УДК 624.04 DOI: 10.33979/2073-7416-2023-108-4-5-18

И.С. АКСЁНОВ[1]
[1]ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия

ДЕФОРМАЦИОННАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ОКОННЫХ ПВХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАГРУЗКАХ

Аннотация. *Опыт эксплуатации ПВХ окон в климатических условиях РФ показывает, что они подвержены значительным температурным деформациям. Температурные деформации ПВХ окон приводят к снижению их эксплуатационно-технических характеристик. Тем не менее, в настоящее время расчет данных конструкций на действие температурных нагрузок не выполняется. Это обусловлено в т.ч. и тем, что пока не разработаны методики расчета НДС ПВХ окон при действии температурных нагрузок. Разработка данной методики является целью настоящего исследования. Для расчета НДС ПВХ окна предложено разделить её на комбинации профилей и рассматривать комбинацию профилей как единичный элемент расчета. При введении ряда упрощений была создана расчетная схема комбинации профилей. Была получена универсальная форма системы дифференциальных уравнений, описывающих деформацию (и следовательно, НДС) комбинации оконных профилей. Было получено решение общего вида для данной системы уравнений, которое учитывает температурный изгиб профильных элементов ПВХ окон, влияние жесткости стеклопакета, условия закрепления профилей, действие произвольного количества сосредоточенных сил и моментов. Это позволяет вести расчет НДС любой оконной конструкции, которую можно представить в виде совокупности комбинаций профилей. Было предложено условие, ограничивающее температурные деформации оконной конструкции. Оно заключается в обеспечении деформаций оконного уплотнителя, не выходящих за пределы его рабочего диапазона, что может быть реализовано с использованием описанной расчетной методики.*

Ключевые слова: *температурные деформации, ПВХ окна, аналитический метод расчета, комбинация профилей, деформация оконного уплотнителя.*

I.S. AKSENOV[1]
[1]National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

DEFORMATION STABILITY OF PVC WINDOWS UNDER TEMPERATURE LOADS

Abstract. *Experience in operating PVC windows in the climatic conditions of the Russian Federation shows that they are subject to significant temperature deformation. Temperature deformations of PVC windows lead to a decrease in their operational and technical characteristics. Nevertheless, at present the calculation of these structures for the action of temperature loads is not performed. This is due, among other things, to the fact that the methods for calculating the plastic deformation of PVC windows under the action of temperature loads have not yet been developed. The development of this methodology is the purpose of the present research. It was proposed to divide a window construction into profile combinations and to consider the profile combination as a single calculation element. By introducing a number of simplifications, a calculation scheme of profile combination was created. A universal form of a system of differential equations describing deformation of a combination of profiles was obtained. A general form solution for this system of equations has been obtained which takes into account temperature bending of window profile elements, impact of IGU rigidity, conditions of profile fixing, point forces and moments, which enables to calculate the strain-stress state o f any structure which can be represented as a set of combination of profiles.*

A condition limiting temperature deformations of a window structure has been proposed. It consists in ensuring the window seal deformations not exceeding its operating range, which can be verified using the described calculation methodology.

Keywords: *temperature deformations, PVC windows, analytical calculation method, combination of profiles, window seal deformation.*

Введение

В настоящее время ПВХ окна являются наиболее распространенным типом светопрозрачных конструкций, применяемых в массовом гражданском строительстве. Особенностью поливинилхлорида является высокий коэффициент линейного температурного расширения, равный 7·10-5 К-1 [1], что в несколько раз больше, чем у таких материалов как дерево, алюминий и стекло [2]. Поэтому ПВХ окна в большей степени подвержены температурным деформациям в сравнении с другими типами светопрозрачных конструкций. Существующие экспериментальные исследования показывают, что зимние температурные деформации ПВХ окон могут быть сопоставимы с деформациями от ветровой нагрузки [3–5]. При этом, зимние температурные деформации увеличивают воздухопроницаемость ПВХ окон [6–11], ухудшают их звукоизоляцию [12], нарушают их теплотехнические характеристики [13, 14], что, в свою очередь, приводит к снижению показателей энергоэффективности зданий [15–23], а также к нарушению нормируемых параметров микроклимата помещений. Между тем, в настоящее время температурные нагрузки и их влияние на эксплуатационные качества ПВХ окон никак не учитываются при их проектировании. В действующей нормативно-технической документации отсутствуют методики расчета напряженно-деформированного состояния (далее – НДС) окон, которые позволили бы на стадии проектирования оценить температурные деформации их профильных элементов.

В настоящее время в инженерной практике применяется подход к расчету НДС ПВХ окон на основе поэлементного расчета их отдельных частей. Это связано с тем, что пока еще не разработаны методы расчета ПВХ окон, как многокомпонентной системы, учитывающей совместную механическую работу ПВХ профилей, армирующих сердечников, светопрозрачного заполнения. В первую очередь это обусловлено отсутствием теоретической основы для построения подобных методов. В настоящий момент выполнено ограниченное число работ, в которых предприняты попытки теоретического описания НДС окон при температурных воздействиях [24–30]. Однако в них рассмотрены только отдельные ПВХ профили.

Модели и методы

Целью настоящей работы является разработка метода расчета НДС окон ПВХ при температурных нагрузках с учётом их многокомпонентной структуры. Для этого необходимо разработать новую расчетную модель окна. В качестве расчетного элемента предлагается выбрать не отдельные оконные профили, как это делалось в существующих на данный момент работах, а комбинацию профилей, т.е. группу смежных профильных элементов окна, расположенных параллельно друг другу. На рисунке 1 показана комбинация профилей импостного притвора окна.

Как видно, особенностью комбинации профилей является то, что все её элементы разделены упругими уплотнителями, через которые осуществляется передача усилий с одного профиля на другой. При этом реакция отпора уплотнителя является нагрузкой, распределенной вдоль профилей. Помимо этого, элементы могут быть соединены запорными механизмами (цапфами), в которых также возникают силы реакции, являющиеся сосредоточенными нагрузками. Каждый из профилей системы взаимодействует с расположенным внутри него армирующим сердечником. Как было показано в [30] это взаимодействие можно свести к действию на ПВХ профиль сосредоточенных сил и моментов, возникающим в точках его крепления к сердечнику.

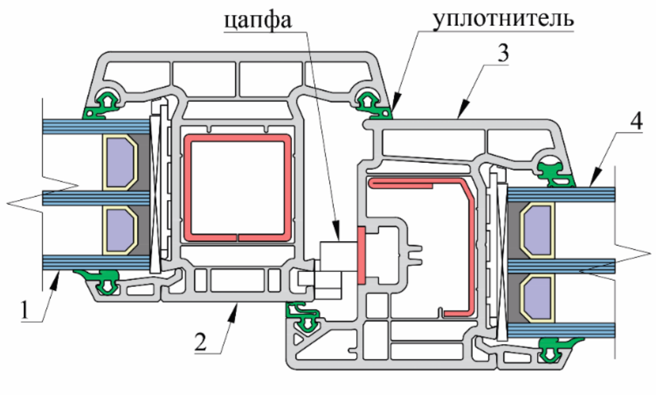

Рисунок 1 – Комбинация профилей импостного притвора:
1, 4 – кромки стеклопакета; 2 – профиль импоста; 3 – профиль створки

Введем следующие допущения:

1. Деформация ПВХ профилей подчиняется теореме о плоских сечениях, а кручение профилей при деформации от температурных воздействий не происходит или оно пренебрежимо мало;

2. Стеклопакет в системе окна возможно заменить рамой, состоящей из балочных элементов, изгибная жесткость которых эквивалентна изгибной жесткости кромок стеклопакета. Данное допущение позволяет упростить расчетную схему и не рассматривать НДС поля остекления. Его правомерность может быть обоснована следующим: НДС поля остекления не является предметом интереса настоящей работы, а в модели необходимо учесть только влияние жесткости стеклопакета на НДС профильных элементов окна; стеклопакет взаимодействует с другими элементами окна только по периметру; изгибная жесткость кромки стеклопакета обусловлена не только механической работой поля остекления, но также – алюминиевой дистанционной рамки, которая является линейным элементов;

