

А.А. ЛИЗОГУБ¹, А.В. ТУР¹, В.В. ТУР¹

¹УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ЖИВУЧЕСТИ КОНСТРУКТИВНЫХ СИСТЕМ ИЗ СБОРНОГО И МОНОЛИТНОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

Аннотация. В рамках вероятностного моделирования рассмотрены вопросы связанные с оценкой живучести конструктивных систем из сборного и монолитного железобетона в особой расчетной ситуации.

В работе рассмотрена концепция анализа надежности конструктивных систем и дифференциации рисков в особых расчетных ситуациях. Проанализированы существующие вероятностные модели базисных (основных) переменных, входящих в функции нагрузок и сопротивлений. Получены и интегрированы в виде базисной переменной при вероятностном моделировании статистические параметры неопределенности модели сопротивления.

Выполнено вероятностное моделирование по методу Монте-Карло конструктивных систем из сборного и монолитного железобетона, запроектированных по действующим нормам Республики Беларусь. Определены функции предельного состояния конструктивной системы в особой расчетной ситуации при внезапном удалении центральной колонны первого этажа. В результате для рассматриваемых конструктивных систем получены значения вероятностей отказа и соответствующих индексов надежности.

Ключевые слова: живучесть, вероятностный подход, вероятность отказа, индекс надежности.

A.A. LIZAHUB¹, A.V. TUR¹, V.V. TUR¹

¹Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus

PROBABILISTIC APPROACH FOR ASSESSING THE ROBUSTNESS OF STRUCTURAL SYSTEMS MADE OF PRECAST AND MONOLITHIC REINFORCED CONCRETE

Abstract. With the help of probabilistic modeling, the issues related to the assessment of the robustness of structural systems made of prefabricated and monolithic reinforced concrete in an accidental design situation are considered.

The paper considers the concept of analyzing the reliability of structural systems and differentiating risks in accidental design situations. The existing probabilistic models of the basic variables included in the functions of loads and resistances are analyzed. Statistical parameters of the uncertainty of the resistance model are obtained and integrated in the form of a basic variable with probability modeling.

Probabilistic modeling of structural systems made of precast and monolithic reinforced concrete, designed according to the current standards of the Republic of Belarus, was carried out using the Monte Carlo method. The functions of the limiting state of the structural system in an accidental design situation with the sudden removal of the central column of the first floor are determined. As a result, values of failure probabilities and corresponding reliability indices were obtained for the considered constructive systems.

Keywords: robustness, probabilistic approach, probability of failure, reliability index.

1 Введение

С точки зрения теории надежности поведение конструктивной системы или её элемента в произвольный момент времени может быть описано с помощью набора собственных предельных состояний, которые обозначают границу между безопасным и небезопасными состояниями, переход через которую рассматривается как отказ.

Модель, описывающую предельное состояние представляют так называемой функцией состояния $g(\cdot)$, которая включает все необходимые для проектирования базисные переменные, описывающие воздействия $\mathbf{e}$ и сопротивления самой системы $\mathbf{r}$. Тогда превышение предельного состояния в результате исчерпания сопротивления конструкции и её отказ формулируют в виде детерминистического неравенства (1):

$$g(\mathbf{e}, \mathbf{r}) < 0 \quad (1)$$

Базисные переменные расчётных моделей, описывающие воздействия, свойства материалов и геометрические размеры конструкций включают целый ряд неопределенностям и могут быть представлены случайными величинами. Переменные E и R могут быть представлены случайным вектором $\mathbf{X}$.

Отказ конструкции является вероятностным событием, а вероятность его возникновения P_f определяется следующим образом:

$$P_f = \text{Prob}\{g(\mathbf{X}) < 0\} \quad (2)$$

В случае использования нормального (или логнормального) распределения вероятность отказа связывают с индексом надежности β (индексом проф. Ржаницына), посредством функции Лапласа:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (3)$$

где $\Phi^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная стандартной функции нормального распределения.

Основной целью анализа надежности является оценка вероятности отказа (индекса надежности) при сравнении вычисленного параметра по формулам (2) и (3) с установленными целевыми значениями.

В постановке, заложенной в современные нормы [1, 2], отражающие передовой опыт проектирования и строительства, предельные состояния подразделяются на предельные состояния несущей способности и предельные состояния эксплуатационной пригодности. При этом граница между приемлемым поведением и отказом в нормах четко определена.

В то же время нормы [1, 2] содержат требования по обеспечению живучести конструктивных систем в особых расчетных ситуациях, однако не содержат четких требований и критериев для её оценки. Существующие не прямые методы, направленные на обеспечение сопротивления прогрессирующему обрушению, например, метод связевых усилий, позволяют повысить живучесть конструктивной системы за счет увеличения её неразрезности (связности) и пластической деформативности. Однако они не позволяют создать конструктивную систему с заранее заданным уровнем надежности при проектировании в особой расчетной ситуации.

Более подходящим с точки зрения количественной оценки живучести и определения её критериев является прямой метод альтернативных траекторий нагрузок (метод ALP), который позволяет рассматривать глобальное поведение конструктивной системы либо её части (системы конструктивных элементов в соответствии с положениями дискретного подхода [3]). Метод ALP позволяет четко определить границу наступления прогрессирующего обрушения и сформулировать функцию предельного состояния живучести для последующего анализа надежности.

Необходимым условием выполнения анализа надежности и калибровки формата безопасности при проверках критериев живучести является назначение целевых уровней надежности. В работе [3] была предложена концепция дифференциации рисков и управления стратегиями по их снижению, согласно которой оценка полной вероятности наступления прогрессирующего обрушения конструктивной системы $P(C)$ может быть представлена в следующем виде (4):

$$P(C) = P(C|DH) \cdot P(D|H) \cdot P(H) \quad (4)$$

где $P(H)$ – вероятность реализации угрозы (особого события) H ; $P(D|H)$ – условная вероятность локального повреждения или отказа ключевого элемента D в результате возникновения угрозы H ; $P(C|DH)$ – условная вероятность наступления прогрессирующего обрушения C конструктивной системы в результате реализации локального повреждения D , вызванного угрозой H .

