

Н.В. МАТВЕЕНКО¹, В.Н. МАЛИНОВСКИЙ¹, Е.С. МАТВЕЕНКО¹¹УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь

ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЛОМАНОВОГО ОЧЕРТАНИЯ

Аннотация. Несмотря на широкое применение балок ломаного очертания остаются малоизученными особенности их напряженно-деформированного состояния, в том числе в местах вблизи переломов граней. Многочисленные экспериментальные исследования показали, что в двускатных балках наклонные трещины образуются не только в приопорной зоне, но и в середине пролета непосредственно у конька даже при отсутствии поперечной силы.

На основании выполненных натурных испытаний двускатных балок и численного моделирования построены эпюры касательных и поперечных напряжений. Полученные данные выявили различия в распределении напряжений в двускатных балках и балках с параллельными гранями. Особенности напряженно-деформированного состояния балок ломаного очертания связаны с возникновением касательных напряжений от действия изгибающего момента и продольной силы из-за переменной высоты сечения элемента, а также с формированием локальных полей напряжений в зонах вблизи переломов граней.

Предложенные аналитические зависимости позволяют вычислить касательные и поперечные напряжения в коньковой зоне двускатных балок и определить момент возникновения наклонных трещин в указанной зоне.

Ключевые слова: двускатная балка, касательные напряжения, трещиностойкость наклонных сечений, эпюра.

N.V. MATWEENKO¹, V.N. MALINOVSKIY¹, E.S. MATWEENKO¹¹Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus

SHEAR CRACK RESISTANCE OF REINFORCED CONCRETE TAPERED BEAMS

Abstract. Despite the widespread use of tapered beams, the features of their stress-strain state remain poorly understood, including in regions near curvatures of the faces. A lot of experimental studies have shown that in tapered beams, shear cracks occur not only in the support zone, but also in the middle of the span directly at the apex, even without shear force.

Based on the full-scale tests of tapered beams and finite element analyses, diagrams of shear and transverse stresses are constructed. The data obtained revealed differences in the stress distribution in tapered and linear beams. The features of the stress-strain state of the tapered beams are associated with the occurrence of shear stresses from the action of the bending moment and longitudinal force due to the variable depth of the section of the element, as well as with the formation of local stress fields in areas near the curvatures of the faces.

The proposed analytical dependences allow us to calculate shear and transverse stresses in the apex zone of tapered beams and determine the moment of occurrence of shear cracks in the specified zone.

Keywords: tapered beam, shear crack, reinforced concrete, variable depth.

Введение

Элементы ломаного очертания представляют собой конструкции, у которых ось центров тяжести сечения не прямолинейна и имеет один или несколько перегибов (переломов) по длине элемента. Искривление оси достигается путем изменения очертания верхней и нижней граней, в связи с чем у элементов подобного типа высота сечения по длине переменная.

© Матвеенко Н.В., Малиновский В.Н., Матвеенко Е.С., 2023

Применение конструкций ломаного очертания обусловлено рядом преимуществ [1]:

– объемно-планировочных, таких как придание кровле необходимого уклона; увеличение полезного объема здания и лучшего зрительно-эмоционального восприятия пространства при сохранении основных габаритов;

– расчетно-конструктивных: увеличение высоты сечения в зонах действия максимальных внутренних усилий;

– технологических: снижение трудоемкости изготовления преднапряженных конструкций за счет перевода напрягаемой арматуры в приопорной зоне из нижней части сечения в верхнюю при сохранении ее прямолинейного очертания.

Эффективность применения данных конструкций подтверждено огромным опытом их применения в практике промышленного и гражданского строительства. Начиная с 30-х годов XX века сначала в Италии, а позднее в Бельгии начали применяться балки криволинейного очертания, имеющие перелом как верхней, так и нижней грани. Под руководством G. Magnel в Бельгии в 40-50 года XX века были запроектированы и построены здания с применением балок подобного типа [2].

F. Leonhardt также рассматривал возможность применения элементов криволинейного очертания. Им было установлено, что наиболее эффективными являются многопролетные неразрезные балки ломаного очертания [3].

В отечественной практике строительства также можно найти немало примеров применения криволинейных балок: типовые стропильные балки производственных зданий (двухскатные, полигонального очертания, с ломанной нижней гранью и др.) Так же рассматривались варианты применения таких балок в составе неразрезных конструкций. Например, Ю.Ф. Горожанским в 1968 г. был предложен и запроектирован для одного из промышленных предприятий г. Ленинграда четырехпролетный неразрезной ригель 4×18 м [4].

Применение балок ломаного очертания остается актуальным в современном строительстве: в 2011-2012 гг. в РУП «Институт БелНИИС» были разработаны альбомы чертежей и проведены испытания опытных партий двускатных стропильных балок типа «бумеранг», а в 2013 г. в Учреждении образования «Брестский государственный технический университет» было предложено конструктивное решение однопролетной стропильной двускатной балки ломаного очертания [1].

При проектировании и конструировании элементов ломаного очертания возникают определенные трудности, связанные со сложным напряженно-деформированным состоянием, вызванных особенностями конструктивного решения данных конструкций: переменной высотой сечения и переломами верхней и нижней граней.

На данный момент в мировой практике проектирования нет единого мнения о степени влияния указанных конструктивных особенностей на напряженно-деформированное состояние элемента и необходимости их учитывать при выполнении соответствующих расчетов.

Debaiky S.Y. и Elniema E.I. [5], а также F. Mseeri N. Alwash [6] на основании выполненных экспериментальных исследованиях пришли к выводу, что угол наклона нижней грани балки не оказывает существенного влияния на сопротивление срезу балок ломаного очертания, независимо от того высота сечения увеличивается или уменьшается при движении к опоре. А группа мексиканских исследователей в главе с A. Tena-Colunga утверждает, что балки с ломаной нижней гранью имеют значительные отличия в характере работы по сравнению с балками прямолинейного очертания из-за большего влияния арочного эффекта [7].

Ряд исследований, выполненных в последние годы [8-12], подтверждает, что сопротивление срезу двускатных балок выше аналогичных балок с параллельными гранями. При этом разница в величине разрушающей нагрузки и сам характер разрушения зависит от

ряда факторов. А.Р. Caldentey установил, что наибольший благоприятный эффект от наклонной сжатой грани достигается при пролете среза a/d от 2,5 до 3,0 за счет возникновения так называемого арочного эффекта [8].

Исследования, проведенные в токийском техническом институте [9, 10], показали, что в большей степени арочный эффект проявляется в двухскатных балках с незначительным коэффициентом поперечного армирования (до 0,25%) или при отсутствии поперечной арматуры в зоне среза вообще. При увеличении коэффициента армирования до 0,33% и более характер разрушения двухскатных балок не отличается от характера разрушения балок прямолинейного очертания.

В большинстве работ внимание уделяется сопротивлению срезу балок ломаного очертания, а также вариантам их усиления в приопорной зоне [11]. При этом не учитывается изменение направления траекторий главных напряжений в зонах вблизи перелома граней. Однако при проведении натурных испытаний двухскатных балок в ряде случаев [9, 12] отмечается, что ориентация трещин в таких балках не соответствует классическим представлениям о характере работы однопролётной балки, загруженной в середине пролета сосредоточенной силой: трещины в середине пролета развивались под углом к продольной оси, в то время как в приопорной зоне возникали нормальные трещины. При постановочных испытаниях балок типа «бумеранг» в РУП «Институт БелНИИС» были также зафиксированы наклонные трещины в зоне чистого изгиба. Такой характер распространения трещин, по всей видимости, может быть объяснен тем, что в элементах с переменной высотой сечения касательные напряжения возникают не только от поперечной силы, но и от действия изгибающего момента и продольной силы. Также следует учитывать, что в местах перелома сжатой грани двухскатных балок формируются усилия перпендикулярные продольной оси элемента. Эти усилия представляют собой проекцию равнодействующих усилий в сжатой зоне бетона на биссектрису угла излома и приводят к возникновению растягивающих напряжений в поперечном направлении [13].

