

ВЛ. И. КОЛЧУНОВ^{1,2}, С.Б. КРЫЛОВ³, С.С. ФЕДОРОВ¹¹ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», г. Москва, Россия²Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук, г. Москва, Россия³Научно-исследовательский центр "Строительство", (НИИЖБ) Научно-исследовательский, проектно-конструкторский и технологический институт бетона и железобетона им. А.А. Гвоздева

ЖЕСТКОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ИЗГИБЕ С УЧЕТОМ ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ СИЛ (ЧАСТЬ 2)

Аннотация. Приведены физическая и расчётная модель для определения параметров предельных состояний железобетонных конструкций при сложном напряжённом состоянии - изгибе с продольной и поперечными силами. На основе принятой схемы дискретизации поперечного сечения и теоремы А.Р. Ржаницына о двойственности между силовыми и деформационными параметрами построены прямой и обратный переход для определения коэффициентов матрицы жёсткости железобетонных стержневых конструкций с наклонными и нормальными трещинами. Определение жёсткости конструкций в зоне наклонных трещин выполнено на основе модели составных полосок, на которые разбивается зона с наклонными трещинами. При этом принята гипотеза о характере распределения деформаций в сложнапряжённом железобетонном элементе с наклонными трещинами. Для этой модели получен условный модуль сдвига, позволяющий определять средние относительные линейные и угловые деформации бетоны и арматуры в точке, прилегающей к шву сдвига между наклонными трещинами. На основе этой модели и с использованием экспериментально полученного значения относительного сдвига в наклонной трещине определены нагельные усилия в арматурном стержне, пересекаемом наклонной трещиной. Использование полученных аналитических зависимостей в практике проектирования железобетонных конструкций позволяет не только существенно уточнить определение перемещений и ширины раскрытия наклонных и нормальных трещин, но и максимально сблизить расчётную и физическую модель, базирующуюся на экспериментальных данных.

Ключевые слова: железобетон, жесткость, физическая модель, расчётная модель, наклонная трещина, сдвиг, нагельный эффект, составной стержень.

VL. I. KOLCHUNOV^{1,2}, S.B. KRYLOV³, S.S. FEDOROV¹¹ National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia² Scientific Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, Russia³ Gvozdev Research Institute of Reinforced Concrete, JSC SIC Construction, Moscow, Russia.

STIFFNESS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES UNDER BENDING CONSIDERING SHEAR AND AXIAL FORCES (PART 2)

Abstract. The paper presents a physical and computational model for determining the parameters of limit states of reinforced concrete structures under complex stressed state - bending with axial and shear forces. Based on the adopted scheme of cross-section discretization and A.R. Rzhantsyn's theorem of duality between force and deformation parameters, the forward and backward transfer for determining the coefficients of the stiffness matrix of reinforced concrete rod structures with inclined and normal cracks have been constructed. Stiffness of structures in the zone of inclined cracks is determined using the model of composite strips which separate the zone with inclined cracks. The hypothesis about the character of deformation distribution in a complex-stressed reinforced concrete element with inclined cracks is accepted.

© Колчунов В.И., Крылов Б.С., Федоров С.С., 2024

For this model the conditional shear modulus is obtained, which allows to determine the average relative linear and angular strains of concrete and reinforcement at the point adjacent to the shear joint between inclined cracks. Based on this model and using the experimentally obtained value of the relative shear in the inclined crack, the dowel forces in the reinforcing bar intersected by the inclined crack were determined. The application of the obtained analytical relationships in the practice of designing reinforced concrete structures allows not only to clarify significantly the definition of displacements and width of opening of inclined and normal cracks, but also to maximize the convergence of the design and physical model based on experimental data.

Keywords: reinforced concrete, stiffness, physical model, computational model, inclined crack, shear, dowel effect, composite bar.

Введение

Повышение точности и надёжности расчёта железобетонных конструкций зданий и сооружений связано с развитием исследований по разработке новых расчётных моделей при сложных напряжённых состояниях [1-7]. Появление новых технологий при сближении физических явлений, теории и практики расчёта железобетона становится одним из важнейших направлений создания эффективных строительных конструкций [5-9].

Многолетние экспериментальные и теоретические исследования наклонных трещин для изгибаемых элементов, с учётом продольных и поперечных сил проводились в основном для оценки трещиностойкости и прочности железобетонных конструкций [10-23]. Однако существует относительно мало исследований [16-22] для определения жесткости конструкций с учётом наклонных трещин, в том числе, пересекающихся наклонных трещин. В рассматриваемой статье приведена разработанная физическая и расчётная модель для оценки жёсткости железобетонных конструкций при изгибе с учётом действия поперечных и продольных сил и наличии наклонных трещин, с использованием единичных составных полосок в блоке – клине и арках между наклонными трещинами, а также рассмотрена модель аппроксимации прямоугольных поперечных сечений с помощью малых квадратов в элементах матрицы жёсткости. На основе анализа исследований Н.И. Карпенко и С.Н. Карпенко [24-26], в продольной растянутой арматуре получены «нагельные» усилия Q_s и сдвиг в трещине Δ_s в виде отношения функции ширины раскрытия трещин и деформаций бетона к косинусу угла наклона трещины (θ). Определены экспериментальные значения «нагельных» усилий $Q_{s,exp}$ и экспериментальные зависимости сдвига в трещине для установления связи между сдвигом ($\Delta_{cr,exp}$) и пролётом среза (a/h_0), а также экспериментальные связи между длиной зоны анкеровки и деформациями арматуры. Настоящая статья (часть 2) является продолжением публикации авторов [27].

