных за исключением значения i -й случайной величины, значение которой уменьшено на ΔX_i .

Для применения данной схемы численного дифференцирования понадобится выполнить $n_{sim} = N + 1$ вычислений, где N – количество базисных переменных.

Можно использовать другие схемы дифференцирования. Одной из наиболее перспективных усовершенствованных схем дифференцирования является односторонним дифференцированием по трем точкам. В этом случае коэффициент вариации можно вычислить по следующей зависимости:

$$V_{r,3} = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{3\mu_r - 4r_{\Delta X_i/2} + r_{\Delta X_i}}{\Delta X_i} \times \sigma_{X_i} \right)^2}, \quad (4)$$

где $r_{\Delta X_i/2}$ – отклик модели, вычисленный при средних значения базисных переменных за исключением значения i -й случайной величины, значения которой уменьшены на $\Delta X_i / 2$.

Недостатком такого метода является количество необходимых результатов расчета, которое составит $n_{sim} = 2N + 1$ вычислений. Поэтому данную схему дифференцирования можно рекомендовать для верификационных задач, а в практических целях лучше использовать более простую схему дифференцирования по двум точкам.

Для задания шага приращения базисных переменных авторы статьи [14] предложили параметр размера шага в зависимости от целевого индекса надежности, однако это предложение приводит к проблеме оценки малых квантилей и создает дополнительную вычислительную трудность при анализе предельных состояний с разным уровнем надежности. Следовательно, можно рекомендовать использовать нормативные значения базисных переменных независимо от типа исследуемого предельного состояния. Данная рекомендация согласуется с предложениями [21, 24].

Обратите внимание, что представленный ряд Тейлора подходит для некоррелированных входных случайных величин, поскольку схемы дифференцирования оценивают влияние каждой входной переменной независимо. В случае коррелированных величин необходимо использовать усовершенствованную схему дифференцирования или ряд Тейлора более высокого порядка (например, квадратичный) для точной оценки дисперсии в случае коррелированных входных случайных величин [23].

Можно предложить другой приблизительный способ определения коэффициента вариации. Так как для большинства моделей несущей способности характерна мультипликативная зависимость от предела текучести f_y и геометрической характеристик сечения Z в некоторых степенях:

$$r = k f_y^a Z^b, \quad (5)$$

где k – константа.

Для численной модели степени a и b можно принять на основе теоретических предпосылок или можно вычислить по результатам трех нелинейных расчетов следующим образом:

$$r_{fy,2}/r_{fy,1} = (k f_{y,2}^a Z_1^b) / (k f_{y,1}^a Z_1^b) = (f_{y,2} / f_{y,1})^a \rightarrow a = \log (f_{y,2} / f_{y,1}) (r_{fy,2}/r_{fy,1}) \quad (6)$$

$$r_{Z,2}/r_{Z,1} = (k f_{y,1}^a Z_2^b) / (k f_{y,1}^a Z_1^b) = (Z_2 / Z_1)^b \rightarrow b = \log (Z_2 / Z_1) (r_{Z,2}/r_{Z,1}) \quad (7)$$

В этом случае коэффициент вариации можно вычислить аналитически согласно следующему выражению:

$$V_{r,4} = \frac{1}{\mu_r} \sqrt{\left(\frac{dr}{df_y} \times \sigma_{fy}\right)^2 + \left(\frac{dr}{dZ} \times \sigma_Z\right)^2} = \frac{1}{\mu_r} \sqrt{(K a f_y^{a-1} Z^b \sigma_{fy})^2 + (K f_y^a b Z^{b-1} \sigma_Z)^2} =$$

$$\frac{1}{\mu_r} \sqrt{\left(a \frac{\mu_r}{\mu_{fy}} \sigma_{fy}\right)^2 + \left(b \frac{\mu_r}{\mu_Z} \sigma_Z\right)^2} = [(a V_{fy})^2 + (b V_Z^2)]^{0.5} \quad (8)$$

3. Результаты исследования и их анализ

Сперва продемонстрируем точность и применимость предложенных методов на упрощенных нелинейных зависимостях, для которых можно получить точные решения с помощью симуляционного метода. Используем обобщённые вероятностные модели, предложенные для описания несущей способности тонкостенных балок (балок с гибкими стенками) [8], для которых характерно нелинейное поведение. В качестве точного решения для значения коэффициентов вариации будем считать значения, вычисленные на основании псевдослучайной сгенерированной выборки значений несущей способности $V_{r,0} = V_{r,sim}$. Генерацию выборки осуществим одним из симуляционных методов – прямым методом

