

С.А. СОЛОВЬЕВ¹, А.Э. ИНЬКОВ¹, А.А. СОЛОВЬЕВА¹

¹ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет», г. Вологда, Россия

МЕТОД АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ИНТЕРВАЛЬНЫМ ОЦЕНКАМ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Аннотация. В исследовании представлен подход к анализу надежности элементов строительных конструкций, основанный на интервальных оценках случайных величин, которые представляют собой границы их изменчивости. На численных примерах показано, что использование такого подхода при нелинейных математических моделях предельных состояний позволяет получить более осторожную оценку вероятности безотказной работы при снижении количества используемых статистических гипотез. Предложенный в статье подход использует неравенство Высочанского-Петунина для обоснования границ изменчивости случайных величин без использования гипотез о законе распределения случайной величины, а математическое ожидание и стандартное отклонение представлены также доверительными интервалами, что повышает практическую значимость разработанного метода. Алгоритмы использования предлагаемого подхода представлены на численных примерах оценок вероятности безотказной работы элементов строительных конструкций.

Ключевые слова: надежность, неравенство Высочанского-Петунина, вероятность безотказной работы, интервал, безопасность, случайная величина, стохастический анализ.

S.A. SOLOVEV¹, A.E. INKOV¹, A.A. SOLOVEVA¹

¹Vologda State University, Vologda, Russia

METHOD OF STRUCTURAL RELIABILITY ANALYSIS BASED ON INTERVAL ESTIMATES OF RANDOM VARIABLES

Abstract. The article presents an approach to structural reliability analysis based on interval estimates of random variables, which represent the boundaries of random variables' variability. Numerical examples show that the use of such an approach in cases with nonlinear mathematical models of limit states allow to obtain a more cautious estimate of the failure probability with a decrease in the number of statistical hypotheses used. The proposed approach uses the Vysochanskij-Petunin inequality to justify the limits of variability of random variables without using hypotheses about the distribution shape of a random variable. The mathematical expectation and standard deviation are also represented by confidence intervals which increases the practical significance of the developed method. Algorithms for using the proposed approach are presented on numerical examples of estimates of the no-failure probability of structural elements.

Keywords: reliability, Vysochanskij-Petunin inequality, failure probability, interval, safety, random variable, stochastic analysis.

Введение

Вероятность безотказной работы или вероятность отказа являются количественными показателями надежности. Распространение данных показателей при анализе надежности строительных конструкций на стадии их проектирования и эксплуатации позволит проводить объективное сравнение различных проектных решений по критерию

безопасности, устанавливать количественную оценку риска принятого решения, а также прогнозировать долговечность несущих элементов конструкций по критерию допустимой надежности.

Теория надежности строительных конструкций как самостоятельная наука сформировалась в XX веке на базе классической теории вероятностей и математической статистики. Важность и высокую значимость данной науки для инженерно-строительной отрасли отмечается в современных исследованиях анализа безопасности строительных конструкций в РФ и за рубежом [1-3]. Однако актуальными остаются ряд проблем и задач в данной области. Например, в исследовании [4] отмечается, что «на практике в инженерных сооружениях трудно получить достаточные статистические выборочные данные для построения функции распределения вероятностей стохастической модели. Кроме того, небольшая ошибка в «подгонке» функции распределения вероятностей модели может привести к большой ошибке расчета структурной надежности».

Одним из современных векторов развития теории надежности строительных конструкций является использование новых теорий анализа данных, которые позволяют нивелировать недостатки теории вероятностей и математической статистики в отдельных задачах. Такой областью, например, является анализ интервальных данных о случайных величинах. За последние годы разработаны различные алгоритмы на базе теории выпуклых множеств (convex sets) [5, 6] и на базе интервального анализа [7, 8]. Например, в [9] отмечается, что «во многих случаях при использовании вероятностной модели для анализа практических проблем неопределенности приходится делать предположения о распределении вероятностей для параметров. Однако существуют исследования, указывающие на то, что даже небольшое отклонение параметров распределения от реальных значений может привести к очень большой ошибке анализа надежности. С другой стороны, благодаря обширной инженерной практике было установлено, что, хотя очень трудно получить точные распределения вероятностей неопределенных параметров, когда выборки недостаточны по объему или низкого качества, как правило, нетрудно получить интервалы их изменения на основе ограниченных данных и инженерного опыта. Например, при анализе обработки листового металла трудно получить распределение вероятности коэффициента трения между пресс-формой и листом из-за сложности смазочной среды; однако, основываясь на имеющемся опыте, можно утверждать, что такой коэффициент трения лежит в интервале [0,1; 0,2]».

В данной работе предлагается исследовать проблему анализа надежности элементов строительных конструкций при ограниченной статистической информации – когда известны лишь оценки границ изменчивости случайных величин. Такие границы могут быть получены исходя из технологической документации на строительные материалы с допусками или вероятностным анализом имеющейся выборочной совокупности данных.

