

М.Ю. ТРОШИН¹, А.В. ТУРКОВ¹¹Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, г. Орел, Россия

ВЗАИМОСВЯЗЬ МАКСИМАЛЬНОГО ПРОГИБА И ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛИТЕ ИЗ ДПК ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ВЕЛИЧИНЕ ЗАЗОРОВ В ПОПЕРЕЧНОМ СЛОЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Аннотация. Древесина перекрестноклееная (ДПК) является современным многослойным материалом с высокой несущей способностью, которая позволяет возводить многоэтажные здания из деревянных конструкций. В настоящем исследовании была изучена взаимосвязь максимального прогиба и частоты собственных колебаний в 3-х слойной плите из ДПК при переменной величине зазоров в среднем поперечном слое при разных граничных условиях. Исследование выполнено численными методами в вычислительном комплексе SCAD++ методом конечных элементов (МКЭ). Результатом исследования является проверка фундаментальной закономерности для плиты из ДПК с изменяемой величиной зазоров в центральном слое. Данный результат вносит вклад в развитие вибрационного метода контроля качества строительных конструкций с применением плит из ДПК с аналогичными параметрами и количеством слоев.

Ключевые слова: деревянные конструкции, древесина перекрестноклееная, максимальный прогиб, частота собственных колебаний, составная пластина.

M.YU. TROSHIN¹, A.V. TURKOV¹¹Oryol State University named after I.S. Turgenev, Oryol, Russia

RELATIONSHIP OF MAXIMUM DEFLECTIONS AND NATURAL FREQUENCIES VIBRATIONS IN A THREE-LAYER CLT PANEL WITH VARIABLE GAPS IN THE TRANSVERSE LAYER UNDER DIFFERENT BOUNDARY CONDITIONS

Abstract. Cross-laminated timber (CLT) is a modern multilayer material with high load-bearing capacity, which allows the construction of multi-storey buildings made of wooden structures. In the present study, the relationship between the maximum deflection and natural vibration frequency in a 3-layer CLT panel at variable values of gaps in the central transverse layer under different boundary conditions was investigated. The study has been carried out by numerical methods in the SCAD++ computer complex using the finite element method (FEM). The result of the study is the verification of the identified fundamental regularity for a CLT panel with variable gaps in the central layer. This result contributes to the development of a vibration method for quality control of building structures using CLT with similar parameters and number of layers.

Keywords: timber structures, cross-laminated timber, CLT panels, natural frequency, composite plate, dynamic control.

1. Введение

Древесина перекрестноклееная ДПК (на западе CLT) является изготовленной в заводских условиях деревянной многослойной плитой, состоящей нечетного количества накрест склеенных слоев досок. Доски в слоях могут быть как цельные, так и склеены на зубчатый шип, что позволяет делать плиты большой длины (до 18 м) [1]. Перекрестная склейка обеспечивает высокую несущую способность плит, так как древесина обладает анизотропными свойствами, что означает разные упругие характеристики в зависимости от направления волокон [2]. Благодаря этому, данные плиты возможно использовать в несущих конструкциях зданий.

Использование данного материала в современном строительстве позволяет возводить многоэтажные деревянные здания. Кроме того, благодаря заводскому изготовлению плит, обеспечивается высокая скорость возведения зданий. Эти преимущества ДПК способствуют стремительному темпу роста строительства зданий из древесины как в России, так и в остальном мире [3]. В связи с этим, необходимо развитие методов неразрушающего контроля качества строительных конструкций с использованием плит из ДПК. При этом, данный метод должен быть универсальным для различных вариаций геометрических параметров, а также граничных условий плит. Таким методом является вибрационный (динамический) метод контроля.

В работе профессора В.И. Коробко [4] установлена взаимосвязь максимального прогиба W_0 от действия равномерно-распределенной нагрузки q и квадрата частоты собственных колебаний ω для изотропных пластин массой m , выраженная через коэффициент пропорциональности K , являющимся постоянным для различных видов граничных условий:

$$W_0 \cdot \omega^2 = K \frac{q}{m} \quad (1)$$

Данная закономерность была апробирована в ряде исследований различных авторов [5-8], в том числе, для составных пластин. В настоящей статье расчетная схема плиты из ДПК представляет собой составную пластину с ортотропными свойствами слоев, основанную на исследованиях А.Р. Ржаницына и В.В. Филатова [9-11]. В исследованиях [12-15] было исследовано напряженно-деформированное состояние (НДС) плит из древесины перекрестноклееной при различных расчетных схемах и граничных условиях.

