

В.И. КОЛЧУНОВ^{1,2}¹ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия²Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН (НИИСФ), г. Москва, Россия

МОДЕЛЬ ПЛАСТИЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Аннотация. Рассмотрена модель пластичности железобетонных конструкций, построенная на преобразованиях интенсивности связи «напряжений - деформаций», путем проецирования тензоров этой связи, используя специальные переходы для главного угла деформаций, суммарных деформации сдвига и др. При этом определен модуль пластичности бетона, коэффициент поперечных деформаций и построены сложные функции для линейных и угловых деформаций в сечениях, учитывающие депланацию, градиенты-деформаций при образовании трещин и изменениях жесткости. Принятые для расчетной модели гипотезы определяют распределение силовых потоков – блоков для сжатого и растянутого бетона (первый объект), «магистральные трещины» из механики разрушения железобетона, сложные функции и двухконсольный элемент для моделирования деформационного эффекта железобетона, разработанного автором (второй объект). Сопротивление растянутого бетона передается на рабочую арматуру и моделируются с использованием суммарными средними значениями продольного и поперечного усилия, а также среднего приведенного коэффициента растянутого бетона. «Нагельный» эффект в арматуре пересекаемой трещиной получен с помощью модели второго уровня строительной механики для арматурного стержня с двумя зацементированными концами. Моделируется раскрытие трещины и сдвиг берегов трещины. Главный вектор усилий в арматуре характеризуется величинами продольных и поперечных перемещений (третий объект).

В сложно напряженных железобетонных элементах с пространственными трещинами матрица жесткости получена аппроксимацией прямоугольных поперечных сечений малыми квадратами.

Ключевые слова: модель пластичности, принцип, бетон, объекты железобетона, среда, макротрещины, дилатации.

V.I. KOLCHUNOV¹¹Southwestern State University, Kursk, Russia²Scientific Research Institute of Construction Physics RAACS, Moscow, Russia

PLASTICITY MODEL OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Abstract. A model of plasticity of reinforced concrete structures is considered, based on the transformations of the intensity of the “stress-strain” connection by projecting the tensors of this connection, using special transitions for the main angle of deformations, total shear deformations, etc.). At the same time, the modulus of plasticity of concrete, the coefficient of transverse deformations are determined, and complex functions are constructed for linear and angular deformations in sections, taking into account deformation, gradients of deformations during the formation of cracks and stiffness changes. The hypotheses adopted for the calculation model determine the distribution of force flows - blocks for compressed and stretched concrete (first object), “main cracks” from the mechanics of destruction of reinforced concrete, complex functions and a two-cantilever element for modeling the deformation effect of reinforced concrete, developed by the author (second object). Tensile concrete resistance is transferred to the working reinforcement and is modeled using the sum of the average values of the longitudinal and transverse forces, as well as the average reduced coefficient of tension concrete. The “pin (nagel)” effect in the reinforcement crossed by a crack was obtained using the model of the second level of structural mechanics for a reinforcing bar with two pinched ends. The opening of the crack and the shift of the crack edges are simulated. The main force vector in the reinforcement is characterized by the values of longitudinal and transverse displacements (the third object).

Keywords: plasticity model, principle, concrete, objects of reinforced concrete, environments, macrocracks, dilatations.

Введение

Развитие исследований моделей пластичности железобетонных конструкций направлено на сближении физических явлений и процессов с теорией расчета. Имеет одно из важных в фундаментальных исследованиях механики железобетона [1-6]. Особенно это касается сложно напряженных конструкций, для которых уровень адекватного отрицания физических особенностей деформирования остается крайне условным [7-10]. Между тем, любому творчески мыслящему проектировщику или научному сотруднику важно не только формально знать, как рассчитать конструкцию, но и глубоко понимать, почему используются именно эти зависимости, каков их физический смысл. Трудно предположить, что все теории железобетона и проектирования строительных конструкций будет решать люди, механические оперирующие формулами, не вникая в их суть.

Принимаемые рабочие предпосылки моделей сопротивления железобетона [1-4,6] позволяют более гибко использовать достижения в области смежных дисциплин механики твердого деформированного тела, физики твердого тела и активно развивающейся механики разрушения на основе их анализа и синтеза [11-16].

Объектом рассматриваемого исследования: является процесс развития теории пластичности железобетона для трех стадии напряженно–деформированного состояния.

Целью исследования явилась: разработка модели пластичности железобетонных конструкций на основе диаграмм состояний и интенсивность «напряжений – интенсивность деформаций» проецированием тензоров этих диаграмм через главный угол на соответствующие оси.

В рамках сформулированной цели рассмотрены следующие задачи: 1) формулировка рабочих предпосылок для трех стадии напряженно–деформированного состояния и интенсивности связи «напряжения-деформации»; 2) проецирование тензоров диаграмм через соответствующие переходы и коэффициенты ступеней усилий; 3) развитие элементов изотропии блочной среды между трещинами и модели *магистральных трещин* на основе деформационного *эффекта железобетона*; 4) для растянутого бетона и «нагельного» *эффекта для арматуры для трансверсально-изотропной среды*;

Материалы и методы

Сформулируем рабочие предпосылки модели пластичности железобетона основанные на всестороннем анализе экспериментальных данных полученных в опытах автора [8-10, 19] и других исследователей:

1) рассматриваемая среда железобетона включает в себя силовые потоки механики твердого сплошного тела в связи «интенсивность напряжений - интенсивность деформаций» для блоков сжатого и растянутого бетона с изотропной средой между трещинами и локальной областью около берегов трещины (первый объект);

2) рассматриваемая среда включает магистральные трещины моделируемые параметрами механики разрушения железобетона при раскрытии и развитии которых учитывается эффект не сплошности бетона и неразрывность арматуры с помощью специального двухконсольного элемента (второй объект), а также другие параметры для решения задачи сопротивления околоарматурной зоны железобетонного элемента полученные в опытах Я.М. Немировского, Б.Ш. Шамурадова, работах автора [1, 2, 4, 8] и др.;

3) сопротивление растянутого бетона в железобетонной конструкции для среднего продольного усилия $(N_{s,m} = \varepsilon_s \cdot \psi_s \cdot E_s \cdot A_s)$ и среднего поперечного усилия $Q_{s,m}$

$(Q_{s,m} = \varepsilon_s \cdot \psi_{Q,s} \cdot E_s \cdot A_s)$ определяется через общий параметр ψ_s или $\psi_{s,sw}$ проф. В.И. Мурашева, при этом связь между этими усилиями в продольной арматуре и поперечных стержнях определяется с использованием эффекта железобетона (третий объект). Главный вектор и усилий в арматуре характеризуется двумя величинами u_{gi} , v_{gi} и связан с нормальными $\sigma_{s,i}$ арматуры и касательными напряжениями $\tau_{s,i}$ в трещинах;

4) функционал механики разрушения железобетона строится на энергетической основе с помощью специального двухконсольного элемента через параметр его податливости, определяемый классическими методами строительной механики (метод сил, метод перемещений, смешанный метод) с применением канонической системы уравнений;

5) за критерий образования трещин отрыва перпендикулярно главным деформациям удлинения бетона принято условие $\varepsilon_l < \varepsilon_{bt,ul}$, а за критерий предельного деформирования сжатого бетона, при сложном напряженном состоянии в нем, принято условие где $\varepsilon_i \leq \varepsilon_{b,u}$; где ε_i - интенсивность деформаций i -го направления;

6) для трансверсально-изотропной среды растянутого бетона расстояния между трещинами l_{crc} , обобщенный параметр ψ_s , и ширина раскрытия трещин рассматривается как накопление относительных условных сосредоточенных взаимных смещений $\varepsilon_g(x)$ арматуры и бетона на берегах трещины a_{crc} , где установлен особый участок эффекта не сплошности бетона и депланации трещины от реакции «бетон – арматура»;

7) проекция опасной пространственной трещины на горизонтальную ось сложно напряженного железобетонного стержневого элемента определяется из системы разрешающих уравнений, с использованием функции Лагранжа;

8) линейные и угловые деформации в железобетонных конструкциях с трещинами при сложном напряженном состоянии вычисляются через специально разработанные сложные функции, позволяющие определять эти деформации с учетом депланации сечений и градиентов деформаций от образования трещин;

Следуя работам [1-3], определяем коэффициент поперечных деформаций $\mu(\lambda)$ и величину модуля пластичности бетона $E(\lambda)$:

$$E(\lambda) = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}; \tag{1}$$

$$0,167 \leq \mu(\lambda) = 0,5 - 0,049875 \cdot \frac{E(\lambda)}{100 \cdot R_b} \leq 0,357; \tag{2}$$

Здесь коэффициент поперечных деформаций $\mu(\lambda)$ – линейная зависимость, полученная по результатам экспериментальных данных, в которых ограничения составляют от 0,167 до 0,357.

