

С.Н. КРИВОШАПКО¹¹Инженерная академия ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов», г. Москва, Россия

ПОВЕРХНОСТИ ДИАГОНАЛЬНОГО ПЕРЕНОСА ВЕЛАРОИДАЛЬНОГО ТИПА НА РОМБИЧЕСКОМ ПЛАНЕ

Аннотация. Статья иллюстрирует применение ранее полученных автором формул общего вида для описания поверхностей диагонального переноса суперэллипсов переменной кривизны на ромбическом плане. Дополнительно получены явные и параметрические уравнения для целой группы поверхностей диагонального переноса конгруэнтных суперэллипсов. В обоих случаях рассматриваются поверхности велароидального типа на ромбическом плане. Все предлагаемые поверхности визуализированы методами компьютерной графики. Благодаря наличию произвольных показателей степеней в явных уравнениях образующих суперэллипсов главного каркаса поверхности переноса конструирование поверхностей диагонального переноса расширено на случай использования плоских алгебраических кривых вместо суперэллипсов при задании главного каркаса проектируемых поверхностей диагонального переноса. Рассмотренные поверхности могут найти применение в архитектуре, строительстве, в машиностроении.

Ключевые слова: поверхность диагонального переноса, ромб, суперэллипс, велароидальная поверхность, главный каркас поверхности.

S.N. KRIVOSHAPKO¹¹Engineering Academy of the Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

SURFACES OF DIAGONAL TRANSLATION OF VELAROIDAL TYPE ON A RHOMBIC PLANE

Abstract. The paper illustrates the application of the formulae of general type derived by the author earlier for the definition of surfaces of diagonal translation of superellipses of variable curvature on a rhombic plane. Explicit and parametric equations were derived additionally for the large group of surfaces of diagonal translation of congruent superellipses. For the both cases, the surfaces of velaroidal type are examined on rhombic plane. All of presented surfaces were visualized with the help of methods of computer graphics. Due to availability of arbitrary exponents of powers in explicit equations of generatrix superellipses of the main frame of a translation surface, design of surfaces of diagonal translation was broadened for the case of using plane algebraic curves instead of superellipses in the process of choice of main frame of projected surface of diagonal translation. The presented surfaces can find the application in architecture, civil engineering, and in machine building.

Keywords: surface of diagonal translation, rhombus, superellipse, velaroidal surface, main frame of the surface, architecture of shells.

Введение

В последнее десятилетие появилось много статей, посвященных использованию суперэллипсов при проектировании судовых поверхностей [1, 2], форм строительных оболочек [3, 4] и машиностроительных изделий [5, 6]. Появляются новые линейчатые [7] поверхности и поверхности на круглом основании [8] с главным каркасом из трех суперэллипсов в координатных плоскостях.

В работах [1, 3] предполагается, что плоские кривые главного каркаса рассматриваемых поверхностей заданы в виде:

© Кривошапко С.Н., 2023

первая кривая главного каркаса в плоскости xOy (кривая $z = 0$):

$$|y|^r = W^r \left(1 - \frac{|x|^t}{L^t} \right), \quad (1)$$

вторая кривая главного каркаса в плоскости yOz (кривая $x = 0$):

$$|z|^n = T^n \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m} \right), \quad (2)$$

третья кривая главного каркаса в плоскости xOz (кривая $y = 0$):

$$|z|^s = T^s \left(1 - \frac{|x|^k}{L^k} \right), \quad (3)$$

где для выпуклых кривых $r, t, n, m, s, k > 1$;

для вогнутых кривых $r, t, n, m, s, k < 1$.

Кривые (1) – (3) представляют собою суперэллипсы [9]. В формулах (1) – (3) необходимо принимать

$$r = t, n = m, s = k.$$

Поверхности прямого переноса относят к классу *кинематических поверхностей*. Кинематические поверхности включают в себя также поверхности диагонального переноса велароидального типа на ромбическом плане, которые известны намного меньше. В научной литературе описаны только диагональная круговая поверхность переноса Волкова [10] и диагональная параболическая поверхность переноса [11].

Поверхности диагонального переноса образуются по принципу переноса плоской кривой по направляющей так, что при скольжении образующей кривой по плоскому неподвижному контуру две ее симметричные точки непрерывно его касаются

Велароидальной называется *поверхность переноса* на плоском прямоугольном плане с образующей кривой переменной кривизны. Таким образом, поверхность ограничена четырьмя взаимно ортогональными контурными прямыми, лежащими в одной плоскости [12].

Цель исследования

Как отмечается во «Введении», до настоящего времени исследованы только две поверхности диагонального переноса на ромбическом плане. Целью данной статьи является увеличение числа поверхностей диагонального переноса на ромбическом основании с привлечением суперэллипсов в качестве образующих кривых. Эти поверхности могут привлечь внимание архитекторов строительных оболочек и дизайнеров – машиностроителей в связи с расширением выбора архитектурных стилей и стилевых течений, предлагаемых в настоящее время [13, 14], или войти в состав резерва поверхностей для будущего использования [15].

Явные и параметрические уравнения поверхностей прямого переноса переноса велароидального типа на ромбическом плане с применением конгруэнтных суперэллипсов

Пусть суперэллипс (2) является образующей кривой поверхности диагонального переноса, две симметричные точки которого скользят по сторонам ромбического основания, которое можно задать суперэллипсом (1), положив $r = t = 1$ (рисунок 1).