Целью настоящего исследования является изучение взаимосвязи максимального прогиба от действия равномерно-распределенной нагрузки и частоты собственных колебаний в 3-хслойной плите из ДПК при переменной величине зазоров в центральном поперечном слое при различных граничных условиях. Подтверждение закономерности (1) вносит вклад в развитие динамических методов контроля качества строительных конструкций и дает возможность применить его для зданий с использованием плит из ДПК с аналогичным видом геометрических параметров слоев.

2. Материалы и методы

Для исследований была создана конечно-элементная схема 3-хслойной плиты из ДПК в вычислительном комплексе SCAD++ длиной 5890 мм, шириной 1140 мм, толщиной слоев 42 мм, шириной досок в слоях 190 мм в виде составной пластины с ортотропными свойствами слоев, общий вид которой изображен на рисунке 1.

Размер плоских конечных элементов составляет 50×50 мм. Слои связаны между собой с помощью элемента «стержень» в SCAD++ с заданной жесткостью $E_A=5 \times 10^4$ кН таким образом, что образуют связи двух видов: поперечные, препятствующие сближению слоев друг относительно друга и связи сдвига, препятствующие сдвиговым деформациям слоев относительно друг друга (см. рисунок 2).

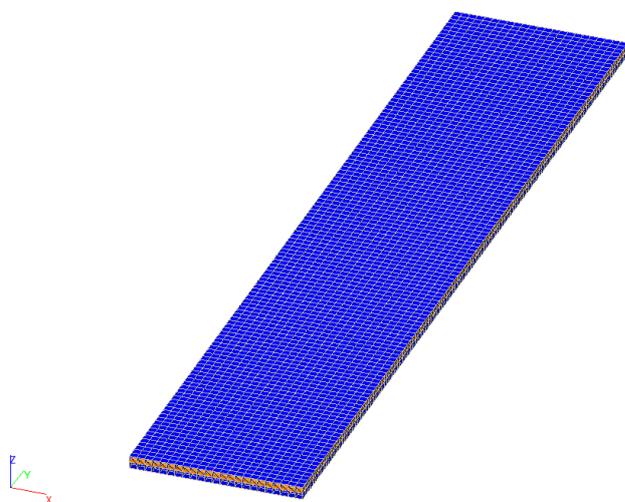


Рисунок 1 – Общий вид расчетной модели плиты из ДПК



Рисунок 2 – Конечно-элементная модель плиты из ДПК

Были исследованы 3 вида граничных условий: шарнирное опирание, жесткое защемление с двух сторон, жесткое защемление с одной стороны и шарнирно-подвижная опора с другой (см. рисунок 3). Статическое нагружение задано равномерно-распределенной нагрузкой на конечные элементы верхнего слоя составной пластины $q=2,85$ кН/м. Для динамического расчета конструкции задан собственный вес, рассчитанный исходя из объемного веса древесины 5 кН/м³.