Монте-Карло [25-27]. Дополнительно в качестве грубого приближения для модели несущей способности рассмотрим зависимость, выраженную как произведение двух базисных переменных [28, 29], и тогда в этом случае коэффициент вариации вычислим согласно выражению:

$$V_{r,5} = (V_{fy}^2 + V_{tw}^2)^{0.5} \quad (9)$$

Значения коэффициентов вариации, вычисленные для всех вероятностных моделей несущей способности при разных методах представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Оценка коэффициентов вариации для нелинейной модели несущей способности

Вид отказа [8]	1	2	3	4	5	6
$V_{r,0}$	8.1%	5.9%	8.7%	7.0%	12.4%	8.2%
$V_{r,1}$	11.1%	11.1%	11.8%	11.5%	15.5%	12.8%
$V_{r,2}$	8.1%	5.9%	8.5%	6.8%	11.6%	8.1%
$V_{r,3}$	8.1%	5.9%	8.7%	6.8%	12.4%	8.2%
$V_{r,4}$	8.1%	5.1%	8.7%	6.7%	12.0%	8.1%
$V_{r,5}$	8.1%	8.1%	8.1%	8.1%	8.1%	8.1%

Из анализа видно, что наиболее подходящим с точки зрения точности и простоты реализации является метод, основанный на разложении в ряд Тейлора с производными, аппроксимированными односторонним дифференцированием по двум точкам. Метод, основанный на предложении Cervenka V. [19] для железобетонных конструкций, самый простой, требует всего два вычисления (первое - при средних значениях, второе - при нормативных значениях базисных переменных), но является слишком консервативным, приводит к переоценке коэффициента вариации, что соответствует занижению нормативного значения несущей способности на 10...15%.

В качестве примера реализации предложенного метода для численных моделей рассмотрим поведение стальных тонкостенных элементов, для которых будет характерна нелинейная зависимость перемещения (отклика конструкции) от нагрузки. Для анализа рассмотрим несколько элементов с принципиально разным поведением под нагрузкой (данное разделение, конечно же, является условным, и переход между той или иной диаграммой деформирования для реального конструктивного исполнения не всегда однозначно можно предсказать):

- с существенным изменением жесткости элемента в процессе нагружения;
- без существенного изменения жесткости элемента в процессе нагружения.

Характерным элементом с существенным (выраженным) изменением жесткости (с формированием ранней выраженной стадией изменения схемы работы отсека и дальнейшей значительной закритической стадией работы, порядка 30-35%) является образец 1VPL450, испытанный в работе [30]. Характерным элементом с отсутствием выраженного изменения жесткости элемента (перехода между стадией схемы работы отсека) является образец PG1-2SP1, испытанный в работе [31]. Численные модели созданы согласно рекомендациям [32-34]. Точность численных моделей проанализирована на основании сравнения с экспериментальными данными.

Для рассматриваемых форм отказа базисными переменными будут выступать предел текучести стали стенки f_{yw} и полка f_{yf} , толщина стенки t_w , толщина полки t_f и модуль упругости стали E . Для реализации линейного разложения ряда Тейлора с односторонним дифференцированием по двум точкам выполнено $(N + 1) = 6$ вычислений численных моделей:

- одно - при средних значениях базисных переменных:

$$\mu_r = fea \{ \mu_{xi} \} = fea \{ \mu_{fy,w}, \mu_{fy,f}, \mu_{tw}, \mu_{tf}, \mu_E \} \quad (10)$$

– и пять значений несущей способности $r_{Xi,k}$ со средними значениями базисных переменных, за исключением одной переменной, для которой принято нормативное значение, т.е.:

$$r_{fy,w,k} = fea \{ f_{yw,k}, \mu_{fy,f}, \mu_{tw}, \mu_{tf}, \mu_E \} \quad (11)$$

$$r_{fy,f,k} = fea \{ \mu_{fy,w}, f_{yf,k}, \mu_{tw}, \mu_{tf}, \mu_E \} \quad (12)$$

$$r_{tw,k} = fea \{ \mu_{fy,w}, \mu_{fy,f}, t_{w,k}, \mu_{tf}, \mu_E \} \quad (13)$$

$$r_{tf,k} = fea \{ \mu_{fy,w}, \mu_{fy,f}, \mu_{tw}, t_{f,k}, \mu_E \} \quad (14)$$

$$r_{E,k} = fea \{ \mu_{fy,w}, \mu_{fy,f}, \mu_{tw}, \mu_{tf}, E_k \} \quad (15)$$

