

А.А. СОЛОВЬЕВА¹, С.А. СОЛОВЬЕВ¹¹ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет», г. Вологда, Россия

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ СТЕРЖНЕЙ СТАЛЬНЫХ ФЕРМ ПРИ НЕПОЛНОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Аннотация. В статье представлен вероятностный подход к анализу надежности стержней стальных ферм при неполной статистической информации. Проиллюстрирован подход к восстановлению плотности вероятностей случайной величины методом ядерной оценки плотности при малом количестве испытаний/измерений случайной величины. Для повышения достоверности расчета оценка параметров плотности распределения представлена в интервальной форме, что позволяет сформировать р-блок для моделируемой случайной величины. Оценка вероятности безотказной работы позволяет в количественной форме получить представление об уровне безопасности стальных ферм, выявить наиболее ненадежные фермы для мониторинга их технического состояния или рассчитать эффект от усиления фермы по критерию надежности. В представленном подходе вероятность безотказной работы оценивается в виде интервала значений. Если нижняя граница интервала не позволяет сделать вывод об уровне безопасности эксплуатации фермы, то он может быть повышен путем получения дополнительной статистической информации или путем усиления фермы или снижения допустимой нагрузки на нее.

Ключевые слова: надежность, вероятностное проектирование, вероятность отказа, ферма, неопределенность, безопасность, ядерная оценка плотности.

A.A. SOLOVEVA¹, S.A. SOLOVEV¹¹Vologda State University, Vologda, Russia

RELIABILITY ANALYSIS OF STEEL TRUSS BARS WITH IMPRECISE STATISTICAL DATA

Abstract. The article describes the probabilistic approach of reliability analysis for steel truss bars with imprecise statistical data. An approach to recovery the probability density of a random variable by the kernel density estimation method is illustrated for a small number of tests/measurements cases. The estimation of the distribution density parameters is presented in an interval form, which makes it possible to form a p-box for the random variable. Evaluation of the probability of non-failure allow to get a quantitative assessment for the safety of steel trusses, to identify the most unreliable trusses for monitoring their technical condition or to calculate the effect of strengthening the truss according to the reliability criterion. The probability of non-failure is estimated in the interval form. If the lower limit of the interval does not allow to get a conclusion about the truss safety level, then it can be increased by obtaining additional statistical data or by strengthening the truss or reducing the permissible load.

Keywords: reliability, probabilistic design, probability of failure, truss, uncertainty, safety, kernel density estimate.

Введение

Обеспечение надежности элементов строительных конструкций является ключевой задачей на всех стадиях жизненного цикла здания или сооружения. В соответствии с Eurocode 0 «Basis of structural design», надежность обычно выражается в вероятностных терминах. Одной из самых распространенных мер надежности в инженерно-строительной практике является вероятность безотказной работы или вероятность отказа.

Определение вероятности безотказной работы для эксплуатируемых элементов строительных конструкций сопряжено со сложностями выявления полной статистической информации, требуемой для расчета надежности путем использования классических вероятностно-статистических подходов. Для получения полной статистической информации требуется испытания большого количества контрольных образцов, данные многолетних наблюдений и т.д. Получение такой информации может быть затруднительно, невозможно или экономически нецелесообразно. Как отмечено в [1], «в строительной практике, помимо случайности, которая может быть смоделирована теорией вероятностей с помощью функций распределения вероятностей, мы сталкиваемся с эпистемологической неопределенностью, вызванной такими вещами, как потеря информации, неполные знания и неизбежные ошибки, допущенные человеком. Данные позиции не могут быть достаточно хорошо смоделированы случайностью и вероятностными моделями».

Для повышения практической значимости методов анализа надежности строительных конструкций были разработаны алгоритмы расчета, построенные на альтернативных теориях анализа данных: теории возможностей, теории случайных множеств, теории нечетких множеств и др. [2-6].