Модели и методы

Пусть имеется математическая модель предельного состояния для некоторого элемента строительной конструкции, представленная в виде функции резерва прочности [10] $g(x, y)$ в виде:

$$g(x, y) = 1 - \frac{1}{x^2 y - y} \geq 0, \quad (1)$$

где x и y – случайные величины.

Вычислим частные производные функции g по случайным переменным:

$$\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} = \frac{2xy}{(y - x^2 y)^2},$$

$$\frac{\partial g(x, y)}{\partial y} = \frac{x^2 - 1}{(y - x^2 y)^2}.$$

В соответствии с [10] или Eurocode 0 «Basis of structural design», индекс надежности β по математической модели (1) можно вычислить как:

$$\beta = \frac{S_g}{m_g}, \quad (2)$$

где S_g – среднеквадратическое отклонение параметра g как случайной величины;

m_g – математическое ожидание параметра как случайной величины.

Статистические параметры для g определяются следующим образом:

$$m_g = 1 - \frac{1}{m_x^2 m_y - m_y},$$

$$S_g = \sqrt{\left(\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \right)_{m_i}^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial g(x, y)}{\partial y} \right)_{m_i}^2 S_y^2},$$

где m_i отражает использование математических ожиданий случайных величин вместо их обозначений после взятия производных функций.

Рассмотрим пример. Пусть известны следующие статистические параметры для случайных величин: $m_x = 2,4$, $S_x = 0,2$, $m_y = 0,3$, $S_y = 0,05$. Подставим данные параметры в (2) можно вычислить индекс надежности $\beta = 1,636$. Примем, что параметры имеют нормальное распределение, тогда вероятность безотказной работы составит $P = \Phi(\beta) = \Phi(1,636) = 0,950$, где $\Phi(.)$ – значение функции Лапласа.

Выполним статистическое моделирование методом Монте-Карло: сгенерируем 1000 пар значений x и y (см. рисунок 1).

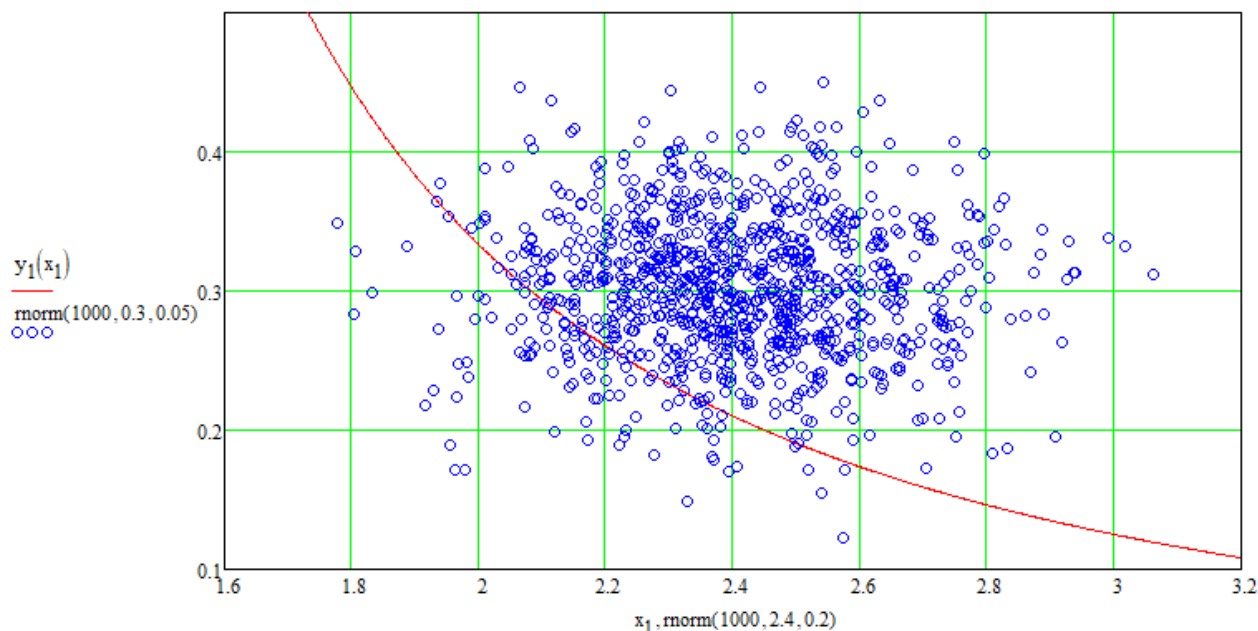


Рисунок 1 – Статистическое моделирование методом Монте-Карло

Как видно из рисунка 1 за линией предельного состояния оказалось большее количество точек экспериментальных данных ($n=103$). Вероятность безотказной работы можно оценить как $(1000-103)/1000=0,869$. Таким образом, статистическое моделирование показало значительно меньшее значение вероятности безотказной работы. Использование FOSM-метода анализа надежности с разложением функции предельного состояния в ряд

Тейлора первого порядка может привести к неверным результатам при анализе нелинейных функций предельного состояния.