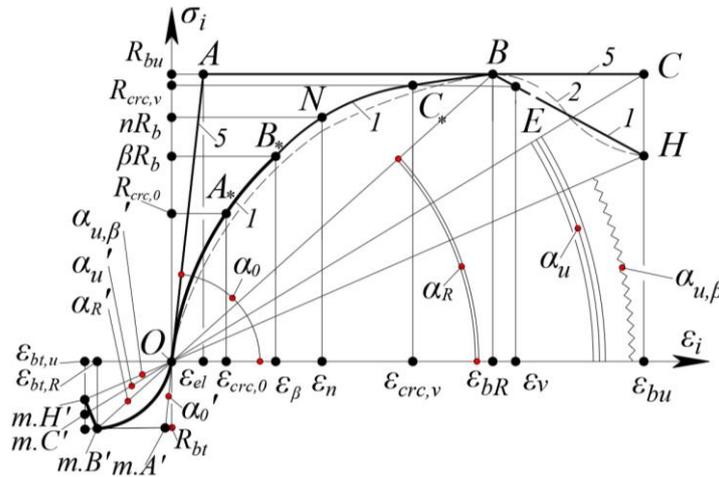


Рисунок 1 - Диаграмма интенсивности связи $\sigma_i - \varepsilon_i$ для сжатого и растянутого бетона

Рассмотрим диаграммы деформирования бетона в главных осях « $\sigma_1 - \varepsilon_1$ » и « $\sigma_2 - \varepsilon_2$ ».

Из формулы для определения интенсивности деформаций находим $\varepsilon_{1,u}$, принимая его равным ограничению для ε_1 :

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{2(1 + \mu(\lambda))} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (3)$$

Принимая из работ [1, 2, 6] $\varepsilon_{i,u} = \varepsilon_{b,u}$, $\mu_{b,u}(\lambda) = 0.357$, и проведя соответствующие алгебраические преобразования, для главных деформаций бетона получим следующие ограничения:

$$\varepsilon_1 \leq 1.567 \cdot \varepsilon_{i,u} + \varepsilon_{3,u}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_2 \leq 0.784 \cdot \varepsilon_{i,u} + \varepsilon_{3,u}. \quad (5)$$

Значение деформации $\varepsilon_{3,u}$ определяется из выражения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{3,u} &= \frac{\sigma_{3,u}}{E_{b,u}(\lambda)} - \frac{\mu_{b,u}(\lambda) \cdot (\sigma_{1,u} + \sigma_{2,u})}{E(\lambda)} = 0 - \frac{\mu_{b,u}(\lambda) \cdot (\sigma_{1,u} + \sigma_{2,u})}{E_{b,u}(\lambda)} = \\ &= \left(\frac{\mu_{b,u}(\lambda)}{E_{b,u}(\lambda)} \right) \cdot (\sigma_{1,u} + \sigma_{2,u}). \end{aligned} \quad (6)$$

В уравнении (6) напряжение $\sigma_{1,u}$ принимается равным ограничению для σ_1 , найденному из формулы для определения интенсивности напряжений:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (7)$$

Принимая $\sigma_i = \sigma_{b,u}$ и выполнив алгебраические преобразования (переход первый от диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$ при вычислении из главных диаграмм деформаций – напряжений « $\sigma_1 - \varepsilon_1$ » и « $\sigma_2 - \varepsilon_2$ »), получим следующие ограничения для главных напряжений:

– ограничение 1:
$$\sigma_1 \leq \frac{R_b}{0.87} = 1.149 R_b; \quad (8)$$

– ограничение 2:
$$\sigma_2 \leq 0,5 \cdot \frac{R_b}{0.87} = 0,575 R_b \quad (9)$$

Предельное значение для главного напряжения $\sigma_{2,u}$ найдем из условия:

$$\sigma_{1,u} + \sigma_{2,u} = \sigma_{x,u} + \sigma_{z,u} \quad (10)$$

Отсюда, с учетом ограничения 2 для главного напряжения получим:

$$\sigma_{2,u} = \sigma_{x,u} + \sigma_{z,u} - \sigma_{1,u} = \sigma_{x,u} + \sigma_{z,u} - \frac{R_b}{0.87} \leq 0,5 \cdot \frac{R_b}{0.87} \quad (11)$$

Здесь предельное значение продольного напряжения $\sigma_{x,u}$ находится из условий равновесия блоков принятой нами расчетной модели [1, 2, 4].

Из уравнения равновесия моментов внутренних и внешних сил блок I в сечении I-I (см. рисунок 5 и 6) относительно оси z, проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в растянутой арматуре ($\sum M_{O,I}=0$) определяется неизвестное напряжение в сжатой зоне бетона $\sigma_{b,x,I}$.

Следуя модели [1, 2, 4] для деформаций по оси z можно записать:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E(\lambda)} \cdot \left[\frac{R_{sup,u}}{bh} \cdot \frac{\beta_{rel}^2}{1.57} \left(\frac{\beta_{rel}}{(\alpha_{rel}^2 + \beta_{rel}^2)^2} - \frac{3 - 2\beta_{rel}}{(1 + \alpha_{rel}^2)^2} \right) \right] \leq \varepsilon_{z,el} \quad (12)$$

Из формулы (12), для предельных деформаций по этой оси получим:

$$\sigma_{z,u} = \varepsilon_z \cdot E(\lambda) \leq \sigma_{z,pl} \quad (13)$$

Здесь $R_{sup,u}$ – величина опорной реакции, определяется из уравнений равновесия блоков принятой расчетной модели; $\alpha_{rel} = x/h$, $\beta_{rel} = z/h$ – относительные координаты точки, для которой определяется напряжение $\sigma_{z,u}$. При этом принято, что начало координат располагается в точке приложения силы $R_{sup,u}$, (см. рисунок 5), ось x направлена параллельно продольной оси элемента, ось z – нормально к ней; $\sigma_{z,pl}$ – напряжение в бетоне по оси z соответствующие пластическим деформациям определяемое через коэффициент φ_{ij} путем проецирования диаграммы " $\sigma_i - \varepsilon_i$ " или диаграмм деформирования бетона в главных осях " $\sigma_1 - \varepsilon_1$ ", " $\sigma_2 - \varepsilon_2$ " от их координат x, y, z); $\varepsilon_{z,el}$ – упругие деформации в бетоне по оси z определяемые через коэффициент φ_{ij} и путем проецирование диаграммы " $\sigma_i - \varepsilon_i$ " или диаграмм деформирования бетона в главных осях или главных " $\sigma_1 - \varepsilon_1$ ", " $\sigma_2 - \varepsilon_2$ " от их координат x, y, z или x_1, y_1, z_1).

Напряжение в бетоне по оси z $\sigma_{z,pl}$ соответствующие пластическим деформациям определяется как местное напряжение от обобщенной опорной реакции $R_{sup,u}$:

$$\sigma_{z,u} = \frac{R_{sup,u}}{A_{red}} \cdot (\varphi_z + k \cdot \varphi_{2,z}) \quad (14)$$

Здесь φ_z или $k \cdot \varphi_{2,z}$ – коэффициенты учета местных нормальных напряжений σ_z в направлении оси z от сосредоточенных сил, принимаются по [17, таблица 39]. При этом для этих напряжений учитывается ограничение до значений $\sigma_{z,u}$ т.е. $\sigma_{z,u} \leq \sigma_{z,pl}$.

Теперь, аналогично, как и в случае с деформациями $\varepsilon_{3,u}$, определим значение деформаций $\varepsilon_{2,u}$ по формуле:

$$\varepsilon_{2,u} = \frac{\sigma_{2,u}}{E_{b,u}(\lambda)} - \mu_{b,u}(\lambda) \cdot (\sigma_{1,u} + \sigma_{3,u}) = \frac{\sigma_{2,u}}{E} - \mu_{b,u}(\lambda) \cdot \sigma_{1,u} \quad (15)$$

Здесь $\sigma_{3,u} = 0$.

Для выполнения дальнейших переходов между параметрами тензора деформаций и тензора напряжений в бетоне сжатой зоны необходимо найти значение угла α_0 , определяющего наклон главных площадок. Запишем известную из сопротивления материалов и теории пластичности формулу тангенса двойного угла, определяющую наклон главных площадок (рисунок 2):

$$\operatorname{tg} 2\alpha_{0,j} = -\frac{2\tau_{z_1x_1}}{\sigma_{x_1} - \sigma_{z_1}} \quad (16)$$

Здесь j= C, B, A, D для диаграмм (рисунок 3); $\tau_{z_1x_1}$, σ_{x_1} и σ_{z_1} – напряжения на наклонной площадке.

