

В.В. НАДОЛЬСКИЙ¹¹УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Беларусь

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОГРЕШНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ДЛЯ СТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Аннотация. Применение численных моделей для оценки несущей способности и эксплуатационной пригодности как новых, так и существующих строительных конструкций является одним из наиболее важных достижений последних десятилетий для инженеров-строителей. Численная модель, как и любая другая модель, обладает погрешностью, которую необходимо установить и учесть при обеспечении проектной (конструкционной) надёжности конструкций. При этом статистические характеристики погрешности численных моделей остаются наименее изученными. Целью исследования является развитие и научное обоснование проектирования на основе численных моделей несущей способности. Объектом исследования являются параметры численных моделей и статистические характеристики погрешности (неопределённости) численного результата. Основные задачи тематического исследования включают (i) анализ чувствительности несущей способности от вариаций параметров численных моделей, (ii) верификацию параметров численных моделей на основе экспериментальных данных и (iii) вычисление статистических характеристик погрешности численной модели, предполагаемых в дальнейшем к использованию при развитии формата безопасности и нормировании значений частных коэффициентов надёжности.

Ключевые слова: численная модель несущей способности, формат безопасности, надёжность, неопределённость, погрешность моделирования, метод конечных элементов.

V.V. NADOLSKI¹¹Brest State Technical University, Brest, Belarus

STATISTICAL CHARACTERISTICS OF THE NUMERICAL MODEL UNCERTAINTIES FOR STEEL ELEMENTS

Abstract. The use of numerical models to assess the resistance (load bearing capacity) and serviceability of new and existing structures is one of the most important achievements of recent decades for civil engineers. The numerical model, like any other model, has uncertainties that need to be established and taken into account when ensuring the structural reliability. At the same time, the statistical characteristics of the uncertainty of numerical models remain the least studied. The purpose of the study is to develop and scientifically substantiate the design based on numerical models of load-bearing capacity. The object of the study is the parameters of numerical models and statistical characteristics of the uncertainty of the numerical result. The main objectives of the case study include: (i) analysis of the sensitivity of the results from variations in the parameters of numerical models; (ii) verification of the parameters of numerical models based on experimental data; (iii) calculation of statistical characteristics of the uncertainty of the numerical model, which are expected to be used in the future in the development of the safety format and the normalization of the values of partial reliability factors.

Keywords: numerical model of load-bearing capacity, safety format, reliability, uncertainty, modeling error, finite element method.

Введение

Метод проектирования на основе численных моделей несущей способности, т.е. использование численного анализа для оценки несущей способности и эксплуатационной

© Надольский В.В., 2023

пригодности новых и существующих строительных конструкций, является одним из наиболее важных достижений последних десятилетий для инженеров-строителей [1 - 17]. С развитием компьютерных средств проектирования в ближайшем будущем все больше и больше конструкций, вероятно, будут проектироваться и оцениваться с помощью численного анализа. Однако ценность упрощенных зависимостей не снизится, по крайней мере, для проверки полученных численных результатов.

В силу упрощений в описании параметров численной модели (описание диаграммы деформирования материала, формы и значения несовершенств и т.д.) и изменчивости базисных переменных (таких как предел текучести, размеры сечения), численная модель, как и любая другая модель, обладает погрешностью, которую необходимо установить и учесть при обеспечении проектной (конструкционной) надёжности конструкций [18, 19]. Статистические характеристики погрешности численных моделей остаются наименее изученными, поэтому в большинстве случаев результаты, полученные с помощью численных моделей, считаются абсолютно точными, что не может быть истиной. Количественная оценка погрешности моделирования может быть выполнена посредством сравнения экспериментальных и численных результатов.

Целью исследования является развитие и научное обоснование метода проектирования на основе численных моделей несущей способности. Объектом исследования являются параметры численных моделей и статистические характеристики погрешности (неопределённости) численного результата. Основные задачи тематического исследования включают (i) анализ чувствительности результатов численных моделей от вариаций назначаемого параметра, (ii) верификацию параметров численных моделей на основе экспериментальных данных и (iii) вычисление статистических характеристик погрешности численной модели, предполагаемых в дальнейшем к использованию при развитии формата безопасности и нормировании значений частных коэффициентов надёжности [20].

Метод

Для решения поставленных задач составлена база экспериментальных испытаний стальных элементов. Для пилотной разработки и верификации параметров численных моделей рассмотрены проверки несущей способности стальных элементов, сопровождающейся потерей устойчивости частей сечения. Есть несколько обстоятельств, мотивирующих на использование именно этих испытаний. Первое обстоятельство связано с тем, что для таких проверок характерно выраженное нелинейное поведение в результате физической и геометрической нелинейности, по причине чего классические модели не позволяют отразить физику процесса деформирования. Второе обстоятельство заключается в том, что эти виды проверок позволяют учесть наиболее широкую специфику возможных случаев поведения стальных элементов с позиции графика зависимости отклика конструкции, например перемещения, от уровня нагружения. Большинство других проверок представляют собой частные случаи такого общего поведения стального элемента. Третье обстоятельство связано с тем, что работа элемента с учётом закритической стадии работы отсека представляет собой работу системы: на первом этапе элемент работает упруго с жесткими характеристиками «полного» сечения; потом происходит потеря устойчивости части стенки, и образуется поле растягивающих напряжений, которое воспримет нагрузку; на последующих этапах возрастание несущей способности обеспечивается за счет работы поясов балки, также см. [21]. Четвёртое обстоятельство – то, что для рассматриваемых проверок классические модели являются наиболее сложными и консервативными [22], поэтому использование численных моделей позволит улучшить оценку несущей способности.

Результаты экспериментов с точки зрения максимальной нагрузки сопоставлены с результатами, полученными с помощью соответствующих численных моделей, в частности, метода конечных элементов. База данных сформирована на основании экспериментальных исследований, представленных в [23-29]. Эти испытания являются классическими в области исследования работы стальных элементов с учётом потери местной устойчивости, и их

результаты были положены в основу моделей несущей способности многих нормативных документов, в том числе [30-33]. Для краткости изложения в статье из всей экспериментальной программы представлены только основные размеры испытываемых элементов (a – размер отсека, h_w и t_w – высота и толщина стенки, b_f и t_f – ширина и толщина полок) и прочностные свойства стали (f_y и f_u – предел текучести и предел прочности) (см. таблицу 1).

Таблица 1 – Геометрические параметры и механические свойства стали для испытанных стальных элементов

Обозначение, источник	a , мм	h_w , мм	t_w , мм	b_f , мм	t_f , мм	f_{yw} , МПа	f_{uw} , МПа	f_{yf} , МПа	f_{uf} , МПа
SP600 [23]	2390	600	6	450	20	383	543	354	519
SP1200 [23]	2390	1200	6	450	20	383	543	354	519
G1 [25]	2000	500	2	200	10	280	393	293	422
G2 [25]	1000	500	2	200	10	238	373	293	422
G3 [25]	665	500	2	200	10	247	375	293	422
G4 [25]	500	500	2	200	10	250	369	293	422
G5 [25]	400	500	2	200	10	239	373	293	422
G6 [25]	330	500	2	200	10	256	373	293	422
1VPL2500 [26]	2500	500	4.10	200.0	20.65	325	443	454	595
1VPL1500 [26]	1500	500	4.10	200	20.65	325	443	454	595
1VPL750 [26]	750	500	4.10	200	20.65	325	443	454	595
1VPL450 [26]	450	500	4.10	200	20.65	325	443	454	595
2VPL2500 [26]	2500	500	3.90	200	20.78	210	309	449	591
2VPL1500 [26]	1500	500	3.90	200	20.78	210	309	449	591
2VPL750 [26]	750	500	3.90	200	20.78	210	309	449	591
2VPL450 [26]	450	500	3.90	200	20.78	210	309	449	591
P200 [24]	2400	1200	6	450	20	371	542	354	519
P700 [24]	2400	1200	6	450	20	371	542	354	519
P1440 [24]	2400	1200	6	450	20	371	542	354	519
G6 T1 [27]	1905	1270	4.9	308.1	19.76	253.0	-	261.3	-
G6 T2 [27]	952.5	1270	4.9	308.1	19.76	253.0	-	261.3	-
G6 T3 [27]	635	1270	4.9	308.1	19.76	253.0	-	261.3	-
G7 T1 [27]	1270	1270	4.98	309.6	19.76	253.0	-	259.2	-
G7 T2 [27]	1270	1270	4.98	309.6	19.76	253.0	-	259.2	-
G1 [28]	400	400	4	130	15	318.5	-	303.8	-
G2 [28]	600	600	4	200	10	318.5	-	303.8	-
G3 [28]	600	600	4	200	15	318.5	-	303.8	-
G4 [28]	600	400	4	130	15	318.5	-	303.8	-
G5 [28]	900	600	4	200	10	318.5	-	303.8	-
G6 [28]	900	600	4	200	20	318.5	-	303.8	-
G7 [28]	1200	600	4	200	10	285.2	-	303.8	-
G8 [28]	1200	600	4	200	15	285.2	-	303.8	-
G9 [28]	1200	400	4	130	10	293	-	303.8	-
G10 [28]	1200	400	4	130	15	293	-	303.8	-
PG1-1 [29]	600	600	4.1	200	12.5	343	-	257	-
PG1-2 [29]	600	600	4.1	200	12.3	339	-	250	-
PG1-3 [29]	600	600	4.1	200	12.5	338	-	251	-
PG2-1 [29]	900	900	3.1	300	10.2	285	-	254	-
PG2-2 [29]	900	900	3.1	300	10.2	284	-	256	-
PG2-3 [29]	900	900	3.1	300	10.2	282	-	253	-
PG3-1 [29]	900	600	3.2	200	10.1	282	-	264	-
PG3-2 [29]	900	600	3.2	200	10.2	273	-	263	-
PG3-3 [29]	900	600	3.2	200	10.2	275	-	258	-
PG4-1 [29]	1000	500	1.9	200	9.9	250	-	293	-
PG4-2 [29]	1000	500	1.9	200	9.8	247	-	313	-
PG4-3 [29]	1000	500	1.9	200	10,0	236	-	294	-

В настоящем исследовании численное моделирование выполнено в расчётном комплексе Abaqus, относящемся к наиболее распространённым мощным пакетам [34]. Анализ выполнен с учётом геометрической и физической нелинейности. В качестве итерационного метода расчёта выбран метод Ньютона-Рафсона в сочетании с техникой корректирующих дуг Рикса (инкрементальная процедура) [35]. Нагрузочные штампы моделировали жесткими пластинами типа «дискретное твердое тело, элемент R3D4». Нагружение штампов выполнено сосредоточенной нагрузкой через референтную точку. Взаимодействие между штампами и верхней полкой элемента осуществлено через контакт типа «поверхность с поверхностью» с наличием силы трения. Для описания стали была принята теория пластичности фон-Мизеса и правило изотропного упрочнения. Для образцов, в которых отсутствовали данные для модуля упругости и коэффициент Пуассона, их значения были приняты равными общепринятым значениям $E=210$ ГПа и $\nu=0.3$ соответственно.