Параметр $P(C)$ представляет собой общую вероятность разрушения здания, которая ограничена требованиями действующих нормативных документов (например, согласно СН 2.01.01 для соответствующих классов по последствиям отказа СС). Целевая величина приемлемой или допустимой вероятности наступления прогрессирующего обрушения $P_{tag,h}$ может быть получена из решения задачи экономической оптимизации рисков и может отличаться для различных видов угроз. В исследовании [3] в качестве минимальной приемлемой вероятности отказа зданий и сооружений $P_{tag,h}$ рассматривается величина порядка $10^{-7}/\text{год}$. В работе [4] показано, что уровень риска, определяемый как «минимальный» в общем случае может находиться в интервале от $10^{-5}/\text{год}$ до $10^{-7}/\text{год}$.

В случае, когда при оценке живучести используется метод альтернативных траекторий нагрузок (метод ALP), условная вероятность локального отказа ключевого элемента при реализации особого события H консервативно принимается $P(D|H) = 1$ (отказ ключевого элемента происходит при появлении особого события, хотя в общем случае конструктивный элемент, запроектированный в постоянной расчётной ситуации будет обладать некоторой надёжностью при действии особых нагрузок). Тогда выражение (4) может быть записано в следующем виде (5):

$$P(C) = P(C|DH) \cdot 1 \cdot P(H) \quad (5)$$

Откуда следует, что условная вероятность наступления прогрессирующего обрушения должна соответствовать условию (6):

$$P(C|DH) < \frac{P_{tag,h}}{\lambda_H} \quad (6)$$

где λ_H – среднегодовая частота появления-угрозы H .

Величина λ_H определяется путем статистической оценки угроз и может отличаться для различных стран. В зависимости от вида угрозы H может быть принята в диапазоне величин от $10^{-6}/\text{год}$ до $10^{-5}/\text{год}$ [4].

Таким образом условная вероятность наступления прогрессирующего обрушения $P(C|DH)$, которая эквивалентна вероятности отказа модифицированной конструктивной системы в рамках метода ALP, в зависимости от вида угрозы и минимальной приемлемой вероятности отказа зданий и сооружений может находиться в диапазоне $10^{-2}..10^{-1}$.

Формат безопасности, неявно заложенный в большинство норм проектирования, а именно модели нагрузок и сопротивлений, система частных коэффициентов, коэффициентов сочетаний, целевые (допустимые) вероятности отказов и индексы надёжности, откалиброван для предельных состояний несущей способности и эксплуатационной пригодности отдельных элементов (сечений) и не рассматривает глобальное поведение конструктивной системы в особой расчётной ситуации.

Принимая во внимание изложенные соображения, при разработке общей методологии защиты конструктивных систем в особых расчётных ситуациях, важной задачей является оценка и, при необходимости, калибровка существующего формата безопасности с учетом обеспечения требований живучести. Целью данной работы является представление основных положений разработанного вероятностного подхода к оценке живучести конструктивных систем из сборного и монолитного железобетона в особых расчётных ситуациях.

2 Модели и методы

2.1 Методы вероятностного моделирования

В теории надёжности предлагаются различные аналитические решения для известных функций распределения для вероятностного описания моделей нагрузок и сопротивлений. Однако, когда функция сопротивления $R(X) = R_d(X) \cdot \theta_R(X)$ задана неявно в виде системы уравнений (уравнений равновесия внутренних и внешних сил; уравнений совместности деформаций,

физических законов, описывающих напряженно-деформированное состояние материалов, уравнений описывающих контактную задачу и т.п.) и не может быть определена с помощью аналитических методов теории надежности, основанных на интегрировании известных функций распределения, классические подходы (FORM, SORM, FOSM) неприменимы. В этом случае используются численные симуляционные методы, например, метод численной симуляции Монте-Карло, метод латинского гиперкуба, комбинированные методы.

В данном исследовании был использован метод Монте-Карло, в соответствии с которым, если количество всех реализаций равно n , количество безотказных реализаций n_s , а количество реализаций отказов n_f , то вероятность отказа можно оценить по следующему выражению (7):

$$N = n_f/n = (n - n_s)/n \quad (7)$$

Необходимое количество безотказных испытаний (симуляций) n_s при полном отсутствии информации о распределении функции состояния в соответствии с [5] может быть определено из следующего условия:

$$n_s \geq \ln(1-\gamma)/\ln P \quad (8)$$

где γ – доверительная вероятность; P – уровень надежности.

Из условия (8) для системы с целевой вероятностью отказа $(1-P) \approx 10^{-6}$ при доверительной вероятности $\gamma = 0,95$ количество безотказных испытаний $n \geq 3 \cdot 10^6$, а при доверительной вероятности $\gamma = 0,99$ количество безотказных испытаний $n \geq 4,6 \cdot 10^6$.

В работе [6] предлагается следующее правило назначения достаточного числа реализаций n , в соответствии с которым для случая, если ожидаемая вероятность отказа P_f составляет 10^{-5} , то в среднем будет наблюдаться один отказ на 10^5 реализаций, тогда число n назначается на два порядка больше n_s , т.е. $n=10^7$. Коэффициент вариации вероятности отказа при числе реализаций n оценивается по следующей формуле (9):

$$w_{pf} = (1-P_f)^{0,5} (n \cdot P_f)^{-0,5} \quad (9)$$

При $P_f = 10^{-5}$ и $n = 10^7$, коэффициент вариации вероятности отказа составит $w_{pf} = 0,10$, что в [6] оценивают, как приемлемую точность.