Подставив соответствующие значения расчетных параметров и выполнив некоторые преобразования, получим:

$$\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \frac{1}{1-\mu^2(\lambda)} \left[\varepsilon_1 \cos^2 \alpha_0 + \varepsilon_2 \sin^2 \alpha_0 + \mu(\lambda) (\varepsilon_1 \sin^2 \alpha_0 + \varepsilon_2 \cos^2 \alpha_0) \right] - \frac{R_{\text{sup}}}{bh} \cdot \frac{\beta_{\text{rel}}^2}{1.57} \left[\frac{\beta_{\text{rel}}}{(\alpha_{\text{rel}}^2 + \beta_{\text{rel}}^2)^2} - \frac{3-2\beta_{\text{rel}}}{(1+\alpha_{\text{rel}}^2)^2} \right] = \frac{\cos 2\alpha_0}{\varepsilon_i [1+\mu(\lambda)]} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2); \quad (17)$$

Обозначив в выражении (17):

$$C_{\Delta} = \frac{C_{\Delta\Delta\Delta} \cdot \left[\varepsilon_1 \cos^2 \alpha_{0,j} + \varepsilon_2 \sin^2 \alpha_{0,j} + \mu(\lambda) (\varepsilon_1 \sin^2 \alpha_{0,j} + \varepsilon_2 \cos^2 \alpha_{0,j}) \right] - C_{\Delta\Delta}}{\cos 2\alpha_{0,j}}; \quad (18)$$

$$C_{\Delta} = -\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \frac{1}{[1+\mu(\lambda)]} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2); \quad (19)$$

$$C_{\Delta\Delta} = \frac{R_{\text{sup}}}{bh} \cdot \frac{\beta_{\text{rel}}^2}{1.57} \left[\frac{\beta_{\text{rel}}}{(\alpha_{\text{rel}}^2 + \beta_{\text{rel}}^2)^2} - \frac{3-2\beta_{\text{rel}}}{(1+\alpha_{\text{rel}}^2)^2} \right]; \quad (20)$$

$$C_{\Delta\Delta\Delta} = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \frac{1}{1-\mu^2(\lambda)}. \quad (21)$$

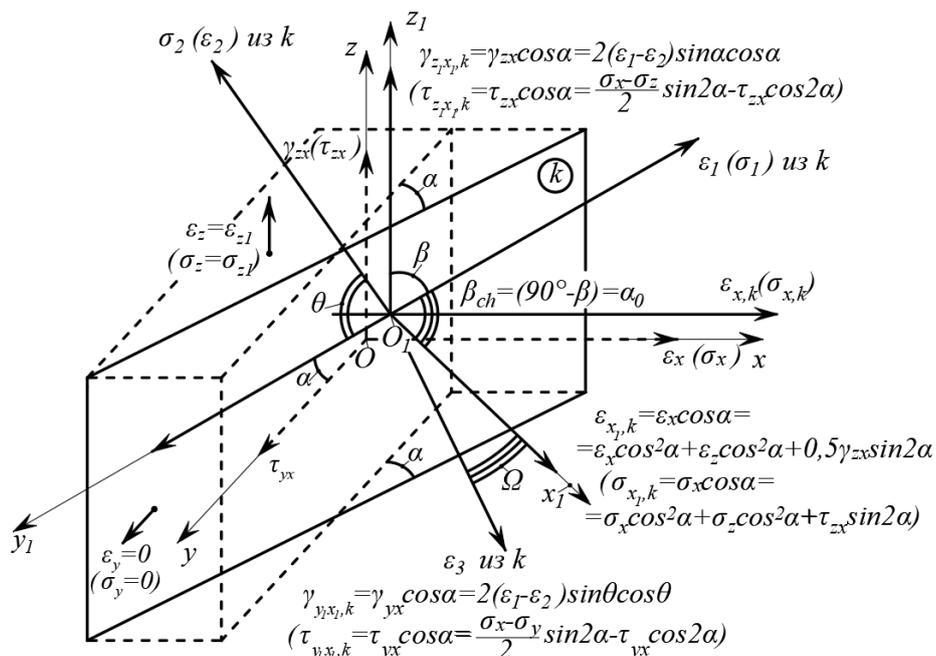


Рисунок 2 - Деформации и напряжения в вертикальном поперечном сечении, проходящем через конец фронта пространственной трещины: составляющие на элементарной площадке

В результате преобразований получено выражение для определения значение угла α_0 , определяющего наклон главных площадок (рисунок 2):

$$\alpha_{0,j} = \pm \arcsin \left(\frac{C_{\Delta} + C_{\Delta\Delta} - C_{\Delta\Delta\Delta} \cdot \epsilon_1 - C_{\Delta\Delta\Delta} \cdot \mu(\lambda) \cdot \epsilon_2}{-C_{\Delta\Delta\Delta} \cdot \epsilon_1 + C_{\Delta\Delta\Delta} \cdot \epsilon_2 + C_{\Delta\Delta\Delta} \cdot \mu(\lambda) \cdot \epsilon_1 - C_{\Delta\Delta\Delta} \cdot \mu(\lambda) \cdot \epsilon_2 + 2C_{\Delta}} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (22)$$

Принимая значения $\sigma_i = \sigma_{b,i}$ и выполнив соответствующие математические преобразования, получены переходы диаграмм " $\sigma_i - \epsilon_i$ " ($j = C, B, A, D$ (см. рисунок 1, 3)

посредством их проецирования и с использованием коэффициентов φ_{ij} от интенсивности до главных напряжений (деформаций). Первый переход и ограничения от главных напряжений-деформаций для тензоров осей x_1, y_1, z_1 , а также осей x, y, z , второй и третий переходы через касательные напряжения (угловые деформации) от осей yx до осей zx . Четвертый и

пятый переходы приводят к выражениям $\gamma_{yx} = k_* \cdot k_{**} \cdot \gamma_{zx, Mt, el}$ и $\gamma_{zx, pl} = k_* \cdot \gamma_{zx, Mt, el}$. Здесь для сложного сопротивления - кручения с изгибом $k_* = M_t / M_{t, crc}$. Ограничения касательных

напряжений в пластической стадии τ_{pl} составляют от $0,5R_{bt}$ до $0,5R_b$.

Тогда для диаграмм « $\sigma_{x_1} - \epsilon_{x_1}$ » и « $\sigma_{z_1} - \epsilon_{z_1}$ » можем вычислить значения деформаций и напряжений полученных при помощи второго перехода от главных деформаций-напряжений для осей x_1, y_1, z_1 , (а также осей x, y, z) через третий переход по формулам:

$$\epsilon_{x_1} = \epsilon_1 \cos^2 \alpha_0 + \epsilon_2 \sin^2 \alpha_0, \quad (23)$$

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} \cdot \frac{1}{1 - \mu^2(\lambda)} \left[\epsilon_{x_1} + \mu(\lambda) \cdot \epsilon_{z_1} \right], \quad (24)$$

$$\varepsilon_{z_1} = \varepsilon_1 \sin^2 \alpha_0 + \varepsilon_2 \cos^2 \alpha_0, \quad (25)$$

$$\sigma_{z_1} = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \frac{I}{1 - \mu^2(\lambda)} [\varepsilon_{z_1} + \mu(\lambda) \cdot \varepsilon_{x_1}] \quad (26)$$

Соответственно, для диаграммы « $\tau_{z_1x_1} - \gamma_{z_1x_1}$ » вычисляем значения деформаций сдвига и касательных напряжений по формулам:

$$\gamma_{z_1x_1} = \varepsilon_{q,z_1x_1} = 2 \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2); \quad (27)$$

$$\tau_{z_1x_1} = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \frac{I}{2[1 + \mu(\lambda)]} \varepsilon_{q,z_1x_1} \quad (28)$$

Для диаграммы « $\tau_{y_1x_1} - \gamma_{y_1x_1}$ » вычисляем значения деформаций сдвига и касательных напряжений при помощи третьего перехода (обратного через оси x, y, z и оси x_1, y_1, z_1) от диаграмм « $\sigma_x - \varepsilon_x$ » и « $\tau_{yx} - \gamma_{yx}$ »:

$$\gamma_{y_1x_1} = \frac{\tau_{y_1x_1}}{G} = \frac{\frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha - \tau_{yx} \cos 2\alpha}{\frac{E(\lambda)}{2(1 + \mu(\lambda))}}; \quad (29)$$

$$\tau_{y_1x_1} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{yx} \cos 2\alpha \quad (30)$$

Переход от деформаций и напряжений на наклонной площадке (рисунок 2 и 3) к деформациям и напряжениям на нормальной площадке, производится для диаграмм « $\sigma_x - \varepsilon_x$ », « $\sigma_z - \varepsilon_z$ » и « $\tau_{zx} - \gamma_{zx}$ » по известным формулам механики твердого деформируемого тела:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x_1} \cos^2 \alpha + \varepsilon_{z_1} \sin^2 \alpha + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{z_1x_1} \sin 2\alpha \quad (31)$$

$$\sigma_x = \sigma_{x_1} \cos^2 \alpha + \sigma_{z_1} \sin^2 \alpha + \tau_{z_1x_1} \sin 2\alpha \quad (32)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{x_1} \cos^2 \alpha_1 + \varepsilon_{z_1} \sin^2 \alpha_1 + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{z_1x_1} \sin 2\alpha_1 = \varepsilon_{x_1} \cos^2 90^\circ + \varepsilon_{z_1} \sin^2 90^\circ + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{z_1x_1} \sin 180^\circ = \varepsilon_{z_1}; \quad (33)$$

$$\sigma_z = \sigma_{x_1} \cos^2 \alpha_1 + \sigma_{z_1} \sin^2 \alpha_1 + \tau_{z_1x_1} \sin 2\alpha_1 = \sigma_{x_1} \cos^2 90^\circ + \sigma_{z_1} \sin^2 90^\circ + \tau_{z_1x_1} \sin 180^\circ = \sigma_{z_1}. \quad (34)$$

Здесь, параметры ε_{x_1} , ε_{z_1} и $\gamma_{z_1x_1}$ вычисляются по формулам (23), (25) и (27); $\alpha_1 = 90^\circ$ – угол между направлением оси x и оси z_1 .

$$\gamma_{zx} = (\varepsilon_{x_1} - \varepsilon_{z_1}) \cdot \sin 2\alpha + \gamma_{z_1x_1} \cos 2\alpha; \quad (35)$$

$$\tau_{zx} = \frac{\sigma_{x_1} - \sigma_{z_1}}{2} \sin 2\alpha - \tau_{z_1x_1} \cos 2\alpha \quad (36)$$

Значения деформаций сдвига и касательных напряжений $\gamma_{zx, Mt, el}$, $\tau_{zx, Mt, el}$ и $\gamma_{zx, Mt, pl}$, $\tau_{zx, Mt, pl}$ определяются при помощи предложенной сложной функции (см. работы [1, 2, 4, 18]).

$$\gamma_{zx,Mt} = \tau_{zx,Mt} / G(\lambda) = \tau_{zx,Mt} 2(1 + \mu) / E(\lambda) \quad (37)$$

Кроме параметров суммарной диаграммы « $\tau_{yx} - \gamma_{yx}$ », определяются также значения деформаций сдвига и касательных напряжений для диаграмм « $\tau_{zx,Mt} - \gamma_{zx,Mt}$ » (возникающих при кручении от действия крутящего момента) и касательных напряжений для диаграмм « $\tau_{zx,Q} - \gamma_{zx,Q}$ » возникающих от действия поперечной силы:

$$\gamma_{zx,Q} = \tau_{zx,Q} / G = 2(\tau_{zx} - \tau_{zx,Mt})(1 + \mu(\lambda)) / E(\lambda) \quad (38)$$

Здесь параметры τ_{zx} и $\tau_{zx,Mt}$ вычисляются из формул (36) и (37).