Результаты расчетов несущей способности представлены на графике 1. Данный график позволяет также оценить влияние каждой из базисных переменных на поведение элемента. Интересно отметить тот факт, что неопределённость базисных переменных влияет не только на предельное значение несущей способности, но и на поведение элемента. На рисунке видно, что изменение предела текучести и толщины стенки смещают начало изменения работы отсека (включение в работу поясов), а изменение предела текучести и толщины поясов влияют только на наибольшее значение предельной нагрузки, модуль упругости оказывает несущественное влияние на изменчивость поведения и значение предельной нагрузки. Данные результаты хорошо согласуются с теоретическими и экспериментальными исследованиями, что еще раз подтверждает эффективность проектирования на основе численных моделей.

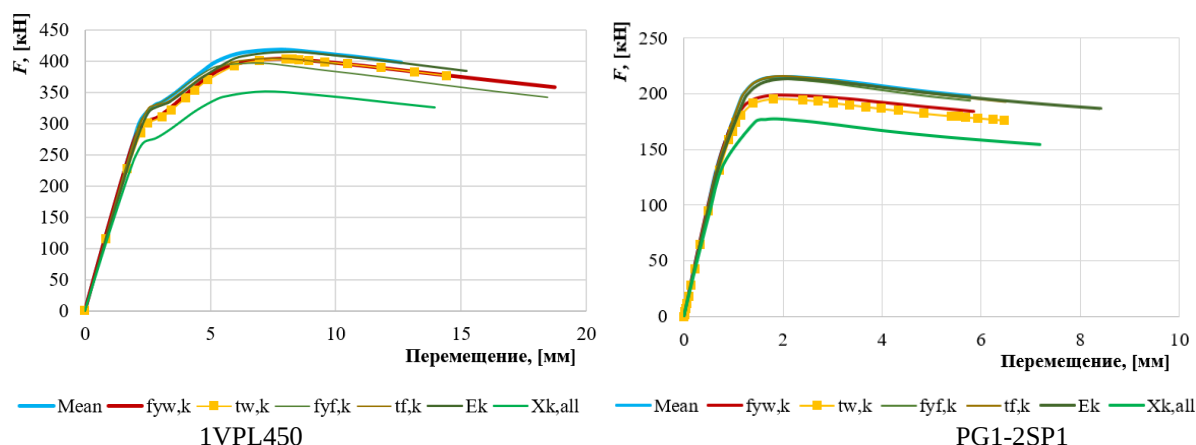


Рисунок 1 – Графики деформирования образцов при разных значениях базисных переменных.

На основании выражения (3) коэффициент вариации будет равен:

$$V_r = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\mu_r - r_{Xi,k}}{\mu_{Xi} - X_{i,k}} \times \sigma_{Xi} \right)^2} = \frac{1}{\mu_r} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta_r}{\Delta_{Xi}} \times \sigma_{Xi} \right)^2} \quad (16)$$

На примере предела текучести продемонстрируем как будет представлено выражение в скобках:

$$\frac{\Delta_r}{\Delta_{Xi}} \times \sigma_{Xi} = \frac{\mu_r - r_{fy,w,k}}{\mu_{fy,w} - f_{y,w,k}} \times \sigma_{fy,w} \quad (17)$$

Средние значения базисных переменных приняты равными измеренным значениям переменных в процессе эксперимента. Среднее значение μ_r несущей способности, вычисленное при средних значения переменных, для образца 1VPL450 равно 419.2 кН, а для образца PG1-2SP1 - 215.7 кН. Коэффициенты вариации переменных приняты согласно [8] [29]. В таблице 2 представлены промежуточные вычисления, необходимые для определения результирующего коэффициента вариации несущей способности. Последний столбец представляет собой степень влияния каждой переменной на общую изменчивость несущей

способности. Для образца 1VPL450 с существенным изменением жесткости элемента в процессе нагружения на результирующую изменчивость оказывает влияние предел текучести и толщина как стенки, так и полки. Результирующий коэффициент вариации V_r получился 5.2%, что согласуется с вычислениями на упрощенных моделях. Для образца PG1-2SP1 без существенного изменения жесткости элемента в процессе нагружения доминирующее влияние оказывает изменчивость предел текучести и толщина стенки. Результирующий коэффициент вариации получился 7.6%, что также согласуется с вычислениями на упрощенных моделях.