Обзор и рекомендации по назначению параметров численных моделей представлены в статьях [36, 37]. Далее представлены основные параметры численных моделей, для которых выполнена верификация на основании экспериментальных данных.

Выбор типа КЭ элементов. Для элементов стальных конструкций целесообразным является применение оболочечных конечных элементов. В качестве базового элемента построения сечения балок был выбран конечный элемент S4 - универсальный оболочечный элемент с конечными мембранными деформациями и с полным интегрированием. Альтернативно выполнен анализ для конечного элемента S4R - универсального оболочечного элемента с редуцированной схемой интегрирования. Также для сравнительного анализа были выбраны трехмерные твердотельные двадцатиузловые элементы C3D20 (с полным интегрированием) и C3D20R (с редуцированной схемой интегрирования). Расхождение значений предельной нагрузки между КЭ моделями составило порядка 2%, однако создание и расчёт моделей с объемными конечными элементами значительно усложняется. Аналогичные результаты представлены в работах [24, 36-38].

Модели материала. Прочностные характеристики, в первую очередь предел текучести - один из наиболее важных параметров, влияющих на поведение элемента и его несущую способность. Помимо значения прочностных характеристик, важную роль выполняет диаграмма деформирования стали и, как следствие, модель материала, используемая в КЭ модели. Для анализа рассмотрены следующие варианты модели материала:

- билинейная без деформационного упрочнения;
- билинейная с деформационным упрочнением с уклоном $E/100$;
- четырехлинейная модель материала в соответствии со Шведским нормативным документом BSK 07 [39];
- четырехлинейная модель материала согласно источнику Yun X. [40];
- на основании результатов испытания.

На рисунке 1 показаны характерные виды зависимостей «нагрузка-перемещение» для разных моделей материала.

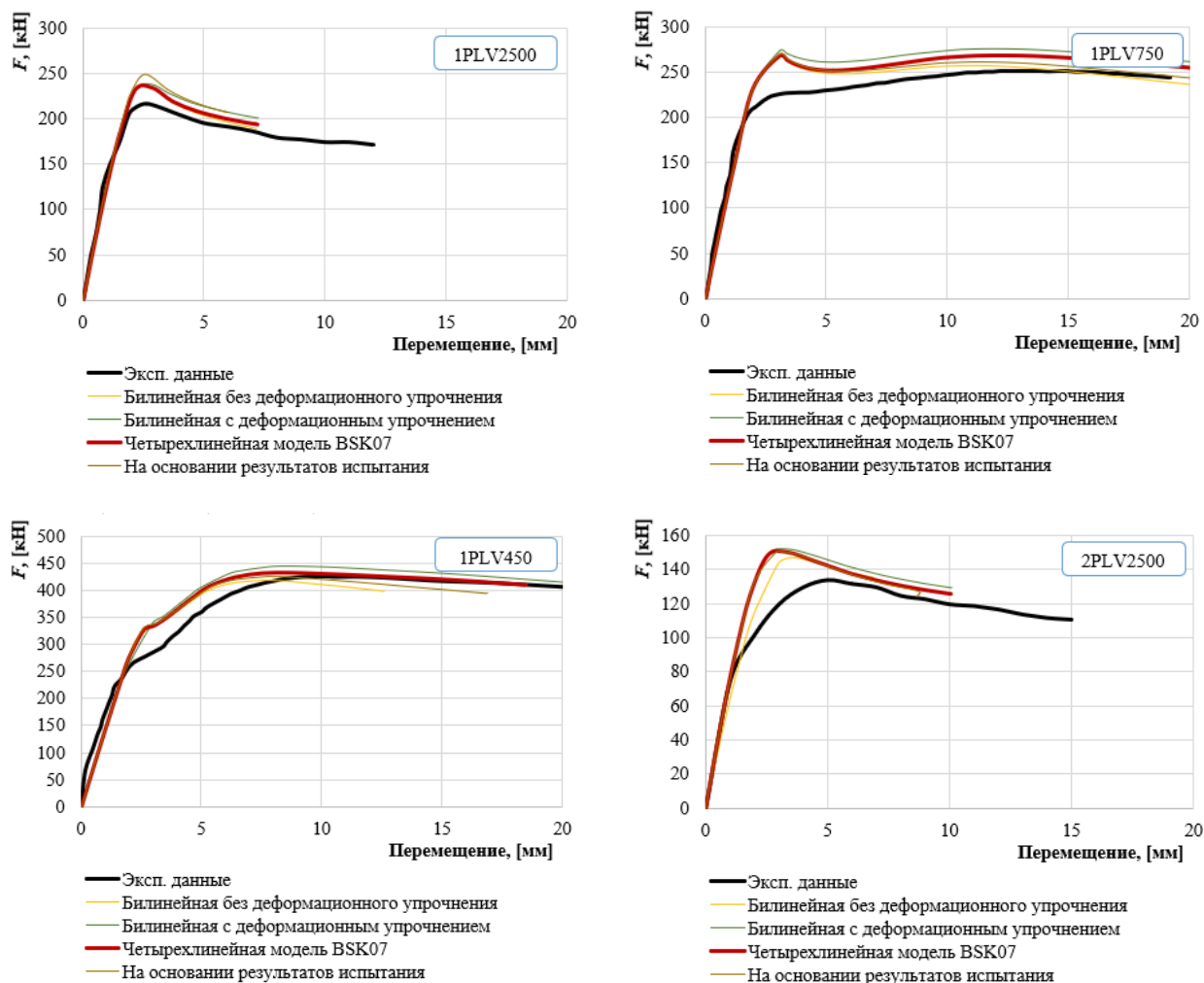


Рисунок 1 – Зависимости «нагрузка-перемещение» для разных моделей стали

Размер конечного элемента. Исследование плотности сетки следует использовать, чтобы показать, что выбранный размер сетки и тип элемента являются точными для анализируемой задачи, и дискретизация существенно не влияет на результаты расчета. Обычно ожидается, что плотность сетки, соответствующая разнице в 5% с конвергентным значением величины отклика системы, обеспечит хорошее приближение. Для анализа влияния размера конечного элемента на результаты расчета и разработки рекомендаций по назначению размеров КЭ выполнены расчеты моделей при разных размерах конечного элемента. Анализ выполнен в графическом виде путем сравнения влияния размера конечного элемента на значение критической силы потери устойчивости и на предельную силу с учетом геометрической и физической нелинейности. Выборочные результаты выполненного исследования чувствительности сетки представлены на рисунке 2. Применяемый размер сетки представлен на горизонтальной оси, на вертикальной оси представлены значения предельной нагрузки (наибольшее значение на графике деформирования) и критической нагрузки. Результаты обеих величин отклика системы показывают, что уменьшение размера сетки приводит к уменьшению предельной или критической нагрузки.

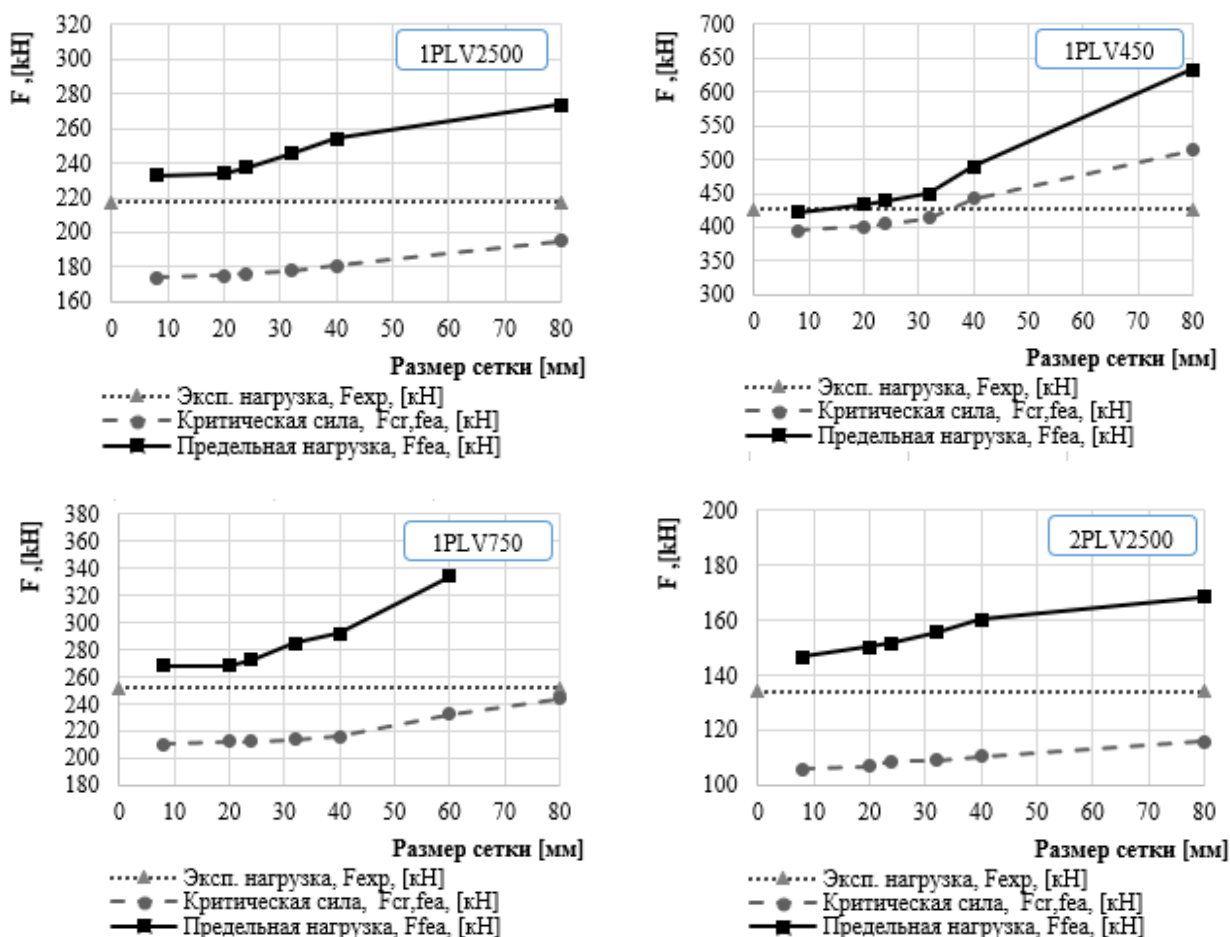


Рисунок 2 – Влияние размера конечного элемента на значение критической и предельной нагрузки

Форма несовершенства. Выполнены расчеты для разных форм упругой потери устойчивости (см. рисунок 3) и их анализ показал, что в качестве базовой модели можно использовать несовершенства по первой форме потери устойчивости. Однако в процессе анализа выяснено несколько интересных особенностей:

а) в первую очередь важна не сама форма и значение несовершенства (хотя они тоже важны), а собственно наличие несовершенств, т.е. наиболее важно их задать. В большинстве случаев несовершенство выступает инициатором начала искривления, потери устойчивости стенки (на рисунке 3 видно, что поведение элемента и значение несущей способности без несовершенства очень сильно отличается от экспериментального);

б) интересная ситуация отмечена для нескольких элементов, нагруженных локальной нагрузкой. В процессе нагружения происходило изменение формы деформирования стенки с С-образной на S-образную. Для такой формы отказа лучше подходит задание несовершенства по S-образной форме. Например, для балки 1VLP750 при задании несовершенств по С-образной форме (первая форма потери устойчивости) на графике деформирования четко заметен «перещелк» формы деформирования стенки (острие на графике). При задании несовершенств в S-образной форме (вторая форма) график более пологий и ближе соответствует экспериментальному. Следует также отметить, что фактически замеренные искривления стенки были по S-образной форме;

в) комбинация форм потери устойчивости позволяет более точно достичь соответствия экспериментальному поведению элемента. Например, для балки 1VPL450 несовершенства, заданные по комбинации форм, позволили получить более точное соответствие экспериментальному поведению элемента. Формы комбинировали таким

образом, чтобы несовершенства были во всех отсеках. Задание несовершенств во всех отсеках представляет собой консервативный подход в оценке несущей способности.