2.2 Вероятностная формулировка моделей нагрузок и воздействий в особой расчетной ситуации

При вероятностном моделировании реализацию особого воздействия следует рассматривать как импульс в любой момент времени в течении установленного реферативного периода (например, проектного срока эксплуатации объекта). Такой импульс имеет очень высокую интенсивность и короткий период действия по сравнению с постоянными и практически постоянными функциональными (переменными) нагрузками. При этом кратковременная составляющая переменной нагрузки может не учитываться в вероятностном моделировании, так как она также, как и особое событие, описывается как импульсный процесс и их одновременное появление с особым воздействием маловероятно. Практически постоянная составляющая переменной нагрузки описывается как нагрузка в произвольный момент времени (*arbitrary-point-in-time load*). Данное допущение можно считать справедливым для большинства категорий зданий, например, офисов и жилых зданий.

Для проверки конструктивных систем в особой расчетной ситуации были предложены различные модели постоянной и функциональных нагрузок.

Обзор применяемых моделей постоянной нагрузки приведен в таблице 1.

Таблица 1 – Модели постоянной нагрузки [7]

Источник	Распределение	μ/G_{nom}	V
[8, 9, 10]	Normal	1.05	0.10
[11, 12]	Normal	1.00	0.10
Примечание: μ – среднее значение постоянной нагрузки; V – коэффициент вариации (CoV); G_{nom} – характеристическое значение постоянной нагрузки			

В таблице 2 представлен обзор моделей функциональной (переменной) нагрузки, демонстрирующий большее разнообразие моделей.

Таблица 2 – Модели функциональной нагрузки [7]

Источник	Распределение	μ/Q_k	V
[8, 9]	Gamma	0.24	0.8..0.6
[10]	Gamma	0.24 to 0.50	0.6
[11]	Gumbel	0.6	0.35
[12]	Gumbel	0.6	0.5
[14]	Gumbel	0.52	0.5
[6, 12, 15]	Gumbel	0.2	1.1
Примечание: μ – среднее значение постоянной нагрузки; V – коэффициент вариации (CoV); Q_k – характеристическое значение функциональной нагрузки			

В общем виде вероятностная модель полной нагрузки E , действующей на поврежденную конструктивную систему сразу после реализации особого события, может быть записана в виде уравнения (10):

$$E = \theta_E (G + Q) \quad (10)$$

где θ_E – неопределенность модели нагрузок и воздействий в особой расчетной ситуации.

2.3 Вероятностная формулировка модели сопротивления в особой расчетной ситуации

Модель сопротивления после отказа ключевого элемента в рамках метода альтернативных траекторий нагрузок может быть основана на уравнениях энергетического баланса для поврежденной конструктивной системы. При этом для различных конструктивных решений рассматриваются отдельные расчетные схемы с характерными механизмами сопротивления прогрессирующему обрушению (пластический изгиб, арочные и мембранные эффекты).

Выбор расчетной схемы зависит, главным образом, от расчетного сценария (удаление центральной, крайней или угловой колонны), конструктивного решения (сборные, монолитные, сборно-монолитные), основных геометрических размеров (шаг колонн двух направлениях, сечение колонн, наличие и размеры капителей). При этом, важнейшую роль играет способ нагружения (сосредоточенная сила, равномерно распределенная нагрузка) и скорость нагружения (квазистатическая или динамическая нагрузка).

Используемая в настоящем исследовании расчетная модель сопротивления более подробно рассмотрена в работах [16, 17]. Модель представлена в детерминированном виде, т.е. при наборе определенных входных данных в виде детерминированных числовых значений модель даст детерминированный ответ (отклик).

В качестве отклика модели сопротивления принято предельное динамическое сопротивление модифицированной конструктивной системы [16, 17], которое может быть выражено в виде равномерно распределенной нагрузки на перекрытие или в виде реакции, воспринимаемой ключевым элементом в момент его отказа.

Вероятностная формулировка модели сопротивления означает, что основные входные параметры рассматриваются в качестве базисных переменных и должны быть представлены стохастическими величинами, описанными соответствующими функциями распределения. В таком случае отклик модели также будет выражаться случайной (стохастической) величиной R (11):

$$R = \theta_R R(f, a) \quad (11)$$

где R – функция сопротивления конструкции;

f , a , θ_R – значения основных параметров, описывающих свойства материалов, геометрические размеры и неопределенности моделей.

В исследованиях надежности важную роль играют принятые вероятностные модели базисных переменных функции сопротивления. В работе [6] с целью обеспечения эффективного сравнения надежности различных конструкций, авторами были предложены общие вероятностные модели некоторых переменных, которые так же были применены в калибровке Еврокодов.

Вероятностные модели базисных переменных, используемых для описания состояния железобетонных конструкций представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Некоторые общие вероятностные модели базисных переменных свойств материалов и геометрических размеров железобетонных конструкций [6]

№	Категория переменных	Наименование базисных переменных	Обозн. X	Ед. изм.	Распределение	Среднее μ_X	Ст. откл. σ_X
1	Прочность материалов	Бетон	f_c	МПа	LN	$f_{ck}+2\sigma$	0,10-0,18 μ_X
2		Арматура	f_y	МПа	LN	$f_{yk}+2\sigma$	30 МПа
3	Геометрия бетонного поперечного сечения	Поперечное сечение	b, h	м	N	b_k, h_k	0,005-0,01
4		Защитный слой бетона	a	м	BET	a_k	0,005-0,015
5		Дополнительные эксцентриситеты	e	м	N	0	0,003-0,01

N – нормальное распределение; LN – логнормальное распределение; BET – Бета-распределение.