Особенности напряженно-деформированного состояния коньковой зоны двухскатных балок.

На базе Брестского государственного технического университета были изготовлены и испытаны две группы предварительно напряженных балок ломанного очертания: с поперечной арматурой в середине пролета и без нее [14]. Конструктивное решение и схема испытания опытных балок были приняты таким образом, чтобы в середине пролета не возникала поперечная сила. Конструктивное решение опытных балок представлено на рисунке рисунок 1 и таблице 1.

Таблица 1– Основные характеристики экспериментальных балок

Марка балок	Размеры, см				Поперечная арматура в средней части	f_{cm} МПа	Напрягаемая арматура	Величина предварительного напряжения арматуры, МПа
	b	h_k	h_n	l_0				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Б-1	12	35	27	280	-	37.50	Ø12.5 Y1860 S7	1 226.60
Б-2	12	35	27	280	-	36.71	Ø12.5 Y1860 S7	1 214.15
Б-3	12	35	27	280	Ø6 S240 шаг 150 мм	57.46	Ø12.5 Y1860 S7	502.57
Б-4	12	35	27	280	Ø6 S500 шаг 150 мм	56.55	Ø14 S800	778.09

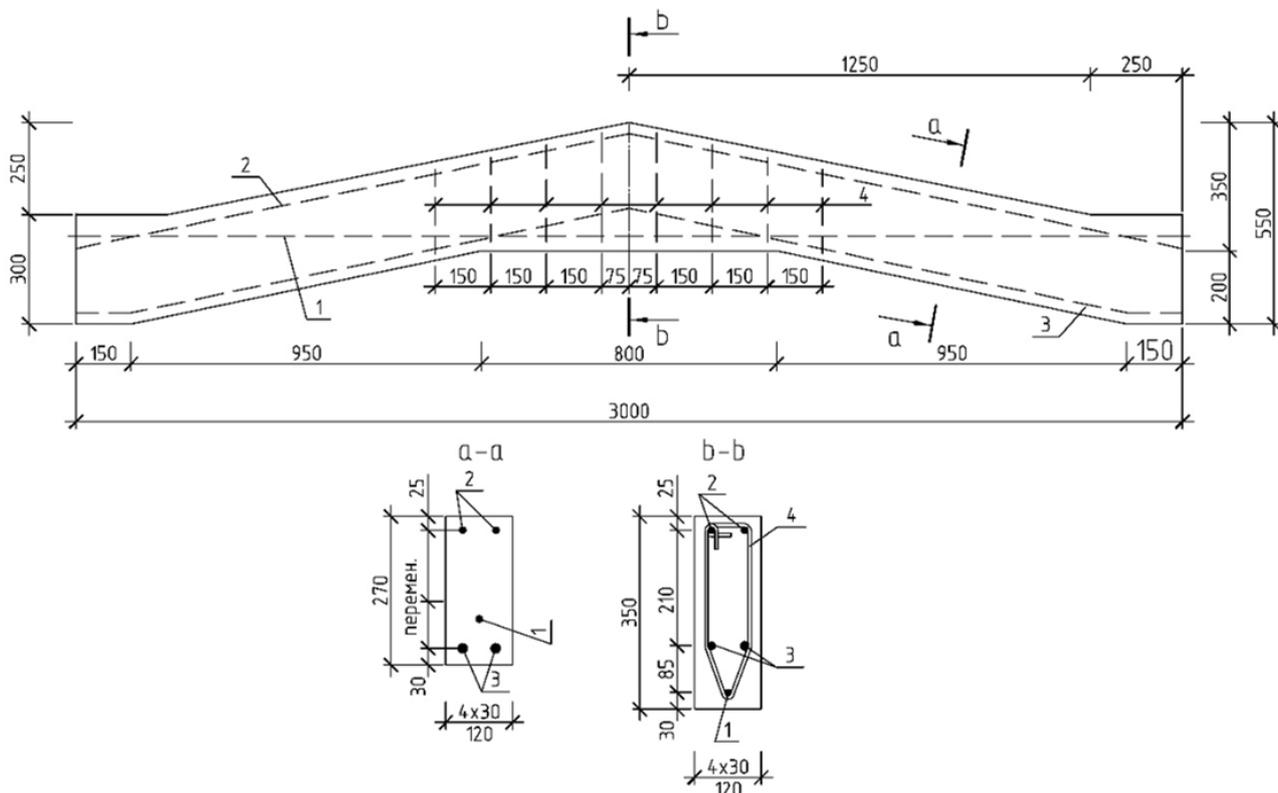


Рисунок 1 – Конструктивное решение и схема испытания экспериментальных балок

По результатам проведенных испытаний было установлено, что на начальных этапах загрузки в середине пролета происходило образование и развитие нормальных трещин и постепенное их отклонение с ориентацией в сторону пролетного груза при дальнейшем нагружении. Угол наклона трещин в момент разрушения составил в балках без поперечной арматуры 33° – 36° , в балках с поперечной арматурой – 48° – 58° (рисунок 2).

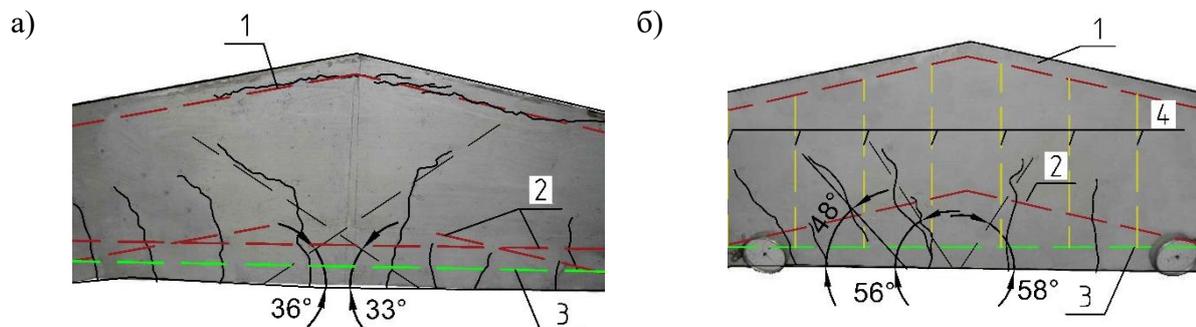


Рисунок 2 – Картина трещинообразования зоны вблизи конька балок:
 а) при отсутствии поперечной арматуры; б) при наличии поперечной арматуры
 1 – траектория сжатой арматуры; 2 – траектория растянутой ненапрягаемой арматуры;
 3 – траектория напрягаемой арматуры; 4 – траектория поперечной арматуры

Для более детального исследования и установления зависимостей распределения напряжений в коньковой зоне двускатных балок было выполнено численное моделирование опытных балок в программном комплексе SimuliaAbaqus [14]. Преимуществом данного программного комплекса является возможность использования для описания бетона модели *concretedamageplasticity*, которая позволяет учитывать образование и развитие трещин не только при растяжении, но и при сжатии и срезе, что особенно важно при исследовании сопротивления срезу и трещиностойкости наклонных сечений железобетонных балок [15, 16, 17].

Поскольку целью данной работы являлось оценка трещиностойкости наклонных сечений двускатных балок в зонах вблизи мест перелома сжатой грани, то были проанализированы существующие на данный момент методики расчета трещиностойкости наклонных сечений. Отмечается, что основным фактором, приводящим к возникновению наклонных трещин, выступают касательные напряжения. Однако в ряде работ по данной теме предлагается также учитывать нормальные напряжения от действия изгибающего момента [18], а также локальные вертикальные напряжения вблизи мест приложения сосредоточенных сил: опорных реакций и пролетных грузов [19].