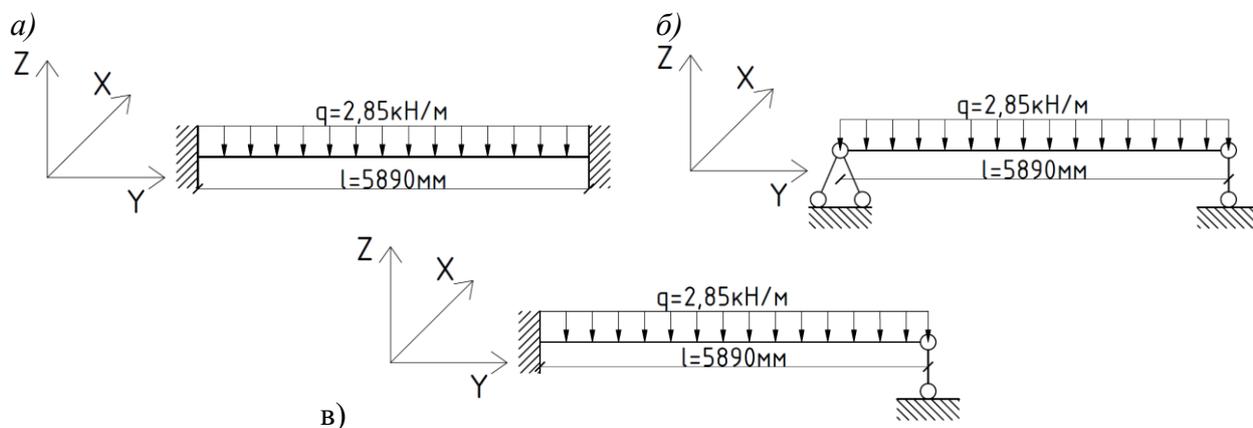


Рисунок 3 – Расчетные схемы трехслойной плиты из ДПК с граничными условиями: а) жесткое защемление; б) шарнирное опирание; в) жесткое защемление с шарниром

Вычислительный комплекс SCAD++ позволяет назначать элементам жесткость вдоль разных осей, поэтому, так как древесина является анизотропным материалом, слоям заданы упругие характеристики, учитывающие анизотропные свойства, значения которых выбраны с учетом российской нормативной документации [16] и приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Упругие характеристики слоев

Направление слоев	E_x , кН/м ²	E_y , кН/м ²	G_{xy} , кН/м ²	ν_{xy}	ν_{yx}
Продольное	4×10^5	1×10^7	5×10^5	0,45	0,018
Поперечное	1×10^7	4×10^5	5×10^5	0,018	0,45

3. Результаты и обсуждение

Исследованы 3-хслойные плиты из ДПК с продольным расположением досок в наружных слоях (слои 1 и 3 по порядковому номеру) с величиной зазоров 0, 50, 100, 150 мм в поперечном слое (2 по порядковому номеру). Был произведен линейный расчет в SCAD++. В таблице 2 отображены значения коэффициента K, полученные аналитическим способом в исследованиях В.И. Коробко для разных типов граничных условий.

Таблица 2 – Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний в 3-хслойной плите из ДПК

K, полученное аналитическим способом при условии опирания:		
Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром
1	2	3
1,28420	1,26835	1,28549

Полученные значения максимальных прогибов и частот собственных колебаний, а также расчетное K занесены в таблицу 3.

Таблица 3 – Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний в 3-хслойной плите из ДПК

Величина зазоров, мм	Максимальный прогиб W_0 (мм) при условии опирания:			Частота собственных колебаний ω (с ⁻¹) при условии опирания:			Погонная масса плиты m (т/м)	Расчетное $K = \frac{W_0 * \omega^2}{q/m}$ при условии опирания:			Отклонение $K_{расч}$ от $K_{аналит}$ (%) при условии опирания:		
	Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром	Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром		Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром	Жесткое защемление	Шарнирное опирание	Жесткое защемление с шарниром
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	-4,90	-24,46	-10,18	102,22	45,05	70,44	0,0732	1,31473	1,27488	1,29737	2,38	0,52	0,92
50	-4,95	-24,57	-10,25	105,41	46,60	72,78	0,0682	1,31696	1,27757	1,30022	2,55	0,73	1,15
100	-5,02	-24,69	-10,34	107,37	47,68	74,31	0,0649	1,31805	1,27857	1,30098	2,64	0,81	1,21
150	-5,11	-24,75	-10,43	108,43	48,51	75,37	0,0626	1,31923	1,28049	1,30292	2,73	0,96	1,36

По полученным данным были построены графики зависимости частот собственных колебаний и максимальных прогибов от величины зазоров в поперечном слое 3-хслойной плиты из ДПК (см. рисунок 4).