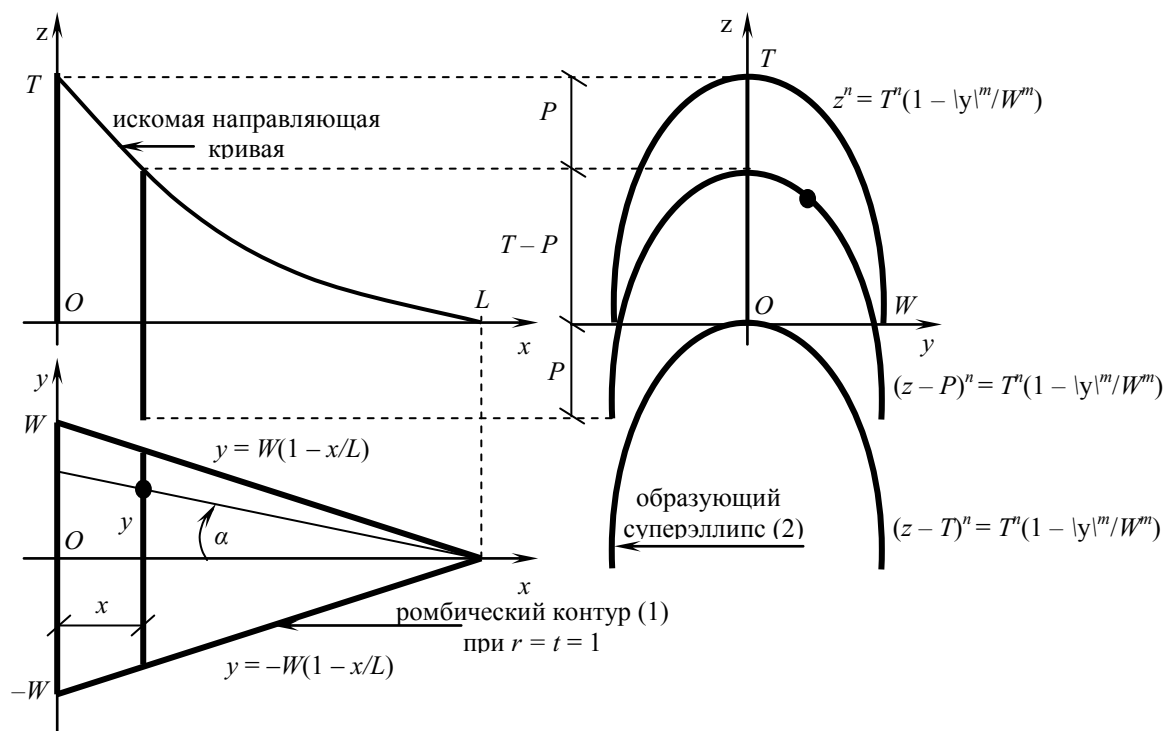


Рисунок 1 – Формирование поверхности диагонального переноса

Согласно рисунку 1 уравнение суперэллипса в сечении $x = \text{const}$ будет:

$$z + P = T \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m} \right)^{1/n}, \quad (4)$$

где

$$P = P(x) = T \left[1 - \left(1 - \frac{x}{L} \right)^m \right]^{1/n}, \quad 0 \leq P(x) \leq T.$$

После подстановки последнего уравнения в формулу (4) получаем явное уравнение искомой поверхности:

$$z = T \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m} \right)^{1/n} - T \left[1 - \left(1 - \frac{x}{L} \right)^m \right]^{\frac{1}{n}}. \quad (5)$$

В сечении поверхности (5) плоскостью $z = 0$, находится ромб:

$$|y| = W(1 - x/L). \quad (6)$$

Уравнение (6) можно получить из уравнения (1) при $r = t = 1$.

В сечении поверхности (5) плоскостью $x = 0$, находится суперэллипс (2). А в сечении поверхности (5) координатной плоскостью $y = 0$ располагается направляющая плоская кривая поверхности переноса:

$$T - P = T - T \left[1 - \left(1 - \frac{x}{L} \right)^m \right]^{\frac{1}{n}} = T \left\{ 1 - \left[1 - \left(1 - \frac{x}{L} \right)^m \right]^{\frac{1}{n}} \right\} = z(x). \quad (7)$$

Введем новый переменный параметр α (рисунок 1), так чтобы

$$-W/L \leq \text{tg } \alpha = v \leq W/L. \quad (8)$$

В этом случае параметрические уравнения искомой поверхности диагонального переноса будут:

$$x = uL, \quad y = vL(1 - u),$$

$$z = T \left[1 - \frac{L^m}{W^m} |v|^m (1-u)^m \right]^{\frac{1}{n}} - T [1 - (1-u)^m]^{\frac{1}{n}}, \quad (9)$$

где $0 \leq u \leq 1, -W/L \leq v \leq W/L$.

Примеры поверхностей переноса с образующими суперэллипсами на ромбическом плане

Проиллюстрируем использование формул (9) на конкретных примерах. Во всех случаях будем принимать $L = 9$ м, $W = 3$ м, $T = 5$ м (рисунок 1).