Существуют также подходы к восстановлению статистических показателей случайных величин по цензурированной или ограниченной выборке: ядерная оценка плотности, метод рекуррентных ядерных оценок, метод стохастической регуляризации. В данной работе предлагается рассмотреть подход к анализу надежности стержней стальных ферм при неполной статистической информации с комбинацией положений теории возможностей и ядерной оценки плотности. Так как ферма представляет собой шарнирно-стержневую систему, где, как правило, отказ одного элемента приводит к отказу всей системы, в статье предложена методика оценки надежности фермы как последовательной механической системы.

Модели и методы

Одной из главных проблем в практических задачах вероятностного анализа надежности, как было отмечено выше, является высокая трудоемкость (а иногда и невозможность) получения полной статистической информации о случайной величине в математической модели предельных состояний. Например, по 3-5 значениям случайной величины сложно выявить приближенную действительную функцию распределения вероятностей приняв точные значения ее параметров. Принятие гипотезы о распределении в данном случае может привести к большим ошибкам в оценке вероятности безотказной работы.

Одним из возможных путей оценки вида распределения при ограниченной (неполной) статистической информации является непараметрический подход – ядерная оценка плотности (или метод окна Парзена-Розенблатта) [7, 8]. Ядерная оценка плотности – это непараметрический способ оценки плотности вероятности случайной величины. Пусть имеется выборочная совокупность данных случайной величины $\tilde{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Оценка $\hat{f}_X(x)$ плотности распределения случайной величины $f_X(x)$ может быть выражена следующим образом:

$$\hat{f}_X(x) = \frac{1}{h \cdot n} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right), \quad (1)$$

где n – число испытаний/измерений случайной величины $\tilde{x}$; h – сглаживающий параметр, называемый «ширина полосы» (bandwidth), принимаемый $h > 0$; K – ядро, которое представляет собой неотрицательную функцию.

Существуют различные виды ядерных функций K : прямоугольная $K(t) = \begin{cases} 0,5 & \text{если } |t| < 1 \\ 0 & \text{если } |t| \geq 1 \end{cases}$, треугольная $K(t) = \begin{cases} 1-|t| & \text{если } |t| < 1 \\ 0 & \text{если } |t| \geq 1 \end{cases}$, параболическая (Епанечникова) $K(t) = \begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{5}} \left(1 - \frac{1}{5}t^2\right)^2 & \text{если } |t| < \sqrt{5} \\ 0 & \text{если } |t| \geq \sqrt{5} \end{cases}$, нормальная и др. [9].

Т.к. множество распределений случайных величин имеют вид распределения близкий к нормальному, то в качестве ядерной функции зачастую применяется стандартная нормальная (гауссовская) функция $K(t) = \phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}$.

Для оценки параметра h распределений близких к нормальным используется следующее уравнение:

$$h = 1,06 \cdot n^{\frac{-1}{5}} \cdot S_x, \quad (2)$$

или правило Сильвермана [10]:

$$h = 0,9 \cdot n^{\frac{-1}{5}} \cdot \min\left(S_x, \frac{IQR}{1,34}\right), \quad (3)$$

где S_x – среднее квадратическое отклонение выборочной совокупности данных; n – число данных в выборочной совокупности; IQR – межквартильный размах: принимается равной разнице между 75-м и 25-м процентиями (между третьим и первым квартилями $IQR = Q_3 - Q_1$).

В выражение для оценки плотности (1) также могут быть добавлены веса для выборочных значений x_i , если данные были получены различными измерительными приборами или используется информация от различных экспертов:

$$\hat{f}_X(x) = \frac{1}{h \cdot n} \sum_{i=1}^n w_i \cdot K\left(\frac{x - x_i}{h}\right), \quad (4)$$

где w_i – вес значения x_i , $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

В [11] приводится формула оценки плотности распределения случайной величины методом ядерной оценки при нормальной ядерной функции $K(t)$ в виде:

$$\hat{f}_X(x) = \frac{1}{S_x \cdot n \cdot \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \exp\left[-\frac{(x - x_i)^2}{2 \cdot S_x^2}\right]. \quad (5)$$