Таблица 2. Вычисление коэффициента вариации для численной модели несущей способности для образца 1VPL450

X_i	μ_{X_i}	V_{X_i}	σ_{X_i}	$X_{i,k}$	$\mu_{X_i}-X_{i,k}$	$r_{X_{i,k}},$ кН	$\mu_r/r_{X_{i,k}}$	$\mu_r-r_{X_{i,k}}$	Δ_r/Δ_{X_i}	$\Delta_r/\Delta_{X_i} \times$ σ_{X_i}
f_{yw} , МПа	325.0	0.07	22.75	289.7	35.3	418.6	1.04	15.22	0.43	9.8
t_w , мм	4.10	0.04	0.164	3.83	0.3	416.3	1.04	17.49	64.83	10.6
f_{yf} , МПа	454.0	0.07	31.78	404.6	49.4	409.9	1.06	23.96	0.49	15.4
t_f , мм	20.65	0.02	0.413	19.97	0.7	420.2	1.03	13.63	20.06	8.3
E , ГПа	210.0	0.03	6.3	199.6	10.4	430.9	1.01	2.92	0.28	1.8

Таблица 3. Вычисление коэффициента вариации для численной модели несущей способности для образца PG1-2SP1

X_i	μ_{X_i}	V_{X_i}	σ_{X_i}	$X_{i,k}$	$\mu_{X_i}-X_{i,k}$	$r_{X_{i,k}},$ кН	$\mu_r/r_{X_{i,k}}$	$\mu_r-r_{X_{i,k}}$	Δ_r/Δ_{X_i}	$\Delta_r/\Delta_{X_i} \times$ σ_{X_i}
f_{yw} , МПа	339	0.07	23.73	302.1	36.9	198.88	1.08	16.790	0.46	10.81
t_w , мм	4.1	0.04	0.164	3.83	0.3	195.63	1.10	20.040	74.28	12.18
f_{yf} , МПа	250	0.07	17.5	222.8	27.2	213.83	1.01	1.840	0.07	1.18
t_f , мм	12.30	0.02	0.246	11.90	0.4	215.79	1.00	-0.120	-0.30	-0.07
E , ГПа	210	0.03	6.3	199.6	10.4	213.56	1.01	2.110	0.20	1.28

Для реализации метода, предложенного Cervenka V., вычислена несущая способность при всех базисных переменных, принятых с нормативными значениями $r_{X,all,k} = fea \{ f_{yw,k}, f_{yf,k}, t_{w,k}, t_{f,k}, E_k \}$. При использовании данного метода коэффициент вариации V_r для образца 1VPL450 составил 10.7%, а для образца PG1-2SP1 – 11.8%, что существенно больше по сравнению с предложенными в статье методами.

4. Выводы

В статье выполнен критический анализ метода Cervenka V. для оценки коэффициента вариации несущей способности, вычисленной посредством компьютерного моделирования, и показана его несостоятельность в теоретическом и практическом плане для стальных конструкций. Также в статье развит и продемонстрирован метод определения коэффициента вариации, основанный на разложении функции в ряд Тейлора с последующим применением различных схем численного дифференцирования. Предложенный метод верифицирован на обобщенных нелинейных моделях несущей способности, для которых точное решение получено с помощью симуляционного метода Монте-Карло. Практическая реализация предложенного метода продемонстрирована на численных моделях тонкостенных элементов с принципиально разными схемами деформирования.