3. Силы реакции отпора уплотнителя, возникающие при его деформации, подчиняются модели упругого основания Винклера;

4. Оба контура уплотнения створки одновременно вступают в механическую работу при закрытии створки;

Данные допущения позволяют составить расчетную схему комбинации профилей (рисунок 2). Расчетная схема представляет собой группу параллельных балочных элементов, соединенных друг с другом упругими связями, распределенными по длине балочных элементов. При этом каждый из балочных элементов имеет свою начальную кривизну, обусловленную температурным воздействием, и изгибную жесткость. На балочные элементы действует произвольное количество сосредоточенных сил и моментов. Действующие между балочными элементами упругие связи (№ 2 и № 4 на рисунке 2) описываются коэффициентом жесткости μ (Н/м/м), так что сила реакции отпора связи q (Н/м) в каждой точке x определяется по формуле:

$$\left|q(x)\right| = \mu\left|\delta(x)\right| \tag{1}$$

где δ – величина сжатия уплотнителя, м.

Окно вне зависимости от её конфигурации может быть представлена в виде совокупности комбинаций профилей (рисунок 3), каждая из которых соответствует расчетной схеме, пример которой показан на рисунке 2.

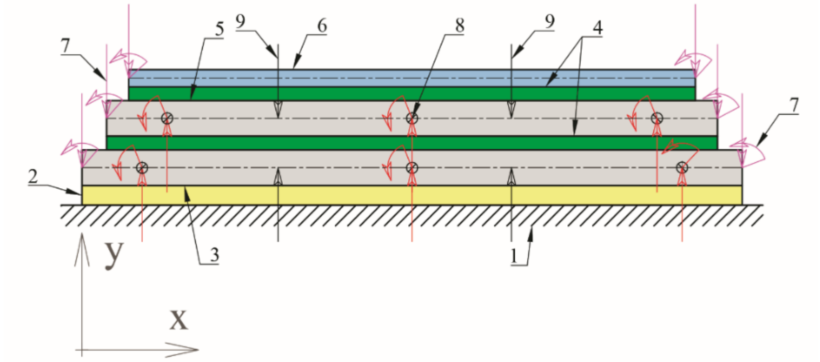

Рисунок 2 – Расчетная схема комбинации профилей:
1 – неподвижное основание; 2 – шов из монтажной пены; 3 – ПВХ профиль рамы; 4 – упругий уплотнитель; 5 – ПВХ профиль створки; 6 – кромка стеклопакета; 7 – краевые силы и моменты реакции; 8 – силы и моменты, возникающие в точках крепления к армирующему сердечнику; 9 – силы реакции в запирающих механизмах

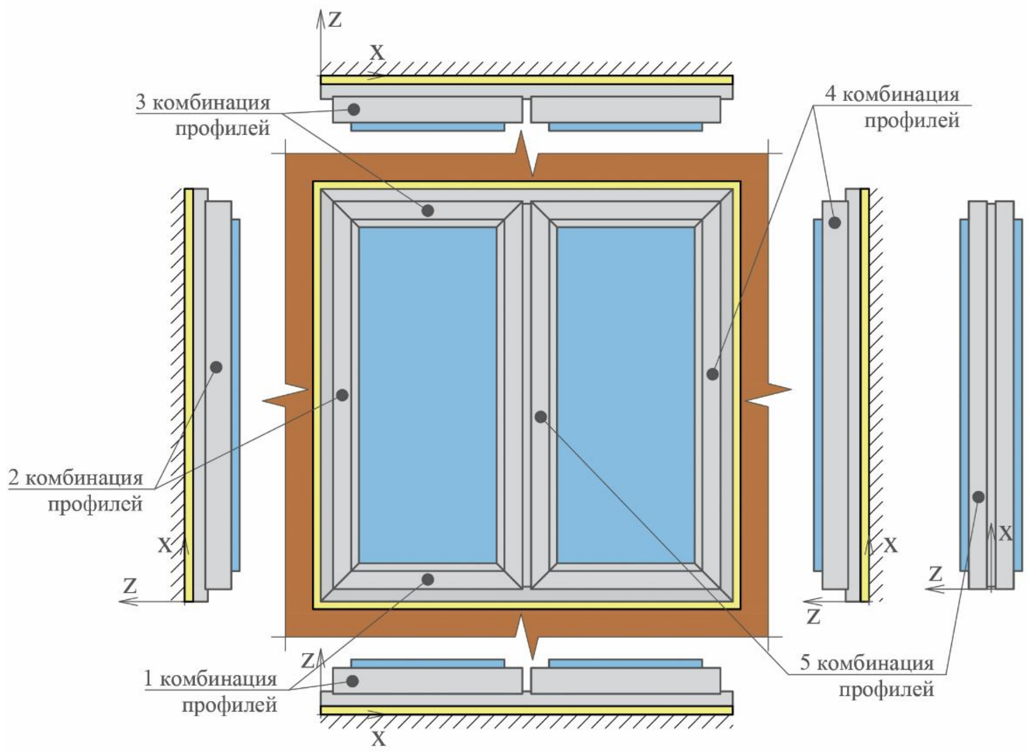

Рисунок 3 – Окно как совокупность комбинации профилей

Таким образом, для расчёта НДС окон в целом необходимо разработать метод расчета НДС комбинации профилей (в соответствии с описанной расчетной схемой) с учётом действия сосредоточенных сил и моментов. Наиболее близкий к рассматриваемому случай – изгиб балки на упругом основании. Получение аналитического решения задачи об изгибе балки на упругом основании в достаточной для настоящей работы степени описано в работах [31].

Результаты исследования и их анализ

Получение основной системы дифференциальных уравнений

Решение задачи о НДС элементов комбинации профилей будет искать в общем виде. Рассмотрим один из балочных элементов, входящих в комбинацию профилей. Назовём его элементом m. Пусть с ним через уплотнители взаимодействует k профилей n: n_1, n_2, …, n_k.

Коэффициент упругости уплотнителя, расположенного между профилем m и i-м профилем n, будет обозначаться как μ_{mi}. Тогда согласно уравнению (1) на профиль m будет действовать со стороны других профилей суммарная распределенная нагрузка:

$$q_m(x) = -\sum_{i=1}^{k} \mu_{mi}\left[u_m(x) - u_i(x)\right] \quad (2)$$

где $u(x)$ – функция перемещения оси балки в направлении оси «y», м;

Условимся, что положительное направление поперечной нагрузки, приложенной к балочному элементу, соответствует положительному направлению оси «y». Знаки в уравнении (2) подобраны исходя из данного условия.

Известно, что функция перемещения оси балки связана с действующей на балку распределенной нагрузкой следующим образом:

$$\frac{d^4u(x)}{dx^4} = \frac{q(x)}{G} \quad (3)$$

где G – изгибная жесткость балки, Н·м^2;

Таким образом, из (2) и (3) можно получить дифференциальное уравнение относительно неизвестной функции $u_m(x)$:

$$\frac{d^4u_m(x)}{dx^4} + \frac{1}{G_m}\sum_{i=1}^{k} \mu_{mi}\left[u_m(x) - u_i(x)\right] = 0 \quad (4)$$

В уравнении (4) неизвестной является не только функция прогиба элемента m, относительно которого рассматривается задача, но также и функции прогибов всех k элементов n. Однако для каждого элемента n также можно составить дифференциальное уравнение вида (4). Таким образом будет получена система дифференциальных уравнений, количество неизвестных функций в которой будет равно количеству уравнений.