Из анализа вышесказанного следует, что для выполнения проверки по образованию наклонных трещин в коньковой зоне двускатных балок следует учитывать все действующие в этой зоне компоненты напряжений:

1. Нормальные продольные напряжения σ_x , возникающие от действия изгибающего момента и усилия предварительного обжатия.
2. Касательные напряжения τ_{xy} , возникающие от действия внутренних усилий в элементе с переменной высотой сечения (поперечное и продольное усилия, изгибающий момент). При этом следует учесть особенности распределения касательных напряжений вблизи точек излома верхней грани балки.
3. Нормальные вертикальные напряжения $\sigma_{y.loc}$, возникающие в результате действия вертикальной составляющей усилия в сжатой зоне бетона непосредственно в коньке балки.

Величина нормальных напряжений, возникающих в бетоне в рассматриваемом нормальном сечении на каждом этапе загрузки, может быть получена на основании деформационной модели с учетом равновесия, действующих в сечении усилий.

Для оценки степени влияния перелома сжатой грани на распределение сдвигающих напряжений в коньковой зоне выполнен сравнительный анализ эпюр касательных напряжений, которые фактически возникают в опытных образцах и эпюры, полученные по аналитическим зависимостям без учета влияния излома верхней грани (рисунок 3). Анализ сдвигающих напряжений выполнен в пяти сечениях коньковой зоны балки.

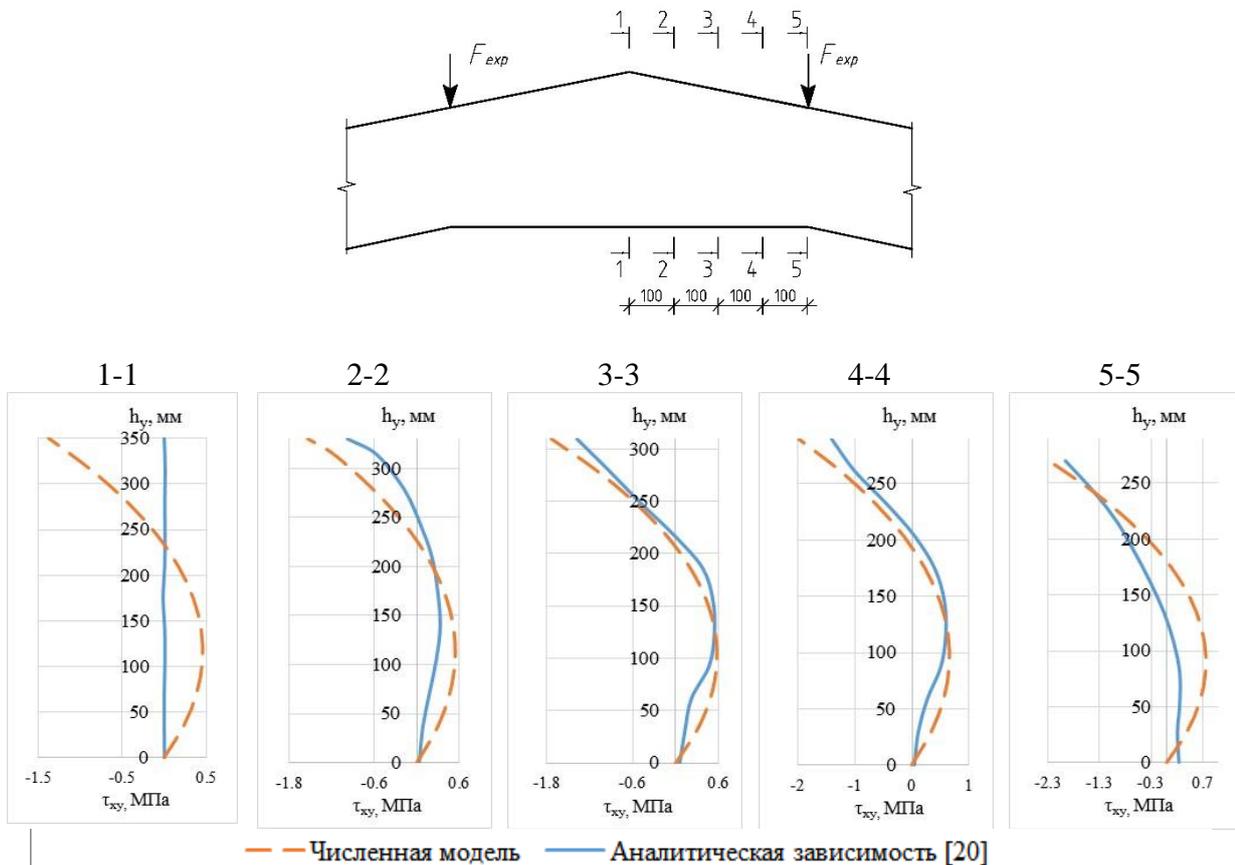


Рисунок 3 – Распределение касательных напряжений в коньковой зоне балки

С целью получения закона распределения касательных напряжений в коньковой зоне балки и определения длины зоны, на которой происходит снижение касательных напряжений выполнено численное моделирование двускатной балки. Конструктивное решение и схема нагружения балки приняты таким образом, чтобы изучить распределение касательных напряжений только от действия изгибающего момента и исключить влияние действующих сосредоточенных сил на напряженно-деформированное состояние коньковой зоны балки. По этим причинам материал балки принят идеально упругим, сечение балки – прямоугольным, а нагружение балки производится 2-мя сосредоточенными силами, приложенными на расстоянии 500 мм от опоры. Расчетный пролет балки составляет 5.8 м. При величине сосредоточенной нагрузки $F_{exp} = 115$ кН изгибающий момент, составляет 57.5 кН·м (рисунок 4).

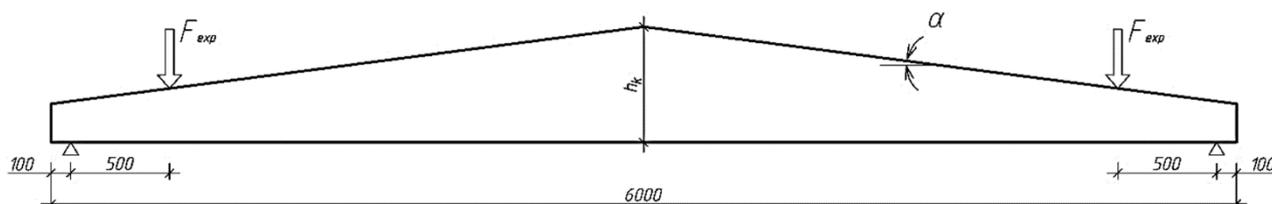


Рисунок 4 –Схема нагружения двускатной балки

Вероятнее всего, на распределение касательных напряжений в коньковой зоне оказывают влияние 2 фактора: высота сечения балки в коньке и угол наклона верхней грани. В связи с этим выполнено численное моделирование двух серий балок:

- 1 серия балки с уклоном верхней грани 10° и с различной высотой сечения в коньке;
- 2 серия балки с высотой сечения 725 мм и различным углом наклона верхней грани (таблица 2).

Таблица 2 – Конструктивные параметры исследуемых балок

Высота сечения в коньке h_k , мм	Угол наклона верхней грани α , град.			
	5	7	10	12
625			×	
725	×	×	×	×
825			×	
925			×	

Распределение касательных напряжений анализировалось по сечениям – сечение 1 расположено в коньке балке и далее через 100 мм по мере удаления от конька.

Как видно из рисунка 5, разница в величине касательных напряжений, определенных на основании принятой численной модели и при помощи аналитических зависимостей, по мере удаления от конька устойчиво снижается по явно нелинейному характеру. На некотором расстоянии от конька разница в величине касательных напряжений практически исчезает. Эта точка принята в качестве границы зоны влияния эффекта наложения полей касательных напряжений, расположенных по обе стороны от сечения, проходящего в коньке балки.