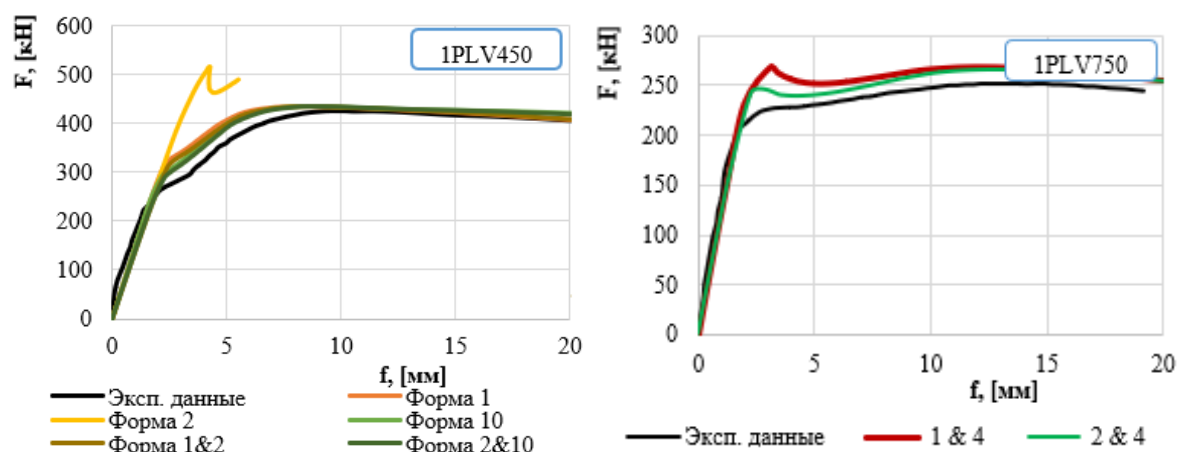


Рисунок 3 – Влияние форм несовершенств

Амплитуда эквивалентных (условных) геометрических несовершенств. Для рассматриваемых моделей несущей способности доминирующим несовершенством является отклонение стенки отсека из плоскости. Для анализа влияния значения несовершенств (значения выгиба стенки балки) были рассмотрены несколько значений (0, 1/500, 1/300, 1/200, 1/150, 1/100). Результаты представлены на рисунке 4.

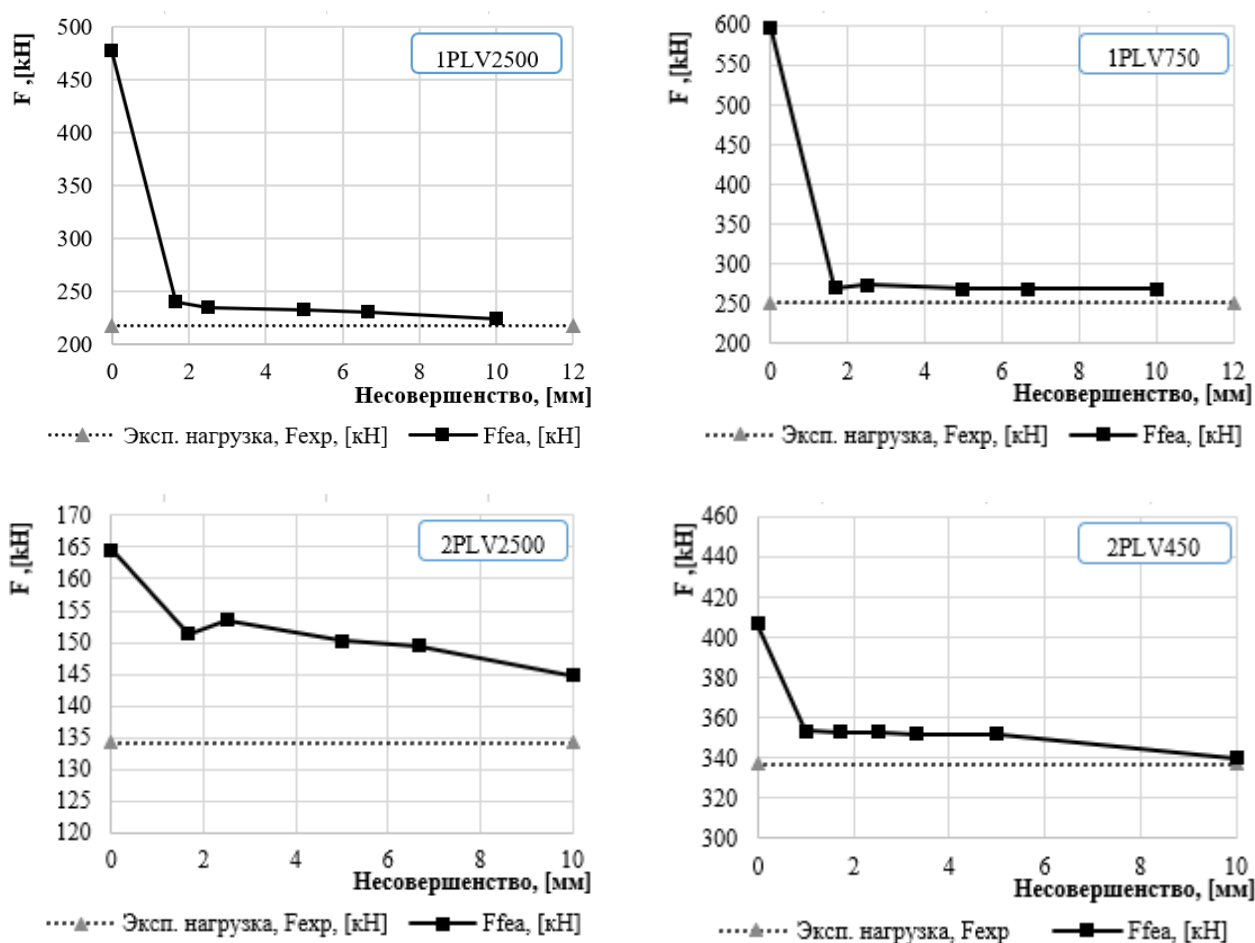


Рисунок 4 – Влияние значения несовершенства

Для рассматриваемых случаев анализ влияния направления несовершенств показал, что направление несовершенства не влияет на поведение и значение отклика, что является ожидаемым для симметричных условий. Однако для общих случаев следует проверять влияние направления несовершенства.

Результаты исследования

На основе выполненного анализа влияния основных параметров численной модели на результаты установлены общие тренды и взаимосвязи, однако для развития указаний по формату проверки безопасности необходимо оценить статистические характеристики погрешности результата численного моделирования и в дальнейшем учесть их при калибровке частных коэффициентов надёжности [20]. Для анализа было выделено 14 различных наборов параметров моделирования, чтобы охарактеризовать всеобъемлющую вероятностную модель для случайной величины погрешности численного моделирования несущей способности. Конкретный набор параметров для численной модели собирает варианты, связанные с видом диаграммы деформирования стали, размером конечного элемента, значением несовершенства. Для базовой модели (обозначена под №1) были назначены следующие параметры: Модель материала: мультилинейная зависимость с площадкой текучести и стадией самоупрочнения [39]; Несовершенства: форма несовершенства назначена на основании форм потери устойчивости, и значение выгиба в максимальной точке принято равным $h_w/100$; Размер и тип КЭ: размер конечного элемента принят равным пяти толщинам стенки сечения ($5t_w$). Тип КЭ – универсальный оболочечный элемент с конечными мембранными деформациями и с полным интегрированием - S4, пять точек интегрирования по толщине оболочки; нелинейный анализ: полный метод Ньютона-Рафсона, метод длины дуги.

Для других анализируемых моделей изменяли только один параметр по отношению к базовой модели № 1: для модели № 2 – билинейная зависимость без стадии самоупрочнения; для модели № 3 – мультилинейная зависимость с площадкой текучести и стадией самоупрочнения [40]; для модели № 4 – билинейная зависимость со стадией самоупрочнения с уклоном $E/100$; для модели № 5 – размер КЭ равен $2t_w$; для модели № 6 – размер КЭ равен $6t_w$; для модели № 7 – размер КЭ равен $8t_w$; для модели № 8 – размер КЭ равен $10t_w$; для модели № 9 – размер КЭ равен $20t_w$; для модели № 10 – значение несовершенства 0; для модели № 11 – значение несовершенства $h_w/300$; для модели № 12 – значение несовершенства $h_w/200$; для модели № 13 – значение несовершенства $h_w/75$; для модели № 14 – значение несовершенства $h_w/50$.

Погрешность моделирования оценена как отношение экспериментального значения F_{exp} к значению, вычисленному с помощью численной модели F_{fea} , т.е. $\theta_{i,j} = F_{exp,j} / F_{fea,i,j}$, (индекс i – номер численной модели, индекс j – номер эксперимента). Далее для вектора значений погрешности моделирования вычислены среднее значение μ и коэффициент вариации V (значение представлены в последних двух строках таблицы 2).

Полученные статистические характеристики подтверждают вышеотмеченные закономерности и дополняют их в следующем:

- среднее значение и коэффициент вариации погрешности моделирования находятся в диапазоне значений 0.89-1.03 и 6.5-8.5%. Среднее значение и коэффициент вариации, вычисленные по всем моделям, равны 0.95 и 10% соответственно.

- модель № 10 (отсутствие несовершенства) не может быть использована для оценки несущей способности, так как не отражает поведение испытанных образцов;

- при увеличении размера конечного элемента от $2t_w$ до $10t_w$ среднее значение уменьшается, однако стоит отметить, что коэффициент вариации изменяется не существенно, поэтому в этих пределах размеров КЭ можно учесть изменчивость за счет частного коэффициента. Однако при замерах КЭ $20t_w$ (модели № 9) результаты расчётов становятся сильно не предсказуемыми (среднее значение 0.81, коэффициент вариации 8.6%).