Пример 1.

Пусть $n = m = 2$, то есть суперэллипс (2) представляет собой обыкновенный эллипс. Тогда формулы (9) примут вид:

$$x = uL, \quad y = vL(1-u), \quad z = T \sqrt{1 - \frac{L^2}{W^2} v^2 (1-u)^2} - T \sqrt{1 - (1-u)^2}.$$

где $0 \leq u \leq 1, -W/L \leq v \leq W/L$.

На рисунке 2 а представлена поверхность, построенная в пределах $0 \leq x \leq L$ при положительных значениях z , а на рисунке 2 б поверхность построена в пределах $-L \leq x \leq L$.

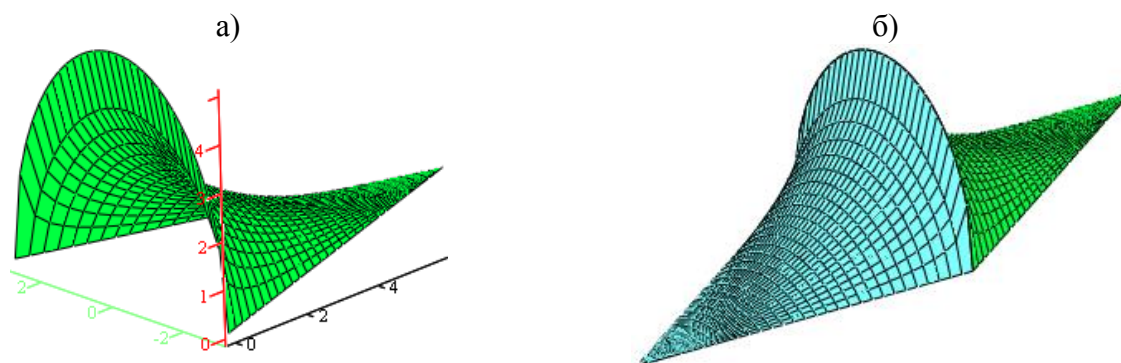


Рисунок 2 – Поверхность переноса с обыкновенным образующим эллипсом.
а) $0 \leq x \leq L$; б) $-L \leq x \leq L$

По формуле (7) можно определить плоскую направляющую кривую построенной поверхности переноса:

$$\left(\frac{T-z}{T} \right)^2 + \left(\frac{L-x}{L} \right)^2 = 1.$$

Полученная формула показывает, что для рассматриваемой поверхности переноса на ромбическом плане направляющей кривой будет являться часть обыкновенного эллипса, расположенного в третьей четверти координатной плоскости. Центр эллипса будет в точке с координатами $(x, z) = (L, T)$.

Пример 2.

Пусть $n = m = 4$. Тогда формулы (9) примут вид:

$$x = uL, \quad y = vL(1-u),$$

$$z = T \left[1 - \frac{L^4}{W^4} |v|^4 (1-u)^4 \right]^{\frac{1}{4}} - T [1 - (1-u)^4]^{\frac{1}{4}},$$

где $0 \leq u \leq 1, -W/L \leq v \leq W/L$.

На рисунке 3 представлена поверхность, построенная в пределах $0 \leq x \leq L$ при положительных значениях z .

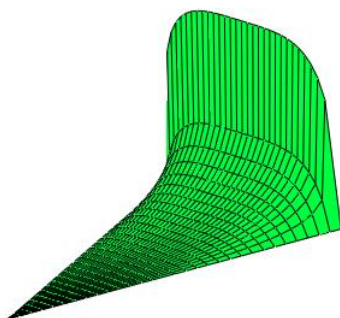


Рисунок 3 – Поверхность переноса с образующим суперэллипсом (2) при $n = m = 4$

Пример 3.

Пусть $n = m = 3/4 = 0,75$. Тогда формулы (9) примут вид:

$$x = uL, \quad y = vL(1 - u),$$

$$z = T \left[1 - \frac{L^{0,75}}{W^{0,75}} |v|^{0,75} (1 - u)^{0,75} \right]^{4/3} - T [1 - (1 - u)^{0,75}]^{4/3}.$$

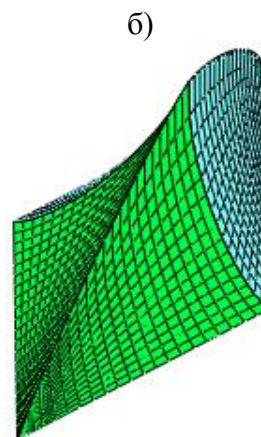
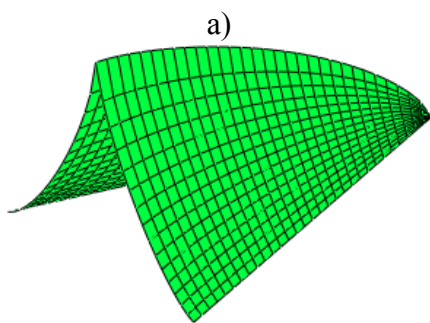


Рисунок 4 – Поверхности переноса с образующим суперэллипсом (2) при $n = m = 3/4$.

