

С.Н. КРИВОШАПКО<sup>1</sup><sup>1</sup>ФГАОУ ВО Российский университет дружбы народов, г. Москва

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПЛОСКИМ КОНТУРОМ И СУПЕРЭЛЛИПСАМИ ГЛАВНОГО КАРКАСА

**Аннотация.** Аналитический метод задания поверхности по сравнению с другими значительно упрощает дальнейший ход проектирования криволинейных оболочечных структур и оболочек. Пользуясь универсальностью суперэллипсов, которые составляют семейство замкнутых плоских кривых симметричных относительно двух координатных осей, можно принять их за тройку кривых главного каркаса проектируемой поверхности. В результате плоскопараллельного переноса каждого из трех суперэллипсов вдоль другого направляющего суперэллипса при условии прохождения подвижного суперэллипса через симметричные точки третьего суперэллипса главного каркаса будет получена тройка разных поверхностей с тождественным главным каркасом. Этот метод построения поверхностей получил широкое распространение во многих отраслях строительства, техники и науки. В статье описаны и проиллюстрированы двадцатью девятью рисунками практически все известные поверхности с главным каркасом из 3-х суперэллипсов. Их было обнаружено более девяти десятков. Некоторые поверхности были приняты за срединные поверхности тонких строительных оболочек, для которых определены их напряженно-деформированные состояния. Приведенные результаты и список использованной литературы из 32 наименований помогут найти новые направления в исследовании поверхностей и оболочек этого типа, которые обладают определенными достоинствами.

**Ключевые слова:** суперэллипс, главный каркас поверхности, плоскопараллельный перенос кривой, формирование поверхности, ромб, окружность, цилиндроид, алгебраическая поверхность.

S.N. KRIVOSHAPKO<sup>1</sup><sup>1</sup>The Patrice Lumumba Peoples' Friendship University of Russia

## ANALYTICAL SURFACES WITH A PLANE CONTOUR AND WITH SUPERELLIPSES OF THE MAIN FRAMEWORK

**Abstract.** Analytical method of definition of surface considerably simplifies the following operation of design of curvilinear shell structures and shells in comparison with other methods of definition. Having used the universality of superellipses which form the family of close plane curves that are symmetrical relatively two coordinate axes, one can assume them as a three of curves of the main frame of a design surface. The three of different surfaces with identical main framework will be obtained as a result of plane-and-parallel translation of every of three superellipses along another director ellipse under condition of going of the mobile superellipse through symmetrical points of the third superellipse of the main framework. This method of formation of the surfaces gained wide distribution in many branches of building, technics, and science. In a paper, all known surfaces with main frames of three superellipses are described and illustrated by twenty-nine figures. More than nine tens of them were brought out. Some surfaces were taken as middle surfaces of thin building shells. Their stress-strain state was determined by FEM. The presented results and a list of references containing 32 names will help to find new directions in research of surfaces and shells of this type that have some advantages.

**Key words:** superellipse, main framework of surface, plane-and-parallel translation of a curve, surface design, rhombus, circle, cylindroid, algebraical surface.

## 1. Введение

Суперэллипсы представляют собой семейство алгебраических замкнутых плоских кривых, состоящих из 4-х тождественных фрагментов, симметричных относительно двух координатных осей [1]. В некоторых публикациях суперэллипсами называют специальные случаи составных профилей, сформированных кривой и её зеркальным отражением. Свое первое применение суперэллипсы нашли в мебельной отрасли [2], затем в авиастроении [3]. До настоящего времени суперэллипсы нашли применение в математике [4], компьютерной графике [5], в архитектурном и промышленном проектировании [6], в проектировании фюзеляжей самолетов [3], в железнодорожной отрасли, в графическом моделировании [7], в судостроении и при проектировании подводных аппаратов. Более подробно об указанных выше отраслях применения суперэллипсов можно узнать из работ [8, 9]. Особое положение суперэллипсы занимают при формообразовании поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов во взаимно перпендикулярных координатных плоскостях.

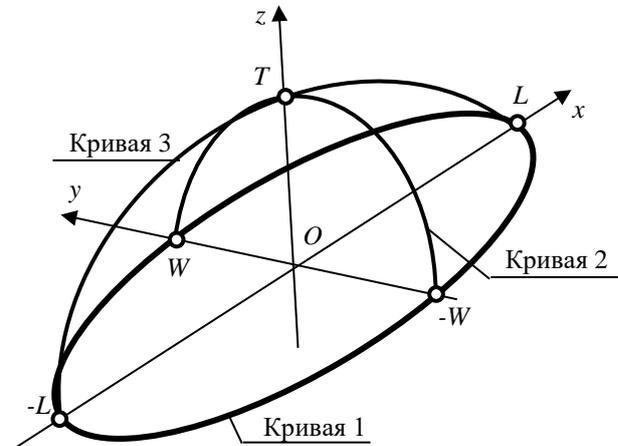


Рисунок - 1. Кривые главного каркаса поверхности

Первые поверхности с главным каркасом из суперэллипсов предложил для практического применения Авдоньев Е.Я. [10]. Первый научный обзор по опубликованным работам, связанными с поверхностями по теме статьи, и по применению этих поверхностей в различных отраслях науки, строительства и машиностроения представил Страшнов С.В. [11].

Проектировщики часто применяют для аппроксимации реальных изделий и тел поверхности, содержащие главный каркас из нескольких плоских или пространственных кривых, в том числе из суперэллипсов. Рассматриваемые поверхности уже нашли применение в различных отраслях человеческой деятельности. За последние 5 лет появились предложения по использованию их в строительстве и при реконструкции зданий и сооружений. Целью исследования является сбор всей информации по геометрии и расчету на прочность оболочек на плоском контуре и со срединными поверхностями, содержащими три суперэллипса в координатных плоскостях. Представленный материал даст возможность наметить новые направления в изучении геометрии этих новых форм, в поиске оптимальных оболочек для выбранных критериев оптимальности и создании новых архитектурных форм.

## 2. Модели и методы

### 2.1. Поверхности с главным каркасом из трех произвольных суперэллипсов в координатных плоскостях

Эти поверхности с тремя плоскими суперэллипсами главного каркаса рассматривались во многих работах, где было предложено задавать эти кривые известными неявными уравнениями (Рисунок 1):

- кривая 1 расположена в координатной плоскости  $xOy$  ( $z = 0$ ):

$$|y|^r = W^r \left( 1 - \frac{|x|^t}{L^t} \right), \quad (1)$$

- кривая 2 расположена в координатной плоскости  $yOz$  ( $x = 0$ ):

$$|z|^n = T^n \left( 1 - \frac{|y|^m}{W^m} \right), \quad (2)$$

- кривая 3 расположена в координатной плоскости  $xOz$  ( $y = 0$ ):

$$|z|^s = T^s \left( 1 - \frac{|x|^k}{L^k} \right), \quad (3)$$

где для выпуклых кривых  $r, t, n, m, s, k > 1$ ; для вогнутых кривых  $r, t, n, m, s, k < 1$ . Если принять  $r = t = 1, n = m = 1, s = k = 1$ , то кривые (1) – (3) вырождаются в прямые линии, то есть суперэллипс вырождается в ромб. Если принять  $W = L = T$ , то суперэллипсы (1) – (3) становятся кривыми Ламе (овалами Ламе) [12].