2.4 Ошибки (неопределенности) расчетных моделей сопротивления нагрузок и воздействий в особой расчетной ситуации

При расчете сопротивления Y модифицированной конструктивной системы с некоторыми случайными свойствами при действии случайных нагрузок в вероятностной постановке решение в общем виде может быть представлено в виде функции (12):

$$Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (12)$$

где Y – сопротивление модифицированной конструктивной системы в особой расчетной ситуации; $f(\cdot)$ – функция модели сопротивления; X_i – базисные переменные, описывающие воздействия и свойства конструктивной системы.

В соответствии с [18] функция модели сопротивления не может быть полной и точной из-за наличия следующих факторов:

- случайные эффекты, которые не учитываются в модели;
- упрощения в математическом описании физических явлений.

Из чего следует, что даже в случае, когда точно определены значения всех случайных базисных переменных, рассчитанный отклик модели Y все равно будет неточным (содержать ошибку).

Реальное (полученное экспериментально) сопротивление Y' можно условно выразить следующим образом (13):

$$Y'=f'(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta_1, \dots, \theta_m) \quad (13)$$

где θ_i – случайных базисные переменные, описывающие неопределенности используемой модели сопротивления конструктивной системы.

Наиболее распространенный и удобный подход к учету ошибки моделирования в расчетной модели сопротивления в соответствии с [18]:

$$\begin{aligned} Y' &= \theta_1 \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ Y' &= \theta_1 + f(X_1, X_2, \dots, X_n) \end{aligned} \quad (14)$$

или их комбинирование

$$Y' = \theta_1 + \theta_2 \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Уравнение (14) заключается в выражении неопределенностей модели через коэффициент θ_1 , определяемый как отношение наблюдаемых (реальных) и теоретических (рассчитанных с помощью некоторой принятой модели) величин (рисунок 1).

В данной постановке (рисунок 1) статистические свойства неопределенностей модели напрямую зависят от отклика модели Y . Чтобы уйти от данной зависимости применяют подход, согласно которому неопределенности модели напрямую связывают с входящими в неё базисными переменными:

$$X_i' = \theta_1 \cdot X_i$$

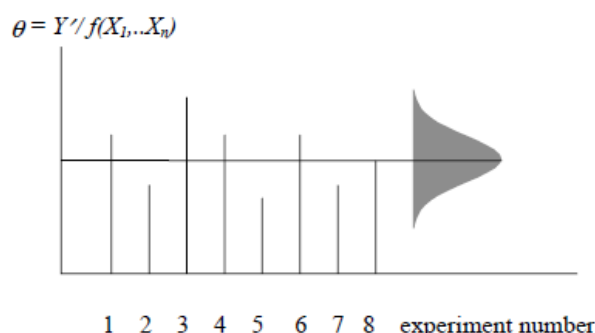


Рисунок 1 – Статистическая оценка неопределенности модели для ряда испытаний в соответствии с определением [18]

При расчете конструктивных систем в особых расчетных ситуациях неопределенности модели (коэффициенты ошибки моделирования) можно разделить на следующие виды:

- неопределенности моделей нагрузок и воздействий;
- неопределенности моделей сопротивления модифицированной конструктивной системы.

Существующие на сегодняшний день и представленные в [6, 18] коэффициенты неопределенности модели (см. таблицы 4 - 5) в большей степени основаны на экспертных суждениях и предыдущем национальном опыте проектирования, так как во многих случаях для их определения отсутствует достаточный и непротиворечивый набор экспериментальных данных.

Таблица 4 – Рекомендуемые вероятностные параметры коэффициентов неопределенностей моделей нагрузок и воздействий [18]

Тип модели	Вид распределения	Среднее μ_0	Кэф. вариации V_0
изгибающие момент в рамах	LN	1,0	0,1
продольные усилия в рамах	LN	1,0	0,05
поперечные усилия в рамах	LN	1,0	0,1
изгибающие момент в плитах	LN	1,0	0,2
усилия в плитах	LN	1,0	0,1
напряжения в двумерных телах	N	0,0	0,05
напряжения в трехмерных телах	N	0,0	0,05

Таблица 5 – Рекомендуемые вероятностные параметры коэффициентов неопределенностей моделей сопротивления [18]

Тип модели	Вид распределения	Среднее μ_0	Кэф. вариации V_0
Модели сопротивления бетона (статические расчеты)			
несущая способность на изгиб*	LN	1,2	0,15
несущая способность на срез	LN	1,4	0,25
несущая способность соединений	LN	1,0	0,1
Примечание: * – включая эффекты от продольных и поперечных сил			

В идеальной ситуации неопределенности модели сопротивления для особой расчетной ситуации должны быть получены из достаточного набора результатов Y_i репрезентативных лабораторных или натурных экспериментов поврежденных конструктивных систем. При этом должны быть тщательно измерены значения всех входящих в модель базисных переменных X_i . Тогда неопределенность модели будет иметь внутренний характер неопределенностей.

На практике количество экспериментальных исследований, в большинстве случаев, будет невелико, и они будут содержать ошибки измерения как входных параметров X_i , так и результатов измерений Y_i , что приводит к увеличению статистической неопределенности.

В качестве подхода оценки ошибки моделирования может быть принята стандартная процедура в соответствии с [1].

Как было отмечено в [19] результаты, полученные с помощью различных расчетных подходов, в том числе даже толь в рамках метода конечных элементов для разных программных комплексов будут содержать разную степень погрешности. Кроме того, коэффициенты неопределенности модели могут отличаться в рамках одного комплекса при решении линейных и нелинейных задач.