Модели и методы

На основе расчетной модели, построенной в работе [27], получены **жесткостные физические характеристики** (рисунок 1) D_{pq} ($p, q - 1, 2, 3$) в системе уравнений, которые определяются по формулы (11)-(21), приведенным в [27].

Расчет выполняется на основе нелинейной деформационной модели по методологии СП63.13330.2018, но дополнительно с учётом жёсткости на сдвиг, особенно в зонах с наклонными трещинами, с использованием уравнений статики и следующих базовых принципов:

- распределение относительных деформаций бетона и арматуры по высоте сечения элемента принимают по линейному закону (гипотеза плоских сечений);
- связь между осевыми напряжениями и относительными деформациями бетона и арматуры принимают в виде диаграмм состояния (деформирования) бетона и арматуры;

— сопротивление бетона растянутой зоны допускается не учитывать, принимая при $\varepsilon_{bi} \geq 0$ напряжения $\sigma_{bi} = 0$.

Переход к внутренним усилиям выполняется исходя из эпюры напряжений при помощи численного интегрирования по нормальному сечению. При расчете элементов с использованием деформационной модели принимают значения сжимающей продольной силы, а также сжимающих напряжений и деформаций укорочения бетона и арматуры с отрицательным знаком, а растягивающих напряжений и деформаций удлинения бетона и арматуры – с положительным знаком.

Положение центра тяжести и точек приложения усилий в расчетном сечении принимают в соответствии с системой координат, начало которой расположено в точке O^* (см. [27], рисунок 1).

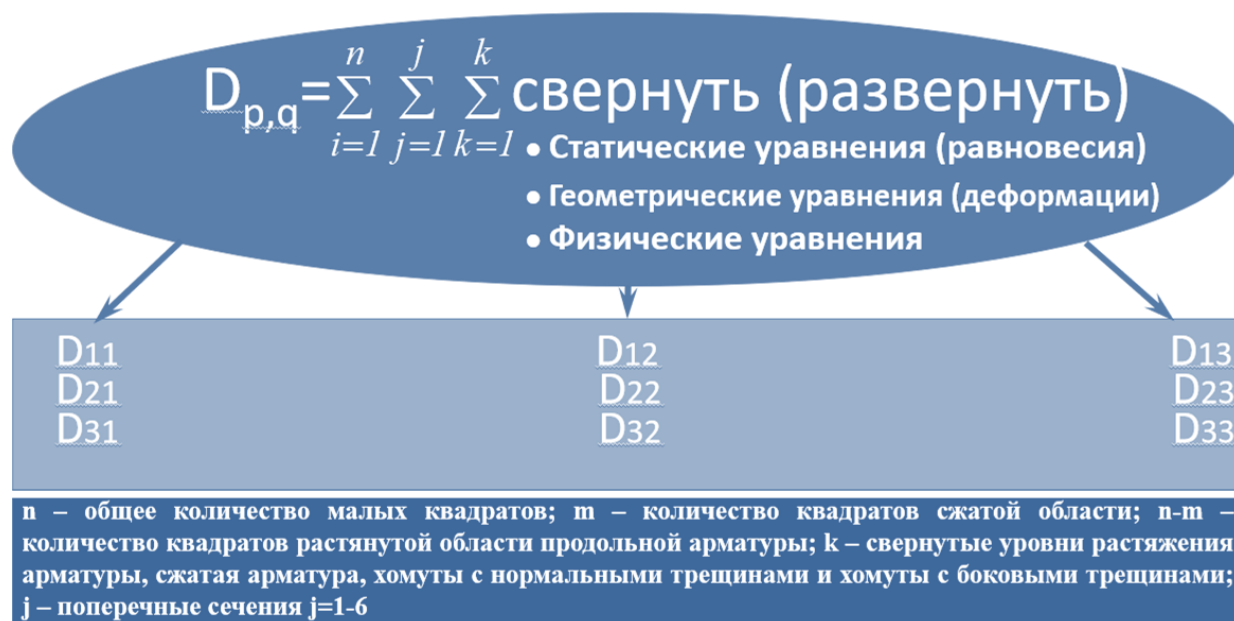


Рисунок 1 - Схема определения жесткости прямоугольных поперечных сечений с помощью малых квадратов матрицы 3×3 в элементах A_{ij} для характеристик матрицы от D_{11} до D_{33}