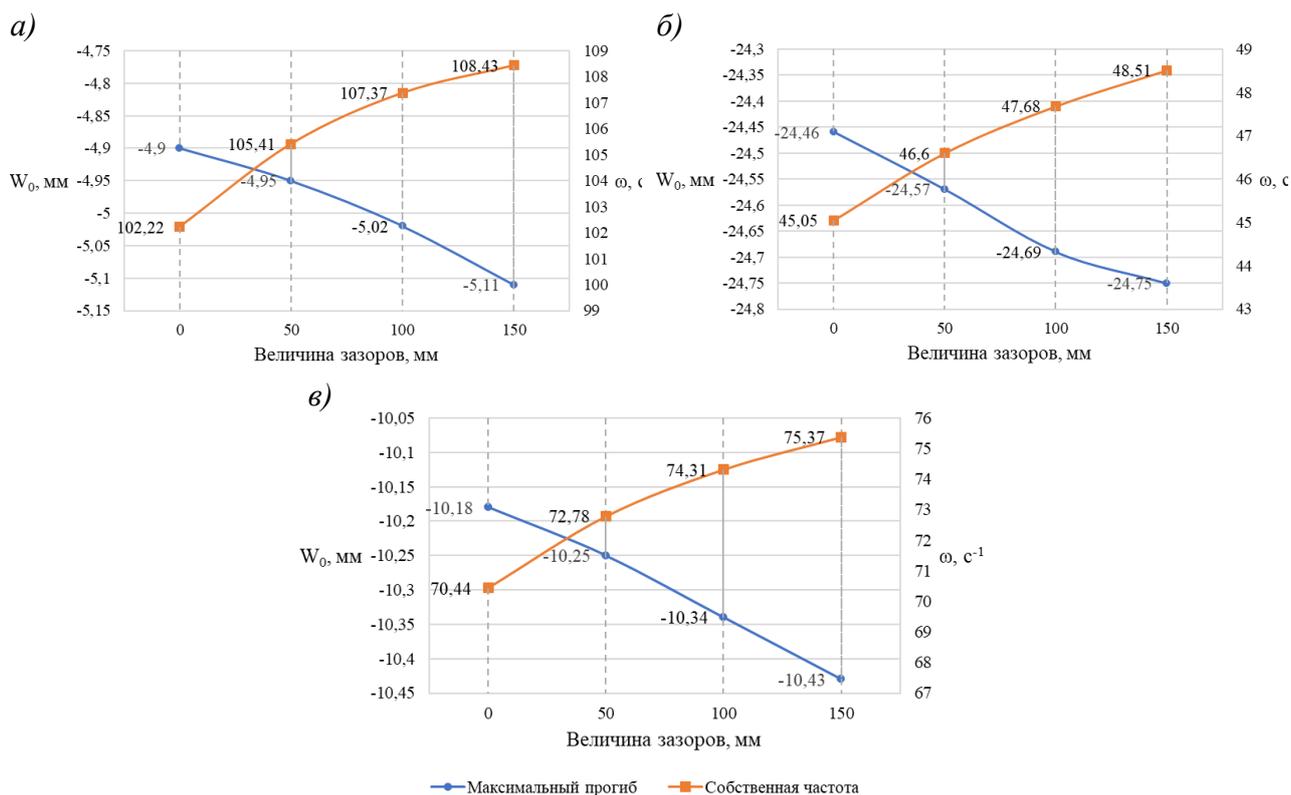


Рисунок 4 – Зависимость частоты собственных колебаний и максимального прогиба от величины зазора в поперечном слое с граничными условиями: а) жесткое защемление; б) шарнирное опирание; в) жесткое защемление с шарниром

Для наглядности был построен график зависимости расчетного коэффициента K от величины зазоров в поперечном слое 3-хслойной плиты из ДПК (см. рисунок 5).