а) $0 \leq x \leq L$; б) $-L \leq x \leq L$

На рисунке 4 а, б представлены поверхности, построенные в пределах $0 \leq x \leq L$ и $-L \leq x \leq L$ при положительных значениях z .

Пример 4.

Пусть $n = m = 2$ и кроме того $W = T = L = r$, то есть суперэллипс (2) представляет собой окружность. Тогда явное уравнение поверхности диагонального перехода (5) примет вид:

$$z = \sqrt{W^2 - y^2} - \sqrt{W^2 - (L - x)^2}. \quad (10)$$

Уравнение направляющей кривой можно получить из уравнения (10) при $y = 0$:

$$(z - W)^2 + (x - W)^2 = W^2$$

или из уравнения (7). Это есть уравнение окружности. Явное уравнение поверхности (10) показывает, что получена круговая поверхность Волкова, которая представляет собой поверхность прямого переноса окружности радиусом r по окружности радиуса r [10]. Её также можно отнести к классу циклических поверхностей к подклассу циклических поверхностей с плоскостью параллелизма [16]. Фрагмент поверхности переноса окружности по окружности иногда называют «Богемским куполом» [17].

Явные и параметрические уравнения поверхностей прямого переноса велароидального типа на ромбическом плане с применением суперэллипсов переменной кривизны

Поверхности этого типа хорошо изучены. Построение поверхностей начинается с задания главного каркаса поверхности в форме трех суперэллипсов (1) – (3) в главных координатных плоскостях.

Учитывая, что суперэллипс (1) принимается в форме ромба, имеем $r = t = 1$. Суперэллипсы (2) и (3) выбираются произвольно по необходимости. В предыдущем разделе произвольно назначался только суперэллипс (2). В статье [7] показано, что если главный каркас поверхности задан суперэллипсами (1) – (3), то есть в виде:

первая кривая главного каркаса в плоскости xOy (кривая $z = 0$):

$$|y| = W \left(1 - \frac{|x|^n}{L^n} \right), \quad (11)$$

вторая кривая главного каркаса в плоскости yOz (кривая $x = 0$):

$$|z|^m = T^m \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m} \right), \quad (2)$$

третья кривая главного каркаса в плоскости xOz (кривая $y = 0$):

$$|z|^s = T^s \left(1 - \frac{|x|^k}{L^k} \right), \quad (3)$$

где для выпуклых кривых $n, m, s, k > 1$; для вогнутых кривых $n, m, s, k < 1$, то параллельным переносом вдоль оси Ox суперэллипса (2) с изменяющейся кривизной можно получить поверхность, задаваемую явным уравнением:

$$z = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W|^m / (1 - |x/L|^n)^m]^{1/n}, \quad (12)$$

или параметрическими уравнениями:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u], \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s} [1 - |v|^m]^{1/n} \quad (\text{рисунок 5}), \quad (12a)$$

где $0 \leq u \leq 1$, $-1 \leq v \leq 1$; u, v – безразмерные параметры.

На рисунке 5 а показана поверхность с $n = m = 2, s = k = 2/3, L = 5 \text{ м}, W = 3 \text{ м}, T = 5 \text{ м}$ [7].

На рисунке 5 б показана поверхность с $n = m = 1, s = k = 2, L = 5 \text{ м}, W = 3 \text{ м}, T = 5 \text{ м}$ [7].

На рисунке 5 в показана поверхность с $r = t = n = m = s = k = 1$.

Все три поверхности, представленные на рисунке 5, имеют одинаковый ромбический план.

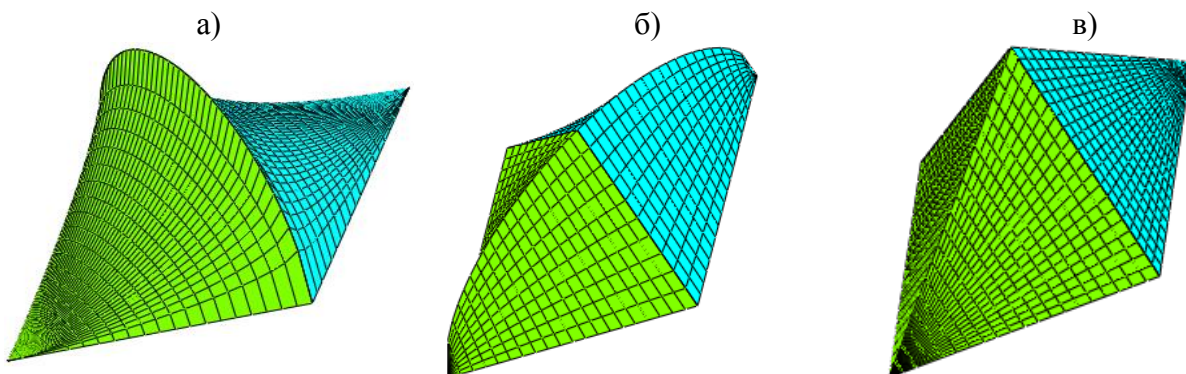


Рисунок 5 – Поверхности на плоском ромбическом плане

Явные и параметрические уравнения поверхностей прямого переноса велароидального типа на ромбическом плане с применением жестких плоских кривых

Рассмотрим случай, когда в уравнениях (1) – (3) $r = t = 1$, но $m \neq n$. Формулы (5) и (9) можно использовать для построения поверхностей переноса на ромбическом плане, когда в качестве образующей кривой вместо суперэллипса нужно применить конгруэнтную плоскую алгебраическую кривую. В дальнейшем будем принимать $L = 9 \text{ м}, W = 3 \text{ м}, T = 5 \text{ м}$.