При расчете нормальных сечений по прочности в общем случае (см. [27], рисунок 1) используют уравнения равновесия внешних и внутренних усилий в нормальном сечении элемента:

$$M_y = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} \cdot Z_{byi} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj} \cdot Z_{syj} ; \quad (1)$$

$$N = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj} ; \quad (2)$$

уравнения, определяющие распределение деформаций по сечению элемента:

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{byi} ; \quad (3)$$

$$\varepsilon_{sj} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{byj} ; \quad (4)$$

зависимости, связывающие напряжения и относительные деформации бетона и арматуры:

$$\sigma_{bi} = E_b \cdot \nu_{bi} \cdot \varepsilon_{bi} ; \quad (5)$$

$$\sigma_{sj} = E_{sj} \cdot v_{sj} \cdot \varepsilon_{sj}. \quad (6)$$

В уравнениях (1) - (6): M_y - изгибающий момент в расчетном сечении от внешней нагрузки относительно выбранных координатных осей; N - продольная сила от внешней нагрузки; e_y, e_z - расстояния от точки приложения продольной силы N до соответствующих выбранных осей; A_{bi}, Z_{byi}, Z_{bzi} - площадь, координаты центра тяжести i -го участка бетона и напряжения на уровне его центра тяжести; $A_{xj}, Z_{syj}, Z_{szj}, \sigma_{sj}$ - площадь, координаты центра тяжести j -го стержня арматуры и напряжение в нем; ε_0 - относительная деформация волокна, расположенного на пересечении выбранных осей (в точке 0); $\frac{1}{r_y}$ - кривизна продольной оси в рассматриваемом поперечном сечении элемента в плоскости действия изгибающих моментов M_y ; E_b - начальный модуль упругости бетона; E_{sj} - модуль упругости j -го стержня арматуры; v_{bi} - коэффициент упругости бетона i -го участка; v_{sj} - коэффициент упругости j -го стержня арматуры.

Коэффициенты v_{bi} и v_{sj} принимают по соответствующим диаграммам состояния бетона и арматуры. При этом используют зависимости СП63.13330.2018 "напряжение-деформация" на рассматриваемых участках диаграмм:

$$v_{bi} = \frac{\sigma_{bi}}{E_b \cdot \varepsilon_{bi}}; \quad (7)$$

$$v_{sj} = \frac{\sigma_{sj}}{E_{sj} \cdot \varepsilon_{sj}}. \quad (8)$$

Расчет нормальных сечений железобетонных элементов по прочности производится из условий:

$$|\varepsilon_{b,max}| \leq \varepsilon_{b,ult}; \quad (9)$$

$$|\varepsilon_{s,max}| \leq \varepsilon_{s,ult}, \quad (10)$$

Здесь $\varepsilon_{b,max}$ - относительная деформация наиболее сжатого волокна бетона в нормальном сечении элемента от действия внешней нагрузки; $\varepsilon_{s,max}$ - относительная деформация наиболее растянутого стержня арматуры в нормальном сечении элемента от действия внешней нагрузки; $\varepsilon_{b,ult}$ - предельное значение относительной деформации бетона при сжатии; $\varepsilon_{s,ult}$ - предельное значение относительной деформации удлинения арматуры.

Результаты исследований и их анализ

Жесткостные характеристики D_{ij} ($i, j - 1, 2, 3$) в системе уравнений для матрицы $D_{11} - D_{33}$, например, для D_{11} определяются по формуле:

$$D_{11} = \sum_{i=1}^m (Z_{bx,j,i} \cdot v_b \cdot E_b \cdot \omega_{\sigma,i} \cdot A_{b,c,i} \cdot z_{b,i} + Z_{bx,j,i} \cdot v_b \cdot E_b \cdot \omega_{\sigma,i} \cdot A_{b,c,ad,i} \cdot z_{b,i}) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum \left(Z_{sx,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \omega_r \cdot A_{s,i,rig} \cdot [h - x - a_{s,i,rig}] \right) + \varphi_{7,*} \cdot rig \sum \left(Z_{sx,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \omega_r \cdot A_{s,rig} \cdot (0,5c_{inc,i-1} - 0,5l_2 - z_{sw} \pm a_j) \right) - \\
 & - \varphi_{5,*} \cdot rig \sum \left(Z_{sx,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \omega_r \cdot A_{s,rig} \right) + (-\varphi_{8,*} \cdot Z_{sx,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \sum \omega \cdot A_{s,*} - \\
 & - \varphi_{8,*} \cdot rig \cdot Z_{sx,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \sum \omega_{rig,*} \cdot A_{s,rig}) \cdot a_{m,b,j} - \left(\frac{\varphi_{z,1} \cdot Z_{b,1-1} \cdot v_b \cdot E_b \cdot \varphi_{1,*} \cdot \left[a - \left(l_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} l_2 \cdot \frac{1}{2} - \eta_{hor,b} \cdot l_2 \right) \right]}{a} \right) x_{B,k} \cdot \sqrt{l_2^2 + b^2} \cdot e_x + \\
 & + \left(\pm \varphi_{10} \cdot \frac{\sqrt{z^2 + y^2}}{l} \cdot G_b \right) \cdot \varphi_{3,*} \cdot x_{B,k} \cdot \sqrt{l_2^2 + b^2} \cdot e_x + \frac{\varphi_{z,1} \cdot Z_{b,1-1} \cdot v_b \cdot E_b \cdot \varphi_{1,*} \cdot \left[a - \left(l_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} l_2 \cdot \frac{1}{2} - \eta_{hor,b} \cdot l_2 \right) \right]}{a} (x_k - x_{B,k}) \cdot \sqrt{l_2^2 + b^2} \cdot e_x + \\
 & + \left(\pm \varphi_{10} \cdot \frac{\sqrt{z^2 + y^2}}{l} \cdot G_b \right) \cdot \varphi_{3,*} \cdot (x_k - x_{B,k}) \cdot \sqrt{l_2^2 + b^2} \cdot e_x - Z_{s,1-1} \cdot v_b \cdot E_b \sum \omega_{up} \cdot A_{sc,up,i} \cdot e_x + \\
 & + Z_{s,1-1} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \sum \omega_{rig} \cdot A_{s,i,rig} \cdot e_x - Z_{s,1-1} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \sum \omega_{c,rig} \cdot A_{sc,i,rig} \cdot e_x + \\
 & + Z_{b,1-1} \cdot v_b \cdot E_b \cdot (A_{b,*} + A_{b,*,ad}) \cdot e_x + Z_{b,1-1} \cdot v_b \cdot E_b \cdot A_{sc,1,rig} \cdot e_x. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Для частного случая $M_t = 0$ и $N = 0$ можно записать (прямой переход):

$$\frac{1}{r_x} = D_{11,*} \cdot M_x + D_{14,*} \cdot Q; \quad (12)$$

$$\Delta_Q = D_{41,*} \cdot M_x + D_{44,*} \cdot Q; \quad (13)$$

Теперь получим значение момента M_x из выражения (12):

$$M_x = \frac{1}{D_{11,*}} \left(\frac{1}{r_x} - D_{14,*} \cdot Q \right); \quad (14)$$

а также получим значение поперечной силы Q из выражения (13):

$$Q = \frac{1}{D_{44,*}} (\Delta_Q - D_{41,*} \cdot M_x); \quad (15)$$

В результате получим систему уравнений:

$$D = \begin{cases} M_x = \frac{\frac{1}{r_x} - D_{14,*} \cdot Q}{D_{11,*}}; \\ Q = \frac{\Delta_Q - D_{41,*} \cdot M_x}{D_{44,*}} \end{cases}; \quad (16)$$

Теперь, подставив значение M_x из первого уравнения системы во второе уравнение системы получим:

$$Q = D_{41,**} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{44,**} \cdot \Delta_Q; \quad (17)$$

$$D_{41,**} = \frac{-D_{41,*}}{D_{44,*} D_{11,*} - D_{41,*} \cdot D_{14,*}}; \quad (18)$$

$$D_{44,**} = \frac{D_{11,*}}{D_{44,*}D_{11,*} - D_{41,*} \cdot D_{14,*}}. \quad (19)$$

Далее, подставим значение Q из второго уравнения системы в уравнение системы (16):

$$M_x = D_{11,**} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{14,**} \cdot \Delta Q; \quad (20)$$

$$D_{11,**} = \frac{D_{44,*}}{D_{11,*}D_{44,*} - D_{14,*} \cdot D_{41,*}}; \quad (21)$$

$$D_{14,**} = \frac{-D_{14,*}}{D_{11,*}D_{44,*} - D_{14,*} \cdot D_{41,*}}. \quad (22)$$

В итоге, для жёсткости железобетонного элемента D получим:

$$D = \begin{pmatrix} M_x = D_{11,**} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{14,**} \cdot \Delta Q \\ Q = D_{41,**} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{44,**} \cdot \Delta Q \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Жесткостные коэффициенты второго уровня в элементах матрицы записываются в виде:

$$D_{11,**} = \frac{D_{44,*}}{D_{11,*}D_{44,*} - D_{14,*} \cdot D_{41,*}}. \quad (24)$$

Здесь обозначены $D_{11,**}$ - жесткостной коэффициент второго уровня в элементах матрицы; $D_{11,*}$ и $D_{14,*}$ - тоже, коэффициенты—первого уровня. Дополнительно, аналогичным способом получены коэффициенты: $D_{13,**}$, $D_{14,**}$, $D_{31,**}$, $D_{33,**}$, $D_{34,**}$, $D_{41,**}$, $D_{43,**}$, $D_{44,**}$

Обратная матрица системы определяющих уравнений имеет вид:

$$M_x = D_{11} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{14} \cdot \Delta Q; \quad (25)$$

$$Q = D_{14} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{44} \cdot \Delta Q. \quad (26)$$