Свойства основной системы дифференциальных уравнений

Рассмотрим основную систему на примере комбинации профилей, изображенной на рисунке 1. Данная комбинация содержит 4 элемента (1, 2, 3, 4 на рисунке 1). Основная система уравнений такой системы примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d^4u_1(x)}{dx^4} + \dfrac{\mu_{12}}{G_1}\left[u_1(x) - u_2(x)\right] = 0 \\ \dfrac{d^4u_2(x)}{dx^4} + \dfrac{\mu_{23}}{G_2}\left[u_2(x) - u_3(x)\right] + \dfrac{\mu_{12}}{G_2}\left[u_2(x) - u_1(x)\right] = 0 \\ \dfrac{d^4u_3(x)}{dx^4} + \dfrac{\mu_{23}}{G_3}\left[u_3(x) - u_2(x)\right] + \dfrac{\mu_{34}}{G_3}\left[u_3(x) - u_4(x)\right] = 0 \\ \dfrac{d^4u_4(x)}{dx^4} + \dfrac{\mu_{34}}{G_4}\left[u_4(x) - u_3(x)\right] = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Для дальнейшей работы систему уравнений типа (5) будет удобнее записать в векторно-матричной форме:

$$\frac{d^4\vec{U}(x)}{dx^4} + \Omega \cdot \vec{U}(x) = \vec{0} \quad (6)$$

где вектор $\boldsymbol{U}(x)$ – вектор неизвестных функций, компоненты которого являются неизвестными функциями $u(x)$. Так, в рассматриваемом случае (рисунок 1) вектор неизвестных будет иметь вид (7):

$$\vec{U}(x) = \left[u_1(x) \quad u_2(x) \quad u_3(x) \quad u_4(x)\right]^T \quad (7)$$

Матрицу Ω можно представить как (8):

$$\Omega = G^{-1}\mathrm{M} \tag{8}$$

где G – диагональная матрица, элемент G_{ii} которой равен изгибной жесткости i-го стержня, М – симметричная матрица, в которой элемент M_{ij} ($i \neq j$) равен коэффициенту жесткости уплотнителя, расположенного между i-миj-м профилями, взятый со знаком «минус», а элемент M_{ii} равен сумме коэффициентов жесткости всех уплотнителей, взаимодействующих с i-м профилем. Так, для рассматриваемого на рисунке 1 случая матрица Ω будет выглядеть как (9):

$$\Omega = \begin{bmatrix} G_1^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_2^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_3^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu_{12} & -\mu_{12} & 0 & 0 \\ -\mu_{12} & \mu_{12}+\mu_{23} & -\mu_{23} & 0 \\ 0 & -\mu_{23} & \mu_{23}+\mu_{34} & -\mu_{34} \\ 0 & 0 & -\mu_{34} & \mu_{34} \end{bmatrix} \tag{9}$$

Решение основной системы дифференциальных уравнений

Еще раз обратимся к уравнению (6). Видно, что производная функции $\boldsymbol{U}(x)$ пропорциональна самой функции $\boldsymbol{U}(x)$. Таким свойством обладает только экспонента, поэтому решение будем искать в виде:

$$\vec{U}(x) = e^{m\cdot x}\left[U_1 \quad U_2 \quad \cdots \quad U_N\right]^T \tag{10}$$

Если подставить (10) в (6), то получим, что:

$$m^4 = -\Omega \tag{11}$$

Представим матрицу Ω в диагональном виде:

$$\Omega = D\cdot\Omega^*\cdot D^{-1} = D\cdot\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_N \end{bmatrix}\cdot D^{-1} \tag{12}$$

где Ω^* - диагональный вид матрицы Ω; λ_i – i-е собственное значение матрицы Ω, D – модальная матрица для Ω.

В силу (11) и (12):

$$D^{-1}m^4D = -\Omega^* = D^{-1}mDD^{-1}mDD^{-1}mDD^{-1}mD = \left(D^{-1}mD\right)^4, \tag{13}$$

т.е. матрица D в (13) является модальной матрицей также и для m, а с учётом (11) это означает, что k-е собственное значение m (обозначим его M_k) связано с k-м собственным значением Ω следующим образом (14):

$$M_k^{\ 4} = -\lambda_k \tag{14}$$

Откуда находим (15):

$$M_k = \begin{bmatrix} \pm\varphi_k\left(1+i\right) \\ \pm\varphi_k\left(1-i\right) \end{bmatrix} \qquad \varphi_k = \sqrt[4]{\lambda_k/4} \tag{15}$$

Т.е. каждый элемент матрицы m^* (m в диагональном виде), расположенный на главной диагонали, может принимать 4 различных значения, таким образом, существует 4^N (N – общее количество профилей в комбинации) различных, но линейно зависимых матриц m, которые удовлетворяют уравнению (11). Полным решением однородного уравнения (6) является линейная комбинация 4^N функций (10):

$$\vec{U}(x)=\sum_{i=1}^{4^N}\left(C_i e^{m_i x}\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\\vdots\\U_N\end{bmatrix}\right)=\sum_{i=1}^{4^N}\left(C_i e^{m_i x}\right)\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\\vdots\\U_N\end{bmatrix}=\sum_{i=1}^{4^N}\left(C_i e^{D\cdot m_i^* x\cdot D^{-1}}\right)\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\\vdots\\U_N\end{bmatrix}=$$

$$D\cdot\sum_{i=1}^{4^N}\left(C_i e^{m_i^* x}\right)\cdot D^{-1}\cdot\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\\vdots\\U_N\end{bmatrix}=D\cdot\sum_{i=1}^{4^N}\left(C_i\begin{bmatrix}e^{M_{i1}x} & 0 & \cdots & 0\\0 & e^{M_{i2}x} & \cdots & 0\\\vdots & \vdots & \ddots & 0\\0 & 0 & 0 & e^{M_{iN}x}\end{bmatrix}\right)\cdot D^{-1}\cdot\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\\vdots\\U_N\end{bmatrix}=$$

$$=D\cdot\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{4^N}C_i e^{M_{i1}x} & 0 & \cdots & 0\\0 & \sum_{i=1}^{4^N}C_i e^{M_{i2}x} & \cdots & 0\\\vdots & \vdots & \ddots & 0\\0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^{4^N}C_i e^{M_{iN}x}\end{bmatrix}\cdot D^{-1}\cdot\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\\vdots\\U_N\end{bmatrix}=$$

$$=D\cdot\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{4^N}C_i e^{M_{i1}x} & 0 & \cdots & 0\\0 & \sum_{i=1}^{4^N}C_i e^{M_{i2}x} & \cdots & 0\\\vdots & \vdots & \ddots & 0\\0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^{4^N}C_i e^{M_{iN}x}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}U_1^*\\U_2^*\\\vdots\\U_N^*\end{bmatrix}=D\cdot\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{4^N}U_1^* C_i e^{M_{i1}x}\\\sum_{i=1}^{4^N}U_2^* C_i e^{M_{i2}x}\\\vdots\\\sum_{i=1}^{4^N}U_N^* C_i e^{M_{iN}x}\end{bmatrix}=D\cdot\begin{bmatrix}F_1^*(x)\\F_2^*(x)\\\vdots\\F_N^*(x)\end{bmatrix}\qquad(16)$$

Рассмотрим более подробно функции $F^*(x)$. Как уже было отмечено, M_{ik} могут принимать только четыре разных значения, следовательно в сумме с 4^N слагаемыми коэффициенты C можно объединить в 4 группы:

$$F_p^*(x)=\sum_{i=1}^{4^N}U_p^* C_i e^{M_{ip}x}=e^{\varphi_p(1+i)x}U_p^*\sum C+e^{-\varphi_p(1+i)x}U_p^*\sum C+e^{\varphi_p(1-i)x}U_p^*\sum C+e^{-\varphi_p(1-i)x}U_p^*\sum C\qquad(17)$$