Пример 5.

Пусть $n = 1$, $m = 2$. Тогда параметрические уравнения (9) примут вид:

$$x = uL, \quad y = vL(1 - u), \quad z = T(1 - u)^2(1 - L^2v^2/W^2).$$

Поверхность изображена на рисунке 6 а при $0 \leq u \leq 1$, на рисунке 6 б при $-1 \leq u \leq 1$, $-W/L \leq v \leq W/L$.

Направляющую кривую рассматриваемой поверхности переноса можно определить по формуле (7):

$$z = T(L - x)^2/L^2.$$

Очевидно, что направляющая кривая будет квадратной параболой с вершиной в точке $x = L$.



Рисунок 6 – Поверхность переноса на ромбическом плане с параболической образующей:
а) случай $0 \leq x \leq L$, б) случай $-L \leq x \leq L$

Явные и параметрические уравнения поверхностей прямого переноса велароидального типа на ромбическом плане с применением суперэллипсов и плоских кривых переменной кривизны

В этом разделе будут представлены два типа поверхностей переноса на ромбическом плане, следовательно, $r = t = 1$. Суперэллипсы (2) или (3) выбираются произвольно по необходимости, то есть $m = n$ или $s = k$. Третью кривую главного каркаса поверхности можно задать в виде произвольной алгебраической кривой, то есть $s \neq k$ или $m \neq n$. Проиллюстрируем этот тип поверхностей на 2-х примерах.

Как это было в предыдущих примерах, оставим $L = 9$ м, $W = 3$ м, $T = 5$ м.

Пример 6.

Пусть $m = n = 1,5$ и $s = 1$, $k = 2$. Тогда явное уравнение (12) примет вид:

$$z = T(1 - x^2/L^2)[1 - |y/W|^{1,5}/(1 - |x/L|)^{1,5}]^{2/3},$$

а параметрические уравнения (12а) будут:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u], \quad z = z(u, v) = T[1 - u^2][1 - |v|^{1,5}]^{2/3},$$

где $0 \leq u \leq 1$ (рисунок 7 а) и $-1 \leq u \leq 1$ (рисунок 7 б), $-1 \leq v \leq 1$; u, v – безразмерные параметры.

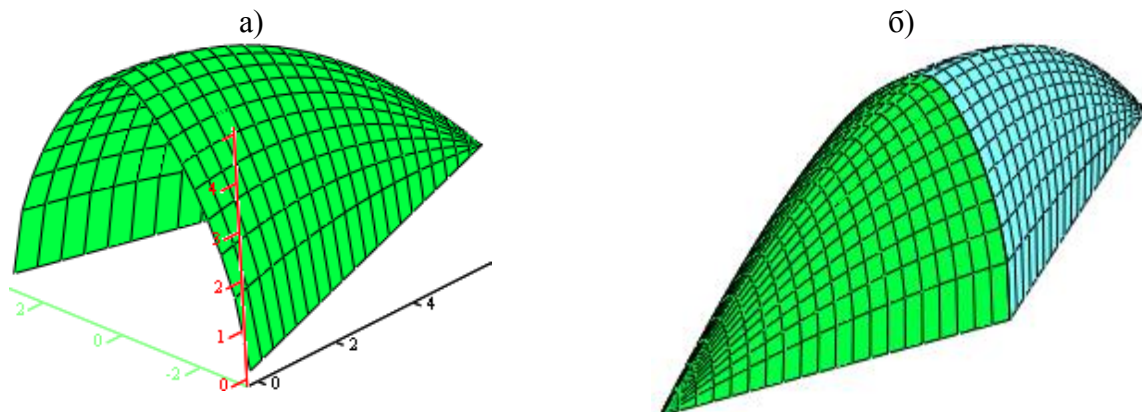


Рисунок 7 – Поверхность переноса на ромбическом плане с образующим суперэллипсом и направляющей параболой в плоскости xOz : а) случай $0 \leq x \leq L$, б) случай $-L \leq x \leq L$

Пусть $m = 1$, $n = 2$ и $s = k = 1,5$. Тогда явное уравнение (12) примет вид:
 $z = T(1 - |x|^{1,5}/L^{1,5})^{2/3}[1 - |y/W|/(1 - |x/L|)^{1/2}]^{1/2}$,

а параметрические уравнения (12а) будут:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u], \quad z = z(u, v) = T[1 - u^{1,5}]^{2/3}[1 - |v|]^{1/2},$$

где $0 \leq u \leq 1$ (рисунок 8 а) и $-1 \leq u \leq 1$ (рисунок 8 б), $-1 \leq v \leq 1$; u, v – безразмерные параметры.