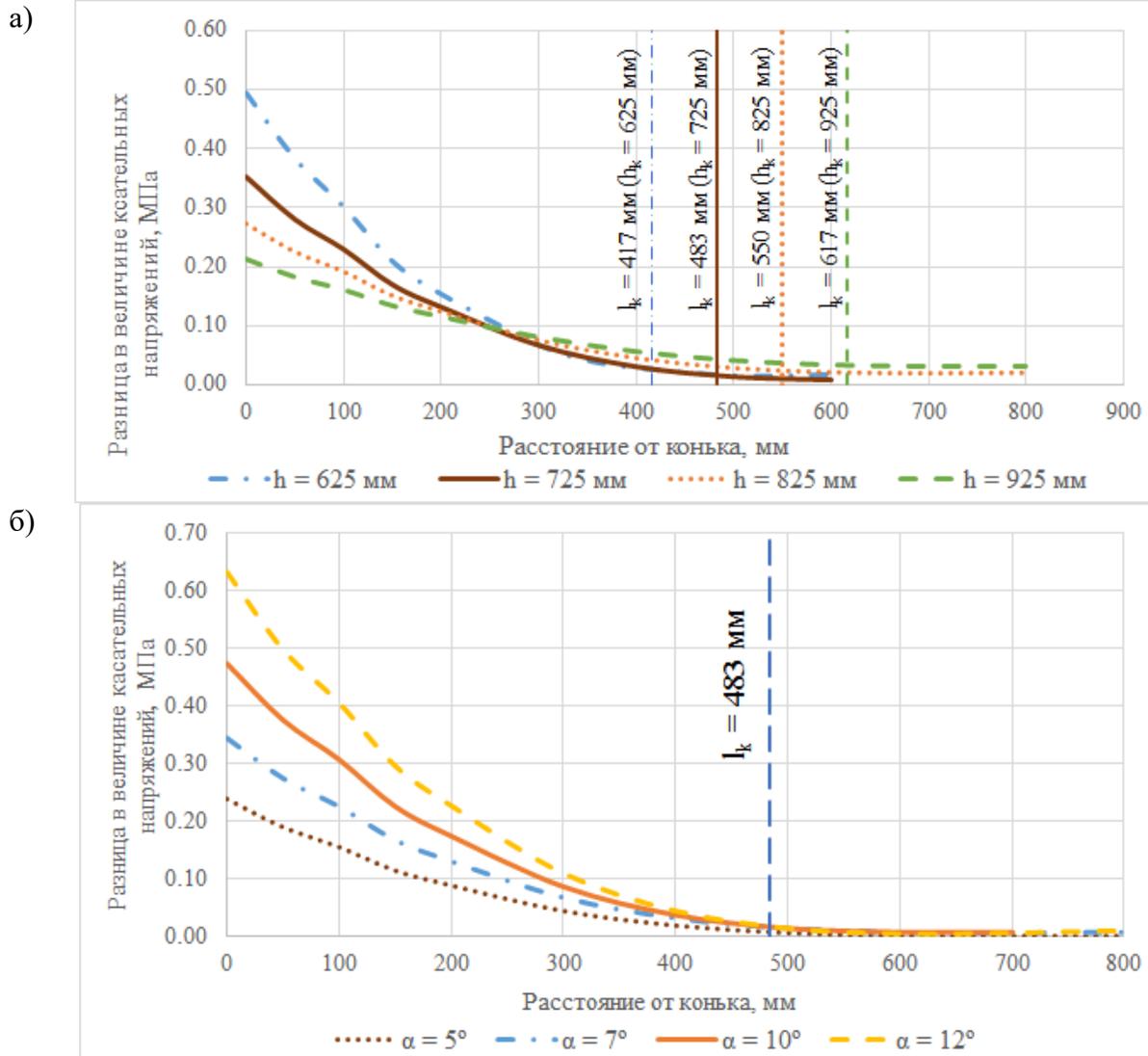


Рисунок 5 – Изменение касательных напряжений в коньковой зоне балки (см. рисунок 3): а) в балках с различной высотой сечения; б) в балках с различным углом наклона верхней грани

На рисунке 5 показано изменение различий в величине касательных напряжений, полученных с использованием численной модели и при помощи аналитических зависимостей для балок с различной высотой сечения (рисунок 5 а) и различными углами наклона верхней грани (рисунок 5, б). На рисунке отмечены границы зоны влияния излома верхней грани на напряженно-деформированное состояние балки.

На основании выполненного анализа установлено, что длина зоны, на которой происходит снижение касательных напряжений зависит от высоты сечения балки и составляет примерно $\frac{2}{3}$ высоты сечения ($l_k = \frac{2}{3}h_k$). Изменение величины угла наклона верхней грани в рассматриваемых пределах от 5° до 12° не повлияло на длину указанной зоны.

С учетом выше сказанного касательные напряжения в коньковой зоне балки предлагается определять по формуле:

$$\tau_M = \frac{M_x^k}{W_x^k} \cdot \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{2}{3} \cdot \gamma \cdot \operatorname{tg}(\alpha)\right)^2} - (1 - \gamma)^2 \right) \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{2 \cdot \beta - 1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot \beta - 1}{2}\right) - \frac{1}{4} \right) \quad (1)$$

где M_x^k – изгибающий момент, действующий в коньковом сечении, кН·м; W_x^k – момент сопротивления конькового сечения, см³; $\beta = \frac{y}{h_k}$ – относительное значение координаты по

высоте сечения рассматриваемой точки в коньковой зоне; $\gamma = \frac{x}{l_k} = \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{h}$ – относительное

значение координаты x рассматриваемой точки по длине коньковой зоны; α – угол наклона верхней грани балки по отношению к нижней, град.

В практике расчета трещиностойкости нормальных и наклонных сечений с целью упрощения расчета допускается считать, что до образования трещин железобетонный элемент работает упруго и его напряженно-деформированное состояние может быть описано формулами теории упругости. Таким образом, до возникновения нормальных трещин распределение касательных напряжений в коньковой зоне двускатной железобетонной балки может быть описано выражением (1). Однако в ряде случаев наклонные трещины образуются после появления нормальных, при этом некоторые трещины, которые изначально были направлены нормально к растянутой грани балки, искривляются и ориентируются по направлению главных сжимающих и растягивающих напряжений. Для таких элементов применение формулы (1) невозможно, поскольку после образования нормальных трещин возникает разрыв сплошности бетона в растянутой зоне. Это приводит к перераспределению усилий между бетоном и арматурой. Касательные напряжения в сечении с трещиной воспринимаются частью бетонного сечения над трещиной, зацепления крупного заполнителя бетона по берегам трещины и продольной арматурой за счет проявления так называемого «нагельного эффекта». Исследования Залесова А.С. [21] показывают, что распределение касательных напряжений по сечению при наличии трещин зависит от передачи усилий с бетона на растянутую арматуру, что характеризуется приращением усилия в продольной арматуре по длине элемента и от высоты нетреснувшей зоны бетона. При этом степень передачи усилий с бетона на арматуру снижаются по мере развития трещин. Если предположить, что сразу после образования нормальной трещины усилия от касательных напряжений в трещине воспринимаются продольной рабочей арматурой и силами зацепления заполнителя, то можно получить распределение касательных напряжений по всему сечению: в нетреснувшей зоне по кривой, описываемой выражением (1), а в треснувшей постоянным и равным τ_{cr} . (рисунок 6 б).