При этом каждую из четырех сумм коэффициентов C (17) можно заменить независимой константой, при этом получаем:

$$F_p^*(x)=e^{\varphi_p(1+i)x}C_{p1}+e^{-\varphi_p(1+i)x}C_{p2}+e^{\varphi_p(1-i)x}C_{p3}+e^{-\varphi_p(1-i)x}C_{p4}\qquad(18)$$

Что после преобразования принимает окончательный вид (с учётом того, что мнимая часть в (18) даст дополнительное действительное решение):

$$F_p^*(x)=\begin{bmatrix}e^{\varphi_p x}\\e^{-\varphi_p x}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}C_{p11} & C_{p12}\\C_{p21} & C_{p22}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\cos(\varphi_p x)\\\sin(\varphi_p x)\end{bmatrix}\qquad(19)$$

Определение констант интегрирования

Определим значение функции $F^*(x)$ и её производных в начальной точке:

$$F_p^*(0)=C_{p11}+C_{p21};\ F_p^*(0)'=\varphi_p\left(C_{p11}-C_{p21}+C_{p12}+C_{p22}\right)$$
$$F_p^*(0)''=2\cdot\varphi_p^{\,2}\left(C_{p12}-C_{p22}\right);\ F_p^*(0)'''=2\cdot\varphi_p^{\,3}\left(C_{p12}+C_{p22}-\left(C_{p11}-C_{p21}\right)\right)\qquad(20)$$

При последовательном дифференцировании (16) с учётом (20), получаем (21):

$$\left[D^{-1}\vec{U}(0)\right]_i = C_{i11}+C_{i21};\ \left[\Theta^{*-1}D^{-1}\vec{U}'(0)\right]_i = C_{i11}-C_{i21}+C_{i12}+C_{i22}$$

$$\frac{1}{2}\left[\Theta^{*-2}D^{-1}\vec{U}''(0)\right]_i = C_{i12}-C_{i22};\ \frac{1}{2}\left[\Theta^{*-3}D^{-1}\vec{U}'''(0)\right]_i = C_{i12}+C_{i22}-\left(C_{i11}-C_{i21}\right) \tag{21}$$

$$\Theta^*_{ij} = \begin{cases}\varphi_i & \text{при i = j}\\ 0 & \text{при i} \neq \text{j}\end{cases}$$

Откуда находим:

$$\begin{aligned}
C_{i12} &= \frac{\left[2\Theta^{*-1}D^{-1}\vec{U}'(0)+2\Theta^{*-2}D^{-1}\vec{U}''(0)+\Theta^{*-3}D^{-1}\vec{U}'''(0)\right]_i}{8}\\
C_{i11} &= \frac{\left[4D^{-1}\vec{U}(0)+2\Theta^{*-1}D^{-1}\vec{U}'(0)-\Theta^{*-3}D^{-1}\vec{U}'''(0)\right]_i}{8}\\
C_{i22} &= \frac{\left[2\Theta^{*-1}D^{-1}\vec{U}'(0)-2\Theta^{*-2}D^{-1}\vec{U}''(0)+\Theta^{*-3}D^{-1}\vec{U}'''(0)\right]_i}{8}\\
C_{i21} &= \frac{\left[4D^{-1}\vec{U}(0)-2\Theta^{*-1}D^{-1}\vec{U}'(0)+\Theta^{*-3}D^{-1}\vec{U}'''(0)\right]_i}{8}
\end{aligned} \tag{22}$$

Для дальнейших математических выкладок удобнее будет перейти на тензорный способ записи уравнений (с соблюдением правила Эйнштейна при суммировании). Тогда выражение (16) с учётом (19) примет вид:

$$U_q(x) = D_{qj}C_{jik}I_{kj}(x)R_{ij}(x) \tag{23}$$

где (24):

$$\begin{aligned}
R(x) &= \begin{bmatrix} e^{\varphi_1 x} & e^{\varphi_2 x} & \ldots & e^{\varphi_N x}\\ e^{-\varphi_1 x} & e^{-\varphi_2 x} & \ldots & e^{-\varphi_N x}\end{bmatrix}\\
I(x) &= \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1 x) & \cos(\varphi_2 x) & \ldots & \cos(\varphi_N x)\\ \sin(\varphi_1 x) & \sin(\varphi_2 x) & \ldots & \sin(\varphi_N x)\end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{24}$$

А уравнения (22) можно записать в одну строчку:

$$\begin{aligned}
C_{jik} = {} & \frac{\delta_{0ik}}{2}\left(D^{-1}\right)_{jp}U(0)_p + \frac{\delta_{1ik}}{4}\left(\Theta^{*-1}\right)_{jp}\left(D^{-1}\right)_{pr}U'(0)_r + \\
& + \frac{\delta_{2ik}}{4}\left(\Theta^{*-2}\right)_{jp}\left(D^{-1}\right)_{pr}U''(0)_r + \frac{\delta_{3ik}}{8}\left(\Theta^{*-3}\right)_{jp}\left(D^{-1}\right)_{pr}U'''(0)_r
\end{aligned} \tag{25}$$

где (26):

$$\delta_0 = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix};\ \delta_1 = \begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{bmatrix};\ \delta_2 = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix};\ \delta_3 = \begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix} \tag{26}$$

Теперь подставим (25) в (23) и явным образом выразим векторную функцию $\boldsymbol{U}(x)$ через её начальные параметры (27):

$$\begin{aligned}
U_q(x) = {} & D_{qj}\frac{\delta_{0ik}}{2}\left(D^{-1}\right)_{jp}U(0)_p I_{kj}(x)R_{ij}(x) + D_{qj}\frac{\delta_{1ik}}{4}\left(\Theta^{*-1}\right)_{jp}\left(D^{-1}\right)_{pr}U'(0)_r I_{kj}(x)R_{ij}(x) + \\
& + D_{qj}\frac{\delta_{2ik}}{4}\left(\Theta^{*-2}\right)_{jp}\left(D^{-1}\right)_{pr}U''(0)_r I_{kj}(x)R_{ij}(x) + D_{qj}\frac{\delta_{3ik}}{8}\left(\Theta^{*-3}\right)_{jp}\left(D^{-1}\right)_{pr}U'''(0)_r I_{kj}(x)R_{ij}(x)
\end{aligned} \tag{27}$$

После преобразований (28):

$$\vec{U}(x) = D\Psi^*_0(x)D^{-1}\vec{U}(0) + D\Psi^*_1(x)D^{-1}\vec{U}'(0) + D\Psi^*_2(x)D^{-1}\vec{U}''(0) + D\Psi^*_3(x)D^{-1}\vec{U}'''(0) \tag{28}$$

где Ψ* - диагональные матрицы:

$$\begin{aligned}&\Psi_0^*\left(x\right)_{ii}=\frac{1}{2}\left(R^T\left(x\right)\delta_0 I\left(x\right)\right)_{ii};\ \Psi_1^*\left(x\right)_{ii}=\frac{1}{4}\frac{\left(R^T\left(x\right)\delta_1 I\left(x\right)\right)_{ii}}{\varphi_i}\\&\Psi_2^*\left(x\right)_{ii}=\frac{1}{4}\frac{\left(R^T\left(x\right)\delta_2 I\left(x\right)\right)_{ii}}{\varphi_i^{\,2}};\ \Psi_3^*\left(x\right)_{ii}=\frac{1}{8}\frac{\left(R^T\left(x\right)\delta_3 I\left(x\right)\right)_{ii}}{\varphi_i^{\,3}}\end{aligned} \tag{29}$$