Используя методику, изложенную в работах [13, 14, 15, 16], можно получить явные уравнения трех алгебраических поверхностей с одним и тем же главным каркасом (1) – (3) с образующим семейством сечений  $x = \text{const}$ :

$$|z| = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W|^m / (1 - |x/L|^t)^{m/r}]^{1/n}, \quad (4)$$

с образующим семейством сечений  $y = \text{const}$ :

$$|z| = T(1 - |y|^m/W^m)^{1/n} [1 - |x/L|^k / (1 - |y/W|^r)^{k/t}]^{1/s}, \quad (5)$$

и с образующим семейством сечений  $z = \text{const}$ :

$$|y| = W(1 - |z|^n/T^n)^{1/m} [1 - |x/L|^t / (1 - |z/T|^s)^{t/k}]^{1/r}, \quad (6)$$

где  $-L \leq x \leq L, -W \leq y \leq W, 0 \leq z \leq T$ .

Явные уравнения поверхностей (4) – (6) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u^t]^{1/r}, \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s} [1 - |v|^m]^{1/n} \quad (7)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^r]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u^m]^{1/n} [1 - |v|^k]^{1/s}, \quad (8)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u^n]^{1/m} [1 - |v|^t]^{1/r}, \quad z = z(u) = uT, \quad (9)$$

где,  $0 \leq u \leq 1, -1 \leq v \leq 1$ ;  $u, v$  – безразмерные параметры.

Таким образом, установлено, что имея одинаковые кривые главного каркаса можно получить три разные поверхности. Каждая поверхность формируется движением соответствующей кривой главного каркаса переменной кривизны по другой кривой каркаса, всё время пересекая третью кривую каркаса в её симметричных точках.

Уравнения кривых (1) – (3) и поверхностей (4) – (9) хорошо известны и апробированы во многих случаях. Они будут положены в основу изучения аналитических поверхностей с плоским контуром и с плоскими кривыми главного каркаса. В основном, за кривые главного каркаса изучаемых поверхностей будут взяты суперэллипсы (1) – (3) при  $r = t, n = m, s = k$  и плоские кривые, получаемые из формул (1) – (3) при  $r \neq t$  или  $n \neq m$ , или  $s \neq k$ . В нескольких примерах в качестве кривых главного каркаса будут рассматриваться неалгебраические кривые.

### 2.1. Поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов общего вида или из одной, двух, или трех кривых производных от суперэллипсов

По-видимому, впервые Авдоньев Е.Я. [10, 17] оценил значение поверхностей с главным каркасом из трех плоских кривых. Он рассматривал эти поверхности применительно к судостроению. Страшнов С.В. [18] впервые предложил использовать поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов в качестве срединных поверхностей строительных оболочек.

Широко применяются составные поверхности, состоящие из трех и более фрагментов поверхностей вращения по длине, в проектировании подводных аппаратов. В этом случае носовая и кормовая оконечности подводных аппаратов принимаются в форме поверхностей

вращения суперэллипсов [19, 20]. Эти поверхности вращения можно задать формулами (6) или (9) при условии, что  $W = L$ .

Полагая,  $r \neq t$ , или  $n \neq m$ , или  $s \neq k$  в формулах (7) – (9) можно получить поверхности, рекомендуемые для судовых корпусов (рис. 2 – 5). Более подробная информация о построении поверхностей, изображенных на рис. 2 – 5, дана в работах [10], [13], [14]. Основные геометрические параметры сведены в таблицу 1.

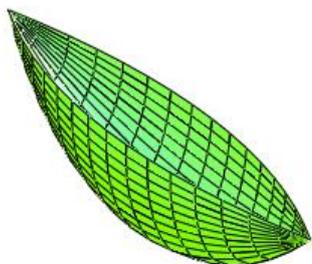


Рисунок 2 - Гидродинамическая поверхность с каркасом из параболы, эллипса и параболы

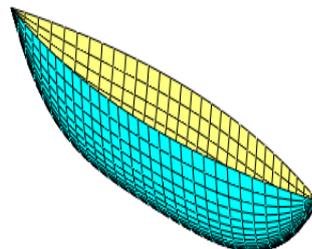


Рисунок 3 - Гидродинамическая поверхность с каркасом из параболы, параболы 4-го порядка

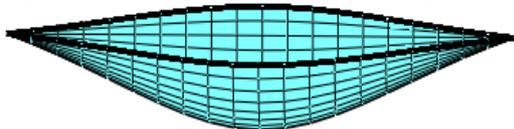


Рисунок 4 - Алгебраическая поверхность 6-го порядка с локоном Аньези, эллипсом и локоном Аньези в качестве кривых главного каркаса, сформированная семейством эллипсов в плоскостях  $x = const$

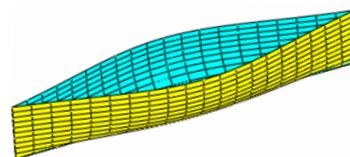


Рисунок 5 - Алгебраическая поверхность 7-го порядка с локоном Аньези, кривой Ламе 3-го порядка и прямой линией в качестве кривых главного каркаса, сформированная локонами Аньези в плоскостях  $z = const$

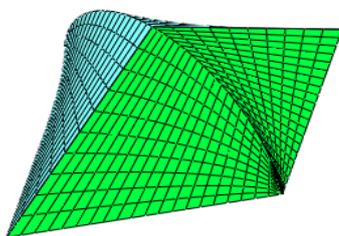


Рисунок 6 - Аналитическая поверхность на ромбическом плане (два ромба и окружность в качестве кривых главного каркаса)

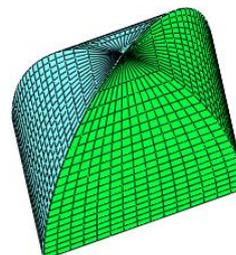


Рисунок 7 - Аналитическая поверхность на ромбическом плане с главным каркасом из ромба, окружности и эллипса

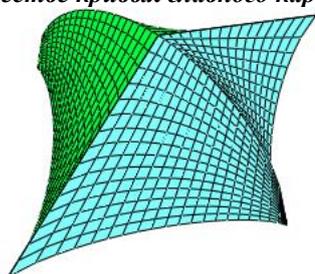


Рисунок 8 - Аналитическая поверхность с вогнутым суперэллипсом, окружностью и ромбом в качестве кривых главного каркаса

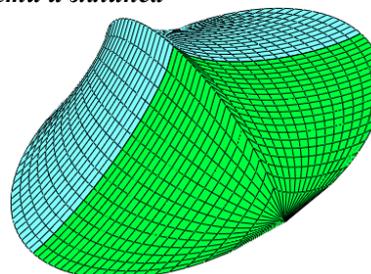


Рисунок 9 - Аналитическая поверхность на эллиптическом плане, содержащая вогнутые суперэллипсы и окружности