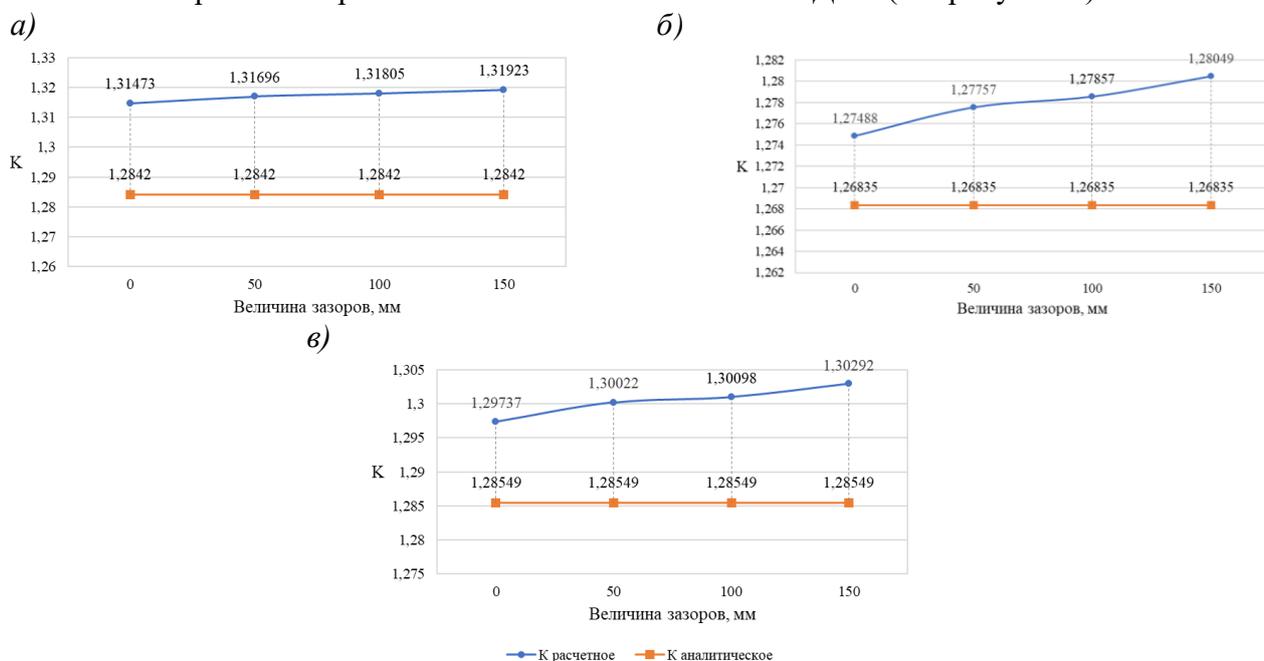


Рисунок 5 – Зависимость расчётного коэффициента K при изменении величины зазоров в поперечном слое с граничными условиями: а) жесткое защемление; б) шарнирное опирание; в) жесткое защемление с шарниром

Из полученных данных следует, что отклонение расчетного коэффициента K от аналитического во всех случаях не превышало 5%, что свидетельствует о применимости закономерности, выведенной В.И. Коробко, для 3-хслойных плит из ДПК с пустотами в центральном слое, смоделированными как составная ортотропная пластина. При этом, наибольшее значение отклонения наблюдается при жестком защемлении плиты с двух сторон. Столь малое отклонение может возникать из-за множества различных причин: заданного комплексом распределения масс в плите с зазорами, округлений переменных в процессе вычисления уравнения В.И. Коробко, высокого порядка системы уравнений расчетной схемы в SCAD++, а также точности рассчитанных значений частоты собственных колебаний и максимального прогиба.

Как правило, частота собственных колебаний и прогиб конструкции обратно пропорциональны, так как зависят от изгибной жесткости конструкции. В данном случае при увеличении зазоров в поперечном слое плиты жесткость изменялась незначительно, что привело к малому увеличению максимального прогиба (разница между при минимальной и максимальной величине зазора <5%). Но также частота собственных колебаний обратно зависит от массы конструкции, которая уменьшилась на ~14%. В связи с этим, в данной конструкции при увеличении зазоров возросли и максимальный прогиб, и частота собственных колебаний, сохранив взаимосвязь, выраженную через коэффициент пропорциональности K .

4. Выводы

По результатам исследования 3-хслойной плиты из древесины перекрестноклееной, на взаимосвязь максимального прогиба и частоты собственных колебаний при переменной толщине зазоров в поперечном слое при различных граничных условиях выявлено, что:

- при увеличении зазора в поперечном слое во всех случаях увеличивался максимальный прогиб и частота собственных колебаний плиты;
- при увеличении величины зазора в поперечном слое незначительно возрастало отклонение расчетного коэффициента K от аналитического, что также подтверждает установленную закономерность для данного вида изменения геометрии конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ Р 56706-2022. Плиты из перекрестноклееной древесины. Общие технические условия.
2. Ашкенази Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов. М.: Лесная промышленность, 1978. 224 с.
3. Современные строительные материалы из древесины // URL: <https://lesprominform.ru/jarticles.html?id=5080> (дата обращения: 14.05.2024).
4. Коробко В.И. Об одной "замечательной" закономерности в теории упругих пластинок // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1989. № 11. С. 32-36.
5. Коробко В.И., Бояркина О.В. Взаимосвязь задач поперечного изгиба и свободных колебаний треугольных пластинок // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2007. № 22 (94). С. 24-26.
6. Турков А. В., Марфин К.В., Баженова А.В. Прогибы и частоты собственных колебаний составных многослойных квадратных изотропных пластин с шарнирным опиранием по контуру при изменении жесткости связей сдвига // Строительство и реконструкция. 2019. №4. С. 65-70.
7. Марфин К. В. Взаимосвязь максимальных прогибов и собственных частот поперечных колебаний составных пластин на податливых связях : автореф. дисс. ... канд. тех. наук : 05.23.17 / Марфин Кирилл Васильевич. — Орел, 2015, 20 с.
8. Турков А. В., Марфин К.В., Ветрова О.А. Прогибы и частоты собственных колебаний систем перекрестных ферм на квадратном плане с различными схемами опирания // Промышленное и гражданское строительство. 2018. №11. С. 42-45.
9. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки. – Москва: Стройиздат, 1986. – 316 с.
10. Филатов В.В. Развитие теории и разработка численной методики расчета составных стержней и

пластин. – дисс. ... докт. тех. наук : 05.23.17 / Филатов Владимир Владимирович. – Москва, 2015, 292 с.

11. Филатов В.В. К расчету составных пластин по теории А.Р. Ржаницына. // Труды международной научно-технической конф. «Вычислительная механика деформируемого твердого тела». М.: МИИТ, 2006. Том 2. С. 414-416.
12. Трошин М.Ю., Турков А.В. Влияние шага поперечных слоев на деформативность и распределение напряжений в трехслойных плитах древесины перекрестно-клееной / М.Ю. Трошин, А.В. Турков. // Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, инновации: VII Международная научно-практическая конференция, приуроченная к проведению в Российской Федерации Десятилетия науки и технологий 24-25 ноября 2022 года – Омск, 2022 – С.515-519.
13. Трошин М.Ю., Турков А.В. Влияние шага поперечных слоев на деформативность и распределение напряжений в пятислойных плитах древесины перекрестно-клееной // Строительство и реконструкция. 2023;(3):35-41. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-107-3-35-41>.
14. Трошин М.Ю., Турков А.В. Влияние шага досок в поперечном слое на деформативность и распределение напряжений в трехслойной CLT-панели, смоделированной как составная пластина / М.Ю. Трошин, А.В. Турков. – DOI 10.31660/2782-232X-2023-3-25-32 // Архитектура, строительство, транспорт. – 2023. – № 3. – С. 25-32.
15. Трошин М.Ю., Турков А.В., Заев А.В. Влияние шага досок в поперечном слое на деформативность и распределение напряжений в трехслойной CLT-панели, жестко заземленной с двух сторон // Строительство и реконструкция. 2024;(2):50-58. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2024-112-2-50-58>.
16. СП 64.13330.2017. Деревянные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-25-80.