При рассмотрении матричных функций (29) видно, что их элементы состоят из функций Крылова (30):

$$\begin{aligned}&\left(R^T\left(x\right)\delta_1 I\left(x\right)\right)_{kk}=2\,\mathrm{ch}\left(\varphi_k x\right)\cos\left(\varphi_k x\right)=2A\left(\varphi_k x\right)\\&\left(R^T\left(x\right)\delta_2 I\left(x\right)\right)_{kk}=2\,\mathrm{sh}\left(\varphi_k x\right)\cos\left(\varphi_k x\right)+2\,\mathrm{ch}\left(\varphi_k x\right)\sin\left(\varphi_k x\right)=4B\left(\varphi_k x\right)\\&\left(R^T\left(x\right)\delta_3 I\left(x\right)\right)_{kk}=2\,\mathrm{sh}\left(\varphi_k x\right)\sin\left(\varphi_k x\right)=4C\left(\varphi_k x\right)\\&\left(R^T\left(x\right)\delta_4 I\left(x\right)\right)_{kk}=2\,\mathrm{ch}\left(\varphi_k x\right)\sin\left(\varphi_k x\right)-2\,\mathrm{sh}\left(\varphi_k x\right)\cos\left(\varphi_k x\right)=8D\left(\varphi_k x\right)\end{aligned} \tag{30}$$

Таким образом решение уравнения (6) можно окончательно записать следующим образом (31):

$$\vec{U}\left(x\right)=\Psi_0\left(x\right)\vec{U}\left(0\right)+\Psi_1\left(x\right)\vec{U}'\left(0\right)+\Psi_2\left(x\right)\vec{U}''\left(0\right)+\Psi_3\left(x\right)\vec{U}'''\left(0\right) \tag{31}$$

где:

$$\Psi_i\left(x\right)=D\Psi_i^*\left(x\right)D^{-1}$$

$$\begin{aligned}&\Psi_0^*\left(x\right)_{kk}=A\left(\varphi_k x\right);\ \Psi_1^*\left(x\right)_{kk}=\frac{B\left(\varphi_k x\right)}{\varphi_k}\\&\Psi_2^*\left(x\right)_{kk}=\frac{C\left(\varphi_k x\right)}{\varphi_k^{\,2}};\ \Psi_3^*\left(x\right)_{kk}=\frac{D\left(\varphi_k x\right)}{\varphi_k^{\,3}}\end{aligned} \tag{32}$$

Продифференцируем (32) три раза с использованием свойств функций Крылова [31] получим (33):

$$\begin{aligned}&\vec{U}'\left(x\right)=-\Omega\Psi_3\left(x\right)\vec{U}\left(0\right)+\Psi_0\left(x\right)\vec{U}'\left(0\right)+\Psi_1\left(x\right)\vec{U}''\left(0\right)+\Psi_2\left(x\right)\vec{U}'''\left(0\right)\\&\vec{U}''\left(x\right)=-\Omega\Psi_2\left(x\right)\vec{U}\left(0\right)-\Omega\Psi_3\left(x\right)\vec{U}'\left(0\right)+\Psi_0\left(x\right)\vec{U}''\left(0\right)+\Psi_1\left(x\right)\vec{U}'''\left(0\right)\\&\vec{U}'''\left(x\right)=-\Omega\Psi_1\left(x\right)\vec{U}\left(0\right)-\Omega\Psi_2\left(x\right)\vec{U}'\left(0\right)-\Omega\Psi_3\left(x\right)\vec{U}''\left(0\right)+\Psi_0\left(x\right)\vec{U}'''\left(0\right)\end{aligned} \tag{33}$$

Учёт сосредоточенных сил и моментов

Допустим, что в точке с произвольной координатой $x = a$ на N профилей в комбинации, действуют силы P_1, P_2, …, P_N и моменты M_1, M_2, …, M_N. Это означает, что в точке $x = a$ будут происходить конечные приращения функций $\boldsymbol{U}''(x)$ и $\boldsymbol{U}'''(x)$ (34):

$$\vec{U}''\left(a+0\right)=\vec{U}''\left(a-0\right)+\Delta\vec{U}'';\ \vec{U}'''\left(a+0\right)=\vec{U}'''\left(a-0\right)+\Delta\vec{U}''' \tag{34}$$

Величина конечных приращений при этом будет следующим образом связана с величиной приложенной нагрузки (здесь и далее условимся, что положительное направление вектора момента сил, приложенного к профилю, совпадает с положительным направлением оси «z») (35):

$$\Delta U_i''=\frac{-M_i}{G_i};\ \Delta U_i'''=\frac{P_i}{G_i} \tag{35}$$

Передвинем начало отсчёта в точку $x = a$. Координаты в новой системе координат будем обозначать с чертой наверху:

$$\bar{x} = x - a > 0$$

$$\begin{aligned} \vec{U}(\bar{x}) &= \Psi_0(\bar{x})\vec{U}(+\bar{0}) + \Psi_1(\bar{x})\vec{U}'(+\bar{0}) + \Psi_2(\bar{x})\vec{U}''(+\bar{0}) + \Psi_3(\bar{x})\vec{U}'''(+\bar{0}) = \\ &= \Psi_0(\bar{x})\vec{U}(-\bar{0}) + \Psi_1(\bar{x})\vec{U}'(-\bar{0}) + \Psi_2(\bar{x})\vec{U}''(-\bar{0}) + \Psi_3(\bar{x})\vec{U}'''(-\bar{0}) + \\ &+ \Psi_2(\bar{x})\Delta\vec{U}'' + \Psi_3(\bar{x})\Delta\vec{U}''' \end{aligned} \tag{36}$$

В то же время относительно исходной системы координат имеем:

$$\begin{aligned} \vec{U}(-\bar{0}) &= \Psi_0(a)\vec{U}(0) + \Psi_1(a)\vec{U}'(0) + \Psi_2(a)\vec{U}''(0) + \Psi_3(a)\vec{U}'''(0) \\ \vec{U}'(-\bar{0}) &= -\Omega\Psi_3(a)\vec{U}(0) + \Psi_0(a)\vec{U}'(0) + \Psi_1(a)\vec{U}''(0) + \Psi_2(a)\vec{U}'''(0) \\ \vec{U}''(-\bar{0}) &= -\Omega\Psi_2(a)\vec{U}(0) - \Omega\Psi_3(a)\vec{U}'(0) + \Psi_0(a)\vec{U}''(0) + \Psi_1(a)\vec{U}'''(0) \\ \vec{U}'''(-\bar{0}) &= -\Omega\Psi_1(a)\vec{U}(0) - \Omega\Psi_2(a)\vec{U}'(0) - \Omega\Psi_3(a)\vec{U}''(0) + \Psi_0(a)\vec{U}'''(0) \end{aligned} \tag{37}$$

При подстановке (37) в (36), получаем:

$$\begin{aligned} \vec{U}(\bar{x}) &= \left[\Psi_0(\bar{x})\Psi_0(a) - \Omega\Psi_1(\bar{x})\Psi_3(a) - \Omega\Psi_2(\bar{x})\Psi_2(a) - \Omega\Psi_3(\bar{x})\Psi_1(a)\right]\vec{U}(0) + \\ &+ \left[\Psi_0(\bar{x})\Psi_1(a) + \Psi_1(\bar{x})\Psi_0(a) - \Omega\Psi_2(\bar{x})\Psi_3(a) - \Omega\Psi_3(\bar{x})\Psi_2(a)\right]\vec{U}'(0) + \\ &+ \left[\Psi_0(\bar{x})\Psi_2(a) + \Psi_1(\bar{x})\Psi_1(a) + \Psi_2(\bar{x})\Psi_0(a) - \Omega\Psi_3(\bar{x})\Psi_3(a)\right]\vec{U}''(0) + \\ &+ \left[\Psi_0(\bar{x})\Psi_3(a) + \Psi_1(\bar{x})\Psi_2(a) + \Psi_2(\bar{x})\Psi_1(a) + \Psi_3(\bar{x})\Psi_0(a)\right]\vec{U}'''(0) + \\ &+ \Psi_2(\bar{x})\Delta\vec{U}'' + \Psi_3(\bar{x})\Delta\vec{U}''' \end{aligned} \tag{38}$$