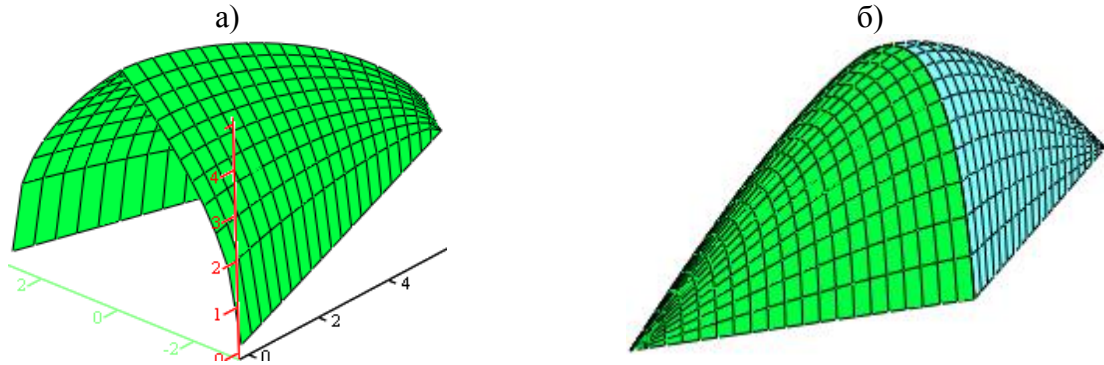


Рисунок 8 – Поверхность переноса на ромбическом плане с параболической образующей и направляющим суперэллипсом в плоскости xOz

а) случай $0 \leq x \leq L$, б) случай $-L \leq x \leq L$

Пример 7.

Предположим, что две кривые главного каркаса, лежащие в координатных плоскостях xOz и yOz , являются плоскими алгебраическими кривыми, которые можно задать уравнениями (2) и (3), но при условии, что $s \neq k$ и $m \neq n$. Условие $r = t = 1$ остается прежним. Явное уравнение (12) и параметрические уравнения (12а) будут описывать форму предлагаемых поверхностей переноса *кривых вдоль оси Oх*.

Пусть $m = 2$, $n = 1$ и $s = 1$, $k = 1,5$. Поверхность показана на рисунке 9 а. Если принять $n = 2$, $m = 3$ и $s = 0,8$; $k = 0,9$, то получим поверхность, представленную на рисунке 9 б.

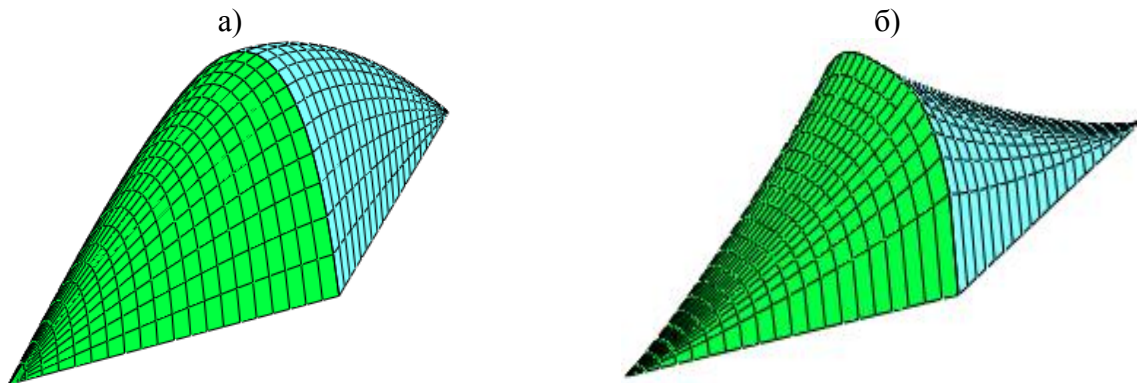


Рисунок 9 – Поверхности переноса на ромбическом плане с плоскими кривыми в качестве направляющих и образующих кривых: а) случай $0 \leq x \leq L$, б) случай $-L \leq x \leq L$

Результаты исследования.

Предложены к рассмотрению две группы поверхностей прямого диагонального переноса велароидального типа на ромбическом плене. Одна группа формируется образующими конгруэнтными суперэллипсами (рисунки 2, 3, 4) или кривыми производными от суперэллипсов (рисунок 6). Другая группа формируется образующими суперэллипсами (рисунок 5) или кривыми производными от суперэллипсов переменной кривизны (рисунки 7, 8, 9). Аналитические уравнения поверхностей и методы их построения проиллюстрированы на конкретных примерах.

Ученые пытаются выяснить преимущества тех или иных поверхностей, содержащих разные кривые в качестве кривых главного каркаса с точки зрения геометрических свойств (длины кривых на поверхности, площади фрагментов поверхности, объем внутреннего пространства, сложность построения) [18], с учетом напряженно-деформированного состояния оболочек, с рекомендуемыми срединными поверхностями, содержащими суперэллипсы [4, 19] или выбора оптимальной оболочки по выбранному критерию оптимальности.

Хотя в научно-технической литературе есть описания зданий на ромбовидных плоских планах, однако, это здания с вертикальными стенами [20]. Покрытия таких зданий можно выполнить в форме рассматриваемых поверхностей переноса. Можно подобрать угол $2\alpha_{\max}$ (рисунок 1) так, что расположенные по окружности полуоболочки, изображенные на рисунках 2 а, 4 а, 6 а – 8 а, будут образовывать интересные зонтичные оболочки [21].

Выводы.