Оценка параметра S_x при малой выборке также бывает затруднительна. В [11] приведен следующий подход к назначению среднее квадратического отклонения в случае малых выборок: среднее квадратическое отклонение определяют из условия:

$$\int_{-\infty}^a \hat{f}_X(x, S_x) dx + \int_b^{+\infty} \hat{f}_X(x, S_x) dx = p(\alpha, n), \quad (6)$$

где $p(\alpha, n) = 1 - \alpha^{\frac{1}{n}}$, α – доверительная вероятность; $a = x_{\min} - \frac{1}{2N-2}(x_{\max} - x_{\min}) -$

нижняя граница изменчивости случайной величины; $b = x_{\max} + \frac{1}{2N-2}(x_{\max} - x_{\min}) -$

Оцениваемая плотность распределения может быть трансформирована в функцию распределения случайной величины $F_X(x)$. Учитывая неопределенность в назначении параметров h и S_x , данные параметры могут иметь интервальную оценку $S_x \in [\underline{S}_x; \bar{S}_x]$, а функция распределения случайной величины может быть представлена в виде р-блока [12, 13]:

$$\begin{cases} \underline{F}_X(x) = \int_0^x \frac{1}{\underline{S}_x \cdot n \cdot \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \exp \left[\frac{-(x-x_i)^2}{2 \cdot \underline{S}_x^2} \right] dx \\ \overline{F}_X(x) = \int_0^x \frac{1}{\overline{S}_x \cdot n \cdot \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \exp \left[\frac{-(x-x_i)^2}{2 \cdot \overline{S}_x^2} \right] dx \end{cases}. \quad (7)$$

Результаты и обсуждение

Рассмотрим использование конструкций р-блоков в задачах анализа надежности стержней стальных ферм. Пусть по результатам обследования технического состояния стальной фермы (расчетная схема приведена на рис. 1) необходимо установить значение вероятности безотказной работы стержня 4-6 по критерию прочности стали.

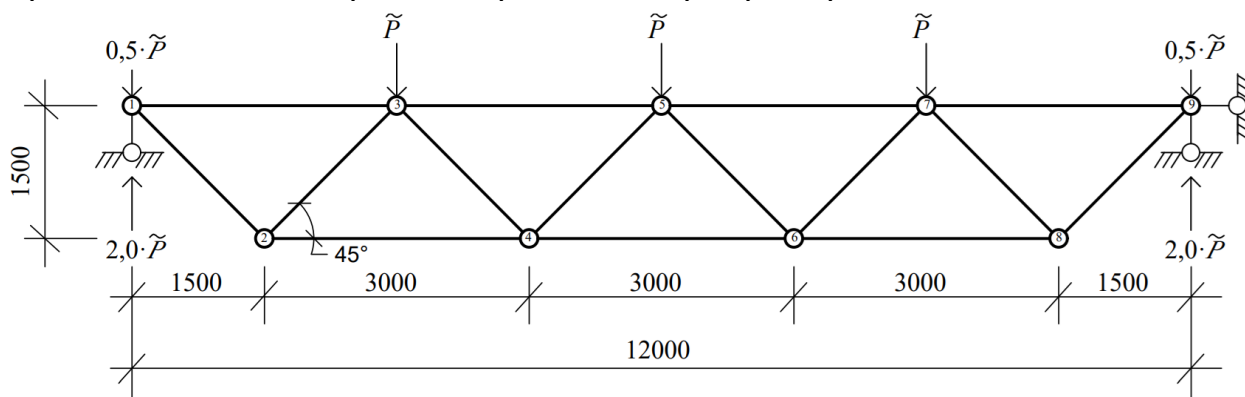


Рисунок 1 – Расчетная схема фермы

Математическую модель предельного состояния в данном случае можно записать в виде:

$$\tilde{N}_{4-6} = \delta_{4-6} \cdot \tilde{P} + N_{sw,4-6} \leq \tilde{N}_{ult} = \tilde{\sigma}_{s,ult} \cdot A_{4-6}, \quad (8)$$