Таблица 1. – Выборка поверхностей на плоском плане с заданным главным каркасом из трех суперэллипсов и других плоских кривых

№ п/п	Код-но поверхно-стей в проёме	Плоская кривая в плоскости $xOy$ ( $z=0$ )	Плоская кривая в плоскости $xOz$ ( $y=0$ )	Плоская кривая в плоскости $yOz$ ( $x=0$ )	Габариты: $T$ – высота, $L, W$ – размеры в плане	Гуссона кривые а, К	Название поверхности	Рекомендованные области применения	Впервые форма предложена в работе:	Работа по определению НДС представляемых оболочек (статика)
1	1	парабола	парабола	эллипс	$L > T$	$K > 0$	4-й порядок	судостроение	[10], [13]	нет
	2	парабола	парабола	эллипс	$L > W$	$K > 0$	5-й порядок	судостроение		нет
	3	парабола	биквадратная парабола	эллипс	$L > T$	$K > 0$	4-й порядок	судостроение	[13]	нет
2	1	парабола	биквадратная парабола	биквадратная парабола	$L > T$	$K > 0$	11-й порядок	судостроение		нет
	2	парабола	биквадратная парабола	биквадратная парабола	$L > T$	$K > 0$	8-й порядок	судостроение		нет
	3	парабола	биквадратная парабола	биквадратная парабола	$L > W$	$K > 0$	7-й порядок	судостроение	[13]	нет
3	1	локон Аньези	локон Аньези	эллипс	$L > T$	$K < 0$	8-й порядок	судостроение	[14]	нет
	2	локон Аньези	локон Аньези	эллипс	$L > W$	$K < 0$	8-й порядок	судостроение		нет
	3	локон Аньези	локон Аньези	эллипс	$L > W$	$K < 0$	6-й порядок	судостроение		нет
4	1	локон Аньези	прямая $z = -T, y = 0$	кривая Ламе 3-го порядка	$L > T$	$K < 0$	7-й порядок	судостроение	[14]	нет
	2	локон Аньези	прямая $z = -T, y = 0$	кривая Ламе 3-го порядка	$L > W$	$K < 0$	7-й порядок	судостроение		нет
	3	локон Аньези	прямая $z = -T, y = 0$	кривая Ламе 3-го порядка	$L > W$	$K < 0$	7-й порядок	судостроение		нет
5	1	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндрoid	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндрoid	строительство		нет
	3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	конус	строительство	[21]	нет
6	1	ромб, $r = t = 1$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндрoid	строительство	[21]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндрoid	строительство		нет
	3	ромб, $r = t = 1$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цилиндрoid	строительство		нет
7	1	$r = t = 3/4$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	–	строительство	[21]	нет
	2	$r = t = 3/4$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	–	строительство		нет
	3	$r = t = 3/4$	ромб, $s = k = 1$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	–	строительство		нет
8	1	$r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 3/4$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	–	строительство	[21]	нет
	2	$r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 3/4$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	–	строительство		нет
	3	$r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 3/4$	окружность, $n = m = 2$	$L > T = W$	$K < 0$	цикл. поверх.	строительство	[18]	нет
9	1	$r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 4$	суперэллипс, $m = n = 3$	$T = L > W$	$K > 0$	купол	строительство	[18]	нет
			(эллипс)							
10	1	овал, $r = t = 4$	ромб, $s = k = 1$	ромб, $n = m = 1$	$L > T > W$	$K = 0$	конус	строительство	[22], [23]	[22]
	2	овал, $r = t = 4$	ромб, $s = k = 1$	ромб, $n = m = 1$	$L > T > W$	$K < 0$	–	строительство		
	3	овал, $r = t = 4$	ромб, $s = k = 1$	ромб, $n = m = 1$	$L > T > W$	$K < 0$	–	строительство		
11	1 пз 3	ромб, $r = t = 1$	ромб, $s = k = 1$	ромб, $n = m = 1$		$K = 0$	многогранник	строительство	[24]	
12	1	ромб, $r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 2/3$	эллипс, $n = m = 2$	$L \neq T \neq W$	$K < 0$	цилиндрoid	строительство	[24]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 2/3$	эллипс, $n = m = 2$	$L \neq T \neq W$	$K < 0$	–	строительство		
	3	ромб, $r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 2/3$	эллипс, $n = m = 2$	$L \neq T \neq W$	$K < 0$	–	строительство		
13	1	ромб, $r = t = 1$	эллипс, $s = k = 2$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	цилиндрoid	строительство	[24]	нет
	2	ромб, $r = t = 1$	эллипс, $s = k = 2$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	–	строительство		
	3	ромб, $r = t = 1$	эллипс, $s = k = 2$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	–	строительство		
14	1	овал, $r = t = 4$	эллипс, $s = k = 2$	ромб, $n = m = 1$	$L \neq T \neq W$	$K < 0$	–	строительство	[24]	нет
	2	овал, $r = t = 4$	эллипс, $s = k = 2$	ромб, $n = m = 1$	$L \neq T \neq W$	$K < 0$	–	строительство		
	3	овал, $r = t = 4$	эллипс, $s = k = 2$	ромб, $n = m = 1$	$L \neq T \neq W$	$K < 0$	цилиндрoid	строительство	[24]	нет