3 Результаты исследования и их анализ

3.1 Оценка неопределенности модели сопротивления в особой расчетной ситуации

В рамках данной статьи рассмотрены выборочные результаты экспериментальных исследований феномена прогрессирующего обрушения модифицированных систем различных конфигураций по данным ряда авторов [16, 20, 21]. В качестве модели сопротивления использованы системы уравнений и расчетные схемы, основанные на энергетическом балансе поврежденной конструктивной системы в соответствии с [16, 17].

Основные характеристики рассмотренных экспериментальных образцов и результаты определения предельного динамического сопротивления системы R_{dyn} представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Основные характеристики опытных образцов, экспериментальные и теоретические значения предельного динамического сопротивления системы R_{dyn}

№ п/п	Образец [Ист.]	Удаляемая опора	Способ нагружения	Толщина плиты h , мм	Шаг колонн (опор) L , мм	Прочность бетона на сжатие f_{cm} , МПа	Физический предел текучести арматуры f_y , МПа	Предельное динамическое сопротивление образца R_{dyn} , кН	
								эксп.	теор.
1	FS-1 [16]	центр.	CPH	45	850	57,34	594,3*	68,98	53,00
2	ND [20]	центр.	CPH	55	1500	25,2	500**	165,44	157,85
3	WD [20]	центр.	CPH	55	1500	22,3	500**	199,72	192,51
4	ND-P [20]	центр.	CPH	55	1500	24,1	500**	170,035	157,44
5	ND-1 [21]	угловая	CCH	70	2400	19,5	500**	10,04	11,23
6	WD-1 [21]	угловая	CCH	70	2400	26	500**	17,57	19,48
7	ND-2 [21]	угловая	CCH	70	2400	19,5	500**	14,02	16,55
8	WD-2 [21]	угловая	CCH	70	2400	26	500**	25,49	25,65
9	ND-3 [21]	угловая	CCH	70	2400	19,5	500**	20,96	23
10	WD-3 [21]	угловая	CCH	70	2400	26	500**	34,15	32,85

Примечание: CPH – квази-статическая равномерно распределенная нагрузка; CCH – квази-статическая сосредоточенная нагрузка; * – среднее значение f_{ym} ; ** – характеристическое значение f_{yk} .
 Уровень предельного динамического сопротивление образца R_{dyn} , соответствующий предельному вертикальному прогибу δ_u , в общем виде определялся согласно положениям энергетического подхода:

$$R_{dyn} = \frac{1}{\delta_u} \int_0^{\delta_u} P(\delta) d\delta$$

где $P(\delta)$ – функция кривой квази-статического сопротивления образца.

В соответствии с методом оценки ошибки модели [1] получена диаграмма $R_{dyn.e} - R_{dyn.t}$ и следующие вероятностные параметры ошибки моделирования функции сопротивления θ_R (см. рисунок 2): среднее значение ошибки $\mu_{\theta R}=1,11$; коэффициент вариации ошибки моделирования $V_{\theta R}=0,15$. Принято логнормальное распределение функции плотности вероятности.

Как видно полученные статистические параметры коэффициента неопределенности близки к значениям, рекомендуемым [18], которые представлены в таблице 6.

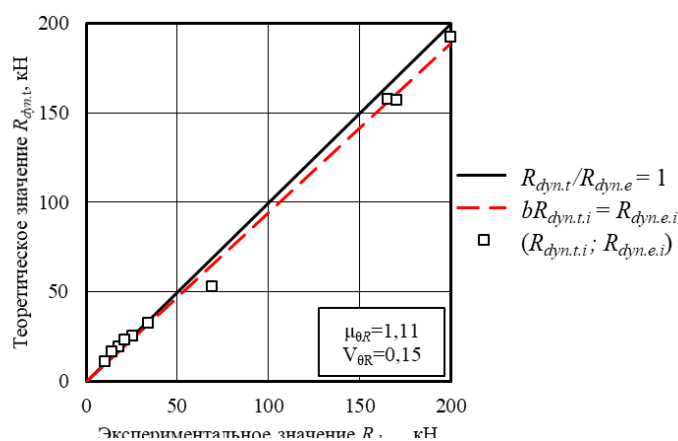


Рисунок 2 – Диаграмма $R_{dyn,e}$ - $R_{dyn,t}$ для определения ошибки моделирования функции сопротивления

3.2 Вероятностное моделирование функции предельного состояния в особой расчетной ситуации

Для вероятностного моделирования рассмотрены два варианта конструктивных систем:

- 1) сборный железобетонный каркас с сеткой колонн 6×6 м и с многпустотными плитами толщиной 220 мм в качестве перекрытий;
- 2) монолитный железобетонный каркас с сеткой колонн 6×6 м с плоскими плитами толщиной 200 мм в качестве перекрытий.

Оба варианта конструктивных систем запроектированы в соответствии с нормами Республики Беларусь [1, 2] и удовлетворяют требованиям надежности, эксплуатационной пригодности, долговечности и живучести.

Для обоих вариантов рассматривался сценарий особой расчетной ситуации, при котором в результате особого события происходит внезапный отказ центральной колонны первого этажа.

Вероятностные модели базисных переменных, описывающих постоянные G и функциональные Q нагрузки в момент отказа ключевого элемента, приняты в соответствии с [6, 12, 13, 15]. Коэффициент неопределённости модели эффектов от нагрузок и воздействий приняты в соответствии с [6].