В данной статье предлагается огромный выбор поверхностей на ромбическом опорном контуре, задаваемыми только двумя типами параметрических уравнений (9) и (12а), содержащими произвольные показатели степеней суперэллипсов, входящих в главный каркас поверхностей.

Дальнейшие исследования предлагаемых поверхностей необходимо проводить в направлении рекомендаций к их практическому использованию в строительстве и машиностроении, а для этого требуются дополнительные исследования их геометрических свойств методами дифференциальной геометрии и сравнительный анализ прочностных параметров оболочек в форме предлагаемых поверхностей на различные виды воздействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lamé curves // RUDN Journal of Engineering Researches. 2021. 22(4): 323-328. doi:[10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328](https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328)
2. Кривошапко С.Н. Алгебраические судовые поверхности с каркасом из трех плоских кривых в координатных плоскостях // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2022. Т. 23. № 3. С. 207-212. doi:10.22363/2312-8143-2022-23-3-207-212
3. Кривошапко С.Н., Алёшина О.О., Иванов В.Н. Статический расчет оболочек, очерченных по поверхностям с главным каркасом из трех заданных суперэллипсов // Строительная механика и расчет сооружений. 2022. № 6 (305). С. 18–27. doi:10.37538/0039-2383.2022.6.18.27
4. Мамиева И.А., Карневич В.В. Геометрия и статический расчет тонких оболочек с линейчатыми срединными поверхностями с главным каркасом из трех суперэллипсов // Строительство и реконструкция. 2023. № 1(105). С. 16-27. doi:10.33979/2073-7416-2023-105-1-16-27.
5. Ma YQ, Wang CM, Ang KK. 2008. Buckling of superellipsoidal shells under uniform pressure // Thin-Walled Structures. 46(6): 584-591. doi:10.1016/j.fws.2008.01.013
6. Rosin P. Fitting superellipses // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2000. No. 22 (7). Pp. 726–732. <https://doi.org/10.1109/34.865190>
7. Мамиева И.А. Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Том 18. № 4. С. 387-395. doi:10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395
8. Страшнов С.В. Компьютерное моделирование новых форм строительных оболочек // Геометрия и графика. 2022. №. 4. С. 26-34. doi:<https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-4-26-34>
9. Абрамович Н.А., Нестерович Н.Д. Суперэллипс в экосистеме APPLE // Материалы докладов 54-й Международной научно-технической конференции преподавателей и студентов: в 2 т. УО "ВГТУ". Витебск, 2021. Том 2. С. 102-104. URI:<http://rep.vstu.by/handle/123456789/14813>
10. Волков Г.Ф. Оболочка переноса отрицательной кривизны // Армоцементные конструкции в строительстве. Ленинград: Госстройиздат, 1963. С. 48 – 58.
11. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. 560 с. [ISBN 978-5-397-00985-0]
12. Алборова Л.А. [Возможности велароидальных оболочек](#)// В сб.: Инженерные системы. Труды научно-практической конференции с международным участием, посвященной 60-летию Российского университета дружбы народов. В 2-х томах. Под общей редакцией М.Ю. Мальковой. 2020. С. 59-65.

13. Krivoschapko S.N. Shell structures and shells at the beginning of the 21st century // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2021. No. 17(6). С. 553-561. doi:10.22363/1815-5235-2021-17-6-553-561
14. Кривошапко С.Н. К вопросу об основных архитектурных стилях, направлениях и стилевых течениях для оболочек и оболочечных структур // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Том 18. № 3. С. 255-268. doi:10.22363/1815-5235-2022-18-3-255-268
15. Gil-oulbe Mathieu. Reserve of analytical surfaces for architecture and construction // Building and Reconstruction. 2021. No. 6 (98). Pp. 63-72. doi:10.33979/2073-7416-2021-98-6-63-72
16. Иванов В.Н., Шамбина С.Л. Зонтичные оболочки из отсеков циклических поверхностей переноса на различных типах базовых поверхностей вращения / Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці Таврійський державний агротехнологічний університет. Вип.4, т. 51. Мелітополь: ТДАТУ, 2011. С. 9 - 15.
17. Gray A. Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica. Boca Raton, FL: CRC Press. 2nd ed. 1998. 1053 p.
18. Elishakoff I., Elettro F. Interval, ellipsoidal, and super-ellipsoidal calculi for experimental and theoretical treatment of uncertainty: Which one ought to be preferred? // International Journal of Solids and Structures. 2015. 51. Pp. 1576-1586. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.01.010>
19. Tupikova E., Berdiev M. The comparison of velaroidal shell structures of square plane loadbearing properties // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020. 883. 012218 (8) (PDF) Available from: <https://www.researchgate.net/publication/343109806> [accessed Mar 11 2023].
20. Krasic Sonja. Geometrijske Površi u Arhitekturi. Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerzitet u Nišu, 2012. 238 p. [ISBN 978-86-88601-02-3]
21. Козырева А.А., Рынковская М.И., Тупикова Е.М. Зонтичные оболочки для покрытия спортивного центра // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 1. С. 70 – 78. doi:10.22363/2312-8143-2017-18-1-70-78