Продолжение таблицы 1

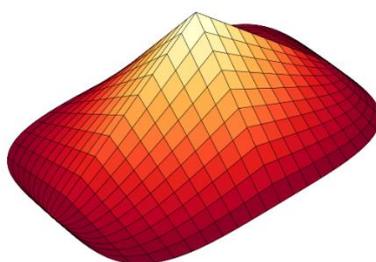
15	1	овал, $r = t = 4$	парабола, $s = 1, k = 2$	ромб, $n = m = 1$	$L \neq T \neq W$		цилиндр	Рис. 16	[24]	нет
16	1 из 3	ромб, $r = t = 1$	$s = 0,8, k = 0,9$	$m = 3, n = 2$	$L > T > W$		–	Рис. 17	[25]	нет
17	1	$r = t = 1,5$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L = T < W$		цилиндр	Рис. 18	[26]	[26]
2		$r = t = 1,5$	эллипс, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$			–	строительство	[26]	[26]
3		$r = t = 1,5$	эллипс, $s = k = 2$	окруж., $n = m = 2$			цикл. поверх.		[26]	[26]
18	1 из 3	$r = t = 2$	эллипс, $s = k = 2$	эллипс, $n = m = 2$	$L \neq T \neq W$	$K > 0$	треугольный эллипсоид	строительство	[27]	[27]
19	1 из 3	овал, $r = t = 4$	овал, $m = n = 4$	овал, $s = k = 4$	$L \neq T \neq W$	$K > 0$	–	строительство	[27]	[27]
20	1 из 3	$r = t = 1,5$	окружность, $s = k = 2$	эллипс, $n = m = 2$	$T = L < W$	$K > 0$	–	строительство	[27]	[27]
21	1 из 3	$r = t = 3$	окружность, $s = k = 2$	эллипс, $n = m = 2$	$T = L < W$	$K > 0$	–	строительство	[27]	[27]
22	1	$r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 0,8$	ромб, $n = m = 1$	$T = L > W$	$K < 0$	цилиндр	Рис. 19	[24], [28]	нет
2		$r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 0,8$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	–			
3		$r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 0,8$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	цилиндр			
23	1	$r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 1,5$	ромб, $n = m = 1$	$L = W < T$	$K < 0$	цилиндр	Рис. 20	[24], [28]	[28]
2		$r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 1,5$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	–	строительство	[24], [28]	[28]
3		$r = t = 1$	суперэллипс, $s = k = 1,5$	ромб, $n = m = 1$		$K < 0$	цилиндр		[24], [28]	[28]
24	1	$r = t = 1$	вогнутая парабола (траектория вершины подвижной параболы)	подвижная образующая жесткая парабола, $m = 2, n = 1$	$L > T > W$	$K < 0$	–	Рис. 21	[25]	нет
25	1 из 3	ромб, $r = t = 1$	парабола, $s = 1, k = 2$	суперэллипс, $m = n = 1,5$	$L > T > W$	$K > 0$	–	Рис. 22	[25]	нет
26	1	ромб, $r = t = 1$	фрагмент эллипса (траектория верхней точки подвижного жесткого эллипса)	Подвижный образующий эллипс, $m = n = 2$	$L > T > W$	$K < 0$	–	Рис. 23	[25]	нет
27	1	ромб, $r = t = 1$	окружность, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$	$L = T = W$	$K = 0$	цилиндр	Рис. 24	[25]	нет
2		$r = t = 1$	окружность, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$		$K > 0$	цикл. поверх.			
3		$r = t = 1$	окружность, $s = k = 2$	окружность, $n = m = 2$		$K > 0$	цикл. поверх.			
28	1	$r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 3/4$	суперэллипс, $m = n = 3/4$	$W = L < T$	$K < 0$	пов. вращения	Рис. 25		нет
2		$r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 3/4$	суперэллипс, $m = n = 3/4$		$K < 0$	–			
3		$r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 3/4$	суперэллипс, $m = n = 3/4$		$K < 0$	–			
29	1 из 3	кривая Ламе 4-го порядка,	кривая Ламе 4-го порядка, $s = k = 4$	эллипс, $n = m = 2$	$L > W, T$	$K > 0$	–	Рис. 26	[10]	нет
30	1	ромб, $r = t = 1$	Траектория верхней точки конгруэнтной окружности	окружность, $n = m = 2$	$W = L, T$	$K < 0$	круговая поверхность переноса Волкова	–	[29]	нет
31	1	овал, $r = t = 4$	суперэллипс, $s = k = 4$	суперэллипс, $m = n = 3$	$K > 0$	$K > 0$	–	Рис. 27	[27]	[9]
2		овал, $r = t = 4$	суперэллипс, $s = k = 4$	суперэллипс, $m = n = 3$	$L > W > T$	$K > 0$	–	строительство	[27]	
3		овал, $r = t = 4$	суперэллипс, $s = k = 4$	суперэллипс, $m = n = 3$		$K > 0$	–			
32	1 из 3	$r = t = 2$	суперэллипс, $s = k = 2,5$	суперэллипс, $m = n = 2,5$	$T/W = 4/3, W = L$	$K > 0$	“superegg”	Рис. 28	[4]	нет
33	1 из 3	$t = 1, r = 2$	прямая, $s = k = 1$	парабола, $m = 1, n = 2$	$L > T > W$	$K > 0$	Wigley hull	судостр., Рис. 29	[30]	[31]

**Примечание к таблице:** 1) курсивом показаны идентичные поверхности, 2) жирным прифром выделены образующие кривые переменной кривизны, 3) рисунки в статье представлены для случая формообразования поверхностей образующей кривой, которая показана в той же строке что и приведенный рисунок)

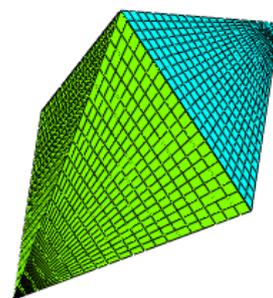
Следующая группа аналитических поверхностей с суперэллипсами в двух вертикальных координатных плоскостях и ромбом в плоскости  $xOy$  представлена на рис. 6, 7. На рис. 6, 7 показаны по одной поверхности из каждой тройки поверхностей с одинаковым главным каркасом. Более подробно о 6 формах, рекомендуемым архитекторам, можно узнать в статье [21]

По одной поверхности из двух разных троек представлены на рис. 8 и рис. 9. На рис. 8 в плоскости  $xOy$  расположен вогнутый суперэллипс ( $r = t < 1$ ), а на рис. 9 – выпуклый ( $r = t > 1$ ). Остальные 2 поверхности из каждой тройки с одинаковыми главными каркасами описаны в статье [21]. Дополнительные сведения по геометрии этих двух троек поверхностей даны в табл. 1.

На рис. 10 изображена алгебраическая поверхность, задаваемая параметрическими уравнениями (9). Эта поверхность с выпуклыми суперэллипсами в качестве кривых главного каркаса была впервые рекомендована для строительной оболочки в работе [18], см. табл. 1.

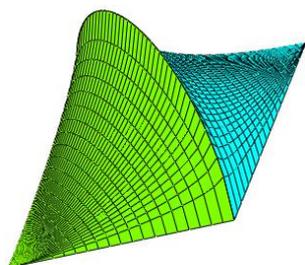


*Рисунок 10 - Алгебраическая поверхность на эллиптическом плане*

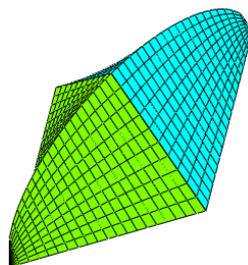


*Рисунок 11 - Линейчатая поверхность на плоском овальном плане, образованная прямыми линиями, лежащими в плоскостях  $x = const$*

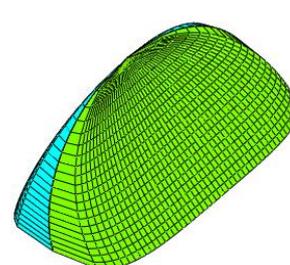
*Рисунок 12 - Многогранник с ромбом в основании*



*Рисунок 13 - Поверхность на плоском ромбическом плане с эллипсом и вогнутой кривой в вертикальных координатных плоскостях*



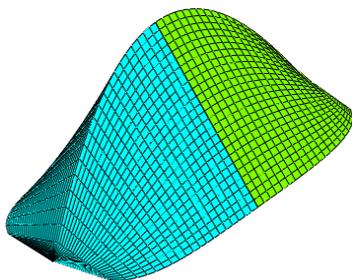
*Рисунок 14 - Поверхность на плоском ромбическом плане с ромбом и эллипсом в вертикальных координатных плоскостях*



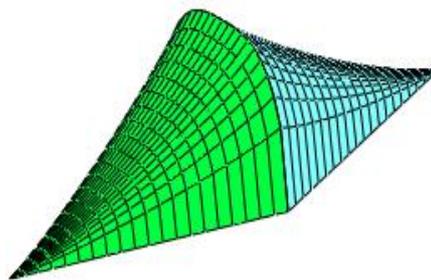
*Рисунок 15 - Поверхность на плоском овальном плане с ромбом и эллипсом в вертикальных координатных плоскостях*

Поверхность, показанная на рис. 11, впервые была представлена в работе [6]. Она была подробно исследована в статье [23] методами дифференциальной геометрии. Приняв эту форму за срединную поверхность тонкой оболочки, в статье [22] с помощью метода конечных перемещений в перемещениях было определено её напряженно-деформированное состояние от действия распределенной нагрузки типа собственного веса.