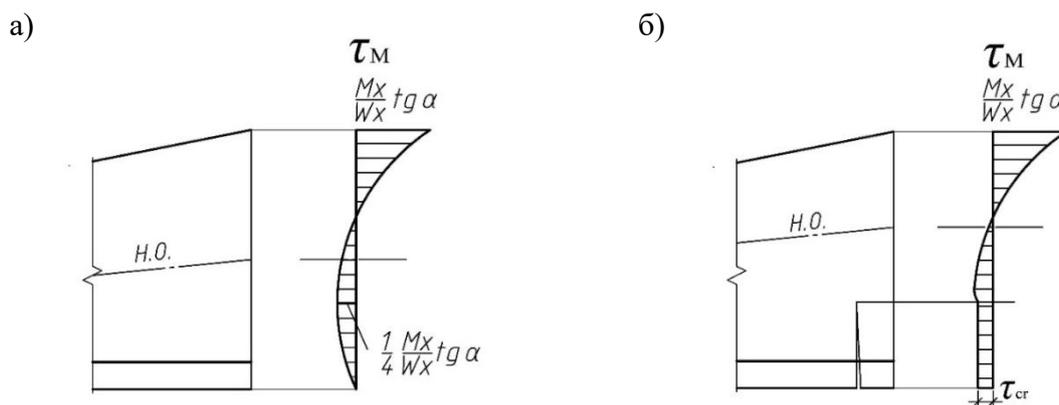


Рисунок 6 – Эпюра касательных напряжений в нормальном сечении двускатной железобетонной балки: а) до образования нормальных трещин; б) после образования нормальной трещины

При этом эпюра касательных напряжений, возникающих от изгибающего момента, является самоуравновешенной. Это означает, что равнодействующая соответствующих усилий, выражаемая площадью графика τ_M равна нулю. Поэтому касательные напряжения,

воспринимаемые продольной арматурой и силами зацепления в трещине, должны уравновешивать эпюру напряжений в бетоне над трещиной. Другими словами, равнодействующее усилие в треснувшей зоне бетона должно быть равно усилию, которое воспринимал бы бетон в этой зоне сечения в случае отсутствия нормальной трещины. В связи с этим величина касательных напряжений может быть определена из условия:

$$\tau_{cr} \cdot b \cdot (h - x_b) = \int_0^{h-x_b} \tau_M(y) dy, \quad (2)$$

где x_b – высота не треснувшей зоны бетона.

После выполнения интегрирования выражения (2) и выполнения всех необходимых преобразований получено выражение для вычисления напряжений в треснувшей зоне бетона:

$$\tau_{cr} = \frac{M_x^k}{W_x^k} \cdot \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{2}{3} \cdot \gamma \cdot \operatorname{tg}(\alpha)\right)^2} - (1 - \gamma)^2 \right) \cdot \left(\frac{(h - x_b)^2}{h^2} - \frac{h - x_b}{h} \right). \quad (3)$$

Если допустить, что передача усилий с бетона на арматуру полностью нарушена (самый неблагоприятный вариант), все касательные напряжения должны быть восприняты оставшейся «не треснувшей» частью сечения.

Предварительно напряженные железобетонные элементы до начала загрузки находятся в условиях внецентренного сжатия – подвержены одновременному действию изгибающего момента и продольной силы.

Сжимающее усилие в подобных элементах направлено параллельно нижней грани и максимально приближено к ней. В таком случае усилие может быть разложено на две составляющие: продольная сила, направленная вдоль оси центров тяжести и перпендикулярно ей. При таких условиях касательные напряжения, возникающие от двух проекций усилия обжатия, компенсируют друг друга и в итоговом расчете могут не учитываться.

Изгибающий момент, вызванный действием усилия обжатия, противоположен по знаку момента от внешней нагрузки, что приводит к снижению результирующего усилия и, соответственно, касательных напряжений.

Для определения величины касательных напряжений от действия изгибающего момента могут быть использованы выражения (1) и (3). При этом изгибающий момент в рассматриваемом сечении определяется по выражению (4):

$$M_{x_P} = P \cdot (e_x - r), \quad (4)$$

где P – усилие предварительного обжатия бетона; e_x – эксцентриситет приложения сжимающего усилия в рассматриваемом сечении; $r = \frac{W_{red}}{A_{red}}$ – расстояние от ядровой точки, наиболее удаленной от растянутой (менее сжатой) зоны сечения на стадии предварительного обжатия элемента.

Для элементов прямоугольного сечения равно $1/6 \cdot h$.

$$e_x = e_0 - x \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = \left(d_k - \frac{h_k}{2} \right) - x \cdot \operatorname{tg}(\alpha), \quad (5)$$

где e_0 – эксцентриситет приложения сжимающего усилия в коньковом сечении; d_k – рабочая высота конькового сечения.

С учетом того, что $\gamma = \frac{x}{l_k} = \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{h}$ выражение (5) примет вид (6):

$$e_x = h_k \cdot \left(\frac{d_k}{h_k} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \gamma \cdot \text{tg}(\alpha) \right). \quad (6)$$

Таким образом, при высоте сечения экспериментальных балок в коньке равном 350 мм длина коньковой зоны, на которой происходит снижение касательных напряжений, составит $2/3 \cdot 350 = 232$ мм. На рисунке 7 представлено изменение в коньковой зоне двускатной железобетонной балки касательных напряжений, полученных на основании численного моделирования и построенное при помощи предложенных аналитических выражений, на этапах загрузки до образования нормальных трещин и после. Как видно из рисунка аналитическая зависимость достаточно точно описывает распределение напряжений сдвига, а незначительные отличия в эпюрах можно объяснить особенностями определения напряжений методом конечных элементов, а также проявлением упругопластических свойств бетона и недостаточной изученностью вопроса зацепления крупного заполнителя при сдвиге.

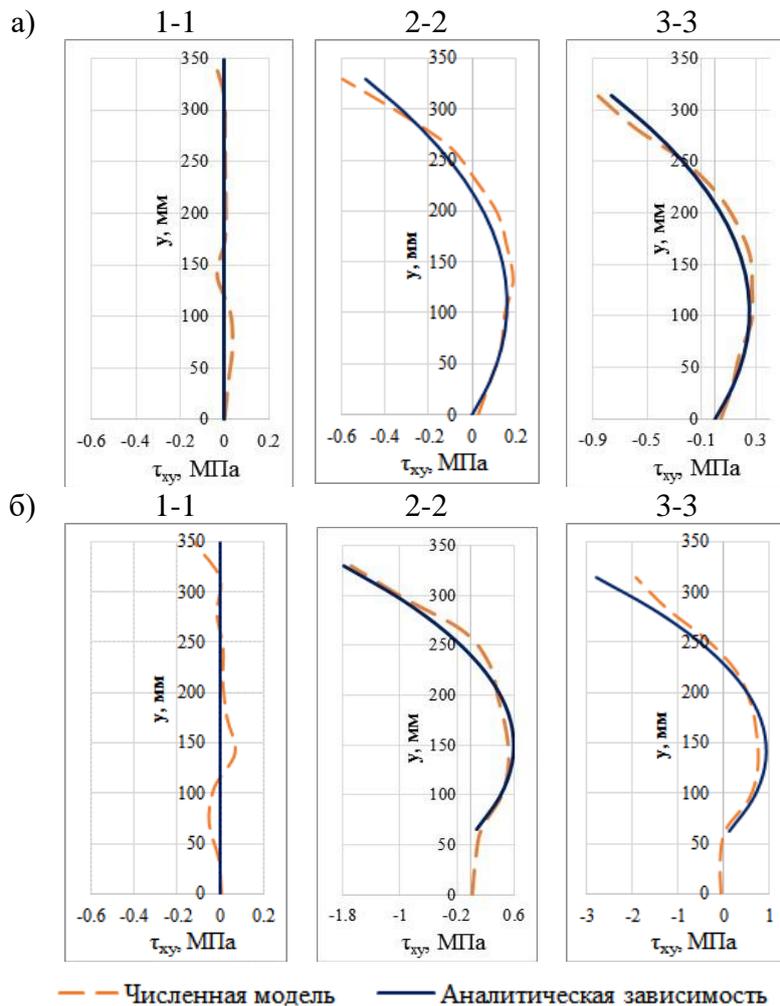


Рисунок 7 – Изменение напряжений в коньковой зоне балки: а) до образования трещин; б) после образования трещин

При определении трещиностойкости наклонных сечений в коньковой зоне двускатных балок необходимо также учитывать локальные поля напряжений, возникающие от действия вертикальной составляющей усилий в сжатой зоне бетона (рисунок 8). Для железобетонных элементов наличие указанных полей напряжения сказывается на отрыве сжатой зоны бетона, а также приводит к увеличению главных растягивающих напряжений, повороту площадок главных напряжений и, как следствие, приближает момент образования наклонных трещин.