Касательные напряжения, возникающие от действия поперечной силы:

$$\tau_{zx,Q} = \tau_{zx} - \tau_{zx,Mt} \quad (39)$$

т.е. касательное напряжение $\tau_{zx,Q}$ находим из суммарных напряжений τ_{zx} .

Для диаграммы « $\tau_{yx} - \gamma_{yx}$ » вычисляем значения деформаций сдвига и касательных напряжений при помощи четвертого и пятого переходов:

$$\gamma_{yx} = k_* \cdot k_{**} \cdot \gamma_{zx,Mt,el} \quad (40)$$

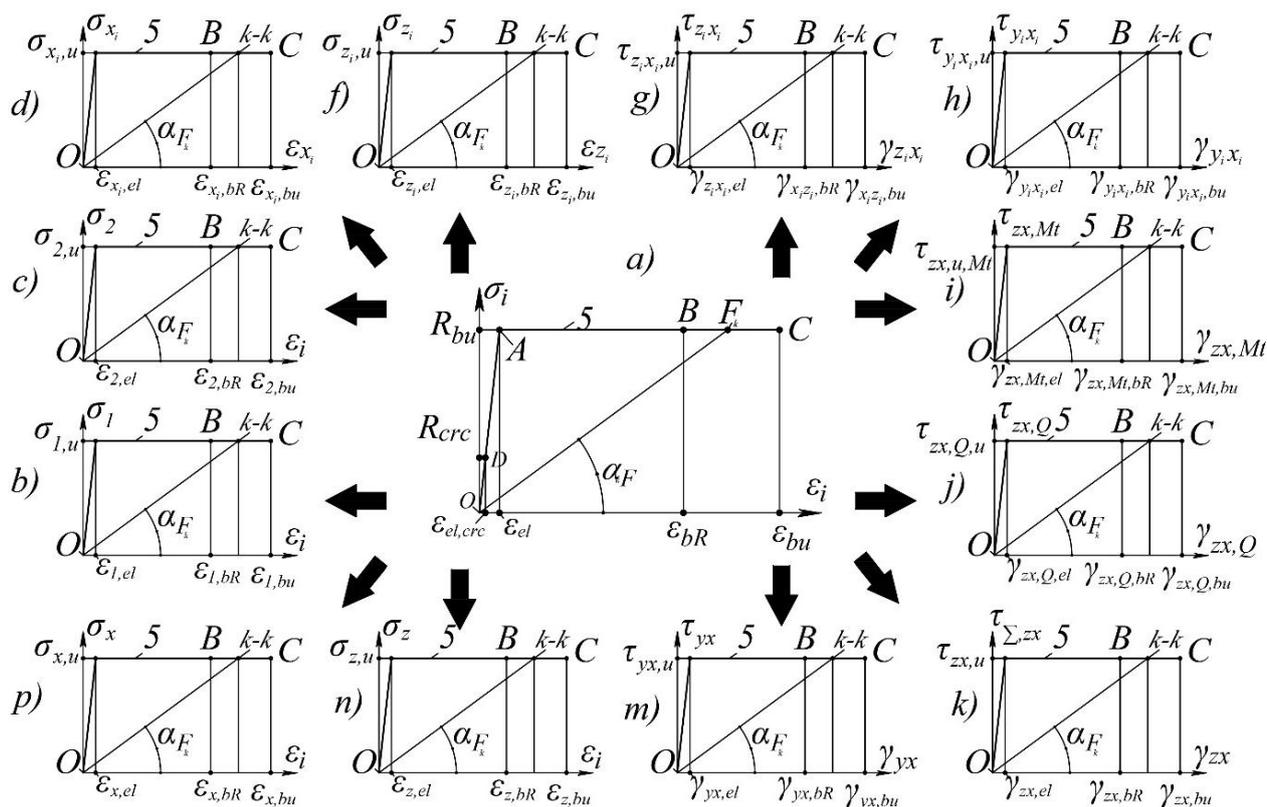


Рисунок 3 - Диаграмма « $\sigma_i - \epsilon_i$ » (a) и диаграммы остальных составляющих напряженно – деформированного состояния: связь « $\sigma_1 - \epsilon_1$ » (b); связь « $\sigma_2 - \epsilon_2$ » (c); связь « $\sigma_{x1} - \epsilon_{x1}$ » (d); связь « $\sigma_{z1} - \epsilon_{z1}$ » (f); связь « $\tau_{z1x1} - \gamma_{z1x1}$ » (g); связь « $\tau_{y1x1} - \gamma_{y1x1}$ » (h); связь « $\tau_{zx,Mt} - \gamma_{zx,Mt}$ » (i); связь « $\tau_{zx,Q} - \gamma_{zx,Q}$ » (j); связь « $\tau_{\Sigma,zx} - \gamma_{\Sigma,zx}$ » (k); связь « $\tau_{yx} - \gamma_{yx}$ » (m); связь « $\sigma_z - \epsilon_z$ » (n); связь « $\sigma_x - \epsilon_x$ » (p)

$$\tau_{yx} = \gamma_{yx} \cdot G = k_* \cdot k_{**} \cdot \gamma_{zx, Mt, el} \cdot \frac{E(\lambda)}{2(1 + \mu(\lambda))} \leq \tau_{pl} \left(\frac{c}{h_0} \right) \quad (41)$$

Четвертый переход имеет вид:

$$\gamma_{zx, pl} = k_* \cdot \gamma_{zx, Mt, el} \quad (42)$$

здесь $k_* = M_t / M_{t, crc}$, параметр $\gamma_{zx, Mt, el}$ определяется по формуле (37). При этом ограничение для касательных напряжений принимается в виде $\tau_{pl} \leq R_{ch}$, $\tau_{pl} = \tau_{pl} (c / h_0)$.
Здесь функция от c / h_0 определяется по работам [1, 2, 4, 18].

Следующий пятый переход необходимо осуществить для касательных напряжений кручения $\tau_{zx, Mt}$ через касательные напряжения $\tau_{yx, Mt}$.

В сложно напряженных железобетонных конструкциях при изгибе с кручением для диаграмм сжатого бетона необходимо получить коэффициенты φ_{ij} и $\nu(\lambda)$ для главных “напряжений – деформаций” через проецирования нормальных и касательных напряжений в точках С, В, А, D определяющих параметры прочности и трещиностойкости бетона (рисунок 4)

В частности, для напряжений (деформаций) в точке С диаграммы для деформаций имеем следующие коэффициенты φ_{ij} :

$$\varphi_{\varepsilon_{x,u}} = \frac{\varepsilon_{x,u}}{\varepsilon_{1,u}} = \frac{\varepsilon_{x_1,u} \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_{z_1,u} \sin^2 \alpha + \frac{1}{2} \gamma_{z_1 x_1, u} \sin 2\alpha}{1,567 \cdot \varepsilon_{i,u} + \varepsilon_{3,u}} = \frac{\frac{1}{2} \varepsilon_{x_1,u} + \frac{1}{2} \varepsilon_{z_1,u} + \frac{1}{2} \gamma_{z_1 x_1, u}}{1,567 \cdot \varepsilon_{i,u} + \varepsilon_{3,u}} \quad (43)$$

Здесь, α_i - углы (для 45° или др.) между поперечным сечением и наклонным сечением k (см. работы [1, 2, 4, 18]).

$$\varphi_{\gamma_{zx,u}} = \frac{\gamma_{zx,u}}{\varepsilon_{1,u}} = \frac{(\varepsilon_{x_1,u} - \varepsilon_{z_1,u}) \cdot \sin 2\alpha + \gamma_{z_1 x_1, u} \cos 2\alpha}{1,567 \cdot \varepsilon_{i,u} + \varepsilon_{3,u}} = \frac{\varepsilon_{x_1,u} - \varepsilon_{z_1,u}}{1,567 \cdot \varepsilon_{i,u} + \varepsilon_{3,u}} \leq \frac{\tau_{pl} \left(\frac{c}{h_0} \right) \cdot 2(1 + \mu_{b,u}(\lambda))}{E_{b,u}(\lambda) \cdot (1,567 \cdot \varepsilon_{i,u} + \varepsilon_{3,u})} \quad (44)$$