Теперь получим значения кривизны $\frac{1}{r_x}$ из выражения (25):

$$\frac{1}{r_x} = \frac{M_x - D_{14} \cdot \Delta Q}{D_{11}}. \quad (27)$$

Получим значение приращения поперечной силы ΔQ из выражения (26):

$$\Delta Q = \frac{Q - D_{14} \cdot \frac{1}{r_x}}{D_{44}}. \quad (28)$$

Запишем систему:

$$D = \begin{cases} \frac{1}{r_x} = \frac{M_x - D_{14} \cdot \Delta Q}{D_{11}} \\ Q - D_{14} \cdot \frac{1}{r_x} \\ \Delta Q = \frac{Q - D_{14} \cdot \frac{1}{r_x}}{D_{44}} \end{cases} . \quad (29)$$

Возьмём первое уравнение системы (29) и подставим в него значение ΔQ из второго уравнения системы и получим:

$$\frac{1}{r_x} = D_{11,*} \cdot M_x + D_{14,*} \cdot Q , \quad (30)$$

где

$$D_{11,*} = \frac{D_{44}}{D_{11}D_{44} - D_{14} \cdot D_{14}} ; \quad (31)$$

$$D_{14,*} = \frac{-D_{14}}{D_{11}D_{44} - D_{14} \cdot D_{14}} . \quad (32)$$

Аналогично, возьмём второе уравнение системы (29) и подставим в него значение $\frac{1}{r_x}$ из первого уравнения системы и получим:

$$\Delta Q = D_{14,*} \cdot M_x + D_{44,*} \cdot Q ; \quad (33)$$

$$D_{14,*} = \frac{-D_{14}}{D_{44}D_{11} - D_{14} \cdot D_{14}} ; \quad (34)$$

$$D_{44,*} = \frac{D_{11}}{D_{44}D_{11} - D_{14} \cdot D_{14}} ; \quad (35)$$

В итоге для жесткости D можно записать:

$$D = \begin{cases} \frac{1}{r_x} = \frac{D_{44}}{D_{11}D_{44} - D_{14} \cdot D_{14}} \cdot M_x + \frac{-D_{14}}{D_{11}D_{44} - D_{14} \cdot D_{14}} \cdot Q \\ \Delta Q = \frac{-D_{14}}{D_{44}D_{11} - D_{14} \cdot D_{14}} \cdot M_x + \frac{D_{11}}{D_{44}D_{11} - D_{14} \cdot D_{14}} \cdot Q \end{cases} . \quad (36)$$

Коэффициент **первого** алгебраического **уровня** в элементах матрицы, например $D_{14,*}$, определяется по формуле:

$$D_{14,*} = \frac{-D_{14}}{D_{44}D_{11} - D_{14} \cdot D_{14}} . \quad (37)$$

Аналогично вычисляются коэффициенты: $D_{13,*}$, $D_{14,*}$, $D_{31,*}$, $D_{33,*}$, $D_{34,*}$, $D_{41,*}$, $D_{43,*}$, $D_{44,*}$

Для изгибаемых, внецентренно сжатых железобетонных элементов, в которых не допускаются трещины, расчет производят с учётом работы растянутого бетона в расчетном поперечном сечении элемента из условия:

$$\varepsilon_{bt,max} \leq \varepsilon_{bt,ult} . \quad (38)$$

Здесь $\varepsilon_{bt,max}$ - относительная деформация наиболее растянутого волокна бетона в нормальном сечении элемента от действия внешней нагрузки; $\varepsilon_{bt,ult}$ - предельное значение относительной деформации бетона при растяжении.

Предельные значения относительных деформаций бетона $\varepsilon_{b,ult}$ ($\varepsilon_{bt,ult}$) принимают при двузначной эпюре деформаций (сжатие и растяжение) в поперечном сечении элемента (изгиб, внецентренное сжатие или растяжение с большими эксцентриситетами) равными ε_{b2} (ε_{bt2}).

При внецентренном сжатии или растяжении элементов и распределении в поперечном сечении элемента деформаций только одного знака, предельные значения относительных деформаций бетона $\varepsilon_{b,ult}$ ($\varepsilon_{bt,ult}$) определяют в зависимости от соотношения деформаций бетона на противоположных гранях сечения элемента ε_1 и ε_2 ($|\varepsilon_2| \geq |\varepsilon_1|$) по формулам:

$$\varepsilon_{b,ult} = \varepsilon_{b2} - (\varepsilon_{b2} - \varepsilon_{b0}) \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad (39)$$

$$\varepsilon_{bt,ult} = \varepsilon_{bt2} - (\varepsilon_{bt2} - \varepsilon_{bt0}) \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (40)$$

Здесь ε_{b0} , ε_{bt0} , ε_{b2} , ε_{bt2} - параметры деформаций расчётных диаграмм состояния бетона, принимаемые по нормам СП63.13330. Предельные значения относительной деформации арматуры $\varepsilon_{s,ult}$ принимают равными: 0,025 - для арматуры с физическим пределом текучести; 0,015 - для арматуры с условным пределом текучести.