При исследовании выражений, стоящих в (38) в квадратных скобках, установлено, что (39):

$$\begin{aligned} \Psi_0(\bar{x})\Psi_0(a) - \Omega\Psi_1(\bar{x})\Psi_3(a) - \Omega\Psi_2(\bar{x})\Psi_2(a) - \Omega\Psi_3(\bar{x})\Psi_1(a) &= \Psi_0(\bar{x}+a) \\ \Psi_0(\bar{x})\Psi_1(a) + \Psi_1(\bar{x})\Psi_0(a) - \Omega\Psi_2(\bar{x})\Psi_3(a) - \Omega\Psi_3(\bar{x})\Psi_2(a) &= \Psi_1(\bar{x}+a) \\ \Psi_0(\bar{x})\Psi_2(a) + \Psi_1(\bar{x})\Psi_1(a) + \Psi_2(\bar{x})\Psi_0(a) - \Omega\Psi_3(\bar{x})\Psi_3(a) &= \Psi_2(\bar{x}+a) \\ \Psi_0(\bar{x})\Psi_3(a) + \Psi_1(\bar{x})\Psi_2(a) + \Psi_2(\bar{x})\Psi_1(a) + \Psi_3(\bar{x})\Psi_0(a) &= \Psi_3(\bar{x}+a) \end{aligned} \tag{39}$$

Т.е. при нагрузке, приложенной в одной точке, функция прогиба приобретает вид (40):

$$\vec{U}(x) = \begin{cases} \Psi_0(x)\vec{U}(0) + \Psi_1(x)\vec{U}'(0) + \Psi_2(x)\vec{U}''(0) + \Psi_3(x)\vec{U}'''(0) & \text{при } x \le a \\ \Psi_0(x)\vec{U}(0) + \Psi_1(x)\vec{U}'(0) + \Psi_2(x)\vec{U}''(0) + \Psi_3(x)\vec{U}'''(0) + & \\ + \Psi_2(x-a)\Delta\vec{U}'' + \Psi_3(x-a)\Delta\vec{U}''' & \text{при } x > a \end{cases} \tag{40}$$

Значит, при произвольном количестве точек приложения сил (N_P штук) и моментов (N_M штук), расположенных левее текущей координаты x, функция прогиба будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \vec{U}(x) &= \Psi_0(x)\vec{U}(0) + \Psi_1(x)\vec{U}'(0) + \Psi_2(x)\vec{U}''(0) + \Psi_3(x)\vec{U}'''(0) - \\ &- \sum_{k=1}^{N_M}\Psi_2(x-a_k)G^{-1}\vec{M}_k + \sum_{k=1}^{N_P}\Psi_3(x-a_k)G^{-1}\vec{P}_k \end{aligned} \tag{41}$$

$$\vec{M}_k = \begin{bmatrix} M_{1k} & M_{2k} & \cdots & M_{Nk} \end{bmatrix}^T; \vec{P}_k = \begin{bmatrix} P_{1k} & P_{2k} & \cdots & P_{Nk} \end{bmatrix}^T$$

Полученное решение (41) системы дифференциальных уравнений (6) с учётом результатов, представленных в [29], позволяет полностью описывать напряженно-деформированное состояние комбинации профилей ПВХ окон при температурных нагрузках с учётом:

- взаимодействия ПВХ профилей с армирующим сердечником, сводящегося к действию на ПВХ профиль сосредоточенных сил и моментов в точках крепления к сердечнику [30]);

- работы запорных механизмов и условий закрепления элементов комбинации профилей в крайних точках;

- механической работы монтажного шва, представленного слоем монтажной пены, который также может рассматриваться как упругая связь;

- элементов крепления (анкерами, пластинами), в которых возникают сосредоточенные усилия, действующие на ПВХ профиль.

При выполнении расчетов может оказаться удобнее перейти от второй и третьей производной функции $\boldsymbol{U}(x)$ к функциям внутреннего момента и поперечной силы $\boldsymbol{M}(x)$ и $\boldsymbol{Q}(x)$ (42):

$$\begin{aligned} \vec{M}(x) &= G\left[\vec{U}''(x) - \vec{K}_0\right] \\ \vec{Q}(x) &= G\vec{U}'''(x) \end{aligned} \tag{42}$$

Удобство заключается, во-первых, в работе с более привычными инженерными величинами, во-вторых, в явном присутствии вектора начальной кривизны $\boldsymbol{K_0}$, обусловленного температурной нагрузкой, в-третьих, в возможности вести расчет комбинации профилей, в которой присутствуют бесконечно жесткие стержни.

Имея описанный в данной работе инструментарий, можно вести расчет любой конструкции, которая состоит из комбинаций профилей, поскольку их взаимодействие в точках крепления друг с другом (жесткое или шарнирное) также сводится к возникающим в узлах силам и моментам (поз. 7 на рисунке 2). Одним из ключевых результатов расчета является степень деформированности уплотнителя δ (1). Поскольку именно нарушение герметичности окон при их деформации является наиболее неблагоприятным фактором, то предлагается использовать следующее условие для подбора жесткости оконных профилей (43):

$$\delta_{\min} \le \delta(x) \le \delta_{\max} \tag{43}$$

где $\delta(x)$ – функция величины обжатия уплотнителя, м; δ_{min}, δ_{max} – минимально и максимально допустимая степень обжатия уплотнителя, при которой он выполняет свои герметизирующие функции и не подвергается необратимым деформациям.

Выводы

1) В качестве расчетного элемента ПВХ окон было предложено использовать не отдельный профильный элемент, а т.н. комбинации профилей.

2) Предложено упрощение, которое поможет учитывать жесткость стеклопакета на НДС окна. Оно состоит в предположении, что стеклопакет возможно заменить рамой из стержневых элементов, элементы которой обладают изгибной жесткостью, эквивалентной изгибной жесткости кромок стеклопакета;

3) На основании ряда дополнительных упрощений была разработана расчетная модель комбинации профилей, которая представляет собой группу стержневых элементов, расположенных параллельно друг другу, между которыми действуют распределенные упругие связи.

4) Была получено решение общего вида, описывающее НДС комбинации профилей при температурных воздействиях с учетом действия произвольного количества сосредоточенных сил и моментов.

5) Было предложено условие для подбора жесткости оконных профилей, которое может быть проверено с использованием представленной расчётной модели. Оно заключается в ограничении степени обжатия уплотняющего контура оконной конструкции диапазоном его нормальной работы, устанавливаемого производителем уплотнителя.

Дальнейшая работа связана с реализацией представленного аналитического решения в компьютерной программе по расчету НДС оконных конструкций.

Благодарности

Автор выражает особую благодарность своему научному руководителю к.т.н., доценту, зам. директора Института комплексной безопасности в строительстве ФГБОУ ВО «НИУ МГСУ» Константинову А.П. за значимые замечания и советы при проведении исследований, а также оформлении данной статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борискина И.В., Плотников А.А., Захаров А.В. Проектирование современных оконных систем гражданских зданий. 3-е изд. Москва: Издательство АВС, 2003. 320 с.

2. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В 3 т. Т. 1. 8-е изд., перераб. и доп., Москва: Машиностроение, 2001. 920 с.

3. Verkhovskiy A., Bryzgalin V., Lyubakova E. Thermal Deformationof Windowfor Climatic Conditionsof Russia [Температурная деформация окна в климатических условиях России] // IOPConf. Series: Materials Science and Engineering. 2018. № 463. 032048.

4. Konstantinov A., Verkhovsky A. Assessment of the Wind and Temperature Loads Influence on the PVC Windows Deformation [Оценка влияния ветровых и температурных нагрузок на деформацию окон из ПВХ] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. № 3 (753). 032022.