Для деформаций $\varepsilon_{x_1,u}$ и $\gamma_{z_1 x_1, u}$ принимаются ограничения, приведенные в работах [1, 2, 4, 18]:

$$\varphi_{\gamma_{zx, Q, u}} = \frac{\gamma_{zx, Q, u}}{\varepsilon_{1,u}} = \frac{(\tau_{zx, u} - \tau_{zx, Mt, u}) \cdot 2(1 + \mu_{b,u}(\lambda))}{E_{b,u}(\lambda) \cdot (1,567 \cdot \varepsilon_{i,u} + \varepsilon_{3,u})} \quad (45)$$

$$\text{Здесь } E_{b,u}(\lambda) = \frac{\sigma_{i,u}}{\varepsilon_{i,u}} = \frac{R_b}{0.0035}; \quad \mu_{b,u}(\lambda) = 0.357$$

С учетом принятых значений приведенных параметров, для коэффициента $\varphi_{\gamma_{yx,u}}$ получим:

$$\varphi_{\gamma_{yx,u}} = \frac{\gamma_{yx,u}}{\varepsilon_{1,u}} = \frac{k_{*,u} \cdot k_{**,u} \cdot \gamma_{zx, Mt, el}}{1,567 \cdot \varepsilon_{i,u} + \varepsilon_{3,u}} \quad (46)$$

$$\varphi_{\sigma_{x,j}} = \frac{\sigma_{x,j}}{\sigma_{1,j}} = \frac{\sigma_{x_1,j} \cos^2 \alpha + \sigma_{z_1,j} \sin^2 \alpha + \tau_{z_1, x_1, j} \sin 2\alpha}{1,149 R_b} \quad (47)$$

Здесь $j = C, B, A, D$; $\sigma_x = \varepsilon_x \cdot E_b(\lambda) = \varepsilon_x \cdot \nu_b(\lambda) \cdot E_b$, $E_{b,j}(\lambda) = \sigma_{b,i} / \varepsilon_{b,i}$; для точки С:
 $E_{b,u}(\lambda) = R_b / 0.0035$, $\mu_{b,u}(\lambda) = 0,357$, $k_{*,u} = M_{bend,u} / M_{bend,crc}$; для точки В:
 $E_{bR}(\lambda) = \sigma_{i,bR} / \varepsilon_{i,bR} = R_b / 0.0020$, $\mu_{bR}(\lambda) = 0.251$; для точки А:
 $E_{b,el} = \sigma_{i,el} / \varepsilon_{i,el} = R_b / 0,0015$, $\mu_{b,el} = 0,167$; для параметров второй группы предельных состояний – участок АС, например, для точки F на диаграмме « $\sigma_x - \varepsilon_x$ » (см. рисунок 4)
 коэффициент $\varphi_{ij} = \operatorname{tg} \alpha_{F_k} = \sigma_{x,u} / \varepsilon_{x,F_k} = E_{b,F_k}(\lambda)$, $\nu_{b,F_k}(\lambda) = \sigma_{x,u} / (\varepsilon_{x,F_k} \cdot E_b)$.

Линейные и угловые деформации в железобетонных конструкциях с трещинами при сложном напряженном состоянии на всех стадиях деформирования вычисляются через специально разработанные сложные функции, позволяющие определять эти деформации с учетом деформации сечений и градиентов деформаций от образования трещин. Их суммарные значения определяются вычитанием значений деформаций описываемых линейной зависимостью закона плоских сечений и приращений деформаций описываемых сложной функцией с учетом их градиентов ($f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc}$) при образовании трещин:

$$\varepsilon_{b,x,sum} = \varepsilon_{b,x} \pm \varepsilon_{x,d}$$

Упруго-пластическое деформирование сжатого бетона учитывается параметром λ^* [18].

Построены сложные функции для описания линейных и угловых деформаций в сечении сложно напряженного элемента при изгибе с кручением позволяющие определять эти деформации с учетом деформации сечений и градиентов деформаций от образования трещин при переходе от значений деформаций описываемых линейной зависимостью закона плоских сечений к трапеции к закону описываемому вогнутой или выпуклой параболой с учетом градиентов деформаций от образования трещин [18]. При этом сложная функция $f_{5,*}(y,z)$ используется для определения деформаций в сечении на расстоянии от опоры конструкции до рассматриваемого расчетного поперечного сечения и на различных уровнях деформирования от упругопластической стадии деформирования в точке с параметром λ^*,γ к пластической, а также для вычисления градиентов деформаций при образовании трещин ($f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc}$). Запишем функцию первого градиента деформаций от сдвига, возникающего при образовании первой трещины:

$$f_{\gamma,\Delta_2} = f_{sum,\gamma} - f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc} = f_{sum,\gamma} - \frac{f_{sum,\gamma}}{k_{\gamma,sum}} = f_{sum,\gamma} \left(1 - \frac{1}{k_{\gamma,sum}} \right), \quad (48)$$

а также функцию деформаций при возникновении второй трещины:

$$f_{sum,\gamma,\Delta_2,tr} = f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc} - f_{\Delta\gamma} = \frac{f_{sum,\gamma}}{k_{\gamma,sum}} - f_{sum,\gamma} + \frac{f_{sum,\gamma}}{k_{\gamma,sum}} = f_{sum,\gamma} \left(\frac{2}{k_{\gamma,sum}} - 1 \right). \quad (49)$$

Через параметр податливости, принятый в классических методах строительной механики (метод сил, метод перемещений, смешанный метод), и энергетический метод развития трещин механики разрушения $\zeta_{c,u}$:

$$\zeta_{cu} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\delta W - \delta V}{\delta A} \right) = C_I \cdot \Delta T \frac{\partial \Delta T}{\partial h_{crc}} - C_{II} P_1 \cdot \frac{\partial P_1}{\partial h_{crc}} - C_{III} P_2 \cdot \frac{\partial P_2}{\partial h_{crc}} - C_0 M_{con} \cdot \frac{\partial M_{con}}{\partial h_{crc}}. \quad (50)$$

получена система канонических уравнений.

В формуле (50), δV – уменьшение потенциальной энергии тела при продвижении трещины на малое приращение δa ; δW – дополнительная работа, совершаемая над телом при продвижении трещины на малое приращение δa .

Развития трещины определяется новым энергетическим критерием приращения удельной поверхности, записываемым в виде [1, 2, 4, 6]:

$$\frac{d\zeta_{c,u}}{dh_{crc}} = 0 \quad (51)$$

Здесь $\zeta_{c,u}$ – новый критерий развития трещины, определяемый приращением удельной поверхности (в параметрах потенциальной энергии и работы); h_{crc} – длина трещины.

Ширина раскрытия трещин a_{crc} в рассматриваемой модели железобетонных конструкций рассматривается как накопление относительных условных взаимных смещений $\varepsilon_g(x)$ арматуры и бетона на берегах трещины.

Относительные взаимные смещения арматуры и бетона находятся из зависимости:

$$\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bt}(x) \quad (52)$$

Здесь $\varepsilon_s(x)$ – относительные деформации арматуры; $\varepsilon_{bt}(x)$ – относительные деформации бетона в расчетном сечении x .

При этом решение однородного дифференциального уравнения первого порядка для определения взаимных смещений арматуры и бетона имеет вид:

$$\varepsilon_g(x) = C \cdot e^{-Bx} \quad (53)$$

Постоянная интегрирования C находится из граничного условия.

Следуя [8, 10] расстояние между трещинами определяется из соотношения:

$$l_{crc} = \frac{2(\ln B_4 - Bt_*)}{-B} \quad (54)$$

Коэффициент, учитывающий неравномерное распределение относительных деформаций растянутой арматуры между трещинами вычисляется по формуле:

$$\begin{aligned} \psi_S = & \frac{2 \cdot K \cdot B_3}{\varepsilon_S \cdot l_{crc} \cdot B} \cdot \left[1 - e^{-B \cdot (0,5l_{crc} - t_*)} \right] + \frac{2}{\varepsilon_S \cdot l_{crc}} \left(\varepsilon_S + \frac{\Delta T}{E_S A_S} - K \cdot B_3 \right) \cdot (0,5l_{crc} - t_*) + \\ & + \frac{\delta Q \cdot K}{\varepsilon_S \cdot l_{crc} \cdot B \cdot t_*} (0,5l_{crc} - t_*)^2 + \frac{2 \cdot \varepsilon_S \cdot E_S \cdot A_S + \Delta T}{\varepsilon_S \cdot l_{crc} \cdot E_S \cdot A_S} \cdot t_* ; \end{aligned} \quad (55)$$

а зависимость для определения ширины раскрытия трещин имеет вид:

$$\begin{aligned} a_{crc} = & -\frac{2\Delta T}{G} + \frac{2}{B} \left(\frac{q_{sw} S}{A_{sw} E_{sw}} + B_{a,1} \right) \left(1 - e^{\ln B_4} \right) - \frac{2B_2}{B} \ln B_4 = \\ = & -\frac{2\Delta T}{G} - \frac{2B_{a,2}}{B} - \frac{2B_2}{B} \ln \left(1 + \frac{B_{a,2} \cdot A_{sw} E_{sw}}{q_{sw} S + B_{a,1} A_{sw} E_{sw}} \right). \end{aligned} \quad (56)$$

Новый уровень трещинообразования соответствует выполнению следующего неравенства:

$$l_{crc,i} \leq \eta_* \cdot l_{crc,i-1} \quad (57)$$

Главный вектор u усилий в арматуре характеризуется двумя величинами u_{gi} , v_{gi} и связан с нормальными $\sigma_{s,i}$ арматуры и касательными напряжениями $\tau_{s,i}$ в трещинах (рисунок 4).