Выводы

На основании приведённых исследований можно сделать следующие выводы.

1. Предложена схема аппроксимации прямоугольных поперечных сечений сложноподвижных железобетонных конструкций с помощью малых квадратов для определения элементов a_{pq} матрицы жесткостных характеристик от $D_{11,**}$ до $D_{33,**}$, а также построены прямой (для внутренних усилий) и обратный, (где известны $\frac{1}{r_x}$, ε_0 и Δ_Q , но неизвестны M_x , N , Q) переход для определения коэффициентов характеристик матрицы D_{pq} (р, q - 1, 2, 3) сжатой области бетона и растянутой рабочей арматуры в системе уравнений: статических, геометрических и физических.

2. Для решения задач определения расчётных параметров предельных состояний II группы в зоне наклонных (перекрёстных) трещин построена деформационная модель единичных составных полосок, моделирующих деформации в зоне наклонных трещин, с учётом изменения положения изогнутой оси при образовании трещин.

3. Жесткости сечений в зоне наклонных трещин железобетонных конструкций при действии изгибающего момента M_{bend} , продольной N и поперечной силы Q для модели единичных составных полосок найдены исходя из продольных деформаций $\varepsilon_{0,x,j,i,*}$ (от нейтральной оси), кривизн $\frac{1}{r_{x,j,i,*}}$, а также поперечных сдвигов $\Delta_{Q,j,i,*}$, принимая схему разбивки поперечных сечений на малые квадраты и с учётом упругопластических деформаций в сжатом бетоне и рабочей арматуре.

4. На основе предложенной гипотезы о характере распределения деформаций в сложнапряженном железобетонном элементе с трещинами получен условный модуль сдвига ξ_m в единичной зоне шва сдвига для средних относительных линейных и угловых деформаций от взаимных смещений бетона и арматуры в точке шва, прилегающих к шву сдвига между смежными трещинами. Использование этой гипотезы позволяет снизить порядок системы дифференциальных уравнений составных стержней А.Р. Ржаницына и учесть наличие в конструкции трещин.

5. Для сдвигов и внутренних усилий в модели железобетонных составных стержней получены продольные напряжения и линейные деформации в каждом составляющем стержне. Эюра продольных и касательных напряжений (деформаций) в поперечном сечении составного стержня получается ступенчатой.

6. Градиент зависимости сдвига трещины на эюре продольных и касательных напряжений в каждом составном стержне для каждого шва определяется отношением производной от сдвигающего усилия в i -том шве к условному модулю сдвига.

7. Нагельное усилие в арматуре Q_s от поперечной силы в наклонном сечении получены на основе модели приопорной зоны в виде составных полосок и экспериментально установленного значения сдвига в трещине.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Arzamastsev S.A., Rodevich V.V. To the calculation of reinforced concrete elements for bending with torsion // *Proceedings of higher educational institutions, Building*. 2015. vol. 681. no. 9, Pp. 99-109.
2. Ilker Kalkan, Saruhan Kartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling // *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969-972.
3. Klein G., Lucier G., Rizkalla S., Zia P., Gleich H. Torsion simplified: a failure plane model for design of spandrel beams // *ACI Concrete International Journal*, February 2012. Pp.1-19
4. Lin W. Experimental investigation on composite beams under combined negative bending and torsional moments // *Advances in Structural Engineering*. 2021. 24(6). Pp. 1456-1465. <https://doi.org/10.1177/1369433220981660>.
5. Залесов А.С., Мухамедиев Т.А., Чистяков Е.А. Расчет трещиностойкости железобетонных конструкций по новым нормативным документам // *Бетон и железобетон*. 2002. №5. С. 15-18.
6. Кодыш Э.Н., Никитин И.К., Трекин Н.Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: Изд. АСВ, 2010. 352 с.
7. Крылов С.Б. Построение точного общего решения уравнения изгиба железобетонного стержня с учетом ползучести и трещинообразования // *Бетон и железобетон в Украине*. 2002. №4(14). С. 2-4.
8. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов Вл. И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Коноров А.В. Основные результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций из высокопрочного бетона В100 круглого и кольцевого сечений при кручении с изгибом // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2019. №15(1). С.51-61.
9. Демьянов А.И., Сальников А.С., Колчунов Вл. И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // *Строительство и реконструкция*. 2017. №4(72). С. 17-26.
10. Колчунов В.И., О.И. Аль-Хашими, Протченко М.В. Жесткость железобетонных конструкций при изгибе с поперечной и продольной силами // *Строительство и реконструкция*. 2021. №6. С. 5-19.
11. Колчунов Вл. И., Федоров В.С. Понятийная иерархия моделей в теории сопротивления строительных конструкций // *Промышленное и гражданское строительство*. 2020. №8. с. 16-23. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.08.16-23.
12. Kolchunov Vl. I., Dem'yanov A. I. The modeling method of discrete cracks and rigidity in reinforced concrete // *Magazine of Civil Engineering*, 2019. vol. 88. no. 4. Pp. 60-69, DOI: 10.18720/MCE.88.6.
13. Karpenko N. I., Kolchunov Vl. I., Travush V. I. Calculation model of a complex stress reinforced concrete element of a boxed section during torsion with bending // *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2021. vol. 51. no. 3. Pp. 7-26, DOI: 10.36622/VSTU.2021.51.3.001.