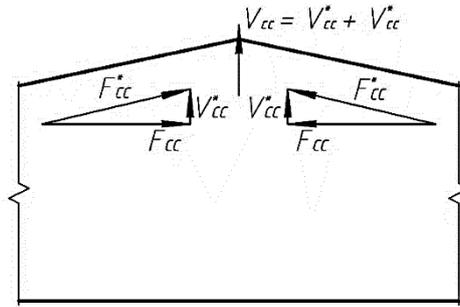


Рисунок 8 – Схема действия усилий в сжатой зоне сечения коньковой части балки

Изучение характера распределения вертикальных напряжений в коньковой зоне с целью установления соответствующих расчетных зависимостей проводилось на описанных выше балках из изотропного, абсолютно упругого материала (рисунок 4).

Установлено, что эпюра напряжений $\sigma_{y.loc}$, полученная на основании численной модели имеет нелинейный характер. При этом положение пиковой точки эпюры $\sigma_{y.loc}$ для нормальных сечений меняется по длине коньковой зоны. В коньковом сечении максимальное значение напряжений находится на уровне точки приложения равнодействующего усилия в сжатой зоне. В конце коньковой зоны балки максимум вертикальных напряжений приближается к уровню нейтральной оси.

В упругой стадии нормальные продольные напряжения распределяются по высоте сечения по линейному закону. Равнодействующее усилие в сжатой зоне конькового сечения в этом случае расположено на расстоянии $5/6 h_k$ от низа сечения. Таким образом, при известном угле наклона верхней грани можно установить положение нейтральной оси в конце коньковой зоны и расстояние от нижней грани до экстремума эпюры вертикальных напряжений h_{max} :

$$h_{max}(x) = h_{max}^k - \sqrt{\frac{x}{l_k}} \cdot (h_{max}^k - h_{max}^{lk}), \quad (7)$$

где h_{max}^k – расстояние от нижней грани балки до пиковой точки эпюры вертикальных напряжений в коньковом сечении, мм; h_{max}^{lk} – расстояние от нижней грани балки до пиковой точки эпюры вертикальных напряжений в конце коньковой зоны, мм; x – расстояние от конька до рассматриваемого сечения, мм.

С учетом подстановки известных величин h_{max}^{lk} и l_k выражение (7) примет вид (8):

$$h_{max}(x) = \frac{1}{3} \cdot h_k \left(2.5 - \sqrt{\frac{x}{l_k}} \cdot (1 + \operatorname{tg}(\alpha)) \right). \quad (8)$$

При вычислении величины вертикальных напряжений в коньковой зоне двускатной балки определяющим может являться пиковое значение поперечных растягивающих напряжений, возникающих в коньковом сечении балки:

$$\sigma_{y.max}^k = \frac{V_{cc}}{h_{max}^k \cdot b}, \quad (9)$$

где V_{cc} – проекция на вертикальную ось усилий, действующих в сжатой зоне конькового сечения, определяемое по выражению:

$$V_{cc} = 2 \cdot F_{cc} \cdot \operatorname{tg}(\alpha), \quad (10)$$

где F_{cc} – равнодействующее усилие в сжатой зоне конькового сечения.

По мере удаления от конька максимальное значение эпюры вертикальных напряжений $\sigma_{y.max}$ снижается по нелинейной зависимости:

$$\sigma_{y,max}(x) = \sigma_{y,max}^k \cdot \left(1 - \frac{x}{l_k}\right)^{1.5} \quad (11)$$

С учетом ранее принятых обозначений $\beta = \frac{y}{h_k}$ и $\gamma = \frac{x}{l_k} = \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{h}$ и после выполнения преобразований система выражений (9)-(11) для определения вертикальных напряжений в коньковой зоне балки примет вид:

$$\sigma_{y,loc} = 1.2 \cdot \frac{V_{cc}}{h_k \cdot b} \cdot (1 - \gamma)^{1.5} \cdot \left(\frac{3 \cdot \beta}{2.5 - \sqrt{\gamma} \cdot (1 + \operatorname{tg}(\alpha))} \right), \quad (12a)$$

при $\beta \leq \frac{1}{3} \cdot (2.5 - \sqrt{\gamma} \cdot (1 + \operatorname{tg}(\alpha)))$

$$\sigma_{y,loc} = 1.2 \cdot \frac{V_{cc}}{h_k \cdot b} \cdot (1 - \gamma)^{1.5} \cdot \left(\frac{1 - \gamma \cdot \operatorname{tg}(\alpha) - \beta}{1 - \gamma \cdot \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{1}{3} \cdot (2.5 - \sqrt{\gamma} \cdot (1 + \operatorname{tg}(\alpha)))} \right), \quad (12b)$$

при $\beta > \frac{1}{3} \cdot (2.5 - \sqrt{\gamma} \cdot (1 + \operatorname{tg}(\alpha)))$

Выражения (12a) и (12b) справедливы до образования трещины в коньковом сечении балки. После образования нормальных трещин в коньковой зоне балки меняется характер распределения вертикальных напряжений. Предполагая, что вертикальное усилие в этом случае будет действовать только по высоте не треснувшей зоны бетона x_b . В рамках предложенной методики для расчета по образованию наклонных трещин могут учитываться нормальные трещины с незначительной шириной раскрытия и глубиной проникновения ($l_{cr} < c$), т.е. при высоте нетреснувшей зоны бетона $x_b = d$.

В связи с уменьшением учитываемой в расчете высотой сечения вертикальные напряжения увеличиваются. В этой связи в сжатой зоне бетона эпюра вертикальных напряжений может быть описана параболой с максимальным значением напряжений на уровне центра тяжести сжатой зоны (13):

$$\sigma_{y,loc} = 1.2 \cdot \frac{V_{cc}}{d_k \cdot b} \cdot (1 - \gamma)^{1.5} \cdot (2 \cdot \omega^3 - 6 \cdot \omega^2 + 4.5 \cdot \omega), \quad (13)$$

где d_k – рабочая высота сечения двускатной балки в коньке; ω – параметр двускатной балки, определяемый по выражению (14):

$$\omega = \frac{1 - \gamma \cdot \operatorname{tg}(\alpha) - \beta}{\xi} \quad (14)$$

здесь ξ – относительная высота сжатой зоны бетона в коньковом нормальном сечении.

Возникающие в трещине вертикальные напряжения во многом зависят от условий передачи усилий между продольной арматурой и бетоном. Следует предположить, что величина передаваемого усилия будет зависеть от величины взаимного смещения двух разделенных трещиной частей балки и ширины раскрытия этой трещины. Непосредственно после образования трещин возникают благоприятные условия для передачи усилий, поскольку трещина имеет небольшую ширину раскрытия и в ней возникают процессы трения и зацепления, однако взаимное смещение блоков балки в этом случае незначительно в связи с чем передача усилий между бетоном и арматурой практически не осуществляется. На более поздних этапах, когда происходит взаимный поворот блоков балки относительно друг друга ширина раскрытия трещина достаточно большая, и передача усилий в трещине практически не осуществляется. При учете частичного нарушения передачи усилий с

арматуры на бетон вертикальные напряжения в растянутой зоне бетона могут быть приняты постоянными и оценены выражением (15):

$$\sigma_{y.loc} = \frac{1}{2} \cdot 1.2 \cdot \frac{V_{cc}}{d_k \cdot b} \cdot (1 - \gamma)^{1.5} = 0.6 \cdot \frac{V_{cc}}{d_k \cdot b} \cdot (1 - \gamma)^{1.5}, \quad (15)$$

где ν – степень передачи усилий в трещине, принимается равным от 0 до 1.0.

На рисунке 9 представлено сравнение эпюр вертикальных напряжений, полученной на основании численного моделирования и при помощи аналитических зависимостей. Поскольку рассматривается напряженно-деформированное состояние коньковой зоны балки (рисунок 3) непосредственно после образования нормальных трещин, то принято, что продольная арматура не участвует в восприятии вертикальных напряжений ($\nu = 0$).