5. Елдашов Ю.А., Сесюнин С.Г., Ковров В.Н. Экспериментальное исследование типовых оконных блоков на геометрическую стабильность и приведенное сопротивление теплопередаче от действия тепловых нагрузок // Вестник МГСУ. 2009. № 3. С. 146–149.

6. Elmahdy A.H. Air leakage characteristics of windows subjected to simultaneous temperature and pressure differentials [Воздухопроницаемость окон, подверженных одновременному воздействию перепадов температуры и давления] // Window Innovations. 05 June 1995, Toronto, Ontario, Canada. 1995. С. 146–163.

7. Henry R., Patenaude A. Measurements of window air leakage at cold temperatures and impact on annual energy performance of a house [Измерение воздухопроницаемости окон при низких температурах и её влияние на годовые энергетические показатели дома] // ASHRAE Transactions. 1998. № Pt 1B (104). С. 1254–1260.

8. Шеховцов А.В. Воздухопроницаемость оконного блока из ПВХ профилей при действии отрицательных температур // Вестник МГСУ. 2011. № 1 (3). С. 263–269.

9. Верховский А.А., Зимин А.Н., Потапов С.С. Применимость современных светопрозрачных ограждающих конструкций для климатических регионов России // Жилищное строительство. 2015. № 6. С. 16–19.

10. Konstantinov A., Verkhovsky A. Assessment of the Negative Temperatures Influence on the PVC Windows Air Permeability [Оценка влияния отрицательных температур на воздухопроницаемость окон ПВХ] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. № 2 (753). 022092.

11. Кунин Ю.С., Алекперов Р.Г., Потапова Т.В. Зависимость воздухопроницаемости светопрозрачных конструкций от температурных воздействий // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 10. С. 114–120.

12. Konstantinov A., Verkhovsky A., Lyabakova E. Sound insulation of PVC windows at negative outdoor temperatures [Звукоизоляция окон из ПВХ при отрицательных наружных температурах] // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2020. № 1 (896). 012054.

13. Константинов А.П., Верховский А.А. Влияние отрицательных температур на теплотехнические характеристики оконных блоков из ПВХ профилей // Строительство и реконструкция. 2019. № 83 (3). С. 72–82.

14. Гныря А. И. [и др.]. Влияние инфильтрации холодного воздуха на сопротивление теплопередаче стеклопакета // Известия ВУЗов. Строительство. 1999. № 3 (2). С. 102–105.

15. Емельянов Р.Т., Ревенко В.В. Оценка влияния изменения естественного воздухообмена на энергопотребление здания с учётом показателя герметичности современных окон // Молодой ученый. 2018. № 188 (2). С. 21–25.

16. Веснин В.И. Инфильтрация воздуха и тепловые потери помещений через оконные проёмы // Вестник СГАСУ. Градостроительство и архитектура. 2016. № 24 (3). С. 10–16.

17. Halle S. [и др.]. The Combined Effect of Air Leakage and Conductive Heat Transfer in Window Frames and Its Impact on the Canadian Energy Rating Procedure [Комбинированный эффект воздухопроницаемости и кондуктивной теплопередачи в оконных рамах и его влияние на канадскую процедуру энергетической классификации]. AIVC. 1998. SF-98-12-3 (4108).

18. Elghamry R., Hassan H. Impact of window parameters on the building envelope on the thermal comfort, energy consumption and cost and environment [Влияние параметров окон ограждающей конструкции здания на тепловой комфорт, потребление, стоимость энергии и окружающую среду] // International Journal of Ventilation. 2020. № 4 (19). С. 233–259.

19. Wang L., Greenberg S. Window operation and impacts on building energy consumption [Эксплуатация окон и влияние на энергопотребление здания] // Energy and Buildings. 2015. № 92. С. 313–321.

20. Heydari A., Sadati S. E., Gharib M. R. Effects of different window configurations on energy consumption in building: Optimization and economic analysis [Влияние различных конфигураций окон на потребление энергии в здании: оптимизация и экономический анализ] // Journal of Building Engineering. 2021. № 35. 102099.

21. Choi Y., Ozaki A., Lee H. Impact of Window Frames on Annual Energy Consumption of Residential Buildings and Its Contribution to CO_2 Emission Reductions at the City Scale [Влияние окон на годовое энергопотребление жилых зданий и его вклад в сокращение выбросов CO_2 в масштабах города] // Energies. 2022. № 10 (15). 3692.

22. Cuce E. Role of airtightness in energy loss from windows: Experimental results from in-situ tests [Роль герметичности в потерях энергии из окон: экспериментальные результаты натурных испытаний] // Energy and Buildings. 2017. № 139. С. 449–455.

23. Chen S. [и др.]. Measured air tightness performance of residential buildings in North China and its influence on district space heating energy use [Измеренные показатели герметичности жилых зданий в Северном Китае и их влияние на энергопотребление при централизованном отоплении помещений] // Energy and Buildings. 2012. № 51. С. 157–164.

24. Сесюнин С. Г., Елдашов Ю. А. Моделирование сопряженной задачи термоупругости на примере анализа вариантов конструктивного оформления оконного блока зданий // Светопрозрачные конструкции. 2005. № 4.

25. Власенко Д.В. Почему коробит окно. Кто виноват и что делать? // Оконное производство. 2014. № 39. С. 42–44.

26. Калабин В.А. Оценка величины тепловой деформации ПВХ-профиля. Часть 2. Летние поперечные деформации. // Светопрозрачные конструкции. 2013. № 3. С. 12–15.

27. Калабин В.А. Оценка величины тепловой деформации ПВХ-профиля. Часть 1. Зимние поперечные деформации. // Светопрозрачные конструкции. 2013. № 2 (1). С. 6–9.

28. Аксёнов И.С., Константинов А.П. Упрощенный подход к моделированию уплотнителя для прочностного расчета оконных конструкций // Вестник МГСУ. 2021. № 3 (16). С. 317–330.

29. Аксёнов И.С., Константинов А.П. Аналитический метод расчета напряженно-деформированного состояния оконных профилей ПВХ при действии температурных нагрузок // Вестник МГСУ. 2021. № 11. С. 1437–1451.

30. Аксёнов И.С., Константинов А.П. Аналитический расчет сложного напряженно-деформированного состояния армированного ПВХ профиля при температурной нагрузке // Жилищное строительство. 2022. № 11. С. 19–28.

31. Цвей А. Ю. Балки и плиты на упругом основании. Лекции с примерами расчета по специальному курсу строительной механики: учеб. пособие. Москва: МАДИ, 2014. 96 с.

REFERENCES

1. Boriskina I.V., Plotnikov A.A., Zakharov A.V. Proektirovanie sovremennykh okonnykh sistem grazhdanskikh zdaniy [Modern window systems designing for civil buildings]. Moscow: Izdatel'stvo ABC, 2003. 320 p. (rus)

2. Anur'ev V.I. Spravochnik konstruktora-mashinostroitelya. V 3 t. T. 1 [Handbook of the mechanical engineer in 3 vol. Vol. 1]. Moscow: Mashinostroenie, 2001. 920 p. (rus)

3. Verkhovskiy A., Bryzgalin V., Lyubakova E. Thermal Deformation of Window for Climatic Conditions of Russia. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2018. No. 463. 032048.

4. Konstantinov A., Verkhovsky A. Assessment of the Wind and Temperature Loads Influence on the PVC Windows Deformation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. No. 3 (753). 032022.

5. Eldashov Yu.A., Sesyunin S.G., Kovrov V.N. Eksperimental'noe issledovanie tipovykh okonnykh blokov na geometricheskuyu stabil'nost' i privedennoe soprotivlenie teploperedache ot deystviya teplovykh nagruzok [Experimental study of typical window units for geometric stability and reduced heat transfer resistance when exposed to thermal loads]. *Vestnik MGSU*. 2009. No. 3. Pp. 146–149. (rus)

6. Elmahdy A.H. Air leakage characteristics of windows subjected to simultaneous temperature and pressure differentials. *Window Innovations*. 1995. Pp. 146–163.