Геометрия поверхностей, представители которых показаны на рис. 12 -16, была исследована в работе [24]. Дополнительные геометрические сведения приведены в табл. 1.



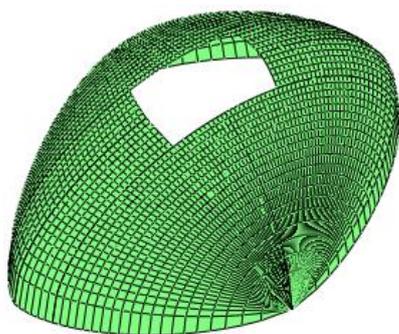
*Рисунок 16 - Цилиндроид на плоском овальном плане, образованный движением прямой линии по параболе и опорному овалу параллельно плоскости  $yOz$*



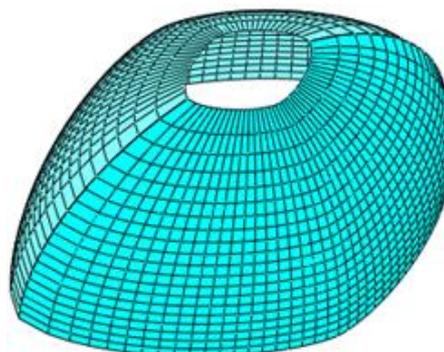
*Рисунок 17 - Поверхность на ромбическом плане с плоскими кривыми в качестве направляющих и образующих кривых*

Поверхность на ромбическом плане с вогнутым и выпуклым суперэллипсами в вертикальных координатных плоскостях (рис. 17) впервые представлена в статье [25].

*a)*



*б)*

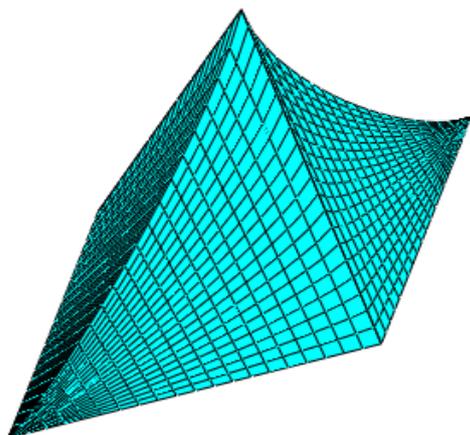


*Рисунок 18 - Алгебраические поверхности: окружности переменного радиуса – образующие кривые поверхности (а); суперэллипс в горизонтальной плоскости – образующая кривая поверхности(б)*

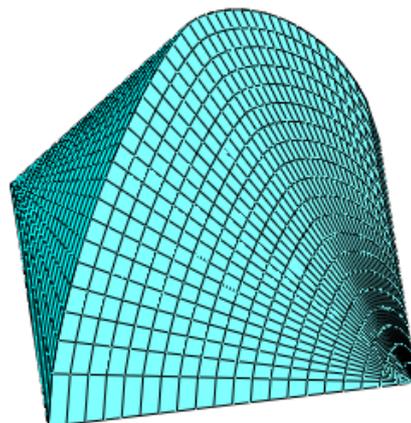
Три тонкие оболочки с тождественными кривыми главного каркаса, две из которых показаны на рис. 18, были рассчитаны на действие распределенной нагрузки типа собственного веса. Результаты расчета представлены в статье [26].

В статье [27] предпринята попытка найти оптимальную тонкую оболочку, сравнивая данные статического расчета 4-х оболочек, имеющих одинаковые габаритные размеры, но разные суперэллипсы (1) – (3) с разными показателями степеней в качестве кривых главного каркаса. Предполагалось, что оболочки имеют фонарные отверстия в вершинах.

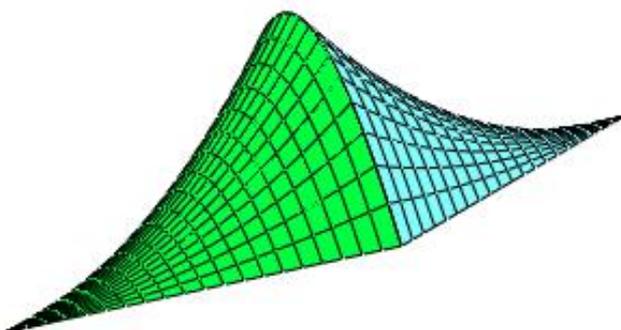
Поверхности на ромбическом плане могут найти применение в архитектуре и строительстве. Геометрия и формообразование двух троек поверхностей, две из которых по одной из каждой тройки показаны на рис. 19 и рис. 20, описаны в работах [24], [28]. Причем в статье [28] проведен статический расчет всех трех тонких оболочек из одной тройки с одинаковым главным каркасом, срединная поверхность одной из них представлена на рис. 20. Дополнительные сведения по формообразованию этих двух троек поверхностей даны в табл. 1 (строки 22, 23).



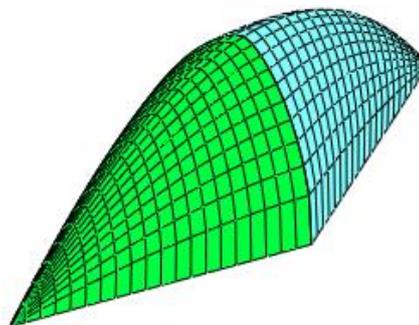
*Рисунок 19 - Поверхность с параметрами  
 $T = L = 6\text{м}, W = 3\text{м}, s = k = 0,8;$   
 $r = t = m = n = 1$*



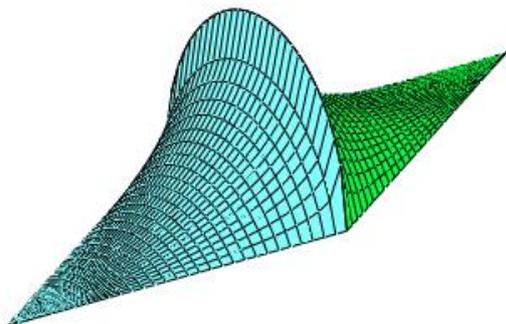
*Рисунок 20 - Поверхность с параметрами  
 $L = 6\text{м}, W = 6\text{м}, T = 8\text{м}, s = k = 1,5.$   
 $r = t = m = n = 1$*