Модель сопротивления представлена в виде уравнений энергетического баланса для рассматриваемых поврежденных конструктивных систем, которые учитывают характерные механизмы сопротивления: для сборного перекрытия с системой горизонтальных связей из арматурных стержней класса S240 – мембранные эффекты; для монолитного перекрытия армированного стержнями класса S500 – эффекты пластического изгиба и мембранные эффекты [16, 17]. Модели базисных переменных характеристик материалов приняты в соответствии с [6, 18]. Геометрические параметры для упрощения приняты в виде детерминированных значений. В качестве отклика модели сопротивления R принято предельное динамическое сопротивление поврежденной конструктивной системы на первом полупериоде колебаний в соответствии с положениями энергетического подхода. Статистические параметры коэффициента неопределенности модели сопротивления в особой расчетной ситуации θ_R принят в соответствии с п. 3.1.

Принятые вероятностные модели основных базисных переменных представлены в таблице 7.

Основные параметры надежности для рассматриваемых поврежденных конструктивных систем (см. таблицу 8) в особой расчетной ситуации получены в соответствии со следующей функцией предельного состояния $g(\mathbf{X})$:

$$g(\mathbf{X}) = \theta_R \cdot R - \theta_E \cdot (G + Q)$$

Вероятностное моделирование функции предельного состояния выполнено с помощью метода Монте-Карло при количестве симуляций $n = 10^7$.

Таблица 7 – Принятые вероятностные модели базисных переменных

№	Категория переменных	Наименование базисных переменных	Обозн. X	Ед. изм.	Распределение	Среднее μ_X	Ст. откл. σ_X
1	Воздействия	Постоянная	G	кН/м ²	N	G_k	$0,1\mu_G$
2		Функциональная – 5 лет	Q	кН/м ²	GU	$0,2Q_k$	$1,1\mu_Q$
3	Прочность материалов	Бетон С25/30	f_c	МПа	LN	33	4,8
4		Предел текучести арматуры S500	f_y	МПа	LN	560	30
5		Предел текучести арматуры S240	f_y	МПа	LN	300	30
6	Геометрические размеры	Поперечное сечение Защитный слой бетона	b, h, a	мм	det.	-	-
7	Неопределенности модели	Коэф. к нагрузкам	θ_E	-	N	1	0,10
8		Коэф. к сопротивлению	θ_R	-	N	1,11	$0,15 \cdot 1,11 = 0,1665$

N – нормальное распределение; LN – логнормальное распределение; LN – распределение Гумбеля;
det. – детерминированные значения
 $G_k = 5,84$ кПа; $Q_k = 2$ кПа – для сборного железобетонного каркаса;
 $G_k = 8$ кПа; $Q_k = 3$ кПа – для монолитного железобетонного каркаса.

Таблица 8 – Результаты вероятностного моделирования функции предельного состояния поврежденных конструктивных систем для случая удаления центральной колонны

Конструктивная схема	Функция сопротивления, R , кПа		Функция нагрузок, E , кПа		Функция предельного состояния, $g(X)$, кПа		Условная вероятность отказа, $P(C DH)$ ($g(X) < 0$)	Индекс надежности, β
	μ	σ	μ	σ	μ	σ		
1. Сборный каркас с пустотными плитами перекрытия и устройством системы связей	8,69	2,27	6,29	1,29	2,40	1,16	0,0054	2,07
2. Монолитный каркас с плоскими плитами перекрытия и устройством системы связей	10,55	2,22	8,48	1,70	2,07	0,73	0,0028	2,84

Примечания:
 μ, σ – среднее и стандартное отклонение функции распределения плотности вероятностей;
 β – индекс надежности по формуле $\beta = \mu_{g(X)} / \sigma_{g(X)}$.

Функции плотности вероятностей нагрузок $E(X)$, сопротивлений $R(X)$ и предельных состояний $g(X)$ представлены на рисунке 3.

Полученные в ходе вероятностной оценки и представленные в таблице 8 условные вероятности отказа (наступления прогрессирующего обрушения) $P(C|DH)$ в обоих рассматриваемых ситуациях не превышают уровня $10^{-2}..10^{-1}$, что говорит о достаточно высоком уровне живучести конструктивных систем при внезапном удалении центральной колонны, запроектированных по действующим нормам [1, 2].

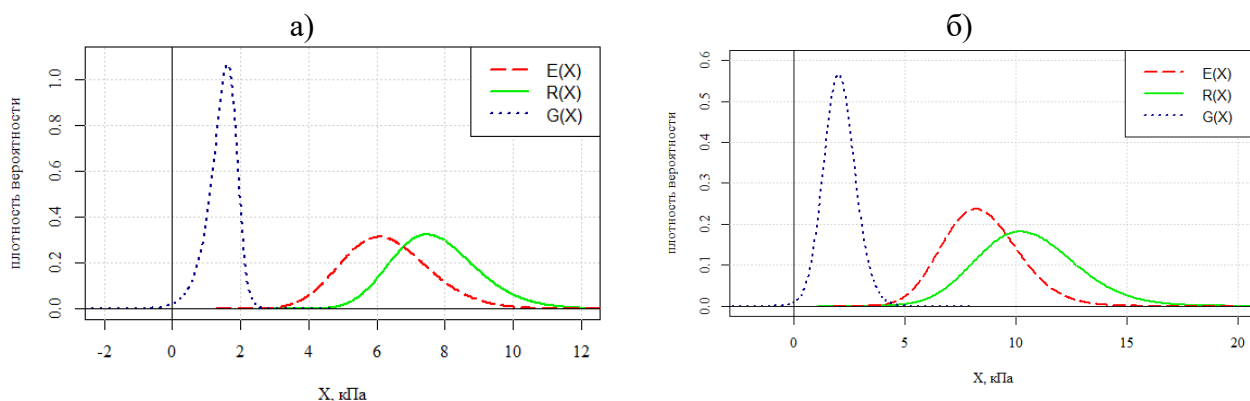


Рисунок 3 – Функции плотности вероятностей нагрузок $E(X)$, сопротивлений $R(X)$ и предельных состояний $g(X)$: а) для сборного варианта; б) для монолитного варианта

Выводы

В работе рассмотрен вероятностный подход к оценке живучести сборных и монолитных железобетонных систем в особых расчетных ситуациях. Отличием предложенного подхода является учет в вероятностных моделях базисных переменных нагрузок и сопротивлений факторов, обусловленных феноменом прогрессирующего обрушения. К ним относятся реферативные периоды при моделировании нагрузок, особенности моделирования нелинейного поведения поврежденных конструктивных систем с учетом различных механизмов сопротивления прогрессирующему обрушению, а также оценка ошибок таких моделей на фоне опытных данных.