7. Henry R., Patenaude A. Measurements of window air leakage at cold temperatures and impact on annual energy performance of a house. *ASHRAE Transactions*. 1998. No. Pt 1B (104). Pp. 1254–1260.

8. Shekhovtsov A.V. Vozdukhopronitsaemost' okonnogo bloka iz PVKh profiley pri deystvii otritsatel'nykh temperatur [Air permeability of the window unit made of PVC profiles at negative temperatures]. *Vestnik MGSU*. 2011. No. 1 (3). Pp. 263–269. (rus)

9. Verkhovskiy A.A., Zimin A.N., Potapov S.S. Primenimost' sovremennykh svetoprozrachnykh ograzhdayushchikh konstruktsiy dlya klimaticheskikh regionov Rossii [Applicability of modern translucent structures for climatic regions of Russia]. *Zhilishchnoe stroitel'stvo*. 2015. No. 6. Pp. 16–19. (rus)

10. Konstantinov A., Verkhovsky A. Assessment of the Negative Temperatures Influence on the PVC Windows Air Permeability. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. No. 2 (753). 022092.

11. Kunin Yu.S., Alekperov R.G., Potapova T.V. Zavisimost' vozdukhopronitsaemosti svetoprozrachnykh konstruktsiy ot temperaturnykh vozdeystviy [Dependence of air permeability of translucent structureson temperature impacts]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*. 2018. No. 10. Pp. 114–120. (rus)

12. Konstantinov A., Verkhovsky A., Lyabakova E. Sound insulation of PVC windows at negative outdoor temperatures. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2020. No. 1 (896). 012054.

13. Konstantinov A.P., Verkhovskiy A.A. Vliyanie otritsatel'nykh temperatur na teplotekhnicheskie kharakteristiki okonnykh blokov iz PVKh profiley [The effect of negative temperatures on the thermal performance of window units made of PVC profiles]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2019. No. 83 (3). Pp. 72–82. (rus)

14. Gnyrya A. I. et. al. Vliyanie infil'tratsii kholodnogo vozdukha na soprotivlenie teploperedache steklopaketa [Influence of cold air infiltration on the thermal transmittance of the insulating glass unit]. *Izvestiya VUZov. Stroitel'stvo*. 1999. No. 3 (2). Pp. 102–105. (rus)

15. Emel'yanov R.T., Revenko V.V. Otsenka vliyaniya izmeneniya estestvennogo vozdukhoobmena na energopotreblenie zdaniya s uchetom pokazatelya germetichnosti sovremennykh okon [Assessment of the impact of changes in natural air exchange on the energy consumption of the building, taking into account the airtightness index of modern windows]. *Molodoy uchenyy*. 2018. No. 188 (2). Pp. 21–25. (rus)
16. Vesnin V.I. Infil'tratsiya vozdukha i teplovye poteri pomeshcheniy cherez okonnye proemy [Air infiltration and room heat loss through window openings]. *Vestnik SGASU. Gradostroitel'stvo i arkhitektura*. 2016. No. 24 (3). Pp. 10–16. (rus)
17. Halle S. et al. The Combined Effect of Air Leakage and Conductive Heat Transfer in Window Frames and Its Impact on the Canadian Energy Rating Procedure. AIVC. 1998. SF-98-12-3 (4108).
18. Elghamry R., Hassan H. Impact of window parameters on the building envelope on the thermal comfort, energy consumption and cost and environment. *International Journal of Ventilation*. 2020. No. 4 (19). Pp. 233–259.
19. Wang L., Greenberg S. Window operation and impacts on building energy consumption. *Energy and Buildings*. 2015. No. 92. Pp. 313–321.
20. Heydari A., Sadati S. E., Gharib M. R. Effects of different window configurations on energy consumption in building: Optimization and economic analysis. *Journal of Building Engineering*. 2021. No. 35. 102099.
21. Choi Y., Ozaki A., Lee H. Impact of Window Frames on Annual Energy Consumption of Residential Buildings and Its Contribution to CO_2 Emission Reductions at the City Scale. *Energies*. 2022. No. 10 (15). 3692.
22. Cuce E. Role of airtightness in energy loss from windows: Experimental results from in-situ tests. *Energy and Buildings*. 2017. No. 139. Pp. 449–455.
23. Chen S. et. al. Measured air tightness performance of residential buildings in North China and its influence on district space heating energy use. *Energy and Buildings*. 2012. No. 51. Pp. 157–164.
24. Sesyunin S.G., Eldashov Yu.A. Modelirovanie sopryazhennoy zadachi termouprugosti na primere analiza variantov konstruktivnogo oformleniya okonnogo bloka zdaniy [Simulation of the coupled problem of thermoelasticity on the example of a window unit structural design analysis]. *Svetoprozrachnye konstruktsii*. 2005. No. 4. (rus)
25. Vlasenko D.V. Pochemu korobit okno. Kto vinovat i chto delat'? [Why the window is crooked. Who is to blame and what to do?]. *Okonnoe proizvodstvo*. 2014. No. 39. Pp. 42–44. (rus)
26. Kalabin V.A. Otsenka velichiny teplovoy deformatsii PVKh-profilya. Chast' 2. Letnie poperechnye deformatsii [Estimation of the value of thermal deformation of PVC profiles. Part 2. Summer transverse deformations]. *Svetoprozrachnye konstruktsii*. 2013. No 3. Pp. 12–15. (rus)
27. Kalabin V.A. Otsenka velichiny teplovoy deformatsii PVKh-profilya. Chast' 1. Zimnie poperechnye deformatsii [Estimation of the value of thermal deformation of PVC profile. Part 1. Winter transverse deformations]. *Svetoprozrachnye konstruktsii*. 2013. No. 2 (1). Pp. 6–9. (rus)
28. Aksenov I.S., Konstantinov A.P. Uproshchennyy podkhod k modelirovaniyu uplotnitelya dlya prochnostnogo rascheta okonnykh konstruktsiy [A simplified approach to the window gasket modeling for window strength calculation]. *Vestnik MGSU*. 2021. No. 3 (16). Pp. 317–330. (rus)
29. Aksenov I.S., Konstantinov A.P. Analiticheskiy metod rascheta napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya okonnykh profiley PVKh pri deystvii temperaturnykh nagruzok [An analytical method for calculating the stress-strain state of PVC window profiles under thermal loading]. *Vestnik MGSU*. 2021. No. 11. Pp. 1437–1451. (rus)
30. Aksenov I.S., Konstantinov A.P. Analiticheskiy raschet slozhnogo napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya armirovannogo PVKh profilya pri temperaturnoy nagruzke [Analytical Calculation of the Complex Stress-Strain State of Reinforced PVC Profile under Temperature Load]. *Zhilishchnoe stroitel'stvo*. 2022. No. 11. Pp. 19–28. (rus)
31. Tsvey A.Yu. Balki i plity na uprugom osnovanii. Lektsii s primerami rascheta po spetsial'nomu kursu stroitel'noy mekhaniki: ucheb. posobie [Beams and slabs on elastic foundation. Lectures with examples of calculations in a special course of structural mechanics: textbook.]. Moscow: MADI, 2014. 96 p. (rus)

Информация об авторе:

Аксёнов Иван Сергеевич
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», г. Москва, Россия,
инженер ИЛ НИЦ «Фасадные системы».
E-mail: i.aksyonov@ikbs-mgsu.ru

Information about author:

Aksenov Ivan S.
National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,
engineer at the Facade Systems Research Center.
E-mail: i.aksyonov@ikbs-mgsu.ru