REFERENCES

1. GOST R 56706-2022. Plity iz perekrestnokleenoj drevesiny. Obshchie tekhnicheskie usloviya. [Cross-laminated wood boards. General technical conditions.] (rus)
2. Ashkenazi E.K. Anizotropiya drevesiny i drevesnyh materialov [Anisotropy of wood and wood materials]. М.: 'Lesnaya promyshlennost' [Forest industry], 1978. 224 p. (rus)
3. Sovremennye stroitel'nye materialy iz drevesiny [Modern wood building materials] // URL: <https://lesprominform.ru/articles.html?id=5080> (date of application: 14.05.2024). (rus)
4. Korobko, V.I. Ob odnoy "zamechatel'noy" zakonomernosti v teorii uprugikh plastinok [One "remarkable" regularity in the theory of elastic plates]. *Izv. vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura*. 1989. No 11. Pp. 32-36. (rus)
5. Korobko, V.I., Boyarkina, O.V. Vzaimosvyaz' zadach poperechnogo izgiba i svobodnykh kolebaniy tre-ugol'nykh plastinok [The relationship between the problems of transverse bending and free vibrations of triangular plates]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura*. 2007. No 22 (94). Pp. 24-26. (rus)
6. Turkov A. V., Marfin K.V., Bazhenova A.V. Progiby i chastoty sobstvennykh kolebaniy sostavnykh mnogoslojnykh kvadratnykh izotropnykh plastin s shamirnym opiraniem po konturu pri izmenenii zhestkosti svyazey sdviga [Deflections and frequencies of natural vibrations of composite multilayer square isotropic plates with articulated support along the contour under changing stiffness of shear bonds]. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2019. No. 4. Pp. 65-70 (rus)
7. Marfin K. V. Vzaimosvyaz' maksimal'nykh progibov i sobstvennykh chastot poperechnykh kolebaniy sostavnykh plastin na podatlivykh svyazyah [Relationship between maximum deflections and natural frequencies of transverse vibrations of composite plates on pliable bonds]: avtoref. diss. ... kand. tekhn. nauk : 05.23.17 / Marfin Kirill Vasil'evich. — Orel, 2015, 20 p. (rus)
8. Turkov A.V, Marfin K.V., Vetrova O.A. Progiby i chastoty sobstvennykh kolebaniy sistem perekrestnykh ferm na kvadratnom plane s razlichnymi skhemami opiraniya [Deflections and frequencies of natural vibrations of cross truss systems on a square plan with different support schemes]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*. 2018. №11. Pp. 42-45. (rus)
9. Rzhantsyn, A.R. Sostavnyye sterzhni i plastinki [Compound rods and plates]. Moscow: *Stroyizdat*, 1986. 316 p. (rus)
10. Filatov V.V. Razvitie teorii i razrabotka chislennoj metodiki rascheta sostavnykh sterzhnej i plastin [Theory development and development of numerical methods for the calculation of composite rods and plates]. – diss. ... dokt. tekhn. nauk : 05.23.17 / Filatov Vladimir Vladimirovich. – Moskva, 2015, 292 p. (rus)
11. Filatov V.V. K raschetu sostavnykh plastin po teorii A.R.Rzhantsyna [Calculation of composite plates according to the theory of A.R.Zhantsyn]. *Tруды mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konf. "Vychislitel'naya mekhanika deformiruyemogo tverdogo tela"* [Proceedings of the international scientific and technical conf. "Computational mechanics of a deformable solid"]. Moscow: MIIT, 2006. Vol. 2. Pp. 414-416. (rus)
12. Turkov A. V., Troshin, M. Y. The effect of the step of transverse layers on the deformability and stress

distribution in three-layer slabs of cross-laminated timber. Arkhitekturno-stroitel'nyy i dorozhno-transportnyy kompleksy: problemy, perspektivy, innovatsii. Sbornik materialov VII Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, priurochennoy k provedeniyu v Rossiyskoy Federatsii Desyatiletiya nauki i tekhnologiy, November, 24-25. Omsk, Siberian state automobile and highway university Publ., 2022. 515-519 pp. (rus)

13. Troshin M.Y., Turkov A.V. The effect of the step of transverse layers on the deformability and stress distribution in five-layer slabs of clt-panel. *Building and Reconstruction*. 2023. 3. Pp. 35-41. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-107-3-35-41/>. (rus)

14. Troshin M.Yu., Turkov A.V. The effect of the lamella pitch in the transverse layer on the deformability and stress distribution in a three-layer CLT panel modeled as a composite plate. *Architecture, Construction, Transport*. 2023. (3(105)). Pp. 25-32. DOI 10.31660/2782-232X-2023-3-25-32. (rus)

15. Troshin M.Yu., Turkov A.V., Zaev A.V. The effect of the pitch of the boards in the transverse layer on the deformability and stress distribution in a threelayer CLT panel rigidly clamped on both sides. *Building and Reconstruction*. 2024. No. 2. Pp. 50-58. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2024-112-2-50-58>. (rus)

16. SP 64.13330.2017. Derevyannye konstrukcii. Aktualizirovannaya redakciya SNIIP II-25-80. [Wooden structures. Updated edition]. (rus)

Информация об авторах:

Трошин Михаил Юрьевич

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия, аспирант кафедры строительных конструкций и материалов.

E-mail: mtr997@mail.ru

Турков Андрей Викторович

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры строительных конструкций и материалов.

E-mail: aturkov@bk.ru

Information about authors:

Troshin Mikhail Yr.

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Orel, Russia, postgraduate student, of the department of Building Structures and Materials.

E-mail: mtr997@mail.ru

Turkov Andrey V.

Oryol state University named after I.S. Turgenev, Orel, Russia, doctor of technical sciences, associate professor, professor of the department of Building Structures and Materials.

E-mail: aturkov@bk.ru