Определены вероятностные параметры ошибки моделирования функции сопротивления θ_R , которые были использованы для описания её как базисной переменной в функции предельного состояния. Стоит отметить, что полученные данные не противоречат существующим моделям и дополняют их.

В результате полностью вероятностного моделирования функции предельного состояния живучести с помощью метода Монте-Карло при числе симуляций $n = 10^7$ получены условные вероятности отказа и индексы надежности для сборного и монолитного вариантов конструктивных систем. Установлено, что в обоих рассматриваемых ситуациях условные вероятности отказа поврежденных систем находятся в одном диапазоне и не превышают условного минимального уровня $10^{-2} \dots 10^{-1}$, что говорит о достаточно высоком уровне живучести конструктивных систем при внезапном удалении центрально колонны. В первую очередь такая низкая условная вероятность отказа обусловлена выполнением нормативных требований по устройству горизонтальных и вертикальных связей в обоих случаях.

Предложенный подход будет полезен при решении задач связанные с калибровкой формата безопасности в соответствии полученными при анализе рисков, допустимыми вероятностями отказа в зависимости от класса надежности рассматриваемой конструктивной системы для последующего внедрения в ТНПА.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СН 2.01.01-2022. Основы проектирования строительных конструкций. Минск. 2022.
2. СП 5.03.01-2020. Бетонные и железобетонные конструкции. Минск. 2020.
3. Ellingwood B.R., Smilowitz R., Dusenberry D.O., Duthinh D., Lew H.S., Carino N.J. Best practices for reducing the potential for progressive collapse in buildings. NISTIR 7396. National Institute of Science and Technology, US Department of Commerce. 2007. 194 p.
4. Tur V.V., Tur A.V., Derechennik S.S. Checking of structural system robustness based on pseudo-static full probabilistic approach // Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete-Innovations in Materials, Design and Structures. 2019. Pp. 2126-2133.
5. Перельмутер А.В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций. М: Изд-во Ассоц. строит. Вузов, 2007. 255 с.
6. Holicky M. Reliability analysis for structural design. Stellenbosch: SUN MeDIA Stellenbosch, 2009. 199 p. doi:10.18820/9781920689346.
7. Van Coile R., Hopkin D., Elhami Khorasani N., Lange D., Gernay T. Permanent and live load model for probabilistic structural fire analysis: a review // In 3rd International Conference on Structural Safety under Fire and Blast. 2019. Pp. 1-10.
8. Guo Q., Shi K., Jia Z., Jeffers A. E. Probabilistic evaluation of structural fire resistance // Fire technology. 2013. No. 49 (3). Pp. 793-811.
9. Iqbal S., Harichandran R.S. Capacity reduction and fire load factors for design of steel members exposed to fire // Journal of structural engineering. 2010. No. 136 (12). Pp. 1554-1562.
10. Ellingwood B. R. Load combination requirements for fire-resistant structural design // Journal of Fire Protection Engineering. 2005. No. 15 (1). Pp. 43-61.
11. Van Coile R., Caspeele R., Taerwe L. Reliability-based evaluation of the inherent safety presumptions in common fire safety design // Engineering structures. 2014. No. 77. Pp. 181-192.
12. Holicky M., Schleich J. B. Accidental combinations in case of fire // In: Implementation of Eurocodes: Handbook 5. 2005. 257 p. Available online at: eurocodes.jrc.ec.europa.eu.

13. Chen Z., Zhu Y., Lu X., Lin K. A simplified method for quantifying the progressive collapse fragility of multi-story RC frames in China // *Engineering Failure Analysis*. 2023. No. 143. Pp. 106924. doi:10.1016/j.engfailanal.2022.106924.
14. Hosser D., Weilert A., Klinzmann C., Schnetgöke R., Albrecht C. Sicherheitskonzept zur Brandschutzbemessung // Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz. 2008.
15. Gernay T., Van Coile R., Khorasani N.E., Hopkin D. Efficient uncertainty quantification method applied to structural fire engineering computations // *Engineering Structures*. 2019. No. 183. Pp. 1-17.
16. Tur V.V., Tur A.V., Lizahub A.A. Experimental and theoretical study of the reinforced concrete flat slabs with the central support loss // *Building and Reconstruction*. 2023. No. 1 (1). Pp. 77-103. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-105-1-77-103>.
17. Тур В.В., Тур А.В., Лизогуб А.А. Проверка живучести конструктивных систем из сборного железобетона по методу энергетического баланса // *Вестник МГСУ*. 2021. № 8 (16). С. 1015–1033. doi:10.22227/1997-0935.2021.8.1015-1033.
18. Joint Committee of Structural Safety. JCSS Probabilistic Model Code. Part 2: Load Models. 2001.
19. Tur A., Tur V., Derechennik S., Lizahub A. An innovative approach to a safety format for the estimation of structural robustness // *Budownictwo i Architektura*. 2020. No. 4 (19). Pp. 67-84.
20. Qian K., Li B. Load-resisting mechanism to mitigate progressive collapse of flat slab structures // *Magazine of concrete research*. 2015. No. 7 (67). Pp. 349-363.
21. Qian K., Li B. Experimental Study of Drop-Panel Effects on Response of Reinforced Concrete Flat Slabs after Loss of Corner Column // *ACI Structural Journal*. 2013. No. 2 (110). Pp. 319-330.