где δ_{4-6} – коэффициент, зависящий от геометрических размеров фермы; $\tilde{P}$ – узловая нагрузка на ферму (случайная величина); $N_{sw,4-6}$ – усилие в стержне 4-6 от собственного веса фермы; $\tilde{\sigma}_{s,ult}$ – предельное напряжение стали в элементе 4-6 фермы; A_{4-6} – площадь поперечного сечения элемента 4-6 фермы.

В связи с возможным недостатком статистических данных об узловой нагрузке $\tilde{R}$, куда входит снеговая нагрузка, нагрузка от веса конструкций покрытия и т.д., в практических задачах анализа надежности для ее описания могут быть использованы функции распределения возможностей (ФРВоз). Подробная информация о функциях распределения возможностей и способах их формирования для моделирования нагрузки на элементы строительных конструкций приведена в [14].

Функции распределения возможностей позволяют также сформировать р-блок в условиях неполной статистической информации. Наиболее широкое распространение в инженерно-строительной практике получили экспоненциальные граничные функции распределения возможностей с аналитическим видом:

$$\underline{F}_x(x) = \begin{cases} \exp\left[-\left(\frac{a_x - x}{b_x}\right)^2\right], & \text{если } x < a_x, \\ 1, & \text{если } x \geq a_x \end{cases}, \quad (9)$$

$$\overline{F}_x(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < a_x \\ 1 - \exp\left[-\left(\frac{a_x - x}{b_x}\right)^2\right], & \text{если } x \geq a_x \end{cases}. \quad (10)$$

где $a_x = 0,5 \cdot (x_{\max} + x_{\min})$ – условное «среднее»; $b_x = 0,5 \cdot (x_{\max} - x_{\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}$ – мера «рассеяния», где $x_{\max}$ и $x_{\min}$ – наибольшее и наименьшее значение во множестве значений $\{x\}$ нечеткой переменной X , полученных из результатов измерений (испытаний); $\alpha \in [0; 1]$ – уровень среза (риска), значением которого задаются.

Введем обозначения $\delta_{4-6} \cdot \tilde{P} + N_{sw,4-6} = X$, $\tilde{\sigma}_{s,ult} \cdot A_{4-6} = Y$. Тогда математическую модель предельного состояния (8) можно записать в виде:

$$X \leq Y. \quad (11)$$

Т.к. в левой и правой частях неравенства (11) приведено по одной случайной величине, вероятность безотказной работы можно вычислить по формуле:

$$\begin{cases} \underline{P} = \int_0^{+\infty} \underline{f}_y(x) \cdot \overline{F}_x(x) dx \\ \overline{P} = \int_0^{+\infty} \overline{f}_y(x) \cdot \underline{F}_x(x) dx \end{cases}. \quad (12)$$

В случае если нагрузка описывается функциями распределения возможностей (9)-(10), а прочность стали описывается плотностью распределения, восстановленной методом ядерной оценки плотности (5), уравнения для расчета вероятности безотказной работы могут быть представлены в виде:

$$\begin{cases} \underline{P} = \int_0^{a_x} \frac{1}{S_y \cdot n \cdot \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \exp\left[-\frac{(x-y_i)^2}{2 \cdot \underline{S}_y^2}\right] \cdot \exp\left[-\left(\frac{a_x - x}{b_x}\right)^2\right] dx + \int_{a_x}^{\infty} \frac{1}{S_y \cdot n \cdot \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \exp\left[-\frac{(x-y_i)^2}{2 \cdot \underline{S}_y^2}\right] dx \\ \overline{P} = \int_0^{a_x} \frac{1}{S_y \cdot n \cdot \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \exp\left[-\frac{(x-y_i)^2}{2 \cdot \underline{S}_y^2}\right] \cdot 0 dx + \int_{a_x}^{\infty} \frac{1}{S_y \cdot n \cdot \sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^n \exp\left[-\frac{(x-y_i)^2}{2 \cdot \underline{S}_y^2}\right] \left[1 - \exp\left[-\left(\frac{a_x - x}{b_x}\right)^2\right]\right] dx \end{cases}, \quad (13)$$