На основании выполненного исследования можно сделать следующие выводы:

– наиболее точно оценить значение коэффициента вариации можно с использованием разложения в ряд Тейлора и численного интегрирования по 3 точкам, однако такой метод требует $2N+1$ вычислений, поэтому он может быть рекомендован только для отдельных верификационных задач;

– в качестве практического метода оценки коэффициента вариации следует использовать разложение в ряд Тейлора и численное интегрирование по 2 точкам (требуется определить $N+1$). Данный метод позволяет получить значения коэффициентов вариации с точностью до 5%, что при значениях коэффициентов вариации несущей способности в пределах 5-10% практически не сказывается на конечном результате, для более высокой изменчивости несущей способности необходимо этот фактор учитывать;

– для стальных конструкций в большинстве ситуаций доминирующее влияние оказывает предел текучести. Для рассмотренных более сложных моделей необходимо учитывать изменчивость предела текучести и толщин проката (стенки и полки) в качестве случайных величин;

– прельщающая своей простотой (требуется только два вычисления) оценка коэффициента вариации по методике, предложенной Cervenka V., существенно завышает значение коэффициента вариации несущей способности. Основная ошибка возникает из-за предпосылки, что при подстановке нормативных значений базисных переменных в модель несущей способности получается 5% квантиль распределения несущей способности. Поэтому этот метод можно рекомендовать только в качестве альтернативного консервативного приближения;

– также заслуживает внимания тот факт, что неопределённость базисных переменных влияет не только на значение несущей способности, но и на поведение элемента (на вид графика деформирования).

В качестве перспективных направлений исследований следует отметить возможность применения полученных результатов для анализа коэффициентов вариации систем, так как рассмотренные виды напряженного состояния демонстрируют системные эффекты, такие как трансформацию схемы работы с последующим перераспределением усилий. Также полученные результаты направлены на развитие формата безопасности конструкций, проектируемых на основе численных моделей (компьютерного моделирования).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. Москва : Стройиздат, 1978. 239 с.
2. Болотин, В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. Москва : Стройиздат, 1982. 351 с.
3. Райзер, В.Д. Развитие теории надежности и совершенствование норм проектирования // Строительная механика и расчет сооружений. 1983. № 5. С. 1-4.
4. Pichugin S., Zyma O. Method for reliability estimation of the main pipeline steelwork structure // Metal Constructions. 2014. Vol. 20. No 2. P. 77-87.
5. Пичугин С.Ф. Оценка надежности элементов стальных конструкций // Металлические конструкции. 2008. Т. 14. № 4. С. 227-236.
6. Тур В.В., Надольский В.В. Калибровка значений частных коэффициентов для проверок предельных состояний несущей способности стальных конструкций для условий Республики Беларусь. Часть 1 // Строительство и реконструкция. 2016. №4 (66) С.73-84.
7. Тур В.В., Надольский В.В. Калибровка значений частных коэффициентов для проверок предельных состояний несущей способности стальных конструкций для условий Республики Беларусь. Часть 2 // Строительство и реконструкция. 2016. №5 (67). С.69-75.
8. Надольский В.В. Коэффициенты надежности для нелинейных моделей несущей способности балок с гибкой стенкой // Вестник МГСУ. 2023. Т. 18. Вып. 6. С. 852–863. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.6.852-863.
9. Володарский В. А. Определение параметров распределений по коэффициенту вариации // Методы менеджмента качества. 2016. № 7. С. 50-53.