Таблица 2 – Погрешность (неопределенность) моделирования для разных наборов параметров численных моделей несущей способности

Шифр	F _{exp} , кН	№1, $\theta_{1,j}$	№2, $\theta_{2,j}$	№3, $\theta_{3,j}$	№4, $\theta_{4,j}$	№5, $\theta_{5,j}$	№6, $\theta_{6,j}$	№7, $\theta_{7,j}$	№8, $\theta_{8,j}$	№11, $\theta_{11,j}$	№12, $\theta_{12,j}$	№13, $\theta_{13,j}$	№14, $\theta_{14,j}$
SP600	846.0	1.00	1.00	1.00	0.99	1.01	0.99	0.97	0.94	0.98	0.98	1.03	1.08
SP1200	1030	0.99	1.03	0.98	0.90	1.01	0.98	0.97	0.89	0.96	0.99	1.01	0.97
G1	132.2	0.99	1.03	1.02	0.94	1.01	0.98	0.97	0.90	0.99	0.96	1.03	1.04
G2	158.9	0.86	0.87	0.85	0.85	0.88	0.85	0.84	0.77	0.83	0.84	0.89	0.87
G3	206.3	0.98	1.07	1.05	0.96	1.00	0.97	0.96	0.86	0.96	0.96	1.02	1.02
G4	249.2	1.00	1.14	1.00	0.99	1.02	0.99	0.98	0.91	0.97	0.98	1.04	1.00
G5	274.2	0.95	1.00	0.98	0.88	0.97	0.95	0.94	0.87	0.94	0.94	0.97	1.01
G6	301.4	0.95	1.03	0.99	0.91	0.97	0.95	0.94	0.91	0.93	0.96	0.98	0.96
1VPL2500	217.2	0.93	0.93	0.93	0.91	0.93	0.91	0.88	0.85	0.91	0.93	0.94	0.97
1VPL1500	195.7	1.03	1.06	1.04	1.03	1.05	1.02	1.00	0.95	1.01	1.03	1.03	1.09
1VPL750	251.8	0.90	0.97	0.90	0.87	0.92	0.90	0.89	0.82	0.88	0.89	0.92	0.92
1VPL450	426.0	0.98	1.02	0.99	0.96	1.01	0.97	0.95	0.87	0.98	0.98	0.98	0.98
2VPL2500	134.3	0.89	0.91	0.89	0.88	0.91	0.88	0.86	0.84	0.89	0.87	0.90	0.93
2VPL1500	126.2	0.94	0.96	0.94	0.89	0.96	0.93	0.92	0.86	0.93	0.91	0.96	0.97
2VPL750	190.9	0.98	1.01	0.99	0.93	1.00	0.97	0.96	0.86	0.95	0.96	0.99	0.98
2VPL450	337.0	0.96	0.98	0.95	0.91	0.98	0.95	0.92	0.90	0.95	0.96	0.96	0.99
P200	544.0	1.01	1.08	1.05	0.95	1.03	1.00	0.99	0.92	1.00	1.00	1.04	1.00
P700	660.0	0.97	1.01	1.00	0.94	0.99	0.96	0.95	0.91	0.96	0.97	0.99	0.96
P1440	808.0	0.90	0.91	0.88	0.81	0.90	0.87	0.87	0.81	0.87	0.88	0.90	0.90
G6 T1	515.0	0.92	0.98	0.96	0.92	0.94	0.91	0.90	0.84	0.90	0.91	0.96	0.97
G6 T2	666.0	0.99	1.05	0.99	0.94	1.00	0.97	0.97	0.92	0.96	0.99	0.99	1.08
G6 T3	785.9	1.05	1.06	1.05	1.03	1.07	1.04	1.03	0.93	1.03	1.04	1.09	1.16
G7 T1	621.6	0.90	0.93	0.91	0.88	0.92	0.90	0.88	0.84	0.88	0.90	0.93	0.94
G1	282.4	1.06	1.20	1.06	1.08	1.09	1.06	1.04	0.98	1.04	1.04	1.10	1.12
G2	332.5	1.14	1.18	1.14	1.05	1.16	1.13	1.12	1.06	1.11	1.12	1.16	1.21
G3	337.4	0.90	1.00	0.90	0.81	0.91	0.89	0.88	0.79	0.87	0.89	0.91	0.94
G4	268.8	0.91	1.00	0.93	0.78	0.92	0.90	0.89	0.83	0.89	0.91	0.92	0.99
G5	286.4	0.90	0.91	0.90	0.83	0.92	0.89	0.88	0.81	0.88	0.89	0.92	0.97
G6	312.8	0.90	0.99	0.91	0.84	0.92	0.90	0.88	0.79	0.88	0.90	0.93	0.94
G7	258.9	0.97	0.98	0.97	0.98	0.99	0.96	0.95	0.86	0.96	0.96	0.98	1.02
G8	276.5	0.94	1.02	0.95	0.95	0.96	0.93	0.92	0.84	0.92	0.94	0.96	1.00
G9	161.8	1.05	1.16	1.06	0.91	1.07	1.04	1.03	0.95	1.02	1.02	1.08	1.00
G10	194.6	0.96	1.01	0.92	0.97	0.98	0.94	0.94	0.89	0.94	0.96	0.97	1.01
PG1-1S	373.0	0.89	0.92	0.88	0.86	0.90	0.88	0.87	0.78	0.86	0.88	0.91	0.94
PG1-1P	220.0	0.97	1.07	0.98	0.95	0.99	0.96	0.95	0.91	0.93	0.96	1.00	1.05
PG1-2SP1	205.0	0.95	0.96	0.95	0.93	1.00	0.94	0.94	0.92	0.92	0.91	0.96	0.99
PG1-2SP2	208.0	0.94	0.97	0.94	0.85	0.96	0.93	0.92	0.84	0.92	0.92	0.94	0.95
PG1-3SP1	175.0	0.96	0.98	0.96	0.91	0.98	0.95	0.94	0.90	0.95	0.96	0.98	0.99
PG1-3SP2	186.0	1.02	1.10	1.02	1.01	1.04	1.01	1.00	0.90	1.01	1.01	1.05	1.06
PG2-1S	271.0	0.93	1.00	0.95	0.94	0.95	0.92	0.91	0.87	0.90	0.93	0.95	0.94
PG2-1P	113.0	1.02	1.28	1.01	0.95	1.04	1.01	1.00	0.97	0.99	1.02	1.03	1.07
PG2-2SP1	51.0	1.02	1.15	1.01	1.09	1.04	1.01	1.00	0.96	1.01	1.02	1.06	1.05
PG2-2SP2	25.0	0.91	0.94	0.91	0.82	0.92	0.90	0.89	0.82	0.89	0.90	0.93	0.91
PG2-3SP1	74.0	0.87	0.93	0.86	0.80	0.89	0.86	0.85	0.82	0.85	0.88	0.91	0.89
PG2-3SP2	16.0	0.94	0.99	0.99	0.95	0.97	0.93	0.93	0.85	0.92	0.92	0.96	1.00
PG3-1S	202.0	1.05	1.22	1.06	0.94	1.06	1.04	1.03	0.94	1.05	1.03	1.05	1.08
PG3-1P	120.0	1.01	1.12	1.01	0.91	1.04	1.01	0.99	0.91	0.99	1.00	1.02	1.03
PG3-2SP1	36.0	1.10	1.11	1.09	1.08	1.12	1.09	1.08	1.02	1.10	1.07	1.12	1.14
PG3-2SP2	110.0	0.98	1.07	1.01	0.94	1.00	0.97	0.96	0.89	0.96	0.98	1.01	1.01
PG3-3SP1	60.0	1.03	1.05	1.01	0.96	1.05	1.02	1.01	0.93	1.01	1.03	1.05	1.03
PG3-3SP2	106.0	1.00	1.03	1.02	0.99	1.03	0.99	0.98	0.89	0.99	0.99	1.03	1.10
		0.97	1.03	0.98	0.93	0.99	0.96	0.95	0.89	0.95	0.96	0.99	1.00
	V, %	6.4	8.4	6.6	7.9	6.4	6.5	6.6	6.8	6.8	6.4	6.6	7.3

В результате выполненного анализа можно дать следующие рекомендации по назначению параметров численных моделей несущей способности:

- для диаграммы деформирования стали рекомендуется использовать билинейную зависимость без деформационного упрочнения как консервативную оценку или мультилинейную зависимость с площадкой текучести и со стадией самоупрочнения как наиболее точно отражающую поведение и значение несущей способности. Расхождение результатов численных моделей с использованием разных четырехлинейных зависимостей составило порядка 2%, что свидетельствует о том, что все рассмотренные четырехлинейные модели материала являются применимыми для решения данной задачи. Билинейная зависимость без площадки текучести и со стадией упрочнения приводит к завышению несущей способности, поэтому ее не рекомендуется использовать;

- результаты работы доказывают важность проверки ошибок дискретизации, поскольку значения как предельных, так и критических нагрузок являются небезопасными при применении слишком больших размеров сетки КЭ, поэтому во всех случаях рекомендуется выполнять проверку сеточной сходимости по критерию значения предельной или критической силы. Показано, что для снижения трудозатрат анализ сеточной сходимости можно выполнять по критерию «упругая критическая сила»;

- оптимальный размер конечного элемента зависит, в том числе, от используемого расчётного комплекса, т.е. от особенностей реализации типа конечного элемента, поэтому в этом вопросе трудно дать какие-либо универсальные численные указания. На основании выполненного анализа можно утверждать, что для мощных расчётных комплексов, таких как Abaqus и Ansys, оптимальный размер конечного элемента составляет 5-10 толщин стенки, и во всех случаях увеличение размера конечного элемента влияет в неблагоприятную сторону, т.е. происходит завышение значения предельной нагрузки. Интересным фактом является то, что до определённого размера КЭ, ориентировочно до $10t_w$, результаты сохраняют стабильность, т.е. коэффициент вариации практически не изменяется. Для практического применения данное обстоятельство означает, что повышенное значение предельной нагрузки можно понизить с помощью постоянного числа (в рассматриваемых случаях при $10t_w$ равно 1.1) и при этом не произойдёт искажений в поведении элемента. Однако, при очень больших размерах конечных элементов, более $20t_w$, погрешность моделирования существенно увеличивается, а в некоторых случаях изменяются поведение элемента и форма отказа. Применение объёмных элементов не приводит к существенному увеличению точности модели. Выбор размера конечного элемента может также быть основан на длине зоны выпучивания при потере устойчивости, для сходимости результатов необходимо порядка 10 и более размеров на волну потери устойчивости, однако такой способ трудно автоматизировать, поэтому его рекомендуется использовать в качестве дополнительного. В ряде случаев может быть полезно использовать сгущение сетки в зоне локализации наибольших напряжений (деформаций), однако такой способ более трудоемкий и требует итерационного процесса;

- анализ влияния форм и значений несовершенств на поведение и значения несущей способности показал, что важно само наличие (задание) несовершенства, данное несовершенство выступает инициатором потери устойчивости стенки. Выполненное исследование показало ограниченную чувствительность поведения стальных элементов к значению несовершенства (необходимо само наличие несовершенства). Для большинства случаев верифицированных расчётов влияние формы и значения несовершенств составляет до 5%, в отдельных случаях наблюдается увеличение разброса до 10%, характерное для элементов с гибкими стенками, подверженных преобладающему воздействию локальной нагрузки.