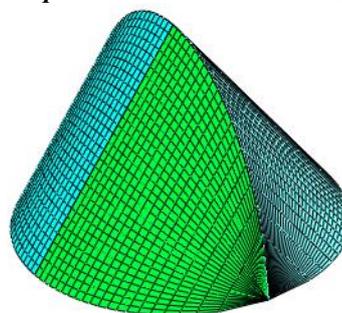
*Рисунок 21 - Поверхность переноса на ромбическом  
плане с жесткой параболической образующей*



*Рисунок 22 - Поверхность на ромбическом плане с  
образующим суперэллипсом и направляющей  
параболой в плоскости  $xOz$*

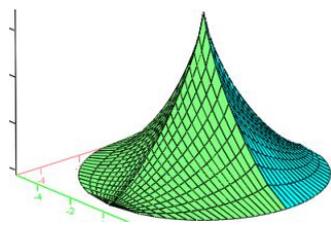


*Рисунок 23 - Поверхность переноса с  
обыкновенным образующим эллипсом*

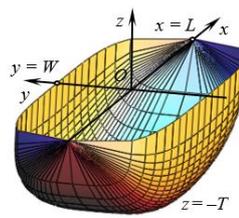


*Рисунок 24 - Цилиндрическая поверхность на  
круглом плане с главным каркасом из 2-х  
окружностей и полуромба*

В статье [25] приводятся две методики построения поверхностей с образующими подвижными суперэллипсами переменной и постоянной кривизны. Методики проиллюстрированы на 4-х поверхностях (рис. 21 – 24). Поверхности отрицательной гауссовой кривизны, показанные на рис. 21 и рис. 23, имеют два заданных заранее суперэллипса в плоскостях  $xOz$  и  $yOz$  (ромб и парабола или эллипс). Парабола (рис. 21) и эллипс (рис. 23) при движении не изменяют свою кривизну, то есть являются конгруэнтными кривыми. Поверхности, представленные на рис. 22 и 24 имеют заранее заданный главный каркас из трех суперэллипсов (табл. 1).



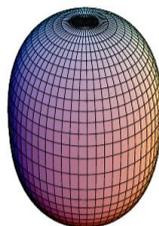
**Рисунок 25** - Одна из поверхностей тройки с одинаковыми окружностями в основании и с одинаковыми суперэллипсами в вертикальных координатных плоскостях



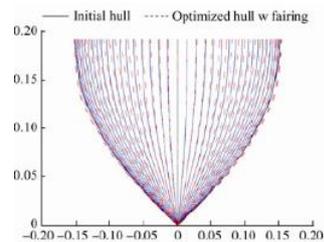
**Рисунок 26** - Алгебраическая поверхность 8-го порядка, образованная кривыми Ламе 4-го порядка



**Рисунок 27** - Поверхность, образованная движением суперэллипса в плоскостях  $z = \text{const}$



**Рисунок 28** - «Суперяйцо» [4], поверхность вращения



**Рисунок 29** - Сечение судовой поверхности Уигли плоскостью  $x = 0$  [30]

На рис. 25 представлена интересная поверхность с двумя одинаковыми суперэллипсами в вертикальных координатных плоскостях и окружностью в горизонтальной плоскости. Это одна из трех поверхностей, задаваемых параметрическими уравнениями (9). Поверхность, образованная движением окружности переменного радиуса в плоскостях  $z = \text{const}$ , будет поверхностью вращения (табл. 1).

Алгебраическая поверхность 8-го порядка (рис. 26), нашедшая реальное применение в форме судового корпуса речного судна, была впервые описана в статье [10]. Из рис. 26 видно, что поверхность образована движением кривых Ламе 4-го порядка, лежащих в плоскостях  $x = \text{const}$ .

На рис. 27 представлена поверхность с главным каркасом из эллипсов, заданных неявными уравнениями (1) – (3) с большими показателями степеней (табл. 1).

Первая поверхность с тремя заданными суперэллипсами главного каркаса представляла собой поверхность вращения «Суперяйцо» (рис. 28). Она была сконструирована М. Гарднером [4]. К первым поверхностям с тремя заданными кривыми главного каркаса, производными от суперэллипсов главного каркаса, можно отнести также судовую поверхность Уигли (рис. 29). Эта поверхность с 1957 года до настоящего времени пользуется большой популярностью у морских архитекторов [31]. Внешне поверхность Уигли похожа на поверхность, показанную на рис. 5.

В этом разделе и в табл.1 указаны все поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов общего вида или из одной, двух, или трех кривых производных от суперэллипсов, известные на настоящее время. В табл. 1 указаны также тонкие оболочки в форме этих поверхностей, для которых определялись параметры НДС от действия постоянной распределенной нагрузки.

## 2.2. Место рассмотренных поверхностей в существующей классификации аналитических поверхностей

В существующей на данный момент наиболее полной классификации аналитических поверхностей содержится описания около 600 аналитических поверхностей 38 классов.

Основные классификации поверхностей перечислены в статье [32]. Рассмотренные в настоящей статье поверхности, согласно существующей классификации, можно причислить к классу «Поверхности переноса» или к классу «Аналитические поверхности выше второго порядка». Некоторые рассмотренные в статье поверхности упоминаются в статьях [10], [17]. Например, известна и применена для судовой поверхности поверхность, представленная на рис. 26 [10].

По-видимому, рассмотренные поверхности необходимо сгруппировать в отдельный четвертый подкласс поверхностей переноса, наряду с существующими подклассами «Поверхности прямого переноса», «Поверхности диагонального переноса» и «Велароидальные поверхности».

### **3. Результаты исследования и их анализ**

Проведена выборка всех поверхностей с заданным главным каркасом их 3-х суперэллипсов. Это позволило выяснить к каким формам было привлечено внимание геометров, инженеров – строителей, архитекторов морских и речных судов, исследователей, занимающихся расчетом строительных оболочек на прочность, устойчивость и колебания.

Ранее было доказано, что, имея определитель поверхности из трех плоских кривых, можно получить три поверхности с одинаковым главным каркасом из трех плоских кривых, формирующихся движением поочередно каждой из трех кривых переменного радиуса кривизны главного каркаса по другой кривой каркаса. Причем построенные поверхности могут принадлежать к поверхностям разной гауссовой кривизны. Особое внимание в статье уделено поверхностям с главным каркасом из суперэллипсов. Приведенные в опубликованных ранее работах, тройки поверхностей с одинаковым главным каркасом, иллюстрируются только одной поверхностью из каждой тройки. Таким образом, установлено, что на данный момент были изучены и представлены для внедрения 29 троек поверхностей с заданным главным каркасом. Причем только 12 тонких оболочек в форме рассматриваемых поверхностей были рассчитаны на прочность от действия внешней нагрузки типа собственного веса. Все публикации по определению НДС этих оболочек появились за последние 3 года.

### **4. Выводы**

Многочисленные публикации последних двух десятилетий утверждают, что возрождается интерес к проектированию криволинейных структур и оболочек, достигший своего пика в 1920–1960 годы прошлого века. Всё больше архитекторов стараются придать своим сооружениям криволинейные аналитически задаваемые формы, хотя иногда есть возможность использовать аналитические поверхности, что может значительно упростить процесс дальнейшего проектирования.