10. Надольский В.В. Статистические характеристики погрешности численных моделей несущей способности для стальных элементов // Строительство и реконструкция. 2023. №3 (107). С.17-34. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-107-3-17-34».
11. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. Москва : Мир, 1969. 395 с.
12. Cervenka V. Global safety format for nonlinear calculation of reinforced concrete. // Betonund Stahlbetonbau. 2008. Vol. 103. P. 37–42.
13. Cervenka V. Global safety formats in fib Model Code 2010 for design of concrete structures. // Proceedings of the 11th Probabilistic Workshop, Brno. 2013. Corpus ID: 215762212.
14. Schlune H., Plos M. Safety Format for the non-linear analysis of Concrete Structures // Engineering Structures. 2011. Vol. 33(8). DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.05.029
15. Shlune H., Gylltoft K., Plos M. Safety format for non-linear analysis of concrete structures // Magazine of Concrete Research. 2012. Vol. 64(7). Pp. 563–74.
16. Lorenzo D., Ilario V., Mancini G. Global safety format for non-linear analysis of reinforced concrete structures // Structural Concrete. 2013. Vol. 14(1). P.29–42.
17. Sykora M., Markova J., Nadolski V. Application of Semi-Probabilistic Methods to Verification of Series System // Transactions of the VSB - Technical University of Ostrava. 2021. Vol. 21/2. pp. 80-85. Doi: 10.35181/tces-2021-0018.
18. Sykora M., Nadolski V., Novak L., Novak D., Diamantidis D. Pilot comparison of semi-probabilistic methods applied to RC structures with multiple failure modes // Proceedings of fib International Congress 2022. 2022. 10 p. DOI: 10.1002/suco.202270040.
19. Cervenka, V. Reliability – based non-linear analysis according to fib Model Code 2010 // Structures Concrete, Jurnal of fib. 2013. Vol. 14. P. 19–28.
20. CEN. prEN 1992-1-1: Eurocode 2 – Design of concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings. CEN 2021. Brussels.
21. fib Model Code for Concrete Structures 2020 (draft). John Wiley & Sons, Berlin, Heidelberg, draft 2021.
22. Перельмутер А. В., Туп В.В. Готовы ли мы перейти к нелинейному анализу при проектировании? // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2017. Vol. 13. P. 86-102.
23. Novák, L. On taylor series expansion for statistical moments of functions of correlated random variables // Symmetry. 2020. Vol. 12. Paper 1379.
24. fib Bulletin 65, “fib Model Code 2020, draft “. 2021. URL: <https://www.fib-international.org/publications/fib-bulletins/model-code-2010-final-draft,-volume-1-detail.html>
25. Орлов А. И. Метод статистических испытаний в прикладной статистике // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2019. Т. 85. № 5. С. 67-79. DOI 10.26896/1028-6861-2019-85-5-67-79.
26. Лепехина Н.В., Абабий В. Д. Исследование методом Монте-Карло некоторых элементарных физико-химических процессов на поверхности // Известия Томского политехнического университета. 2003. Т. 306. № 4. С. 14-17.
27. Касьянов В.Ф., Сокова С. Д., Калинин В. М. Определение влияния случайных факторов на надежность конструкций методами математической статистики и теории вероятностей // Естественные и технические науки. 2015. № 2(80). С. 138-140.
28. JCSS Probabilistic Model Code // Joint Committee of Structural Safety [Electronic resource]. 2001. URL: <http://www.jcss.ethz.ch>.
29. Надольский В. В., Мартынов Ю.С. Вероятностное моделирование сопротивления стальных элементов // Вестник Полоцкого государственного университета. 2015. № 8. С. 44-49.
30. Flores R. Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads: Doctoral Thesis. Barcelona, Polytechnic University of Catalonia, 2009. 221 p.
31. Roberts T.M., Shahabian F. Combined Shear and Patch Loading of Plate Girders // Journal Structural Engineer ASCE. 2000. Vol. 126. № 3. P. 316-321.
32. Надольский В. В., Подымако В.И. Оценка несущей способности стальной балки методом конечных элементов при совместном действии локальных и сдвиговых усилий // Строительство и реконструкция. 2022. №2 (100) С.26-43.
33. Надольский В.В., Вихляев А.И. Оценка несущей способности балок с гофрированной стенкой методом конечных элементов при действии локальной нагрузки // Вестник МГСУ. 2022. Т. 17. Вып. 6. С. 693–706. DOI: 10.22227/1997-0935.202.
34. Надольский В.В. Параметры численных моделей несущей способности для стальных элементов // Строительство и реконструкция. 2023. № 1(1). С. 43-56. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-105-1-43-56.