где $y_i = \sigma_{s,ult,i} \cdot A_{4-6}$ – i -е значение предельного продольного усилия $\tilde{N}_{ult}$; $S_y = S_{\sigma,s,ult} \cdot A_{4-6}$ – среднеквадратическое отклонение предельного продольного усилия.

Рассмотрим пример. Пусть по результатам обследования установлено, что стержень 4-6 фермы имеет сечение 80x80x4 с площадью поперечного сечения $A_{4-6} = 11,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. Было получено 5 контрольных образцов стали стержня 4-6 по результатам испытаний которых получены следующие значения прочности $\tilde{\sigma}_{s,ult} = \{303; 305; 298; 310; 325\}$ МПа. Пусть оценка среднеквадратического отклонения прочности стали составляет $S_{\sigma,s,ult} \in [5; 15]$ МПа.

На основании вышеописанных данных можно получить 5 значений оценки предельного продольного усилия в стержне 4-6 по критерию прочности стали $\tilde{N}_{ult} = \{350,15; 356,03; 358,38; 364,25; 381,88\}$ кН. Оценка среднеквадратического отклонения предельного усилия составляет $S_{N,ult} = S_y = S_{\sigma,s,ult} \cdot A_{4-6} \in [5,86; 17,63]$ кН.

Пусть по результатам оценки усилия в стержне $\tilde{N}_{4-6}$ от нагрузки $\tilde{P}$ установлено, что $x_{\max} = 340$ и $x_{\min} = 300$ кН, тогда параметры функций распределения возможностей составят $a_x = 320$ кН, $b_x = 13,18$ кН при $\alpha = 0,10$.

Тогда по формуле (13) можно вычислить вероятность безотказной работы: $P \in [\underline{P}; \bar{P}] = [0,94610; 0,99999]$.

Вероятность безотказной работы $[0,94610; 0,99999]$ не говорит о низкой надежности элемента, а подразумевает широкий интервал неопределенности вследствие недостатка статистической информации. С практической точки зрения может быть принято два решения: усилить сечение элемента при имеющихся статистических данных, чтобы нижняя граница вероятности безотказной работы была близка к требуемому уровню надежности [15], или уменьшить неопределенность данных путем проведения дополнительных испытаний / измерений статистических данных случайных величин, что позволит сократить область р-блока и получить более узкие границы вероятности безотказной работы. Выбор решения будет зависеть от технико-экономического сравнения данных вариантов.

Уровень неопределенности (размытости) данных для нагрузки и усилия в стержне контролируется параметром α . Существуют различные рекомендации по его назначению [16]. Объективно он должен снижаться с ростом числа испытаний и повышение точности измерений. На рис. 2 приведена графическая зависимость нижнего уровня вероятности безотказной работы $\underline{P}$ для рассмотренного примера в зависимости от уровня среза (риска) α .