- целесообразно задавать несовершенство со значением в диапазоне $b/200 \dots b/100$, где b – расчетный размер отсека. В качестве базового значения рекомендуется использовать $b/100$ (это значение позволяет получить чуть более консервативные результаты). При малых величинах (меньше $a/250$) в ряде случаев решение становится не стабильным. При больших значениях несовершенств несущая способность занижается, при этом несовершенства более $b/100$ не соответствуют требованиям к точности изготовления, поэтому такие значения

следует считать маловероятными. Направление несовершенства следует применять с целью достижения минимального значения несущей способности.

– что касается формы несовершенства, то наиболее универсальным является задавать несовершенства на основе первой формы потери устойчивости. В ряде случаев более точным является учет последующих форм и нескольких форм потери устойчивости (чтобы несовершенства присутствовали во всех отсеках балки), однако следует избегать сильно нереалистичных сценариев. При этом формы потери устойчивости не должны комбинироваться, если они значительно увеличивают выгиб в конкретном одном локальном месте. В качестве базового способа задания несовершенства рекомендуется метод, основанный на собственных формах потери устойчивости. Анализ других способов задания несовершенств представлен в статьях [9, 36] (расхождение результатов предельной нагрузки между КЭ моделями составило порядка 3%), выбранный способ более перспективен также с позиции автоматизации расчётов;

– в качестве итерационного метода анализа рекомендуется применять метод Ньютона-Рафсона в сочетании с техникой длин дуг, в частности, рекомендуется использовать технику корректирующих дуг Рикса (итерационная и инкрементальная процедура решения нелинейной задачи).

Для более всестороннего изучения погрешности численной модели была расширена база данных за счёт результатов исследований, представленных в литературных источниках. Далее представлено краткое описание моделей, используемых в источниках:

– источник [23]. **Модель материала:** четырёхлинейная на основании [39]; **Несовершенства:** измеренные форма и значения; **Размер КЭ:** в качестве критерия для выбора размера конечного элемента принят размер полутолщины потери устойчивости. Шесть КЭ для линейной функции формы (Shell 181) на длине полутолщины потери устойчивости и четыре КЭ в случае использования квадратичной функции формы (Shell 281). **Тип КЭ:** анализировались два типа оболоченных элементов Shell 181 и Shell 281; **Другое:** Ansys, полный метод Ньютона-Рафсона, метод длины дуги. Сварочные напряжения не учитывались. Назначено пять точек интегрирования по толщине листа.

– источник [24]. **Модель материала:** критерий текучести Мизеса, правило изотропного упрочнения; **Несовершенства:** по первой форме потери устойчивости с измеренными значениями; **Размер КЭ:** на основании анализа сходимости, около 25 мм (соответствует 4 толщинам стенки); **Тип КЭ:** S4R; **Другое:** Abaqus, сварные напряжения были учтены.

– источник [1]. **Модель материала:** идеально упруго-пластичный материал; **Несовершенства:** первая форма потери устойчивости с амплитудой $h_w / 200$; **Размер КЭ:** нет критерия, около 10 мм (локальная нагрузка), около 50 мм (сдвиг, изгиб); **Тип КЭ:** Shell 181; **Другое:** Ansys, модифицированный метод Рикса, сварочные напряжения не учитывались.

– источник [2]. **Модель материала:** критерий текучести Мизеса, правило изотропного упрочнения, диаграмма деформирования включала три линейных участка (i) до предела текучести с модулем упругости равным 210 ГПа, (ii) до предела прочности (соответствует деформации 10%) с пониженным модулем упругости, (iii) идеально пластичный после достижения предельного напряжения; **Несовершенства:** три разных способа. Первый принят по синусоиде с амплитудой $h_w / 200$, второй – по первой форме потери устойчивости с амплитудой $h_w / 200$, третий – по фактически замеренным несовершенствам. Также выполнено сравнение двух значений несовершенств $h_w / 500$ и $h_w / 200$; **Размер КЭ:** критерия нет, около 20...25 мм; **Тип КЭ:** Shell 181; **Другое:** Ansys, метод решения Ньютона-Рафсона, сварочные напряжения не учитывались.

– источник [3]. **Модель материала:** идеально упруго-пластичный материал с использованием критерия текучести Мизеса; **Несовершенства:** выполнено сравнение трех разных способов. Первый – по синусоиде с амплитудой $h_w / 200$, второй – по первой форме потери устойчивости с амплитудой $h_w / 200$, третий – по фактически замеренным несовершенствам. Также были учтены несовершенства продольного ребра жесткости с

амплитудой $L / 400$; **Размер КЭ**: критерия нет, около 20 мм; **Тип КЭ**: Shell 181; **Другое**: Ansys, метод решения Ньютона-Рафсона, сварочные напряжения не учитывались.

– источник [4]. **Модель материала**: мультилинейная модель упругопластического материала с использованием критерия текучести фон Мизеса. Диаграмма деформирования включала четыре линейных участка (i) до предела текучести с модулем упругости, равным 210 ГПа, (ii) площадка текучести протяжённостью 1% (iii) до предела прочности (соответствует деформации 15%) с пониженным модулем упругости, (iiii) идеально пластичный после достижения предельного напряжения; **Несовершенства**: выполнено сравнение трех разных способов. Первый – по синусоиде с амплитудой $h_w / 200$, второй – по первой форме потери устойчивости с амплитудой $h_w / 200$, третий – по фактически замеренным несовершенствам. Также были учтены несовершенства продольного ребра жесткости с амплитудой $L / 400$; **Размер КЭ**: критерия нет, около 20 мм; **Тип КЭ**: Shell 181; **Другое**: Ansys, методы решения Ньютона-Рафсона, сварочные напряжения не учитывались.

– источник [5]. **Модель материала**: четырехлинейная на основании [39]; **Несовершенства**: измеренные, по полуволне и волне синусоиды, на основании первой формы потери устойчивости, учтены несовершенства элементов рёбер жёсткости; **Размер КЭ**: критерия нет, около 20 мм; **Тип КЭ**: Shell 181; **Другое**: Ansys, метод решения Ньютона-Рафсона, сварочные напряжения не учитывались.

– источник [6]. **Модель материала**: кривая испытания образцов, преобразованная в истинные напряжения и деформации; **Несовершенства**: на основании замеров формы и амплитуды; **Размер КЭ**: 5 мм (около толщины стенки), на основании анализа сходимости; **Тип КЭ**: S4; **Другое**: Abaqus, модифицированный метод Рикса, сварочные напряжения не учитывались.

– источник [7]. **Модель материала**: линейная зависимость напряжения от деформации предполагалась до предела текучести (f_{yw}), после чего материал переходит в идеально-пластическое поведение вплоть до начала деформационного упрочнения, связанного с деформацией 1%. Деформационное упрочнение до предела прочности, соответствующего деформации 10%; **Несовершенства**: на основании форм потери устойчивости со значениями, подогнанными по эксперименту; **Размер КЭ**: 5 мм (около 1-2 толщин стенки), на основании анализа сходимости; **Тип КЭ**: S4R; **Другое**: Abaqus, модифицированный метод Рикса, сварочные напряжения не учитывались.

– источник [8]. **Модель материала**: на основании испытания образцов; **Несовершенства**: измеренные форма и значение; **Размер КЭ**: критерия нет, анализ выполнен для двух размеров 40 мм (около 6.5 толщин стенки) и 25 мм (около 4.1 толщин стенки). Оба размера показали хорошую сходимость с экспериментом; **Тип КЭ**: S4R; **Другое**: Abaqus, сварочные напряжения не учитывались.

– источник [10]. **Модель материала**: измеренная диаграмма напряжений–деформаций была преобразована в виде истинных напряжений и логарифмических деформаций; **Несовершенства**: $\min(h_w / 400, a / 400)$; **Размер КЭ**: $h_w / 40$ (около 37 мм, около $5 \dots 7 t_w$); **Тип КЭ**: S4R; **Другое**: Abaqus, сварочные напряжения не учитывались.

– источник [11]. **Модель материала**: билинейная зависимость со стадией самоупрочнения $E/100$, как материал Мизеса с правилом изотропного упрочнения; **Несовершенства**: по первой форме потери устойчивости, со значениями, измеренными в экспериментальных образцах; **Размер КЭ**: на основании анализа сходимости, 4 КЭ на ширину гофры (от 30 до 50 мм, от $6 t_w$ до $15 t_w$), 6 КЭ на ширину полки (от 40 мм до 60 мм, от 3.5 до $3.5 t_f$); **Тип КЭ**: S8R5; **Другое**: Abaqus, сварочные напряжения не учитывались, модифицированный метод Рикса.

– источник [12]. Описание КЭ модели представлено в ограниченном виде, сделана ссылка на источник [41], который автору статьи не удалось найти в свободном доступе и изучить.

Статистический анализ данных, представленных в таблице 3, показал, что среднее значение и коэффициент вариации погрешности моделирования равны 1.0 и 4.5%, соответственно. Следует отметить, что данные работы, как правило, были направлены на подгонку численных моделей по экспериментальным данным для дальнейших параметрических исследований.