REFERENCES

1. Rzhaničyn A. R. Teoriya rascheta stroitel'nyh konstrukcij na nadezhnost' [Theory of calculation of building structures for reliability]. Moskva : Strojizdat, 1978. 239 s.
2. Bolotin, V. V. Metody teorii veroyatnostej i teorii nadezhnosti v raschetah sooruzhenij [Methods of probability theory and reliability theory in calculations of structures]. Moskva : Strojizdat, 1982. 351 s.
3. Rajzer, V.D. Razvitie teorii nadezhnosti i sovershenstvovanie norm proektirovaniya [Development of reliability theory and improvement of design standards] *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij*. 1983. № 5. S. 1-4.
4. Pichugin S., Zyma O. Method for reliability estimation of the main pipeline steelwork structure. *Metal Constructions*. 2014. Vol. 20. No 2. P. 77-87.
5. Pichugin S.F. Ocenka nadezhnosti elementov stal'nyh konstrukcij [Assessment of reliability of elements of steel structures]. *Metallicheskie konstrukcii*. 2008. T. 14. № 4. S. 227-236.
6. Tur V.V., Nadol'skij V.V. Kalibrovka znachenij chastnyh koefficientov dlya proverok predel'nyh sostoyanij nesushchej sposobnosti stal'nyh konstrukcij dlya uslovij Respubliki Belarus'. CHast' 1 [Calibration of the values of partial coefficients for checking the limiting states of the bearing capacity of steel structures for the conditions of the Republic of Belarus. Part 1] *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2016. №4 (66) S.73-84.
7. Tur V.V., Nadol'skij V.V. Kalibrovka znachenij chastnyh koefficientov dlya proverok predel'nyh sostoyanij nesushchej sposobnosti stal'nyh konstrukcij dlya uslovij Respubliki Belarus'. CHast' 2 [Calibration of the values of partial coefficients for checking the limiting states of the bearing capacity of steel structures for the conditions of the Republic of Belarus. Part 2] *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2016. №5 (67). S.69-75.
8. Nadol'skij V.V. Koefficienty nadezhnosti dlya nelinejnyh modelej nesushchej sposobnosti balok s gibkoj stenкой [Reliability coefficients for nonlinear models of load-bearing capacity of beams with a flexible wall]. *Vestnik MGSU*. 2023. T. 18. Vyp. 6. S. 852–863. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.6.852-863.
9. Volodarskij V. A. Opredelenie parametrov raspredelenij po koefficientu variacii [Determination of distribution parameters by coefficient of variation]. *Metody menedzhmenta kachestva*. 2016. № 7. S. 50-53.
10. Nadol'skij V.V. Statisticheskie harakteristiki pogreshnosti chislennyh modelej nesushchej sposobnosti dlya stal'nyh elementov [Statistical characteristics of the error of numerical models of bearing capacity for steel elements] *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2023. №3 (107). S.17-34. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-107-3-17-34».
11. Han G., SHapiro S. Statisticheskie modeli v inženernyh zadachah [Statistical models in engineering problems] Moskva: Mir, 1969. 395 s.
12. Cervenka V. Global safety format for nonlinear calculation of reinforced concrete. *Betonund Stahlbetonbau*. 2008. Vol. 103. P. 37–42.
13. Cervenka V. Global safety formats in fib Model Code 2010 for design of concrete structures. *Proceedings of the 11th Probabilistic Workshop*, Brno. 2013. Corpus ID: 215762212.
14. Schlune H., Plos M. Safety Format for the non-linear analysis of Concrete Structures. *Engineering Structures*. 2011. Vol. 33(8). DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.05.029
15. Shlune H., Gylltoft K., Plos M. Safety format for non-linear analysis of concrete structures. *Magazine of Concrete Research*. 2012. Vol. 64(7). Pp. 563–74.
16. Lorenzo D., Ilario V., Mancini G. Global safety format for non-linear analysis of reinforced concrete structures. *Structural Concrete*. 2013. Vol. 14(1). P.29–42.
17. Sykora M., Markova J., Nadolski V. Application of Semi-Probabilistic Methods to Verification of Series System. *Transactions of the VSB - Technical University of Ostrava*. 2021. Vol. 21/2. pp. 80-85. Doi: 10.35181/tces-2021-0018.
18. Sykora M., Nadolski V., Novak L., Novak D., Diamantidis D. Pilot comparison of semi-probabilistic methods applied to RC structures with multiple failure modes. *Proceedings of fib International Congress 2022*. 2022. 10 p. DOI: 10.1002/suco.202270040.
19. Cervenka, V. Reliability – based non-linear analysis according to fib Model Code 2010. *Structures Concrete, Jurnal of fib*. 2013. Vol. 14. R. 19–28.
20. CEN. prEN 1992-1-1: Eurocode 2 – Design of concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings. CEN 2021. Brussels.
21. fib Model Code for Concrete Structures 2020 (draft). John Wiley & Sons, Berlin, Heidelberg, draft 2021.
22. Perel'muter A. V., Tur V.V. Gotovy li my perejti k nelinejnomu analizu pri proektirovanii? [Are we ready to switch to nonlinear analysis in design?]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2017. Vol. 13. P. 86-102.
23. Novák, L. On taylor series expansion for statistical moments of functions of correlated random variables. *Symmetry*. 2020. Vol. 12. Paper 1379.
24. fib Bulletin 65, “fib Model Code 2020, draft“. 2021. URL: <https://www.fib-international.org/publications/fib-bulletins/model-code-2010-final-draft,-volume-1-detail.html>