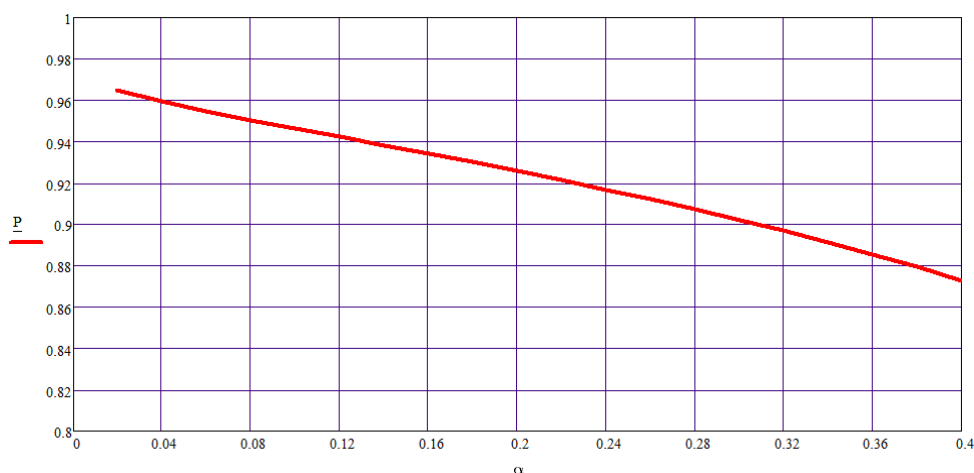


Рисунок 2 – Зависимость $\underline{P}$ - α для примера

Рост числа испытаний контрольных образцов стали сужает интервал оценки среднеквадратического отклонения $S_{\sigma,s,ult} \in [\underline{S}_{\sigma,s,ult}; \bar{S}_{\sigma,s,ult}]$, а также уточняет оцениваемую плотность распределения (5), что также приводит к росту нижней границы вероятности безотказной работы $\underline{P}$.

Выше описан подход к анализу надежности одного стержня фермы по критерию прочности материала. Для комплексной оценки надежности, каждый элемент фермы следует проверить на надежность по всем критериям работоспособности, предусмотренными

нормативными документами для расчетной ситуации (расчетная ситуация - учитываемый при расчете сооружений комплекс наиболее неблагоприятных условий, которые могут возникнуть при его возведении и эксплуатации, в соответствии с ГОСТ 27751-2014). Для центрально-сжатого элемента это прочность, устойчивость элемента в плоскости и из плоскости, гибкость. В результате будем иметь несколько интервалов надежности элемента по различным критериям предельных состояний. Т.к. наступление любого предельного состояния в элементе фермы можно считать критерием отказа всей фермы, то стержень фермы можно представить в виде условной последовательной системы, состоящей из элементов – значений надежности стержня по отдельным критериям предельного состояния $[P_i; \bar{P}_i]$. В соответствии с [17], надежность такой системы можно вычислить по формуле:

$$\begin{cases} \underline{P} = \max\left(0, \sum_{i=1}^n \underline{P}_i - (n-1)\right), \\ \bar{P} = \min(\bar{P}_i) \end{cases} \quad (14)$$

где $\underline{P}_i$ и $\bar{P}_i$ – нижняя и верхняя граница вероятности безотказной работы стержня фермы по i -му критерию работоспособности; n – число элементов (критериев) в последовательной системе.

Выводы

При неполной статистической информации о случайных величинах необходимо использовать новые теории анализа данных, т.к. принятие неподтвержденных статистических гипотез в рамках классических вероятностно-статистических методов может привести к ошибкам в оценке надежности элементов строительных конструкций. В статье рассмотрен метод анализа надежности стержней стальных ферм при комбинации положений теории возможностей и методов восстановления плотности случайной величины. Надежность в таком случае представлена в виде интервала значений, внутри которого находится действительное, но неизвестное вследствие недостатка данных, значение надежности.