Таблица 3 – Погрешность моделирования на основе литературных источников

№ п/п	Источник	На основе	Шифр	$F_{\text{exp}}, \text{кН}$	$F_{\text{fea}}, \text{кН}$	$F_{\text{exp}} / F_{\text{fea}}$	№ п/п	Источник	На основе	Шифр	$F_{\text{exp}}, \text{кН}$	$F_{\text{fea}}, \text{кН}$	$F_{\text{exp}} / F_{\text{fea}}$
1	[1]	[42]	B3-3	70.5	77.1	0.915	58	[8]	[8]	G3	1412	1412	1.000
2	[1]	[42]	B3-7	90.7	88.7	1.022	59	[8]	[8]	G4	1591	1500	1.061
3	[1]	[42]	B3-12	111.3	115.9	0.961	60	[4]	[4]	1	754.2	748.7	1.007
4	[1]	[42]	B3-20	130.6	135.2	0.966	61	[4]	[4]	2	956.5	915.7	1.045
5	[1]	[43]	LS1	808	811	0.996	62	[4]	[4]	3	764.8	756.6	1.011
6	[1]	[44]	H1-T1	2542	2413	1.053	63	[4]	[4]	4	949	941.9	1.008
7	[1]	[45]	G8	996	973	1.024	64	[4]	[4]	5	1192	1131	1.054
8	[1]	[46]	T01-4	535	515.8	1.037	65	[4]	[4]	6	1119	1079	1.037
9	[1]	[46]	T02-4	480	456.3	1.052	66	[4]	[4]	7	1077	1047	1.029
10	[1]	[46]	T03-4	500	488.3	1.024	67	[4]	[4]	8	1263	1239	1.019
11	[1]	[46]	VT03-4	715	649.8	1.100	68	[4]	[4]	9	1220	1193	1.023
12	[1]	[46]	VT05-4	410	404.7	1.013	69	[4]	[4]	10	1090	1074	1.014
13	[1]	[47]	PG1-2SP1	205	204.4	1.003	70	[4]	[4]	11	1281	1245	1.029
14	[1]	[47]	PG1-2SP2	208	206.5	1.007	71	[4]	[4]	12	772.4	732.1	1.055
15	[1]	[47]	PG3-3SP2	106	109.7	0.966	72	[25]	[25]	G1	132.2	143.1	0.924
16	[1]	[47]	PG4-3SP2	44	43.6	1.009	73	[25]	[25]	G2	158.9	162.1	0.980
17	[1]	[47]	PG5-1BSP	79	83.7	0.944	74	[25]	[25]	G3	206.3	201.2	1.025
18	[2]	[23]	SP1200	1030	1013	1.017	75	[25]	[25]	G4	249.2	254.6	0.979
19	[23]	[23]	SP1200	1030	1027	1.003	76	[25]	[25]	G5	274.2	264.5	1.037
20	[23]	[23]	SP600	846	892	0.948	77	[25]	[25]	G6	301.4	300.2	1.004
21	[3]	[5]	I	659	636.8	1.035	78	[24]	[24]	P200	544	540	1.007
22	[3]	[5]	II	1034	1075	0.962	79	[24]	[24]	P660	660	678	0.973
23	[3]	[5]	III	949	909.7	1.043	80	[24]	[24]	P808	808	833	0.970
24	[5]	[5]	I	659	657	1.003	81	[48]	[48]	1a	727	710	1.024
25	[5]	[5]	II	1034	1010	1.024	82	[48]	[48]	1b	790	778	1.015
26	[5]	[5]	III	949	914	1.038	83	[48]	[48]	2a	1209	1298	0.931
27	[6]	[6]	A15	143.3	142.7	1.004	84	[48]	[48]	2b	1250	1300	0.962
28	[6]	[6]	A12	154.6	144.3	1.071	85	[48]	[8]	G1	1453	1494	0.973
29	[6]	[6]	A1	165	166.0	0.994	86	[48]	[8]	G2	1569	1524	1.030
30	[6]	[6]	A11	199	204.1	0.975	87	[48]	[8]	G3	1412	1428	0.989
31	[6]	[6]	A2	215	224.5	0.958	88	[48]	[8]	G4	1591	1468	1.084
32	[6]	[6]	A13	230	242.3	0.949	89	[48]	[8]	G1	1453	1408	1.032
33	[6]	[6]	A14	165.9	148.0	1.120	90	[48]	[8]	G2	1569	1446	1.085
34	[6]	[6]	A4	180	156.8	1.147	91	[48]	[8]	G3	1412	1355	1.042
35	[6]	[6]	A3	183	174.5	1.048	92	[48]	[8]	G4	1591	1408	1.130
36	[6]	[6]	A17	194.3	193.0	1.006	93	[10]	[10]	SO	1934	1991	0.971
37	[6]	[6]	A5	225	227.1	0.991	94	[10]	[10]	SC	2049	2134	0.960
38	[6]	[6]	A6	259	251.7	1.029	95	[10]	[10]	UO	2173	2186	0.994
39	[6]	[6]	A7	255	281.2	0.907	96	[10]	[10]	UC	2087	2125	0.982
40	[6]	[6]	A16	244.6	254.7	0.960	97	[49]	[27]	G6-T1	516	542	0.952
41	[7]	[7]	C-3-0	85.9	86.8	0.990	98	[49]	[27]	G7-T1	623	649	0.960
42	[7]	[7]	C-3-50	107.6	104.2	1.033	99	[49]	[27]	G7-T2	645	649	0.994
43	[7]	[7]	C-3-100	102.9	102.9	1.000	100	[49]	[27]	G8-T1	378	403	0.938
44	[7]	[7]	C-6-150	360.2	358.3	1.005	101	[49]	[27]	G8-T2	445	562	0.792
45	[7]	[7]	C-6-0	239.9	236.3	1.015	102	[49]	[27]	G8-T3	516	562	0.918
46	[7]	[7]	C-6-50	275.9	274.4	1.005	103	[49]	[50]	2.2	75	75	1.000
47	[7]	[7]	C-6-100	300.3	293.5	1.023	104	[49]	[51]	US3/5	90	99	0.909
48	[12]	[12]	nr700ad15	309.2	319.2	0.969	105	[49]	[52]	STG1	60	53	1.132
49	[12]	[12]	r700ad15	327.1	354.6	0.923	106	[49]	[52]	STG4	35	25	1.400
50	[12]	[12]	nr600ad2	260.6	270.8	0.962	107	[49]	[52]	RTG1	40	40	1.000
51	[12]	[12]	r600ad2	262.9	287.8	0.913	108	[49]	[52]	RTG2	41	40	1.025
52	[12]	[12]	nr500ad25	228.0	231.3	0.986	109	[49]	[53]	MSO	94	100	0.940
53	[12]	[12]	r500ad25	236.5	232.5	1.017	110	[49]	[54]	CP1/1	88	88	1.000
54	[12]	[12]	nr400ad32	217.9	210.4	1.036	111	[49]	[55]	S-2	161	158	1.019
55	[12]	[12]	r400ad325	215.3	210.5	1.023	112	[49]	[55]	S-3	198	208	0.952
56	[8]	[8]	G1	1453	1466	0.991	113	[11]	[56]	M12	109.2	112.5	0.971
57	[8]	[8]	G2	1569	1552	1.011	114	[11]	[57]	G7A	242.3	243.8	0.994

Выводы

В статье представлены основные параметры построения численных моделей, верифицированные на основании экспериментальных данных испытаний стальных элементов, включающих, в том числе, механизмы отказа, сопровождающиеся потерей местной устойчивости и изменением стадии работы отсека.

В большинстве случаев погрешностью численной модели пренебрегают, считая численную модель абсолютно точной. Однако, как показал анализ, данная предпосылка в определённой степени справедлива для хорошо подогнанных по экспериментальным данным моделей несущей способности, так как погрешность моделирования по сравнению с неопределённостями, вносимыми другими переменными, мала. Погрешность моделирования, оценённая на основании хорошо подогнанных численных моделей, имеет среднее значение 1.0 и коэффициент вариации 4.5%.

Однако для применения в повседневном проектировании необходимо учитывать погрешность для набора наиболее универсальных параметров [20]. Оценка значений статистических характеристик погрешности КЭ модели при использовании рекомендованных параметров показала, что среднее значение и коэффициент вариации находятся в диапазоне значений 0.9-1.0 и 6.5-8.5%. Анализ также показал ограниченную чувствительность погрешности КЭ модели при задании параметров в диапазонах рекомендуемых значений, что свидетельствует о возможности применения численных моделей для более широкого спектра параметров исполнения конструктивных элементов, нежели чем только верифицированных.

Безусловно статистические характеристики погрешности численной модели зависят от специфики применяемого программного комплекса (типов конечных элементов, методов решения нелинейных задач и т.д.) и рассматриваемого вида напряжённо-деформируемого состояния. Поэтому нужно чётко понимать, что применение принципа проектирования на основе численных моделей несущей способности без должной верификации принципов построения численных моделей и верификации программы конечно-элементного анализа не может быть реализован для применения как в научно-исследовательских задачах, так и в повсеместном проектировании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Graciano C., Ayestará, A. Steel plate girder webs under combined patch loading, bending and shear. *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 80. Pp. 202-212. doi:10.1016/j.jcsr.2012.09.018.
2. Kövesdi B., Alcaine J., Dunai L., Braun B. Interaction behaviour of steel I-girders Part I: Longitudinally unstiffened girders. *Journal of Constructional Steel Research*. 2014. Vol. 103. Pp. 327-343. doi:10.1016/j.jcsr.2014.06.018.
3. Kövesdi B., Alcaine J., Dunai L., Braun B. Interaction behaviour of steel I-girders; part II: Longitudinally stiffened girders. *Journal of Constructional Steel Research*. 2014. Vol. 103. Pp. 344-353. doi:10.1016/j.jcsr.2014.06.017.
4. Kövesdi B., Kuhlmann U., Dunai L. Combined shear and patch loading of girders with corrugated webs. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. 2010. Vol. 54(2). Pp. 79-88.
5. Seitz M. Tragverhalten längsversteifter Blechträger unter quergerichteter Krafteinleitung (Longitudinally stiffened girder webs subjected to patch loading). Institute for Structural Design. Universität Stuttgart. 2005.
6. Kovacevic S., Markovic N., Sumarac D., Salatic R. Influence of patch load length on plate girders. Part II: Numerical research. *Journal of Constructional Steel Research*. 2019. Vol. 158. P. 213-229. doi:10.1016/j.jcsr.2019.03.025.
7. Rogač M., Aleksić S., Lučić D. Influence of patch load length on resistance of I-girders. Part-II: Numerical research. *Journal of Constructional Steel Research*. 2021. Vol. 176. Pp. 106-138. doi:10.1016/j.jcsr.2020.106369.
8. Pavlovčič L., Detzel A., Kuhlmann U., Beg D. Shear resistance of longitudinally stiffened panels. Part 1: Tests and numerical analysis of imperfections. *Journal of Constructional Steel Research*. 2007. Vol. 63(3). Pp. 337-350.
9. Nadolski V., Marková J., Podymako V., Sykora M. Pilot numerical analysis of resistance of steel beams under combined shear and patch loading. *Proceedings of conference Modelling in Mechanics 2022*, Technical University of Ostrava. 2021. Pp. 21-29.
10. Sinur F., Beg D. Moment-shear interaction of stiffened plate girders. Tests and numerical model verification. *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 85. Pp. 116-129. doi:10.1016/j.jcsr.2013.03.007.
11. Riahi F., Behraves A., Fard M. Y., Armaghani A. Shear Buckling Analysis of Steel Flat and Corrugated Web I-girders. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2018. Vol. 22(12). Pp. 5058-5073.
12. Estrada I., Real E., Mirambell E. General behaviour and effect of rigid and non-rigid end post in stainless steel plate girders loaded in shear. Part II: Extended numerical study and design proposal. *Journal of Constructional Steel Research*. 2007. Vol. 63. Pp. 985-996. doi:10.1016/j.jcsr.2006.08.0.