Большинство научных статей, посвященных геометрии и расчету на прочность тонких оболочек в форме поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов, появилось после 2020 года, что показывает резкое увеличение интереса к объектам этой формы.

Представленные материалы помогут найти новые направления в исследовании тонких оболочек и оболочечных структур рассматриваемых форм методами строительной механики оболочек. Кроме того, приведенная использованная литература облегчит поиск на начальном этапе необходимых источников и сведений для заинтересованных исследователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weisstein E.W. Superellipse. From MathWorld - A Wolfram Web Resource. <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html>
2. Hein P. Piet Heine, 2021. <https://piethein.com/piet-hein/>
3. Flanagan D. L., Hefner O. V. Surface molding - New tool for the engineer (Man-Computer Graphics/MCG) allows operator control through oscilloscope via light sensitive pen // *Astronautics and Aeronautics*. 1967. 4, pp. 58-62.
4. Gardner M. The superellipse: a curve that lies between the ellipse and the rectangle // *Scientific American*. 1965. 21. Pp. 222-234.
5. Barr A. Superquadrics and angle-preserving transformations // *IEEE Computer Graphics Applications* 1. 1981. Pp.11-23.
6. Bar M., Neta M. Humans prefer curved visual objects // *Psychological Science*. 2006. 17(8), Pp. 645-648.
7. Talu S. D. L. Complex 3D shapes with superellipsoids, supertoroids and convex polyhedrons // *Journal of Engineering Studies and Research*. 2011. Vol. 17, no. 4, pp. 96-100.
8. Xiaoming Zhang, Paul L. Rosin. Superellipse fitting to partial data // *Pattern Recognition (Computer Science)*. 2003. 36. No 3. Pp. 743-752
9. Kadir can Erbaş. Surface Area of Superellipsoids and its Application to Physics Problems: Chapter 3. In book: *New-Applications-In-Basic-Sciences*. September 2022. Publisher: Iksad Publishing House. Baskent University, Ankara, Turkey.
10. Авдоньев Е.Я. Аналитическое описание корпусных поверхностей // *Прикладная геометрия и инженерная графика*. Киев, 1972. Вып. 15. С. 156-160.
11. Страшнов С.В. Использование суперэллипсов в компьютерном моделировании строительных и машиностроительных объектов // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)*. 2023. Том 23. С. 67-76. DOI: 10.14529/build230408
12. Lamé G. Examen de diferentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géometrie. M. V. Courcier imprimeur Libraire, 1818. (New Edition 2008 from Editions Gabay).
13. Кривошапко С.Н. Гидродинамические поверхности // *Судостроение*. 2021. № 3. С. 64-67 [ISSN 0039-4580].
14. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design, *Ships and Offshore Structures*. 2023. 18:5, 660-668, DOI: 10.1080/17445302.2022.2062165
15. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lamé curves // *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2021. 22(4): 323-328 DOI: 10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328
16. Кривошапко С.Н. Алгебраические судовые поверхности с каркасом из трех плоских кривых в координатных плоскостях // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2022. Т. 23. № 3. С. 207-212 DOI 10.22363/2312-8143-2022-23-3-207-212
17. Авдоньев Е.А., Протодяконов С.М. Исследование геометрии некоторых поверхностей высших порядков // *Прикладная геометрия и инженерная графика*. Киев, 1975. Вып. 20. С. 138-142.
18. Страшнов С.В. Компьютерное моделирование новых форм строительных оболочек // *Геометрия и графика*. 2022. №. 4. С. 26-34. DOI: <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-4-26-34>
19. Gokhan Budak and Serdar Beji. Computational resistance analyses of a generic submarine hull form and its geometric variants // *The Journal of Ocean Technology*. 2016. 11(2): 77-86.
20. Mohammad M., Korol Y.M., Dalayeli H. CFD analysis on the bare hull form of submarines for minimizing the resistance // *International Journal of Maritime Technology (IJMT)*. 2015. Vol. 3 / Winter 2015: 1-16 [Available online at: [http://ijmt.ir/browse.php?a\\_code=A -10 -450 -1&sid=1&slc\\_lang=en](http://ijmt.ir/browse.php?a_code=A -10 -450 -1&sid=1&slc_lang=en)].
21. Krivoshapko S.N. Surfaces with a main framework of three given curves which include one circle // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023; 19(2): 210-219. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-2-210-219>
22. Мамиева И.А., Карневич В.В. Геометрия и статический расчет тонких оболочек с линейчатыми срединными поверхностями с главным каркасом из трех суперэллипсов // *Строительство и реконструкция*. 2023. № 1(105). С. 16-27. DOI 10.33979/2073-7416-2023-105-1-16-27. – EDN LSIOLJ.
23. Gbaguidi Aisse G.L., Aleshina O.O., Mamieva I.A. Investigation of three thin shells with ruled middle surfaces with the same main frame // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024. Vol. 20. № 2. Pp. 146-158. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-146-158>
24. Мамиева И.А. Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Том 18. № 4. С. 387-395 DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395.

25. Кривошапко С.Н. Поверхности диагонального переноса велароидального типа на ромбическом плане // Строительство и реконструкция. 2023. № 2 (106). С. 59-69. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-106-2-59-69
26. Aleshina O.O. Geometry and static analysis of thin shells in the form of a surface of diagonal translation of velaroidal type // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2023. Vol. 19. No 2. Pp. 84 – 93 DOI 10.22363/1815-5235-2023-19-1-84-93
27. Кривошапко С.Н., Алёшина О.О., Иванов В.Н. Статический расчет оболочек, очерченных по поверхностям с главным каркасом из трех заданных суперэллипсов // Строительная механика и расчет сооружений. 2022. № 6 (305). С. 18–27. DOI: 10.37538/0039-2383.2022.6.18.27
28. Тупикова Е.М. Оболочки в форме алгебраических линейчатых поверхностей на ромбическом плане // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 5. С. 510–519. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-510-519>
29. Волков Г.Ф. Оболочка переноса отрицательной кривизны // Армоцементные конструкции в строительстве. Ленинград: Госстройиздат, 1963. С. 48 – 58.
30. Zakerdoost H., Ghassemi H., Ghiasi M. Ship hull form optimization by evolutionary algorithm in order to diminish the drag // J. Marine Sci. Appl. 2013. 12: 170-179. DOI: 10.1007/s11804-013-1182-1
31. Andrun M., Blagojević B., Bašić J. The influence of numerical parameters in the finite-volume method on the Wigley hull resistance // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part M. Journal of Engineering for the Maritime Environment. 2018. Vol 233 (4), pp. 1123-1132. 10.1177/1475090218812956
32. Страшнов С.В., Рынковская М.И. К вопросу о классификации аналитических поверхностей // Геометрия и графика. 2022. Том 10. № 1. С. 36-43 DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-36-43.