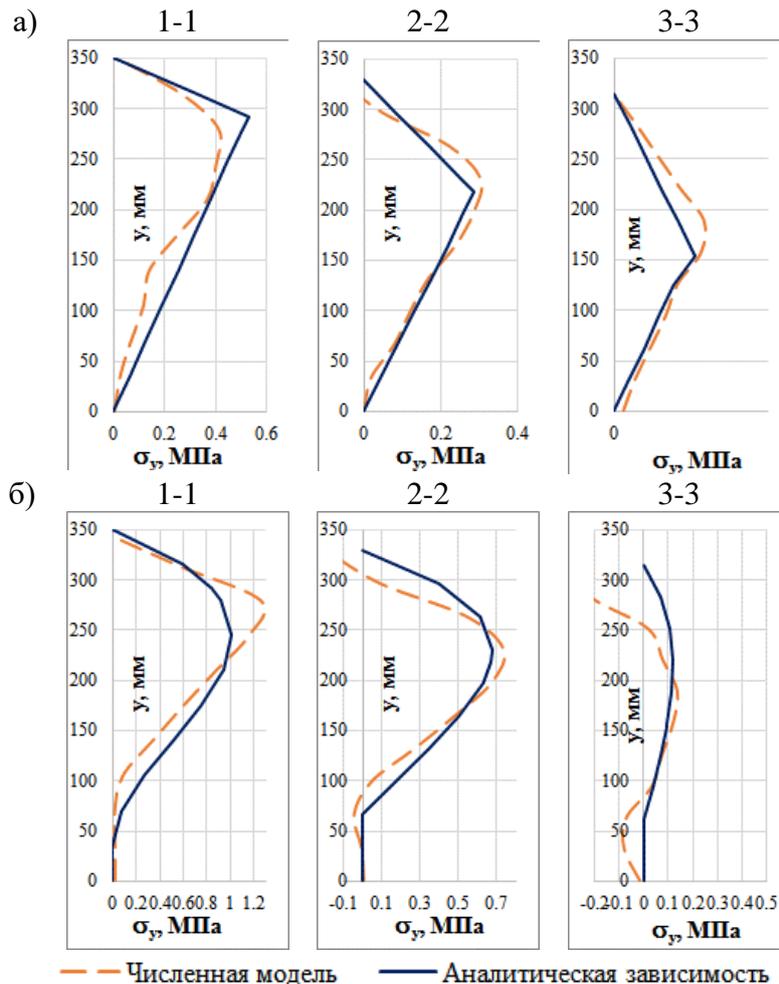


Рисунок 9 – Распределение вертикальных напряжений по высоте сечения в коньковой зоне балки: а) до образования трещин; б) после образования трещин

Выводы

1. Особенности напряженно-деформированного состояния элементов ломаного очертания связаны с возникновением касательных напряжений на участках с переменной высотой сечения и формированием локальных напряжений (поперечных растягивающих и сдвигающих) в зонах вблизи перелома граней.

2. Поперечные растягивающие напряжения имеют максимальное значение в сечении, проходящем через конёк балки, и постепенно снижаются при удалении от конька. Касательные напряжения, наоборот, имеют максимальные значения на некотором расстоянии от конька и снижаются при приближении к нему, и непосредственно в коньковом сечении становятся равными нулю.

3. Действие поперечных и касательных напряжений в коньковой зоне двускатных балок в сочетании с действующими нормальными напряжениями приводит к образованию наклонных трещин в коньковой зоне даже при отсутствии поперечной силы.

4. На основании экспериментально-теоретических исследований установлено, что длина зоны, на которой необходимо учитывать влияние локальных полей напряжений зависит от высоты сечения балки в коньке и составляет ориентировочно $\frac{2}{3}$ высот сечения в коньке.

5. Эпюры напряжений, построенные по предложенным аналитическим зависимостям, в удовлетворительной степени согласуются с фактическим распределением поперечных и касательных напряжений в коньковой зоне перелома граней железобетонных балок и могут быть использованы для оценки трещиностойкости наклонных сечений и определения необходимости установки дополнительной поперечной арматуры в указанной зоне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малиновский В.Н., Кривицкий П.В., Матвеевко Н.В. Усовершенствованный вариант конструктивного решения железобетонных стропильных балок // Вестник Брестского государственного технического университета. 2013. № 1 (79) : Строительство и архитектура. С. 128–131.
2. Magnel G. Les applications du béton précontraint en Belgique // Bulletin technique de la Suisse romande. Mars., 1949. annee 75 (No. 7). Pp. 77–82.
3. Leonhardt F Continuous Prestressed Concrete Beams // Journ. of ACI. Mar., 1953. Vol. 22. No. 7. Pp. 617–634.
4. Горожанский Ю.Ф. Преимущества замены статической схемы сборных железобетонных рам для одноэтажного промышленного строительства // Республиканской научно-технической конференции: тезисы докладов. Брест: БИСИ, 1968. С. 42–47.
5. Debaiky S.Y., Elniema E.I. Behavior and Strength of Reinforced Concrete Haunched Beams in Shear // Journ. of ACI. May-June, 1982. Vol. 79. No. 3. Pp. 184–194.
6. Mseer F., Alwash N. The behavior of tapered one-way continuous two-span reinforced concrete slabs under repeated load // Periodicals of Engineering and Natural Sciences. June 2022. Vol. 10. No. 3. Pp. 387–396.
7. Tena-Colunga A. Archundia-Aranda H.I., Grande-Vega A., González-Cuevas O.M. Cyclic shear behavior of reinforced concrete haunched beams // Proceedings of Ninth Canadian Conference on Earthquake Engineering. Ottawa, Ontario, Canada, 2007. Pp. 184–194.
8. Caldentey A.P., Padilla P., Muttoni A., Ruiz M. F. Effect of Load Distribution and Variable Depth on Shear Resistance of Slender Beams without Stirrups // ACI Structural Journal. September-October, 2012. Vol. 109. No. 5. Pp. 595–603.
9. Shuo T., Okubo K., Niwa J. The Shear Behavior of RC Tapered Short Beams with Stirrups // Journal of Advanced Concrete Technology. September 2019. Vol. 17. Pp. 506–517. <http://doi.org/10.3151/jact.17.9.506>.
10. Hou Ch., Nakamura T., Iwanaga T., Niwa J. Shear behavior of reinforced concrete and prestressed concrete tapered beams without stirrups // Journal of JSCE. 2017. Vol. 5. Pp. 170–189.
11. Saba S.H.A., Mazin B. A., Bassam A. T. Response of Reinforced Concrete Tapered Beams Strengthened Using NSM-CFRP Laminates // Tikrit Journal of Engineering Sciences. 2022. No. 29 (1). Pp. 99–110. <http://doi.org/10.25130/tjes.29.1.8>.
12. Jasim M. Dh., Nimmim H. T. Structural behavior of reinforced concrete pre-stressed tapered beams // Periodicals of Engineering and Natural Sciences February. 2023. Vol. 11. No. 1. Pp. 223–238.
13. Матвеевко Н.В., Малиновский В.Н. К исследованию напряженно-деформированного состояния коньковой зоны балок криволинейного очертания // Вестник науки и образования Северо-Запада России. 2018. Т. 4. № 5. С. 9–17.
14. Кривицкий П.В., Матвеевко Н.В. Экспериментальные исследования сопротивления изгибу с поперечной силой преднапряженных железобетонных балок прямолинейного и ломаного очертания // Вестник Полоцкого государственного университета. 2021. № 8 : Серия F. Строительство. Прикладные науки. С. 87–93.
15. Jolly A. Vijayan V. Structural behaviour of reinforced concrete haunched beam a study on ANSYS and ETABS // International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology. August 2016. Vol. 3 Issue 8. Pp. 495–500.
16. Pham T. D., Hong W. K. Investigation of strain evolutions in prestressed reinforced concrete beams based on nonlinear finite element analyses considering concrete plasticity and concrete damaged plasticity // Journal Of Asian Architecture And Building Engineering. 2022. Vol. 21. No. 2. Pp. 448–468. <https://doi.org/10.1080/13467581.2020.1869014>.