13. Ботян С.С., Жамойдик С.М., Кудряшов В.А., Олесиук Н.М., Писченков И.А. Оценка огнестойкости стальных строительных конструкций с учетом влияния теплообмена с примыкающими смежными конструкциями // Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси. 2021. Т. 5. № 3. С. 278-288. doi:10.33408/2519-237X.2021.5-3.278.
14. Надольский В.В. Расчет и конструирование фланцевого соединения элементов прямоугольного сечения, подверженных центральному растяжению. Вестник Полоцкого государственного университета. 2018. № 16. С. 121–130.
15. Саиян С.Г., Паушкин А.Г. Численное параметрическое исследование напряженно-деформированного состояния двутавровых балок с различными типами гофрированных стенок // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. № 6. С. 676-687.
16. Мартынов Ю.С., Надольский В.В., Верева Ф.А. Стеновые панели на основе кассетных профилей. Часть 1. Теоретические исследования // Строительство и реконструкция. 2019. № 4 (84). С. 26-37.
17. Афенченко Д. С., Петрова Ю. Н., Устинова М. Э., Олейникова Р.Е. Верификация аналитического расчёта несущей способности перфорированного стержня средствами конечно-элементного комплекса // Вестник Керченского государственного морского технологического университета. 2019. № 4. С. 118-129.
18. Надольский В.В. Неопределенности расчетных моделей сопротивления стальных конструкций // Вестник Полоцкого государственного университета. 2016. № 8. С. 66–72.
19. Sýkora M., Marková J., Nadolski V. Application of Semi-Probabilistic Methods to Verification of Series System. Transactions of the Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series. 2021. Vol. 21/2. Pp. 80–85. doi:10.35181/tces-2021-0018.
20. Тур В.В., Надольский В.В. Концепция проектирования строительных конструкций на основе численных моделей сопротивления // Строительство и реконструкция. 2022. № 6 (104). С. 78-90. doi:10.33979/2073-7416-2022-104-6-78-90.
21. Надольский В.В. Анализ расчетных моделей сопротивления локальной нагрузке стальных элементов // Вестник БрГТУ. 2016. № 1(97). С. 167–171.
22. Надольский В.В. Надежность стального элемента при потере местной устойчивости стенки // Вестник МГСУ. 2022. Т. 17. Вып. 5. С. 569–579. doi:10.22227/1997-0935.2022.5.569-579.
23. Braun B. Stability of steel plates under combined loading. Mitteilungen. Institut für Konstruktion und Entwurf der Universität Stuttgart. 2010. 226 p.
24. Gozzi J. Patch loading resistance of plated girders - ultimate and serviceability limit state : Doctoral Thesis. Sweden, Luleå University of Technology. 2007.
25. Hansen T. Theory of Plasticity for Steel Structures - Solutions for Fillet Welds, Plate Girders and Thin Plates. Department of Civil Engineering, Technical University of Denmark, Report No. R-146. 2006. 239 p.
26. Flores R. Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads: Doctoral Thesis. Barcelona, Polytechnic University of Catalonia. 2009. 221 p.
27. Basler K., Yen B. T., Mueller J. A. Web buckling tests on welded plate girders, Part 3: Tests on plate girders subjected to shear. WRC Bulletin 64, No. 165 (60-5), Paper 1689. 1960.
28. Lee S.C., Yoo C.H. Experimental Study on Ultimate Shear Strength of Web Panels. Journal of Structural Engineering. 1999. Vol. 125(8). Pp. 838–846. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1999)125:8(838)
29. Roberts T.M. Combined Shear and Patch Loading of Plate Girders. J. Struct. Engrg, ASCE. 2000. Vol. 126. Pp. 316–321.
30. ТКП EN 1993-1-5:2009 (02250). Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-5. Пластинчатые элементы конструкций. Минск : МАиС, 2014. 51 с.
31. СНиП II-23-81* Стальные конструкции. Госстрой СССР. Москва: ЦИТП Госстроя СССР, 1991. 96 с.
32. ANSI/AISC-360-05. Specification for Structural Steel Buildings. Chicago, Illinois: American Institute of Steel Construction, 2005. 256 p.
33. CAN/CSA-S16-01. Limit States Design of Steel Structures, Includes Update No. 1 (2010), Update No. 2 (2001). Mississauga, Ontario: Canadian Standards Association, 2009. 198 p.
34. Барышников М.П., Чукин М.В., Бойко А.Б. Анализ программных комплексов для расчета напряженно-деформированного состояния композиционных материалов в процессах обработки давлением // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. ГИ Носова. 2012. №. 4. С. 72–74.
35. Riks E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. International Journal of Solids Structures. 1979. No. 15. Pp. 529–551.
36. Надольский В.В., Вихляев А.И. Оценка несущей способности балок с гофрированной стенкой методом конечных элементов при действии локальной нагрузки // Вестник МГСУ. 2022. Т. 17. Вып. 6. С. 693-706. doi:10.22227/1997-0935.2022.
37. Надольский В.В., Подымако В.И. Оценка несущей способности стальной балки методом конечных элементов при совместном действии локальных и сдвиговых усилий // Строительство и реконструкция. 2022. № 2 (100). С. 26–43.
38. Tryland T. Steel girders subjected to concentrated loading – validation of numerical simulations. J. Constr. Steel Res. 1999. Vol. 50. Pp. 199–216.
39. BSK. Boverkets Handbok om Stålkonstruktioner, BSK 07, November 2007.
40. Yun X., Gardner L. Stress-strain curves for hot-rolled steels. J. Construct. Steel Res. 2017. Vol. 133. Pp. 36–46.

41. Estrada I. Shear design of stainless steel plate girders. Doctoral thesis. Barcelona (Spain). Department of Construction Engineering, Universitat Politècnica de Catalunya; 2005.
42. Roberts T.M. Slender plate girders subjected to edge loading. *Proc Inst Civ Eng*. 1981. Vol. 2(71). P. 805-819.
43. D'apice M., Fielding D., Cooper P. Statics tests on longitudinally stiffened plate girders. *Welding Research Council*. (Bulletin No. 117). 1966.
44. Cooper P., Lew B., Yen B. Welded constructional alloy steel plate girder. *Journal of the Structural Division-ASCE*. 1964. Vol. 90(1). Pp. 1–36.
45. Nishino F., Okumura T. Experimental investigation of strength of plate girders in shear. *Congress AIPC* New York. 1968. Pp. 451–463.
46. Dubas P., Tschamper H. Stabilité des âmes soumises a une charge concentrée et a une flexion globale. *Construction Metallique*. 1990. Vol. 27(2). Pp. 25–39.
47. Roberts T.M., Shahabian F. Ultimate resistance of slender web panels to combined bending shear and patch loading. *Journal of Constructional Steel Research*. 2001. Vol. 57(7). Pp. 779–790.
48. COMBRI. Competitive Steel and Composite Bridges by Improved Steel Plated Structures. Final Report, RFCS research project RFS-CR-03018, 2007.
49. Glassman D. A compression model for ultimate postbuckling shear strength. *Thin-Walled Structures*. 2016. Vol. 102. Pp. 258–272. doi:10.1016/j.tws.2016.01.016.
50. Bergfelt A., Hovik J. Thin-walled deep plate girders under static loads. *Proceedings of the IABSE Colloquium*, New York. 1968. Vol. 8. Pp. 465–478.
51. Kamtekar A.G. Tests on Hybrid Plate Girders. Report No. CUED/C-Struct/TR28, Cambridge University, Cambridge, 1972.
52. Rockey K.C. The ultimate load behaviour of plate girders loaded in shear. *Structural Engineers*. 1972. Vol. 50(1). Pp. 29–48.
53. Evans H.R., Rockey K.C., Porter D.M. Tests on longitudinally reinforced plate girders subjected to shear. *Proceedings of Conference on Structural Stability*, Liege. 1977.
54. Narayanan R., Rockey K.C. Ultimate load capacity of plate girders with webs containing circular cut-outs. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. 1981. Vol. 71. Pp. 845–862.
55. Sakai F. Failure tests of plate girders using large-sided models. University of Tokyo, Department of Civil Engineering, *Structural Engineering Report*, Tokyo. 1966.
56. Moon J. Shear strength and design of trapezoidally corrugated steel webs. *Journal of Constructional Steel Research*. 2009. Vol. 65(5). Pp. 1198–1205.
57. Driver R. G., Abbas H. H., Sause R. Shear behavior of corrugated web bridge girders. *J. Struct. Eng. ASCE*. 2006. Vol. 132(2). Pp. 195–203. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2006)132:2(195).

REFERENCES

1. Graciano C., Ayestará, A. Steel plate girder webs under combined patch loading, bending and shear. *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 80. Pp. 202–212. doi:10.1016/j.jcsr.2012.09.018.
2. Kövesdi B., Alcaine J., Dunai L., Braun B. Interaction behaviour of steel I-girders Part I: Longitudinally unstiffened girders. *Journal of Constructional Steel Research*. 2014. Vol. 103. Pp. 327–343. doi:10.1016/j.jcsr.2014.06.018.
3. Kövesdi B., Alcaine J., Dunai L., Braun B. Interaction behaviour of steel I-girders; part II: Longitudinally stiffened girders. *Journal of Constructional Steel Research*. 2014. Vol. 103. Pp. 344–353. doi:10.1016/j.jcsr.2014.06.017.
4. Kövesdi B., Kuhlmann U., Dunai L. Combined shear and patch loading of girders with corrugated webs. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. 2010. Vol. 54(2). Pp. 79–88.
5. Seitz M. Tragverhalten längsversteifter Blechträger unter quergerichteter Krafteinleitung (Longitudinally stiffened girder webs subjected to patch loading). Institute for Structural Design. Universität Stuttgart. 2005.
6. Kovacevic S., Markovic N., Sumarac D., Salatic R. Influence of patch load length on plate girders. Part II: Numerical research. *Journal of Constructional Steel Research*. 2019. Vol. 158. Pp. 213–229. doi:10.1016/j.jcsr.2019.03.025.
7. Rogač M., Aleksić S., Lučić D. Influence of patch load length on resistance of I-girders. Part-II: Numerical research. *Journal of Constructional Steel Research*. 2021. Vol. 176. Pp. 106–138. doi:10.1016/j.jcsr.2020.106369.
8. Pavlovčić L., Detzel A., Kuhlmann U., Beg D. Shear resistance of longitudinally stiffened panels. Part 1: Tests and numerical analysis of imperfections. *Journal of Constructional Steel Research*. 2007. Vol. 63(3). Pp. 337–350.
9. Nadolski V., Marková J., Podymako V., Sykora M. Pilot numerical analysis of resistance of steel beams under combined shear and patch loading. *Proceedings of conference Modelling in Mechanics 2022*, Technical University of Ostrava. 2021. Pp. 21–29.
10. Sinur F., Beg D. Moment–shear interaction of stiffened plate girders. Tests and numerical model verification. *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 85. Pp. 116–129. doi:10.1016/j.jcsr.2013.03.007.
11. Riahi F., Behraves A., Fard M. Y., Armaghani A. Shear Buckling Analysis of Steel Flat and Corrugated Web I-girders. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2018. Vol. 22(12). Pp. 5058–5073.