14. Горностаев И. С., Ключева Н. В., Колчунов Вл. И., Яковенко И. А. Деформативность железобетонных составных конструкций с наклонными трещинами // Строительная механика и расчет сооружений. – 2014. – № 5(256). – С. 60-66.
15. Гусев Б.В., Звездов А.И. Теоретические и экспериментальные исследования статистических вопросов прочности бетонов // Строительные материалы. 2017. № 11. С. 18–21.
16. Бондаренко В.М., Колчунов Вл.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 471 с.
17. Верюжский Ю.В., Колчунов Вл.И. Методы механики железобетона. Учебное пособие. - К.: Книжное издательство НАУ, 2005. 653 с
18. Голышев А. Б. Сопротивление железобетона / А. Б. Голышев, Вл. И. Колчунов. – К.: Основа, 2009. 432 с.
19. Голышев А.Б., Колчунов Вл. И. Сопротивление железобетонных конструкций, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях (монография). Киев: Основа. 2010. 286 с.
20. Емельянов С. Г., Немчинов Ю. И., Колчунов Вл.И., Марьенков Н. Г., Яковенко И. А. Особенности расчета сейсмостойкости крупнопанельных зданий // Промышленное и гражданское строительство. 2013. №12. С. 64–71.
21. Kim C., Kim S., Kim K.-H., Shin D., Haroon M., Lee J.-Y. Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams with High-Strength Steel Bars // ACI Structural Journal. 2019. – 116. Pp. 251-233.
22. Велюжский Ю.В., Голышев А.Б., Колчунов Вл.И., Ключева Н.В., Лисицин Б.М., Машков И.Л., Яковенко И.А. Справочное пособие по строительной механике. В двух томах. Том II: Учебное пособие. – М.: Изд-во АСВ, 2014. 432 с.
23. Баширов Х. З., Колчунов Вл. И., Федоров В. С., Яковенко И. А. Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений. Москва: Издательство АСВ, 2017. 248 с.
24. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами, М: Стройиздат. 1976. 204 с.
25. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 410 с.
26. Карпенко, С. Н. Об общем подходе к построению теории прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил // Бетон и железобетон. 2007. №2. С. 21-27.
27. Колчунов В.И., Крылов С.Б., Федоров С.С. Жесткость железобетонных конструкций при изгибе с учётом поперечной и продольной сил (часть 1) // Строительство и реконструкция. 2023. № 6. С. 25-40. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-110-6-25-40>

REFERENCES

1. Arzamastsev S.A., Rodevich V.V. To the calculation of reinforced concrete elements for bending with torsion. *Proceedings of higher educational institutions. Building*. 2015. vol. 681. no. 9, Pp. 99-109.
2. IlkerKalkan, SaruhanKartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969–972.
3. G. Klein, G. Lucier, S. Rizkalla, P. Zia and H. Gleich. Torsion simplified: a failure plane model for design of spandrel beams. *ACI Concrete International Journal*. 2012. February. Pp.1-19
4. Lin W. Experimental investigation on composite beams under combined negative bending and torsional moments. *Advances in Structural Engineering*. 2021. 24(6). Pp. 1456–1465. DOI: 10.1177/1369433220981660.
5. Zalesov A.S., Mukhamediev T.A., Chistyakov E.A. Calculation of crack resistance of reinforced concrete structures according to new normative documents. *Concrete and Reinforced Concrete*. 2002. No. 5. Pp. 15-18.
6. Kodysh E.N., Nikitin I.K., Trekin N.N. Calculation of reinforced concrete structures from heavy concrete on strength, crack resistance and deformations. Moscow: Publ. ASV, 2010. 352 p.
7. Krylov S.B. Construction of the exact general solution of the bending equation of a reinforced concrete rod with account of creep and cracking. *Concrete and Reinforced Concrete in Ukraine*. 2002. No. 4(14). Pp. 2-4.
8. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov Vl. I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. Main results of experimental studies of reinforced concrete structures of high-strength concrete B100 round and circular cross sections in torsion with bending. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2019. vol. 15. no. 1. Pp. 51-61. DOI:10.22363/1815-5235-2019-15-1-51-61
9. Demyanov A.I., Salnikov A.S., Kolchunov Vl. I. The experimental studies of reinforced concrete constructions in torsion with bending and the analysis of their results. *Building and Reconstruction*, 2017. vol. 72, no. 4. Pp. 17–26.
10. Kolchunov V.I., Al-Hashimi O.I., Protchenko M.V. Bending stiffness of reinforced concrete structures with transverse and longitudinal forces. *Building and reconstruction*. 2021. No. 6. Pp. 5-19.
11. Kolchunov Vl. I., Fedorov V.S. Conceptual Hierarchy of Models in the Theory of Resistance of Building Structures. *Industrial and Civil Engineering*. 2020. No. 8. Pp. 16–23, DOI: 10.33622/0869-7019.2020.08.16-23.