Согласно [19] нормальные перемещения в арматуре в трещине:

$$U_s = 0.5l_{crc}\varepsilon = 0.5l_{crc}\sigma_s\psi_s / E_s = 0.5l_{crc}N_s\psi_s / A_sE_s \quad (58)$$

Здесь ε - средние относительные деформации арматуры на участках между трещинами; l_{crc} - расстояние между трещинами, ψ_s - коэффициент В.И. Мурашева, учитывающий влияние сцепления арматуры с бетоном на ее деформации. Учитывая, что отдельная группа величин представляет собой горизонтальную податливость арматурного стержня B_s можно записать:

$$B_s = 0.5l_{crc}\psi_s / E_sA_s \quad (59)$$

Тогда запись зависимости (59) можно упростить:

$$U_s = N_sB_s \quad (60)$$

Экспериментальные исследования показывают, что податливость связанная с тангенциальными перемещениями V_s значительно ниже податливости B_s связанной с нормальными перемещениями U_s и ее можно выразить через некоторый переходной коэффициент η_τ :

$$V_s = Q_sB_s\eta_\tau \quad (61)$$

Для составляющих перемещений можно записать [19]:

$$\left. \begin{aligned} U_s &= 0.5a_{crc} \sin \theta - 0.5\Delta_s \cos \theta \\ V_s &= 0.5a_{crc} \cos \theta + 0.5\Delta_s \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

Главный вектор u усилий в арматуре характеризуется двумя величинами u_{gi} , v_{gi} и связан с нормальными $\sigma_{s,i}$ и касательными напряжениями $\tau_{s,i}$ в трещине (рисунок 4).

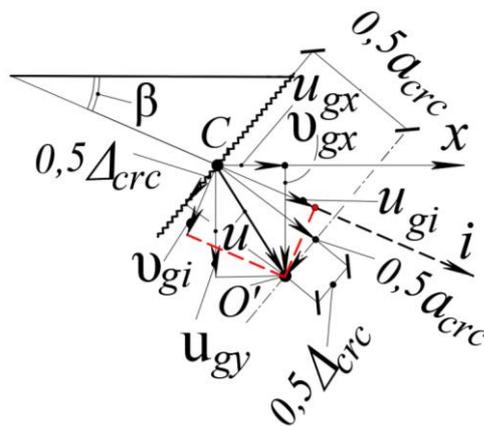


Рисунок 4 - Связанные перемещения стержневой арматуры u_{gi} и v_{gi} (для смятого бетона) в трещине с раскрытием a_{crc} и сдвигом берегов Δ_{crc} трещин и учитывающие главный вектор и угол усилий β в арматуре, пересекающей трещину

Составляющие главного вектора по ортогональным направлениям связаны между собой:

$$u_{gz} = \frac{0.5 \cdot a_{crc} - u_{gx} \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad (63)$$

$$v_{gi} = u_{gz} \cdot \cos \beta_i - u_{gx} \cdot \sin \beta_i; \quad (64)$$

Тогда можно записать:

$$\cos \beta = 0,5 A_\beta \pm \sqrt{(0,5 A_\beta)^2 - B_\beta}; \quad (65)$$

Здесь $A_\beta = 2 \cdot v_{gi} \cdot u_{gz} / (u_{gx}^2 + u_{gz}^2)$; $B_\beta = (v_{gi}^2 - u_{gx}^2) / (u_{gx}^2 + u_{gz}^2)$.

Модель пластичности построена также для наклонного (рисунок 5) и пространственного сечения (рисунок 6) железобетонных конструкций.

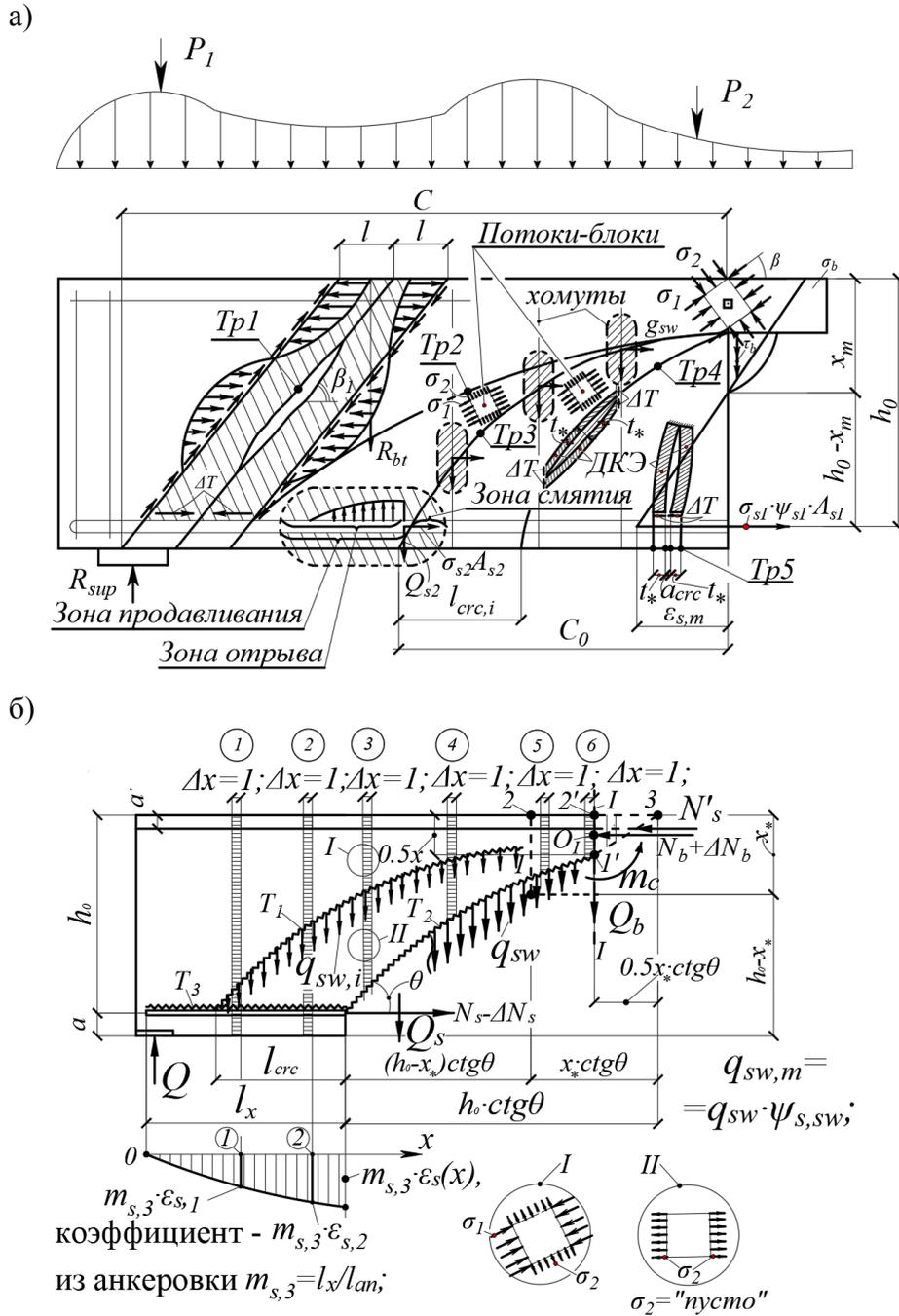


Рисунок 5 - Вторая расчетная модель сопротивления железобетонных конструкций

При определении внутренних усилий в конструкции суммирование изгибающих M_{bend} выполнено для всех i -ых квадратов, расположенных в сжатой зоне поперечных сечений:

$$M_c = \sum_{i=1}^m M_i \quad (66)$$

Здесь, ω_i – наполнения эпюра линейных деформаций, $z_{b,i}$ или $z_{s,i}$ – плечи для всех i -ых квадратов до нейтральной оси; $A_{b,i}$ или $A_{s,i}$ – площади для i -ых квадратов.

Из условий статики получен изгибающий момент, воспринимаемый сжатым бетоном

$$-(\varepsilon_{b,x,i} \cdot v_{b,i} \cdot E_b \cdot A_{b,i} \cdot z_{b,i} = M_{bend,b,i}) \quad (67)$$

или растянутой арматурой через коэффициент ψ_s ,

$$-(\varepsilon_{s,x,i} \cdot \psi_s \cdot v_{s,i} \cdot E_s \cdot A_{s,i} \cdot z_{s,i} = M_{bend,s,i}), \quad (68)$$

где, $\frac{1}{\rho_A}$ - i -я кривизна;

В этих зависимостях пределы интегрирования координаты z от h_n до h_{n+1} , координаты y от b_n до b_{n+1} и координаты x от a_n до a_{n+1} .