REFERENCES

1. SN 2.01.01-2022. Osnovy proektirovaniya stroitel'nykh konstrukcij [Basics of design of building structures]. Minsk. 2022. (In Russian)
2. SP 5.03.01-2020. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii [Concrete and reinforced concrete structures]. Minsk. 2020. (In Russian)
3. Ellingwood B.R., Smilowitz R., Dusenberry D.O., Duthinh D., Lew H.S., Carino N.J. Best practices for reducing the potential for progressive collapse in buildings. NISTIR 7396. National Institute of Science and Technology, US Department of Commerce. 2007. 194 p.
4. Tur V.V., Tur A.V., Derechennik S.S. Checking of structural system robustness based on pseudo-static full probabilistic approach. *Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete-Innovations in Materials, Design and Structures*. 2019. Pp. 2126-2133.
5. Perelmuter A.V. Izbrannye problemy nadezhnosti i bezopasnosti stroitel'nykh konstrukcij [Selected problems of reliability and safety of building structures]. M: Publishing House of Assoc. builds. Universities, 2007. 255 p. (In Russian)
6. Holicky M. Reliability analysis for structural design. Stellenbosch: SUN MeDIA Stellenbosch, 2009. 199 p. doi:10.18820/9781920689346.
7. Van Coile R., Hopkin D., Elhami Khorasani N., Lange D., Gernay T. Permanent and live load model for probabilistic structural fire analysis: a review. *In 3rd International Conference on Structural Safety under Fire and Blast*. 2019. Pp. 1-10.
8. Guo Q., Shi K., Jia Z., Jeffers A. E. Probabilistic evaluation of structural fire resistance. *Fire technology*. 2013. Vol. 3. No. 49. Pp. 793-811.
9. Iqbal S., Harichandran R. S. Capacity reduction and fire load factors for design of steel members exposed to fire. *Journal of structural engineering*. 2010. Vol. 12. No. 136. Pp. 1554-1562.
10. Ellingwood B.R. Load combination requirements for fire-resistant structural design. *Journal of Fire Protection Engineering*. 2005. Vol. 1. No. 15. Pp. 43-61.
11. Van Coile R., Caspeele R., Taerwe L. Reliability-based evaluation of the inherent safety presumptions in common fire safety design. *Engineering structures*. 2014. No. 77. Pp. 181-192.
12. Holicky M., Schleich J.B. Accidental combinations in case of fire. *Implementation of Eurocodes: Handbook 5*. 2005. Vol. 5. 257 p.
13. Chen Z., Zhu Y., Lu X., Lin K. A simplified method for quantifying the progressive collapse fragility of multi-story RC frames in China. *Engineering Failure Analysis*. 2023. No. 143. Pp. 106924. doi:10.1016/j.engfailanal.2022.106924.
14. Hosser D., Weilert A., Klinzmann C., Schnetgöke R., Albrecht C. Sicherheitskonzept zur Brandschutzbemessung. Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz. 2008.
15. Gernay T., Van Coile R., Khorasani N.E., Hopkin D. Efficient uncertainty quantification method applied to structural fire engineering computations. *Engineering Structures*. 2019. No. 183. Pp. 1-17.

16. Tur V.V., Tur A.V., Lizahub A.A. Experimental and theoretical study of the reinforced concrete flat slabs with the central support loss. *Building and Reconstruction*. 2023. Vol. 1. No. 1. Pp. 77-103. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2023-105-1-77-103>.
17. Tur V.V., Tur A.V., Lizahub A.A. Proverka zhivuchesti konstruktivnyh sistem iz sbornogo zhelezobetona po metodu energeticheskogo balansa. [Checking of the robustness of precast structural systems based on the energy balance method]. *Vestnik MGSU [Monthly Journal on Construction and Architecture]*. 2021. Vol. 8. No.16. Pp. 1015-1033. doi:10.22227/1997-0935.2021.8.1015-1033. (In Russian).
18. Joint Committee of Structural Safety. JCSS Probabilistic Model Code. Part 2: Load Models. 2001.
19. Tur A., Tur V., Derechennik S., Lizahub A. An innovative approach to a safety format for the estimation of structural robustness. *Budownictwo i Architektura*. 2020. Vol. 19. No. 4. Pp. 67-84.
20. Qian K., Li B. Load-resisting mechanism to mitigate progressive collapse of flat slab structures. *Magazine of concrete research*. 2015. No. 7. Pp. 349-363.
21. Qian K., Li B. Experimental Study of Drop-Panel Effects on Response of Reinforced Concrete Flat Slabs after Loss of Corner Column. *ACI Structural Journal*. 2013. Vol. 110. No. 2. Pp. 319-330.

Информация об авторах:

Лизогуб Александр Александрович

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь, м.т.н., младший научный сотрудник ОЛ «НИЦИС».

E-mail: p_332_14lizogub@mail.ru

Тур Андрей Викторович

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой архитектуры.

E-mail: aturphd@gmail.com

Тур Виктор Владимирович

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь, заслуженный работник образования РБ, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологии бетона и строительных материалов.

E-mail: profturvic@gmail.com

Information about authors:

Lizahub Aliaksandr Al.

Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus, master of eng. science, junior research fellow of BL «RCIC».

E-mail: p_332_14lizogub@mail.ru

Tur Andrei V.

Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus, PhD, associate professor, head the department of architecture.

E-mail: aturphd@gmail.com

Tur Viktor V.

Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus, doctor in technical sciences, head the department of concrete technology and construction materials.

E-mail: profturvic@gmail.com