12. Kolchunov V. I., Dem'yanov A. I. The modeling method of discrete cracks and rigidity in reinforced concrete. *Magazine of Civil Engineering*. 2019. vol. 88. no. 4. p. 60-69, DOI: 10.18720/MCE.88.6.
13. Karpenko N. I., Kolchunov V. I., Travush V. I. Calculation model of a complex stress reinforced concrete element of a boxed section during torsion with bending. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2021. vol. 51. no. 3. Pp. 7-26. DOI: 10.36622/VSTU.2021.51.3.001.
14. Gornostaev I.S., Klyueva N.V., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Deformability of reinforced concrete composite structures with inclined cracks. *Structural mechanics and calculation of structures*. 2014. No. 5 (256). Pp. 60-66.
15. Gusev B.V., Zvezdov A.I. Theoretical and experimental studies of statistical issues of concrete strength. *Construction Materials*. 2017. No. 11. Pp. 18-21.
16. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Design models of the power resistance of reinforced concrete. Moscow: Publishing house ASV, 2004. 471 p.
17. Veruzhsky Yu.V., Kolchunov V.I. Methods of reinforced concrete mechanics. Kiev: NAU Book Publishing House. 2005. 653 p.
18. Golyshv A.B., Kolchunov V.I. Reinforced concrete resistance. Kiev: Osnova, 2009.432 p.
19. Golyshv A.B., Kolchunov V.I. Soprotivlenie zhelezobetonnykh konstrukcij, vozvodimyh v slozhnyh inzhenerno-geologicheskikh usloviyah [Resistance of reinforced concrete structures erected in complex engineering-geological conditions] Kiev: Osnova, 2010. 286 p. (in Russian).
20. Emelianov s. G., Nemchinov Yu. I., Maryenkov N. G., Kolchunov V. I., Yakovenko I. A. Features of calculation of seismic stability of large-panel buildings. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*. 2013. No. 12. Pp. 64–71. (in Russian).
21. Kim C., Kim S., Kim K.-H., Shin D., Haroon M., Lee J.-Y. Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams with High-Strength Steel Bars. *ACI Structural Journal*. 2019. 116. Pp. 251-233.
22. Velyuzhsky Yu.V., Golyshv A.B., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Lisitsin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. A reference guide to structural mechanics: Volume II. Moscow: Publishing house ABC. 2014. 432 p.
23. Bashirov Kh.Z., Kolchunov V. I., Fedorov V.S., Yakovenko I.A. Reinforced concrete composite structures of buildings and structures. Moscow: ASV Publishing House, 2017.248 p.
24. Karpenko N.I. The theory of deformation of reinforced concrete with cracks. Moscow: Stroyizdat.1976. 204 p.
25. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996. 410 p.
26. Karpenko, S.N. On the general approach to the construction of the theory of strength of reinforced concrete elements under the action of transverse forces. *Concrete and reinforced concrete*. 2007. No. 2. Pp. 21-27.
27. Kolchunov V.I., Krylov S.B., Fedorov S.S. Stiffness of reinforced concrete structures under bending considering shear and axial forces (part 1). *Building and Reconstruction*. 2023. No. 6. Pp. 25-40. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-110-6-25-40>

Информация об авторах:

Колчунов Владимир Иванович

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия,

Член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры инженерной графики и компьютерного моделирования.

Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук (НИИСФ РААСН), г. Москва, Россия

Главный научный сотрудник

E-mail: vlik52@mail.ru

Крылов Сергей Борисович

Член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией механики железобетона НИИЖБ им. А. А. Гвоздева АО «НИЦ «Строительство»»

E-mail: niizhb_lab8@mail.ru

Федоров Сергей Сергеевич

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г.Москва,Росси

Кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой инженерной графики и компьютерного моделирования

E-mail: fedorovss@mgsu.ru

Information about authors:

Kolchunov Vladimir Iv.

Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU), Moscow, Russia,
Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, doctor of technical sciences, professor, professor of the Department of Engineering Graphics and Computer Modeling.
Scientific Research Institute of Construction Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, Russia, chief researcher
E-mail: vlik52@mail.ru

Krylov Sergey B.

Gvozdev Research Institute of Reinforced Concrete, JSC SIC Construction, Moscow, Russia,
Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, doctor of technical sciences, professor, head of the Reinforced Concrete Mechanics Laboratory at the Gvozdev Research Institute for Reinforced Concrete.
E-mail: niizhb_lab8@mail.ru

Fedorov Sergey S.

Moscow State University of Civil Engineering (NIU MGSU), Moscow, Russia,
candidate of technical sciences, head of the Department of Engineering Graphics and Computer Modeling.
E-mail: fedorovss@mgsu.ru