Вероятность безотказной работы $[0,94610; 0,99999]$, полученная в численном примере, не отражает низкого уровня вероятности безотказной работы стержня фермы, а подразумевает широкий интервал неопределенности значений вследствие недостатка статистической информации. С практической точки зрения может быть принято два решения: усиление сечение элемента или изменение расчетной схемы при имеющихся статистических данных, чтобы нижняя граница вероятности безотказной работы была близка к проектному уровню надежности, или снижение эпистемологической неопределенности данных путем проведения дополнительных испытаний / измерений статистических данных случайных величин, что позволит сократить область р-блока и получить более узкие границы вероятности безотказной работы. Выбор решения будет зависеть от технико-экономического сравнения данных вариантов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pidong W., Zhang J., Hao Z., Jiwei Q. A new structural reliability index based on uncertainty theory // Chinese Journal of Aeronautics. 2017. No. 30(4). Pp. 1451-1458.
2. Savoia M. Structural reliability analysis through fuzzy number approach, with application to stability // Computers & Structures. 2002. Vol. 80. No. 12. Pp. 1087-1102.
3. Li H., Nie X. Structural reliability analysis with fuzzy random variables using error principle // Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2018. Vol. 67. Pp. 91-99.
4. Ni Z., Qiu Z. Hybrid probabilistic fuzzy and non-probabilistic model of structural reliability // Computers & Industrial Engineering. 2010. Vol. 58. No. 3. Pp. 463-467.

5. Yang X., Liu Y., Ma P. Structural reliability analysis under evidence theory using the active learning kriging model // *Engineering Optimization*. 2017. Vol. 49. No. 11. Pp. 1922-1938.
6. Соколов В. А. Диагностика технического состояния конструкций зданий и сооружений с использованием методов теории нечетких множеств // *Инженерно-строительный журнал*. 2010. №.5. С. 31-37.
7. Rosenblatt M. Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function // *Annals of Mathematical Statistics*. 1956. No. 27. Pp. 832-837.
8. Parzen E. On Estimation of a Probability Density Function and Mode // *Annals of Mathematical Statistics*. 1962. No. 33. Pp. 1065-1076.
9. Węglarczyk S. Kernel density estimation and its application // *ITM Web of Conferences*. EDP Sciences. 2018. Vol. 23. Pp. 00037.
10. Silverman B.W. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. London: Chapman & Hall/CRC, 1986. 45 p.
11. Pradlwater H.J, Schueller G.I. The use of Kernel densities and confidence intervals to cope with insufficient data in validation experiments // *Computer Methods and Applied Mechanics and Engineering*. 2008. No. 197. Pp. 2550-2560.
12. Соловьева А. А., Соловьев С. А. Исследование развития моделей случайных величин в расчетах надежности строительных конструкций при неполной статистической информации // *Вестник МГСУ*. 2021. Т. 16. №. 5. С. 587-607.
13. Saad A., Fruehwirth T., Gervet C. The p-box cdf-intervals: A reliable constraint reasoning with quantifiable information // *Theory and Practice of Logic Programming*. 2014. Vol. 14. No. 4-5. Pp. 461-475.
14. Уткин В. С., Уткин Л. В. Расчет надежности строительных конструкций при различных способах описания неполноты информации. Вологда: ВоГТУ, 2009. 126 с.
15. Paulpandian M. K. S. Application of reliability index in statistical model to assess durability of concrete made with plastic waste aggregates subjected to carbonation // *Environmental Science and Pollution Research*. 2022. Vol. 29. No. 12. Pp. 17456-17463.
16. Уткин В. С., Соловьев С. А., Ярыгина О. В. Расчет несущих элементов конструкций по заданному значению надежности при неполной статистической информации // *Строительство и реконструкция*. 2020. №.1. С. 81-91.
17. Гуров С.В., Уткин Л.В. Надежность систем при неполной информации. СПб: Любович, 1999. 166 с.