12. Estrada I., Real E., Mirambell E. General behaviour and effect of rigid and non-rigid end post in stainless steel plate girders loaded in shear. Part II: Extended numerical study and design proposal. *Journal of Constructional Steel Research*. 2007. Vol. 63. Pp. 985–996. doi:10.1016/j.jcsr.2006.08.0.
13. Botyan S.S., Zhamojdik S.M., Kudryashov V.A., Olesiyuk N.M., Pischenkov I.A. Ocenka ognе-stojkosti stal'nyh stroitel'nyh konstrukcij s uchetom vliyaniya teploobmena s primykayushchimi smezh-nymi konstrukcijami [Assessment of fire resistance of steel building structures taking into account the influence of heat exchange with adjacent structures]. *Vestnik Universiteta grazhdanskoj zashchity MCHS Belarusi*. 2021. T. 5. No. 3. Pp. 278–288. doi:10.33408/2519-237X.2021.5-3.278.
14. Nadol'skij V.V. Raschet i konstruirovaniye flancevogo soedineniya elementov pryamo-ugol'nogo secheniya, podverzhennyh central'nomu rastyazheniyu [Calculation and design of the flange connection of straight-angle cross-section elements subject to central tension]. *Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta*. 2018. No. 16. Pp. 121–130.
15. Saiyan S.G., Paushkin A.G. CHislennoe parametricheskoe issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya dvutavrovyyh balok s razlichnymi tipami gofrirovannyh stenok [Numerical parametric study of the stress-strain state of I-beams with various types of corrugated walls]. *Vestnik MGSU*. 2021. T. 16. No. 6. Pp. 676–687.
16. Martynov YU.S., Nadol'skij V.V., Verevka F.A. Stenovye paneli na osnove kassetnyh profilej. CHast' 1. Teoreticheskie issledovaniya [Wall panels based on cassette profiles. Part 1. Theoretical research. Construction and reconstruction]. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2019. No.4 (84). Pp. 26–37.
17. Afenchenko D. S., Petrova YU. N., Ustinova M. E., Olejnikova R.E. Verifikaciya analitiche-skogo raschyota nesushchej sposobnosti perforirovannogo sterzhnya sredstvami konechno-elementnogo kompleksa [Verification of the analytical calculation of the bearing capacity of a perforated rod by means of a finite element complex]. *Vestnik Kerchenskogo gosudarstvennogo morskogo tekhnologicheskogo universiteta*. 2019. No. 4. Pp.118–129.
18. Nadol'skij V.V. Neopredelennosti raschetnyh modelej soprotivleniya stal'nyh kon-strukcij [Uncertainties of calculated models of resistance of steel structures]. *Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta*. 2016. No. 8. Pp. 66–72.
19. Sýkora M., Marková J., Nadolski V. Application of Semi-Probabilistic Methods to Verification of Series System. *Transactions of the Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series*. 2021. Vol. 21/2. Pp. 80–85. doi:10.35181/tces-2021-0018.
20. Tur V.V., Nadol'skij V.V. Konceptiya proektirovaniya stroitel'nyh konstrukcij na osno-ve chislennyh modelej soprotivleniya [The concept of design of building structures based on numerical resistance models]. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2022. No. 6 (104). Pp.78-90. doi:10.33979/2073-7416-2022-104-6-78-90.
21. Nadol'skij V.V. Analiz raschetnyh modelej soprotivleniya lokal'noj nagruzke stal'nyh elementov [Analysis of calculated models of resistance to local load of steel elements]. *Vestnik BrGTU*. 2016. No. 1(97). Pp. 167–171.
22. Nadol'skij V.V. Nadezhnost' stal'nogo elementa pri potere mestnoj ustojchivosti stenki [Reliability of a steel element with loss of local wall stability]. *Vestnik MGSU*. 2022. T. 17. Vyp. 5. Pp. 569–579. doi:10.22227/1997-0935.2022.5.569-579.
23. Braun B. Stability of steel plates under combined loading. *Mitteilungen. Institut für Konstruktion und Entwurf der Universität Stuttgart*. 2010. 226 p.
24. Gozzi J. Patch loading resistance of plated girders - ultimate and serviceability limit state : Doctoral Thesis. Sweden, Luleå University of Technology. 2007.
25. Hansen T. Theory of Plasticity for Steel Structures - Solutions for Fillet Welds, Plate Girders and Thin Plates. Department of Civil Engineering, Technical University of Denmark, Report. No. R-146. 2006. 239 p.
26. Flores R. Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads : Doctoral Thesis. Barcelona, Polytechnic University of Catalonia. 2009. 221 p.
27. Basler K., Yen B.T., Mueller J.A. Web buckling tests on welded plate girders, Part 3: Tests on plate girders subjected to shear. *WRC Bulletin* 64. No. 165 (60-5) P. 1689. 1960.
28. Lee S.C., Yoo C.H. Experimental Study on Ultimate Shear Strength of Web Panels. *Journal of Structural Engineering*. 1999. Vol. 125(8). Pp. 838–846. Doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1999)125:8(838)
29. Roberts T.M. Combined Shear and Patch Loading of Plate Girders. *J. Struct. Engrg, ASCE*. 2000. Vol. 126. Pp. 316–321.
30. ТКП EN 1993-1-5:2009 (02250). Еврокод 3. Проектирование стальных конструкций. Часть 1-5. Пластинчатые элементы конструкций. Минск : МАИС, 2014. 51 с.
31. СНиП II-23-81* Стальные конструкции. Госстрой СССР. Москва : ЦИТП Госстроя СССР, 1991. 96 с.
32. ANSI/AISC-360-05. Specification for Structural Steel Buildings. Chicago, Illinois: American Institute of Steel Construction, 2005. 256 p.
33. CAN/CSA-S16-01. Limit States Design of Steel Structures, Includes Update No. 1 (2010), Update. No. 2 (2001). Mississauga, Ontario: Canadian Standards Association, 2009. 198 p.
34. Baryshnikov M.P., CHukin M.V., Bojko A.B. Analiz programnyh kompleksov dlya rascheta napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya kompozicionnyh materialov v processah obrabotki davle-niem [Analysis of software systems for calculating the stress-strain state of composite materials in pressure treatment processes]. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. GI Nosova*. 2012. No. 4. Pp.72–74.
35. Riks E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids Structures*. 1979. No.15. Pp. 529–551.
36. Nadol'skij V. V., Vihlyayev A.I. Ocenka nesushchej sposobnosti balok s gofrirovannoj sten-koj metodom konechnykh elementov pri dejstvii lokal'noj nagruzki [Evaluation of the load-bearing capacity of beams with a corrugated

wall by the finite element method under the action of a local load]. *Vestnik MGSU*. 2022. T. 17. Vyp. 6. Pp. 693–706. doi:10.22227/1997-0935.202.

37. Nadol'skij V.V., Podymako V.I. Ocenka nesushchej sposobnosti stal'noj balki metodom konechnyh elementov pri sovmestnom dejstvii lokal'nyh i sdvigovyh usilij[Evaluation of the bearing capacity of a steel beam by the finite element method under the combined action of local and shear forces]. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2022. No. 2 (100). Pp. 26–43.

38. Tryland T. Steel girders subjected to concentrated loading – validation of numerical simulations. *J. Constr. Steel Res.* 1999. Vol. 50. Pp. 199–216.

39. BSK. Boverkets Handbok om Stålkonstruktioner, BSK 07, November 2007.

40. Yun X., Gardner L. Stress-strain curves for hot-rolled steels. *J. Construct. Steel Res.* 2017. Vol. 133. Pp. 36–46.

41. Estrada I. Shear design of stainless steel plate girders. Doctoral thesis. Barcelona (Spain). Department of Construction Engineering, Universitat Politècnica de Catalunya; 2005.

42. Roberts T. M. Slender plate girders subjected to edge loading. *Proc Inst Civ Eng.* 1981. Vol. 2(71). P. 805–819.

43. D'apice M., Fielding D., Cooper P. Statics tests on longitudinally stiffened plate girders. *Welding Research Council*. (Bulletin No. 117). 1966.

44. Cooper P., Lew B., Yen B. Welded constructional alloy steel plate girder. *Journal of the Structural Division-ASCE*. 1964. Vol. 90(1). Pp. 1–36.

45. Nishino F., Okumura T. Experimental investigation of strength of plate girders in shear. *Congress AIPC New York*. 1968. Pp. 451–463.

46. Dubas P., Tschamper H. Stabilité des âmes soumises a une charge concentrée et a une flexion globale. *Construction Metallique*. 1990. Vol. 27(2). Pp. 25–39.

47. Roberts T. M., Shahabian F. Ultimate resistance of slender web panels to combined bending shear and patch loading. *Journal of Constructional Steel Research*. 2001. Vol. 57(7). Pp. 779–790.

48. COMBRI. Competitive Steel and Composite Bridges by Improved Steel Plated Structures. Final Report, RFCS research project RFS-CR-03018, 2007.

49. Glassman D. A compression model for ultimate postbuckling shear strength. *Thin-Walled Structures*. 2016. Vol. 102. Pp. 258–272. doi:10.1016/j.tws.2016.01.016.

50. Bergfelt A., Hovik J. Thin-walled deep plate girders under static loads. *Proceedings of the IABSE Colloquium*, New York. 1968. Vol. 8. Pp. 465–478.

51. Kamtekar A.G. Tests on Hybrid Plate Girders. Report No. CUED/C-Struct/TR28, Cambridge University, Cambridge, 1972.

52. Rockey K.C. The ultimate load behaviour of plate girders loaded in shear. *Structural Engineers*. 1972. Vol. 50(1). Pp. 29–48.

53. Evans H.R., Rockey K.C., Porter D.M. Tests on longitudinally reinforced plate girders subjected to shear. *Proceedings of Conference on Structural Stability*, Liege. 1977.

54. Narayanan R., Rockey K. C. Ultimate load capacity of plate girders with webs containing circular cut-outs. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. 1981. Vol. 71. Pp. 845–862.

55. Sakai F. Failure tests of plate girders using large-sided models. University of Tokyo, Department of Civil Engineering, Structural Engineering Report, Tokyo. 1966.

56. Moon J. Shear strength and design of trapezoidally corrugated steel webs. *Journal of Constructional Steel Research*. 2009. Vol. 65(5). Pp. 1198–1205.

57. Driver R. G., Abbas H. H., Sause R. Shear behavior of corrugated web bridge girders. *J. Struct. Eng. ASCE*. 2006. Vol. 132(2). Pp. 195–203. doi:10.1061/(ASCE) 0733-9445(2006)132:2(195).

Информация об авторе:

Надольский Виталий Валерьевич

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Беларусь,

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Технологии строительного производства».

E-mail: nadolskivv@mail.ru

Information about author:

Nadolski Vitali V.

Brest State Technical University, Brest, Belarus,

candidate of technical science (PhD), docent, associated professor of the department of Building constructions.

E-mail: nadolskivv@mail.ru