25. Orlov A. I. Metod statisticheskikh ispytaniy v prikladnoy statistike [Method of statistical tests in applied statistics] *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*. 2019. T. 85. № 5. S. 67-79. DOI 10.26896/1028-6861-2019-85-5-67-79.
26. Lepekhina N.V., Ababij V. D. Issledovanie metodom Monte-Karlo nekotorykh elementarnykh fiziko-himicheskikh processov na poverhnosti [Monte Carlo investigation of some elementary physical and chemical processes on the surface] *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta*. 2003. T. 306. № 4. S. 14-17.
27. Kas'yanov V.F., Sokova S. D., Kalinin V. M. Opredelenie vliyaniya sluchajnykh faktorov na nadezhnost' konstrukcij metodami matematicheskoy statistiki i teorii veroyatnostey [Determination of the influence of random factors on the reliability of structures by methods of mathematical statistics and probability theory] *Estestvennye i tekhnicheskie nauki*. 2015. № 2(80). S. 138-140.
28. JCSS Probabilistic Model Code // Joint Committee of Structural Safety [Electronic resource]. 2001. URL: <http://www.jcss.ethz.ch>.
29. Nadol'skij V. V., Martynov YU.S. Veroyatnostnoe modelirovanie soprotivleniya stal'nykh elementov [Probabilistic modeling of resistance of steel elements] *Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta*. 2015. № 8. S. 44-49.
30. Flores R. Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads : Doctoral Thesis. Barcelona, Polytechnic University of Catalonia, 2009. 221 p.
31. Roberts T.M., Shahabian F. Combined Shear and Patch Loading of Plate Girders. *Journal Structural Engineer ASCE*. 2000. Vol. 126. № 3. P. 316-321.
32. Nadol'skij V. V., Podymako V.I. Ocenka nesushchej sposobnosti stal'noj balki metodom konechnykh elementov pri sovmestnom dejstvii lokal'nykh i sdvigovykh usilij [Assessment of the bearing capacity of a steel beam by the finite element method under the combined action of local and shear forces] *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2022. №2 (100) S.26-43.
33. Nadol'skij V.V., Vihlyayev A.I. Ocenka nesushchej sposobnosti balok s gofrirovannoj stenкой metodom konechnykh elementov pri dejstvii lokal'noj nagruzki [Assessment of the bearing capacity of beams with a corrugated wall by the finite element method under the action of a local load] *Vestnik MGSU*. 2022. T. 17. Vyp. 6. S. 693–706. DOI: 10.22227/1997-0935.202.
34. Nadol'skij V.V. Parametry chislennykh modelej nesushchej sposobnosti dlya stal'nykh elementov [Parameters of numerical models of bearing capacity for steel elements]. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2023. № 1(1). S. 43-56. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-105-1-43-56.

Информация об авторах:

Тур Виктор Владимирович

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Беларусь,
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Технологии бетона и строительных материалов».
E-mail: profturvic@gmail.com

Надольский Виталий Валерьевич

УО «Брестский государственный технический университет» (БрГТУ), г. Брест, Республика Беларусь,
кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Технологии строительного производства»
и доцент кафедры «Строительных конструкций», Белорусский национальный технический университет
(БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь
E-mail: nadolskivv@mail.ru

Information about authors:

Tur Viktor V.

Brest State Technical University, Brest, Belarus,
Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Concrete Technology and Building Materials.
E-mail: profturvic@gmail.com

Nadolski Vitali V.

Brest State Technical University, Brest, Belarus,
candidate of technical science (PhD), docent, associated professor of the department of Building constructions,
and Associate Professor of the Department of Building Structures, Belarusian National Technical University (BNTU),
Minsk, Republic of Belarus
E-mail: nadolskivv@mail.ru