REFERENCES

1. Pidong W., Zhang J., Hao Z., Jiwei Q. A new structural reliability index based on uncertainty theory. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2017. No. 30(4). Pp. 1451-1458.
2. Savoia M. Structural reliability analysis through fuzzy number approach, with application to stability. *Computers & Structures*. 2002. Vol. 80. No. 12. Pp. 1087-1102.
3. Li H., Nie X. Structural reliability analysis with fuzzy random variables using error principle. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2018. Vol. 67. Pp. 91-99.
4. Ni Z., Qiu Z. Hybrid probabilistic fuzzy and non-probabilistic model of structural reliability. *Computers & Industrial Engineering*. 2010. Vol. 58. No. 3. Pp. 463-467.
5. Yang X., Liu Y., Ma P. Structural reliability analysis under evidence theory using the active learning kriging model. *Engineering Optimization*. 2017. Vol. 49. No. 11. Pp. 1922-1938.
6. Sokolov V.A. Diagnostika tekhnicheskogo sostoyaniya konstrukcij zdaniy i sooruzhenij s ispol'zovaniem metodov teorii nechetkih mnozhestv [Diagnostics of the technical condition of buildings and structures constructions using methods of the fuzzy sets theory]. *Magazine of Civil Engineering*. 2010. No.5. Pp. 31-37. (rus.)
7. Rosenblatt M. Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function. *Annals of Mathematical Statistics*. 1956. No. 27. Pp. 832-837.
8. Parzen E. On Estimation of a Probability Density Function and Mode. *Annals of Mathematical Statistics*. 1962. No. 33. Pp. 1065-1076.
9. Węglarczyk S. Kernel density estimation and its application. *ITM Web of Conferences*. EDP Sciences. 2018. Vol. 23. Pp. 00037.
10. Silverman B.W. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. London: Chapman & Hall/CRC, 1986. 45 p.
11. Pradlwater H.J, Schueller G.I. The use of Kernel densities and confidence intervals to cope with insufficient data in validation experiments. *Computer Methods and Applied Mechanics and Engineering*. 2008. No. 197. Pp. 2550-2560.
12. Soloveva A.A., Solovev S.A. Issledovanie razvitiya modelej sluchajnyh velichin v raschetah nadezhnosti stroitel'nyh konstrukcij pri nepolnoj statisticheskoj informacii [A research into the development of models of random variables as part of the structural reliability analysis performed in the absence of some statistical information]. *Vestnik MGSU [Monthly Journal on Construction and Architecture]*. 2021. No. 16(5). Pp. 587-607. (rus.).

13. Saad A., Fruehwirth T., Gervet C. The p-box cdf-intervals: A reliable constraint reasoning with quantifiable information. *Theory and Practice of Logic Programming*. 2014. Vol. 14. No. 4-5. Pp. 461-475.
14. Utkin V. S., Utkin L. V. Raschet nadezhnosti stroitel'nyh konstrukcij pri razlichnyh sposobah opisaniya nepolnoty informacii [Structural reliability analysis with different approaches to describing the incompleteness of data]. Vologda: VoGTU, 2009. 126 p. (rus.).
15. Paulpandian M. K. S. Application of reliability index in statistical model to assess durability of concrete made with plastic waste aggregates subjected to carbonation // *Environmental Science and Pollution Research*. 2022. Vol. 29. No. 12. Pp. 17456-17463.
16. Utkin V.S., Solovyev S.A., Yarigina O.V. Structural elements design on reliability level in case limited statistical data. *Building and Reconstruction*. 2020. No. (1). Pp. 81-91. (rus.)
17. Gurov S.V., Utkin L.V. Nadezhnost' sistem pri nepolnoj informacii [Reliability of systems with limited information]. Saint-Petersburg: Lyubovich, 1999. 166 p. (rus.).

Информация об авторах:

Соловьева Анастасия Андреевна

ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет», г. Вологда, Россия,
аспирант, преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства.
E-mail: solovevaaa@vogu35.ru

Соловьев Сергей Александрович

ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет», г. Вологда, Россия,
кандидат технических наук, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства.
E-mail: solovevsa@vogu35.ru

Information about authors:

Soloveva Anastasia A.

Vologda State University, Vologda, Russia,
post-graduate student, lecturer the industrial and civil engineering department.
E-mail: solovevaaa@vogu35.ru

Solovev Sergey A.

Vologda State University, Vologda, Russia,
candidate of technical science, associated professor of the industrial and civil engineering department.
E-mail: solovevsa@vogu35.ru