Коэффициент общего наполнения эпюры $\omega_\varepsilon(x, y, z)$ при вычислении моментов и общее плечо внутренней пары z_b от точки центр A_c до нейтральной оси: определяются из выражений:

$$\omega_\varepsilon(x, y, z) = \frac{\iiint f_{sum,\Delta-d} dx dy dz}{\varepsilon_{b,x} \cdot A_{b,c}}, \quad (69)$$

$$z_b = z_c - \frac{S_{b,c}}{A_{b,c}} \quad (70)$$

Здесь z_c – область сжатого бетона по вертикали; $S_{b,c}$ – статический момент сжатого бетона в поперечном сечении

Аналогично записывается коэффициент общего наполнения эпюры деформаций сдвига $\omega_{\gamma,def}$ (или $\omega_{\tau,def}$):

$$\omega_{\gamma,def} = \frac{2 \int_{-0.5b}^{0.5b} \int_{-0.5h}^{0.5h} f_{5,*}(y, z) dy dz}{\gamma_{t,b,sum,u} \cdot v_b(\lambda) \cdot G_b \cdot A_{b,c} \cdot z_{b,t}} \quad (71)$$

В итоге суммарные изгибающие и крутящие моменты в сечениях железобетонного элемента с трещинами просуммированные из малых квадратов в сжатой и растянутой зонах имеют вид:

$$M_{bend,sum} = v_b(\lambda) \cdot E_b \cdot A_b \cdot z_b \iiint f_{sum,\Delta-d} dx dy dz + \sum_{\substack{k=1 \\ i=1}}^{n,k} (\sigma_{s,m,i,k} \cdot A_{s,i,k} \cdot z_{s,i,k}). \quad (72)$$

$$M_{t,sum} = \mathcal{U}_2 \cdot \varphi_{A,i}(z, y) \cdot f_{5, **} \int \int (z, y) + \sum_{i=1}^{n,k} (\sigma_{s,m,i,k} \cdot A_{s,i,k} \cdot z_{s,i,k}). \quad (73)$$

Здесь n – общее количество малых квадратов; m – количество квадратов сжатой области; $n-m$ – количество квадратов растянутой области (продольной арматуры); k – свернутые уровни растянутой (сжатой) арматуры.

Матрица жесткости железобетонных конструкций при сложном сопротивлении - изгибе с кручением (D_{pq}) получена путем аппроксимации сжатой и растянутой зон расчетных поперечных сечений с участками линейного и нелинейного деформирования бетона малыми квадратами. Преобразование матрица жесткости производится прямым - когда известны усилия M_x, M_t, N, Q , и обратным переходом - когда неизвестны деформации $1/r_x, \varphi, \varepsilon_0$ и ΔQ .

Таким образом мы получаем матрицы $D_{p,q}$ ($p=1$ до $p=4$ и $q=1$ до $q=4$), также переходы: прямой переход 1 от внутренних усилий M_x, M_t, N, Q и обратный переход 2 от относительных деформаций $1/r_x, \varphi, \varepsilon_0, \Delta Q$. Соответственно получены алгебраические уравнения для решения задач жесткости железобетонных конструкций.

Определение относительных деформаций в сечении железобетонного элемента с трещиной выполнено с использованием малых квадратов в сжатом бетоне, рабочей арматуре для продольных деформаций $\varepsilon_{0,x,j,i}$ (от нейтральной оси), кривизн $1/r_{x,j,i}$, углов закручивания $\varphi_{A,j,i}$ и поперечных перемещений $\Delta Q, \Sigma$. Коэффициент приведения криволинейной эпюры к трапеции определяется по формуле (рисунок 6):

$$k_\omega = \frac{A_{cur}}{A_{trap}}. \quad (74)$$

Здесь, A_{cur} – площадь эпюры под графиком кривой (рисунок 6 а), A_{trap} – площадь эпюры трапеции, проведенной через точки верхней и нижней фибр этой кривой.

Уравнение прямой, аппроксимирующей конкретную кривую, может быть записано аналогично уравнению прямой $\varepsilon_{n,i}(z)$, умноженной на коэффициент k_ω . Тогда значение Δz_ω (см. рисунок 6) можно найти из следующего уравнения:

$$\varepsilon_{n,i}(z_{n,b,A,0,i}) = k_\omega \cdot \varepsilon_{n,i}(z_{n,b,A,0,i} + \Delta z_\omega). \quad (75)$$

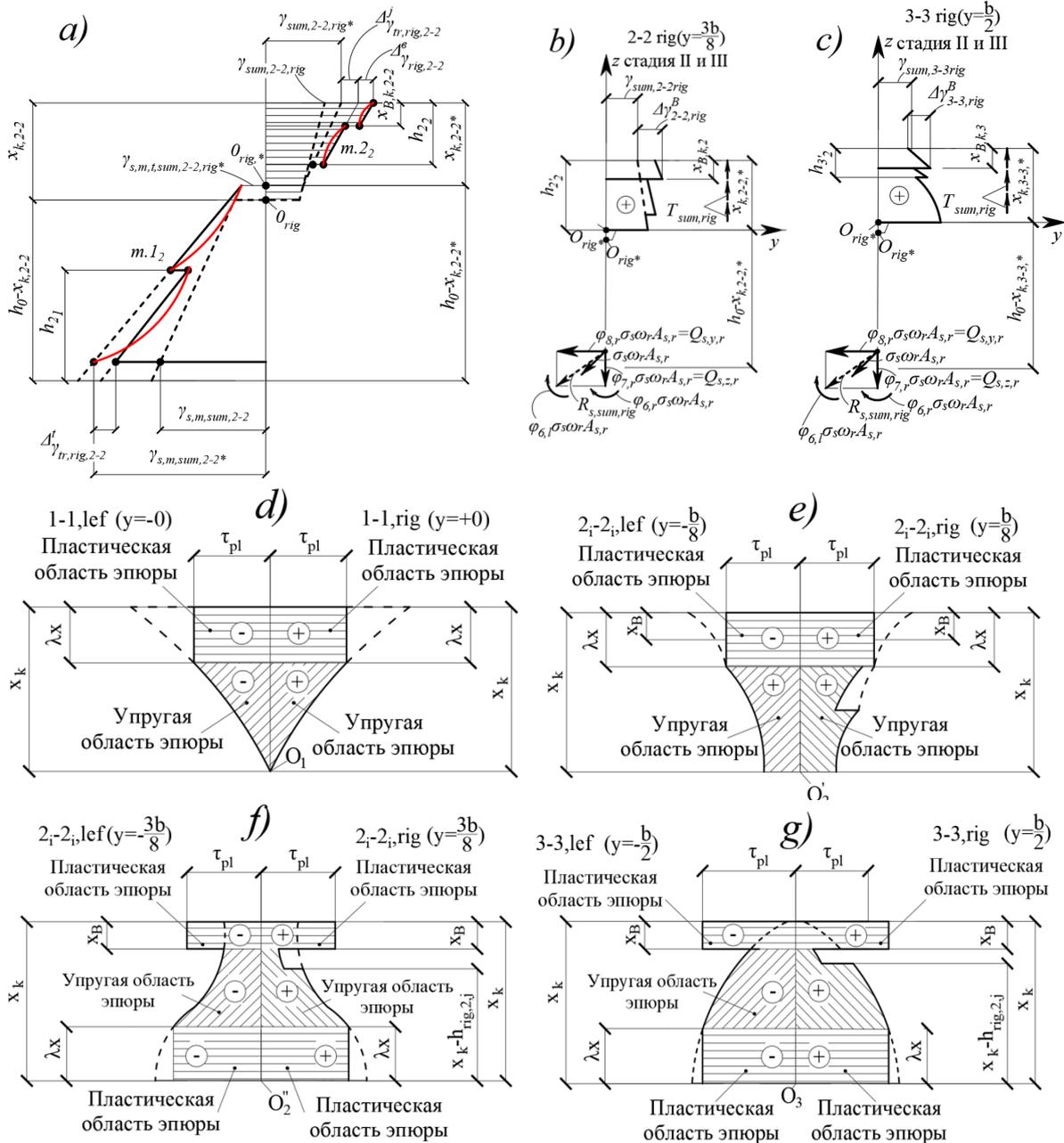


Рисунок 6 – Расчетные области сопротивления железобетонных конструкций рассматриваемой расчетной модели: упругие и пластические эпюры угловых деформаций и напряжений для стадии II (III) напряженно деформированного состояния: а) угловые деформации в поперечном сечении 2i-2i с градиентами -трещинами; б,с) градиенты на эпюрах угловых деформаций при $y = 3b/8$ и $y = b/2$; д, е, ф, г) эпюры касательных напряжений при $y = \pm 0$, $y = \pm b/8$; $y = \pm 3b/8$; $y = \pm b/2$, соответственно

Кривизна железобетонного в сечении элемента, с учетом изгиба нейтральной оси от продольных деформаций $\varepsilon_{b,0,x,j,i}$, приращений от раскрытия трещин $\Delta\varepsilon_{b,0,x,j,i} = a_{cr,0} / l_{cr,0}$ приращений от деформаций арматуры в трещине $\Delta\varepsilon_{s,0,x,j,i}$, определяется согласно [19] по формуле:

$$\frac{I}{r_{x,j,i}} = \pm \left(\left(\frac{a_{crc} \cdot k_r}{l_{crc}} \right)_{n,up,i} + \left(\frac{a_{crc} \cdot k_r}{l_{crc}} \right)_{n,d,i} \right) \cdot k_{\omega} / \Delta h_i \quad (76)$$

Здесь, Δh_i – размер малого квадрата, на которые разбивается сечение в зоне раскрытия трещины.

Здесь матрица жесткости прямоугольных поперечных сечений с помощью малых квадратов в элементах D^{pq} (p, q - 1, 2, 3, 4) для физических характеристик от D_{11} до D_{44} , n – общее количество малых квадратов; m – количество квадратов сжатой области; n-m – количество квадратов растянутой области продольной арматуры; k – свернутые уровни растяжения арматуры, сжатая арматура, хомуты с нормальными трещинами и хомуты с боковыми трещинами; j – поперечные сечения j=1-6.