## REFERENCES

1. Weisstein E.W. Superellipse. From MathWorld - A Wolfram Web Resource. <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html>
2. Hein P. “Piet Heine”, 2021 <https://piethein.com/piet-hein/>
3. Flanagan D.L., Hefner O.V. Surface molding- new tool for the engineer (Man-Computer Graphics/MCG/ allows operator control through oscilloscope via light sensitive pen). *Astronautics and Aeronautics*. 1967. 4. Pp. 58-62.
4. Gardner M. The superellipse: a curve that lies between the ellipse and the rectangle. *Scientific American*. 1965. 21. Pp. 222–234.
5. Barr A. Superquadrics and angle-preserving transformations. *IEEE Computer Graphics Applications*. 1981. 1. Pp. 11–23.
6. Bar M., Neta M. Humans prefer curved visual objects. *Psychological science*. 2006. 17(8). Pp. 645-648.
7. Talu S. D. L. Complex 3D shapes with superellipsoids, supertoroids and convex polyhedrons. *Journal of Engineering Studies and Research*. 2011. Vol. 17. no. 4. Pp. 96–100.
8. Xiaoming Zhang, Paul L. Rosin. Superellipse fitting to partial data. *Pattern Recognition (Computer Science)*. 36. No 3. 2003. Pp. 743-752
9. Kadir can Erbaş. Surface Area of Superellipsoids and its Application to Physics Problems: Chapter 3. In book: *New-Applications-In-Basic-Sciences*. September 2022. Publisher: Iksad Publishing House. Baskent University, Ankara, Turkey.
10. Avdon’ev E.Ya. Analytical description of the ship hull surfaces. *Prikladnaya Geometriya i Inzhenernaya Grafika*. 1972. Iss. 15. Pp. 156-160 (In Russ.).
11. Strashnov S.V. Utilizing superellipses in computer modeling of architectural and engineering structures. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*. 2023. 23(4). Pp. 67–76. (in Russ.). DOI: 10.14529/build230408
12. Lamé G. Examen de différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie. M. V. Courcier imprimeur Libraire, 1818. (New Edition 2008 from Editions Gabay).
13. Krivoshapko S.N. Hydrodynamic surfaces. *Sudostroenie*. 2021. No 3. Pp. 64-67. (In Russ.).
14. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design. *Ships and Offshore Structures*. 2023. 18:5. Pp. 660-668. DOI: 10.1080/17445302.2022.2062165
15. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lamé curves. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2021. 22(4): 323-328 DOI: 10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328
16. Krivoshapko S.N. Algebraic ship hull surfaces with a main frame from three plane curves in coordinate planes. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2022. Vol. 23. No. 3. Pp. 207-212. doi:10.22363/2312-8143-2022-23-3-207-212. (in Russ.)
17. Avdon’ev E.Ya., Protod’yakonov S.M. Geometrical investigation of some surfaces of the highest orders. *Prikladnaya Geometriya i Inzhenernaya Grafika*. 1975. Iss. 20. Pp. 138-142.

18. Strashnov S.V. Computer simulation of new forms of shell structures. *Geometry & Graphics*. 2022. No. 4. Pp. 26-34. DOI: <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-4-26-34>
19. Gokhan Budak and Serdar Beji. Computational resistance analyses of a generic submarine hull form and its geometric variants. *The Journal of Ocean Technology*. 2016. 11(2). Pp. 77-86.
20. Moonesun Mohammad, Yuri M. Korol, Hosein Dalayeli. CFD analysis on the bare hull form of submarines for minimizing the resistance. *International Journal of Maritime Technology (IJMT)*. 2015. Vol. 3 / Winter 2015: 1-16 [Available online at: [http://ijmt.ir/browse.php?a\\_code=A-10-450-1&sid=1&slc\\_lang=en](http://ijmt.ir/browse.php?a_code=A-10-450-1&sid=1&slc_lang=en)].
21. Krivoshapko S.N. Surfaces with a main framework of three given curves which include one circle. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023. 19(2). Pp. 210–219. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-2-210-219>
22. Mamieva I.A., Karnevich V.V. Geometry and static analysis of thin shells with ruled middle surfaces of three superellipses as main frame. *Building and Reconstruction*. 2023. No. 1(105). Pp. 16-27. DOI 10.33979/2073-7416-2023-105-1-16-27. – EDN LSIOLJ.
23. Gbaguidi Aisse G.L., Aleshina O.O., Mamieva I.A. Investigation of three thin shells with ruled middle surfaces with the same main frame. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2024. Vol. 20. № 2. Pp. 146–158. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2024-20-2-146-158>
24. Iraida A. Mamieva. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. 18(4). Pp. 387-395 DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395
25. Krivoshapko S.N. Surfaces of diagonal translation of the velaroidal type on a rhomb plan. *Building and Reconstruction*. 2023. № 2 (106). Pp. 59-69. DOI: 10.33979/2073-7416-2023-106-2-59-69.
26. Aleshina O.O. Geometry and static analysis of thin shells in the form of a surface of diagonal translation of velaroidal type. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023. Vol. 19. No 2. Pp. 84 – 93. DOI 10.22363/1815-5235-2023-19-1-84-93
27. Krivoshapko S.N., Aleshina O.O., Ivanov V.N. Static analysis of shells with middle surfaces containing the main frame from three given superellipses. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2022. No. 6. Pp. 18-27. doi:10.37538/0039-2383.2022.6.18.27 (in Russ.)
28. Tupikova E.M. Shells in the form of algebraic ruled surfaces on a rhombic base. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2023; 19(5): 510–519 (In Russ.). <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2023-19-5-510-519>
29. Volkov G.F. A translation shell of negative curvature. *Armotsementnie Konstruktzii v Stroitelstve*. Leningrad: GSI, 1963. Pp. 48 – 58 (In Russ.).
30. Zakerdoost H., Ghassemi H., Ghiasi M. Ship hull form optimization by evolutionary algorithm in order to diminish the drag. *J. Marine Sci. Appl.* 2013. 12: 170-179. DOI: 10.1007/s11804-013-1182-1
31. Andrun M., Blagojević B., Bašić J. The influence of numerical parameters in the finite-volume method on the Wigley hull resistance. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part M. Journal of Engineering for the Maritime Environment*. 2018. Vol 233 (4), pp. 1123-1132. 10.1177/1475090218812956
32. Strashnov S.V., Rynkovskaya M.I. To the question of the classification for analytical surfaces. *Geometry & Graphics*. 2022. Vol. 10. No. 1. Pp. 36-43 DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-1-36-43.

#### Информация об авторе

##### Кривошапко Сергей Николаевич

ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов», г. Москва, Россия

Доктор технических наук, профессор. Профессор-консультант

E-mail: [sn.krivoshapko@mail.ru](mailto:sn.krivoshapko@mail.ru)

#### Information about author

##### Krivoshapko Sergey Nikolaevich

The Engineering Academy of the Peoples' Friendship University, Moscow, Russia,

Doctor of Tech. Sc., Professor

E-mail: [sn.krivoshapko@mail.ru](mailto:sn.krivoshapko@mail.ru)