17. Khaleel I.S., Movahedi R.M. Reliability-based probabilistic numerical plastically limited analysis of reinforced concrete haunched beams // *Sci Rep* 13, 2670 (2023). <https://doi.org/10.1038/s41598-023-29930-0>.
18. Никулина Ю.А. Определение трещиностойкости предварительно напряженных железобетонных балок трапециевидного поперечного сечения // *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*. 2021. № 11. С. 41–48. doi:10.34031/2071-7318-2021-6-11-41-48.
19. Снежкина О.В. Трещиностойкость железобетонных балок с малым и средним пролетом среза // *Regional architecture and engineering*. 2021. № 3. С. 123–128.
20. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов. М. : Высшая школа, 2003. 560 с.
21. Залесов А.С., Ильин О.Ф. Трещиностойкость наклонных сечений железобетонных элементов // *Предельные состояния элементов железобетонных конструкций : сб. науч. тр. / НИИЖБ ; под ред. С. А. Дмитриева*. М. : Стройиздат, 1976. С. 56–68.

REFERENCES

1. Malinovsky V.N., Krivitsky P.V., Matveenko N.V. Usovershenstvovannyi variant konstruktivnogo resheniia zhelezobetonnykh stropil'nykh balok [Improved version of the constructive decision reinforced concrete beams]. *Vestnik of Brest State Technical University*. 2013. No. 1 (79) : Building and Architecture. Pp. 128–131. (rus).
2. Magnel G. Les applications du béton précontraint en Belgique. *Bulletin technique de la Suisse romande*. Mars., 1949. annee 75 (No. 7). P. 77–82.
3. Leonhardt F Continuous Prestressed Concrete Beams. *Journ. of ACI*. Mar., 1953. Vol. 22.No. 7. Pp. 617–634.
4. Gorozhanskii IU. F. Preimushchestva zameny staticheskoi skhemy sbornykh zhelezobetonnykh ram dlia odnoetazhnogo promyshlennogo stroitel'stva [Benefits of replacing the static scheme of precast concrete frames for single-story industrial construction] // *Respublikanskoï nauchno-tekhnicheskoi konferentsii: tezisy dokladov* [Republican scientific and technical conference: abstracts]. Brest: BISI, 1968. Pp. 42–47. (rus).
5. Debaiky S.Y., Elniema E.I. Behavior and Strength of Reinforced Concrete Haunched Beams in Shear. *Journ. of ACI*. May-June, 1982. Vol. 79. No. 3. Pp. 184–194.
6. Mseer F., Alwash N. The behavior of tapered one-way continuous two-span reinforced concrete slabs under repeated load. *Periodicals of Engineering and Natural Sciences*. June 2022. Vol. 10. No. 3. Pp. 387–396.
7. Tena-Colunga A. Archundia-Aranda H. I., Grande-Vega A., González-Cuevas O. M. Cyclic shear behavior of reinforced concrete haunched beams. *Proceedings of Ninth Canadian Conference on Earthquake Engineering*. Ottawa, Ontario, Canada, 2007. Pp. 184–194.
8. Caldentey A.P., Padilla P., Muttoni A., Ruiz M. F. Effect of Load Distribution and Variable Depth on Shear Resistance of Slender Beams without Stirrups. *ACI Structural Journal*. September-October, 2012. Vol. 109. No. 5. Pp. 595–603.
9. Shuo T., Okubo K., Niwa J. The Shear Behavior of RC Tapered Short Beams with Stirrups. *Journal of Advanced Concrete Technology*. September 2019. Vol. 17. Pp. 506–517. <http://doi.org/10.3151/jact.17.9.506>.
10. Hou Ch., Nakamura T., Iwanaga T., Niwa J. Shear behavior of reinforced concrete and prestressed concrete tapered beams without stirrups. *Journal of JSCE*. 2017. Vol. 5. Pp.170–189.
11. Saba S.H.A., Mazin B. A., Bassam A. T. Response of Reinforced Concrete Tapered Beams Strengthened Using NSM-CFRP Laminates. *Tikrit Journal of Engineering Sciences*. 2022. No. 29 (1). Pp. 99–110. <http://doi.org/10.25130/tjes.29.1.8>.
12. Jasim M. Dh., Nimnim H. T. Structural behavior of reinforced concrete pre-stressed tapered beams. *Periodicals of Engineering and Natural Sciences February*. 2023. Vol. 11. No. 1. Pp. 223–238.
13. Matveenko N.V., Malinovsky V.N. K issledovaniiu napriazhenno-deformirovannogo sostoianiia kon'kovoï zony balok krivolinei'nogo ochertaniia [To research of the stress-strain state of ridge area of the curved beam]. *Journal of Science and Education of North-West Russia*. 2018. Vol. 4. No. 5. Pp. 9–17. (rus).
14. Krivitsky P.V., Matveenko N.V. Èksperimental'nye issledovaniia soprotivleniia izgibu s poperechnoi siloi prednapriazhennykh zhelezobetonnykh balok priamolineinogo i lomanogo ochertaniia [Experimental studies of the flexure with shear force resistance of straight and broken configuration prestressed concrete beams]. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta*. 2021. № 8 : Seriya F. Stroitel'stvo. Prikladnye nauki. Pp. 87–93. (rus).
15. Jolly A. Vijayan V. Structural behaviour of reinforced concrete haunched beam a study on ANSYS and ETABS. *International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology*. August 2016. Vol. 3 Issue 8. Pp. 495–500.
16. Pham T. D., Hong W. K. Investigation of strain evolutions in prestressed reinforced concrete beams based on nonlinear finite element analyses considering concrete plasticity and concrete damaged plasticity. *Journal Of Asian Architecture And Building Engineering*. 2022. Vol. 21. No. 2. Pp. 448–468. <https://doi.org/10.1080/13467581.2020.1869014>.

17. Khaleel I.S., Movahedi R.M. Reliability-based probabilistic numerical plastically limited analysis of reinforced concrete haunched beams. *Sci Rep* 13, 2670 (2023). <https://doi.org/10.1038/s41598-023-29930-0>.
18. Nikulina Yu.A. Opredelenie treshchinostoikosti predvaritel'no napriazhennykh zhelezobetonnykh balok trapetsi-evidnogo poperechnogo secheniia [Determination of crack resistance of prestressed reinforced concrete beams of trapezoidal cross-section]. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2021. No. 11. Pp. 41–48. doi:10.34031/2071-7318-2021-6-11-41-48.
19. Snezhkina O.V. Treshchinostoikost' zhelezobetonnykh balok s malym i srednim proletom sreza [Cracking resistance of reinforced concrete beams with small and medium span]. *Regional architecture and engineering*. 2021. No. 3. Pp. 123–128.
20. Aleksandrov A.V., Potapov V.D., Derzhavin B.P. Soprotivlenie materialov [Material resistance]. М. : Vysshaya shkola, 2003. 560 p.
21. Zalesov A.S., Il'in O.F. Treshchinostoikost' naklonnykh sechenii zhelezobetonnykh elementov [Crack resistance of inclined sections of reinforced concrete elements]. *Predel'nye sostoianiia elementov zhelezobetonnykh konstruktсий : sb. nauch. tr. [Limit states of elements of reinforced concrete structures: collection of scientific papers]*. Moscow. 1976. Pp. 56–68.

Информация об авторах:

Матвеев Никифор Викторович

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь, старший научный сотрудник отраслевой лаборатории «Научно-исследовательский центр инноваций в строительстве».

E-mail: nikifarych@yandex.ru

Малиновский Василий Николаевич

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь, кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры строительных конструкций.

E-mail: 1@mail.ru

Матвеев Елизавета Сергеевна

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь, преподаватель-стажер кафедры строительных конструкций.

E-mail: elizabeth.brenkoich@yandex.ru

Information about authors:

Matweenko Nikifor V.

Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus, senior researcher of industry laboratory «Research Center for Innovations in Building».

E-mail: nikifarych@yandex.ru

Malinovsky Vasilij N.

Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus, candidate in technical sciences, docent, professor of the department of building constructions.

E-mail: 1@mail.ru

Matweenko Elizaveta S.

Brest State Technical University, Brest, Republic of Belarus, trainee teacher of the department of building constructions.

E-mail: elizabeth.brenkoich@yandex.ru