Выводы

1. На основе принятых рабочие предпосылок основанных на всестороннем анализе экспериментальных данных полученных в опытах автора и других исследователей построена общая модель пластичности железобетонных конструкций. Моделируемая среда железобетона включает в себя силовые потоки механики твердого сплошного тела в связи «интенсивность напряжений - интенсивность деформаций» для блоков сжатого и растянутого бетона с изотропной средой между трещинами и локальной областью около берегов трещины. В этой среде рассматриваются магистральные трещины моделируемые параметрами механики разрушения железобетона при раскрытии и развитии которых учитывается эффект не сплошности бетона и неразрывность арматуры с помощью специального элемента, а также другие параметры для решения задачи сопротивления околоарматурной зоны железобетонного элемента полученные в опытах.

2. Разработанная модель пластичности железобетона на энергетической основе, с помощью специального двухконсольного элемента, обеспечивает переход между параметрами механики разрушения железобетона с трещинами через параметр его податливости с классическими методами строительной механики.

3. Определения линейных и угловых деформаций в сечениях железобетонных сложнапряженных конструкций с трещинами на всех уровнях нагружения выполняется через специально разработанные сложные функции, позволяющие определять эти деформации с учетом депланации сечений и градиентов деформаций от образования трещин. Сложные функции построены на основе обобщенных гипотез о деформировании сечений железобетонных элементов до и после образования трещин с учетом градиентов деформаций при трещинообразовании.

4. Не распадающиеся разрешающие уравнения, для определения расчетных параметров модели построены с привлечением функции Лагранжа. Они позволяют однозначно определять проекцию на горизонтальную ось опасной плоской или пространственной трещины.

5. Для трансверсально-изотропной среды растянутого бетона определены расстояния между трещинами, коэффициент сопротивления растянутого бетона при развитии и раскрытии трещин с учетом накопления и относительных условных сосредоточенных взаимных смещений арматуры и бетона на берегах трещины. При этом автором установлен особый участок для учета эффекта несплошности бетона и депланации трещины.

6. Для сложнапряженных железобетонных конструкций при изгибе с кручением построена матрица жесткости путем аппроксимации прямоугольных поперечных сечений с помощью малых квадратов, на которые разбивается расчетное сечение с нормальными и пространственными трещинами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: АСВ, 2004. 472 с.
2. Гольшев А.Б., Колчунов В.И. Сопротивление железобетона. К.: Основа, 2009. 432 с.
3. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 410 с.
4. Верюжский Ю.В., Гольшев А.Б., Колчунов В.И., Ключева Н.В., Лисицин Б.М., Машков И.Л., Яковенко И.А. Справочное пособие по строительной механике. В двух томах.: Учебное пособие. М.: Изд-во АСВ, 2014. 432 с.
5. Колчунов В.И., Федоров В.С. Понятийная иерархия моделей в теории сопротивления строительных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 8. С. 16-23. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2020.08.16-23>.
6. Верюжский Ю.В., Колчунов В.И. Методы механики железобетона. Учебное пособие. - К.: Книжное издательство НАУ, 2005. 653 с.
7. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Результаты экспериментальных исследований конструкций квадратного и коробчатого сечений из высокопрочного бетона при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. 2018. № 6(80). С. 32-43.
8. Баширов Х.З., Колчунов В.И., Федоров В.С., Яковенко И.А. Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений. М.: АСВ, 2017. 248 с.
9. Гольшев А.Б., Колчунов В.И. Сопротивление железобетонных конструкций, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях (монография). Киев: Основа, 2010, 286 с.
10. Гольшев А.Б., Колчунов В.И., Яковенко И.А. Сопротивление железобетонных конструкций, зданий и сооружений, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях. Киев: Талком, 2015. 371 с.
11. Петров В.В. Нелинейная инкрементальная строительная механика. М.: Инфра-Инженерия, 2014. 480 с.
12. Петров В.В., Селяев П.В. Инкрементальная модель взаимодействия нелинейно деформируемых материалов с агрессивными средами // Долговечность строительных материалов, изделий и конструкций. Саранск: Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, 2014. С. 145-151.
13. Петров В.В. Методы выделения главной части решения при расчете нелинейно деформируемых балок // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2011. № 3(61). С. 160-169.
14. Колчунов В.И. Физическая суть сопротивления бетона и железобетона от дислокаций до трещин // Строительство и реконструкция. 2022. № 4(102). С. 15-35.
15. Гениев Г.А., Колчунов В.И., Ключева Н.В., Никулин А.И., Пятикрестовский К.П. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях. М.: АСВ, 2004. 216 с.
16. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974, 316 с.
17. Пособие по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов (к СНиП 2.03.01-84*). – Часть 2. М.: ЦИТП Госостя СССР, 1988. 144 с.
18. Колчунов В.И., Демьянов А.И., Протченко М.В. Моменты в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением // Строительство и реконструкция. 2021. № 3 (95). С. 25-44.
19. Колчунов В.И., Аль-Хашими О.И., Протченко М.В. Жесткость железобетонных конструкций при изгибе поперечной и продольной силами // Строительство и реконструкция. 2021. № 6(98). С. 5-19.
20. Боришанский М.С. Расчет железобетонных элементов при действии поперечных сил // Расчет и конструирование элементов железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1964. С. 122-143.

REFERENCES

1. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Calculation models of the force resistance of reinforced concrete. M.: ASV, 2004. 472 p.
2. Golyshov A.B., Kolchunov V.I. Reinforced concrete resistance. K.: Osnova, 2009. 432 p.
3. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics. M.: Stroyizdat, 1996. 410 p.
4. Veryuzhskiy Yu.V., Golyshov A.B., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Lisitsin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. Reference manual on structural mechanics. In two volumes. M.: ASV, 2014. 432 p.
5. Kolchunov V.I., Fedorov V.S. Conceptual hierarchy of models in the theory of resistance of building structures // Industrial and civil engineering. 2020. No. 8. Pp. 16–23.
6. Veryuzhskij YU.V., Kolchunov V.I. Methods of mechanics of reinforced concrete. K.: NAU, 2005. 653 p.
7. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. The results of experimental studies of structures square and box sections in torsion with bending // Building and reconstruction. 2018. No. 6(80). Pp. 32-43.
8. Bashirov H.Z., Kolchunov V.I., Fedorov V.S., Yakovenko I.A. Reinforced Concrete Composite Structures of Buildings and Structures. M.: ABC, 2017. 248 p.

9. Golyshev A.B., Kolchunov V.I. Resistance of reinforced concrete structures erected in complex engineering and geological conditions. Kiev: Osnova, 2010. 286 p.
10. Golyshev A.B., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Resistance of reinforced concrete structures, buildings and structures erected in complex engineering and geological conditions. Kiev: Talkom, 2015. 371 p.
11. Petrov V.V. Nonlinear incremental structural mechanics. Moscow: Infra-Engineering, 2014. 480 p.
12. Petrov V.V., Selyaev P.V. Incremental Model of Interaction of Nonlinearly Deformable Materials with Aggressive Medium // Durability of Building Materials, Products and Constructions. Saransk: N.P. Ogarev Mordovian State University, 2014. Pp. 145-151.
13. Petrov V.V. Methods of selecting the main part of the solution in the calculation of nonlinearly deformed beams // Bulletin of the Saratov State Technical University. 2011. No. 3(61). Pp. 160-169.
14. Kolchunov V.I. Physical essence of resistance of concrete and reinforced concrete from dislocations to cracks // Building and reconstruction. 2022. No. 4(102). Pp. 15-35.
15. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Nikulin A.I., Pyatikrestovsky K.P. Strength and Deformability of Reinforced Concrete Structures under Beyond Design Influences. Moscow: ABC, 2004. 216 p.
16. Geniev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin G.A. Theory of Plasticity of Concrete and Reinforced Concrete. M.: Stroyizdat, 1974. 316 p.
17. Design Guide for Prestressed Reinforced Concrete Structures of Heavy and Light Concrete (to SNiP 2.03.01-84*). - Part 2. M. Moscow: Central Institute of Reinforced Concrete of the USSR State Committee for Standardization, 1988. 144 p.
18. Kolchunov V.I., Demyanov A.I., Protchenko M.V. Moments in reinforced concrete structures under bending with torsion // Construction and Reconstruction. 2021. No. 3 (95). Pp. 25-44.
19. Kolchunov V.I., Al-Hashimi O.I., Protchenko M.V. Stiffness of reinforced concrete structures under bending with transverse and longitudinal forces // Building and Reconstruction. 2021. No. 6(98). Pp. 5-19.
20. Borishansky M.S. Calculation of reinforced concrete elements under the action of transverse forces // Calculation and design of elements of reinforced concrete structures. M.: Stroyizdat, 1964. Pp. 122-143.

Информация об авторе:

Колчунов Владимир Иванович

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия,
член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры уникальных зданий и сооружений.

Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН, г. Москва, Россия,
главный научный сотрудник.

E-mail: vlik52@mail.ru

Information about author:

Kolchunov Vladimir Iv.

Southwestern state university, Kursk, Russia,
corresponding member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Unique Buildings and Structures.

Scientific Research Institute of Construction Physics RAACS, Moscow, Russia,
principal researcher.

E-mail: vlik52@mail.ru