REFERENCES

1. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lamé curves. RUDN Journal of Engineering Researches. 2021. 22(4): 323-328. doi:[10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328](https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328)
2. Krivoschapko S.N. Algebraic ship hull surfaces with a main frame from three plane curves in coordinate planes. RUDN Journal of Engineering Research. 2022. Vol. 23. No. 3. Pp. 207-212. doi:10.22363/2312-8143-2022-23-3-207-212. (rus)
3. Krivoschapko S.N., Aleshina O.O., Ivanov V.N. Static analysis of shells with middle surfaces containing the main frame from three given superellipses. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 2022. No. 6. Pp. 18-27. doi:10.37538/0039-2383.2022.6.18.27. (rus)
4. Mamieva Irida A., Karnevich Valery V. Geometry and static analysis of thin shells with ruled middle surfaces of three superellipses as main frame. Building and Reconstruction. 2023. No. 1(105). Pp. 16-27. doi:10.33979/2073-7416-2023-105-1-16-27.
5. Ma YQ, Wang CM, Ang KK. 2008. Buckling of superellipsoidal shells under uniform pressure. Thin-Walled Structures. 46(6): 584-591 doi:10.1016/j.fws.2008.01.013
6. Rosin P. Fitting superellipses. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2000. No. 22 (7). Pp. 726–732. <https://doi.org/10.1109/34.865190>
7. Mamieva I.A. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2022. Vol. 18. No. 4. Pp. 387-395. doi:10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395 (rus).
8. Strashnov S.V. Computer simulation of new forms of shell structures. Geometry & Graphics. 2022. No. 4. Pp. 26-34. doi:<https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-4-26-34>
9. Abramovich N.A., Nesterovich N.D. Superellipse in eco-system APPLE. Materiali Dokladov 54th Intern. Nauchno-Tekhnicheskoy Konferentsii Prepodavateley i Studentov. UO "BGTU". Vitebsk, 2021. Vol. 2. Pp. 102-104. URI: <http://rep.vstu.by/handle/123456789/14813>
10. Volkov G.F. Translational shell of negative Gaussian curvature. Armotzementnie Konstruktsii v Stroitelstve [Reinforced Cement Structures in Building]. Leningrad: Gosstroyizdat, 1963. Pp. 48-58. (rus).
11. Krivoschapko S.N., Ivanov V.N. Encyclopedia of Analytical Surfaces. Springer International Publishing Switzerland, 2015. 752 p. doi:10.1007/978-3-319-11773-7
12. Alborova L.A. Opportunities of velaroidal shells. In book: Engineering Systems. Tr. Nauchno-Pract. Konf. s Mezhdunar. Uchastiem, Posvyaschennoy 60-Letiye RUDN. Vol. 1. 2020. Pp. 59-65 (rus.) [ISBN 978-5-209-10101-7].
13. Krivoschapko S.N. Shell structures and shells at the beginning of the 21st century. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2021. No. 17(6). Pp. 553-561. doi:10.22363/1815-5235-2021-17-6-553-561

14. Krivoshapko S.N. On the basic architectural styles, directions, and style flows for shells and shell structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022; 18(3): 255–268 (rus.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-3-255-268>
15. Gil-oulbe Mathieu. Reserve of analytical surfaces for architecture and construction. *Building and Reconstruction*. 2021. No. 6 (98). Pp. 63-72. doi:10.33979/2073-7416-2021-98-6-63-72
16. Ivanov V.N., Shambina S.L. Umbrella shells from the fragments of cyclic surfaces of translation on different types of basic surfaces of revolution. *Prikladnaya Geometriya ta Inzhenernaya Grafika. Prtzi TDATU [Applied Geometry and Engineering Graphics. Proc. of TDATU]*. Iss. 4. Vol. 51. Melitopol: TDATU, 2011. Pp. 9-15.
17. Gray A. *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*. Boca Raton, FL: CRC Press. 2nd ed. 1998. 1053 p.
18. Elishakoff I., Elettro F. Interval, ellipsoidal, and super-ellipsoidal calculi for experimental and theoretical treatment of uncertainty: Which one ought to be preferred?. *International Journal of Solids and Structures*. 2015. 51. Pp. 1576-1586. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.01.010>
19. Tupikova E., Berdiev M. The comparison of velaroidal shell structures of square plane loadbearing properties. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2020. 883. 012218 (8) (PDF) Available from: <https://www.researchgate.net/publication/343109806> [accessed Mar 11 2023].
20. Krasic Sonja. *Geometrijske Površi u Arhitekturi*. Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerzitet u Nišu, 2012. 238 p. [ISBN 978-86-88601-02-3]
21. Kozyreva A.A., Rynkovskaya M.I., Tupikova E.M. Umbrella shells sports center cover. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2017. No. 18(1). Pp. 70 – 78. doi:10.22363/2312-8143-2017-18-1-70-78].

Информация об авторе:

Кривошапко Сергей Николаевич

Инженерная академия ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов», г. Москва, Россия,
доктор технических наук, профессор, профессор-консультант департамента строительства ИА РУДН.
E-mail: sn.krivoshapko@mail.ru

Information about author:

Krivoshapko Sergey N.

Engineering Academy of the Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia,
DSc, Professor, Professor-tutor at the Civil Engineering Department of the EA of the RUDN University.
E-mail: sn.krivoshapko@mail.ru