В последние десятилетия активно развиваются альтернативные методы анализа надежности. Одним из современных подходов к анализу надежности является оценка вероятности безотказной работы при наличии информации о случайных величинах в виде границ их изменчивости.

«Правило трех сигм» или правило «68-95-99.7» позволяют оценить границы значений нормально распределённой случайной величины. Для случайных величин в вышеописанном примере получим $x \in [1,8; 3,0]$, $y \in [0,15; 0,45]$ (см. рисунок 2).

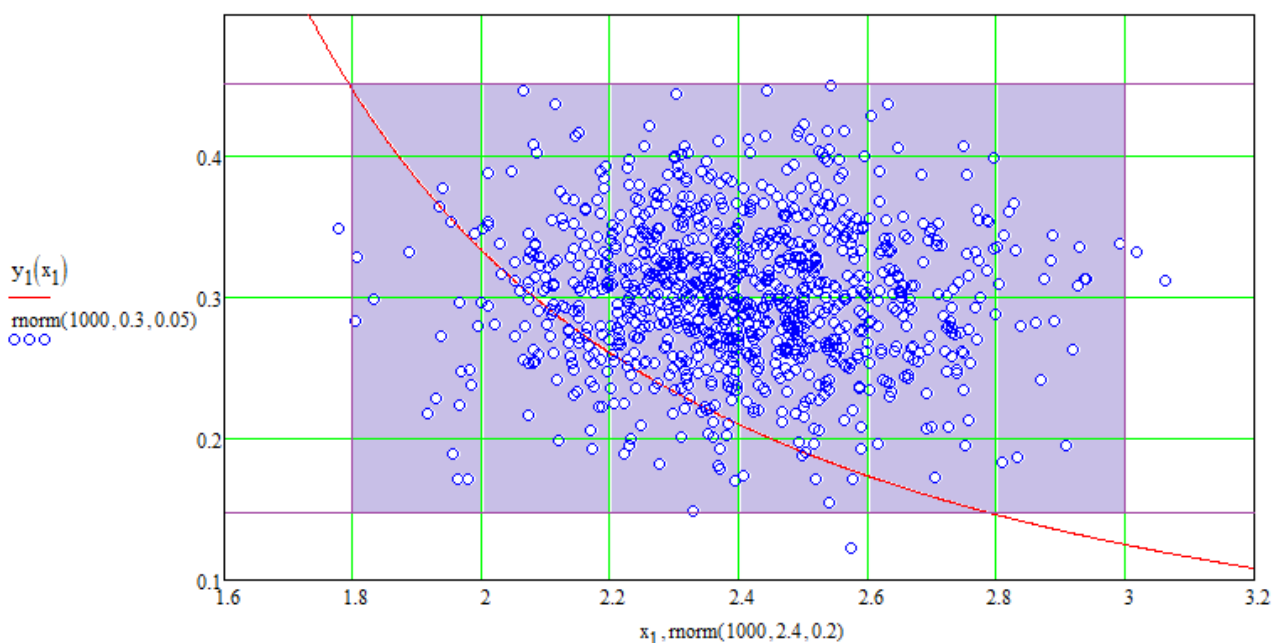


Рисунок 2 – Границы значений нормально распределённой случайной величины по «правилу трех сигм»

Площадь отсекаемой части прямоугольника функцией $g(x, y)=0$ составляет $A_{failure}=2367$. Общая площадь прямоугольника $A=8206$. Тогда вероятность отказа можно оценить как $2367/8206=0,288$. Соответственно вероятность безотказной работы $P=1-0,288=0,712$.

Вероятность безотказной работы получилась ниже, чем по результатам статистического моделирования. Это связано с тем, что модель прямоугольника является «консервативной» и обеспечивает запас надежности. В качестве современных моделей области изменчивости случайных величин используются эллипсоидные модели [11] и модели многогранников [12]. Вероятность безотказной работы, полученную по результатам такого подхода, можно рассматривать как нижнюю границу надежности.

Результаты исследования и их анализ

Правило трех сигм применимо при нормальном законе распределения случайной величины. При неполной статистической информации, что нередко встречается в практических задачах анализа надежности, трудно установить очевидную принадлежность генеральной совокупности данных к тому или иному виду распределения вероятностей. Например, как отмечает профессор В.А. Адищев в исследовании [13]: «В настоящее время во многих работах публикуются экспериментальные данные, свидетельствующие о том, что распределения реально наблюдаемых случайных величин в подавляющем большинстве случаев отличны от нормального распределения. Да и в целом, по мнению многих исследователей, применение методов математической статистики некорректно, так как невозможно на практике с помощью реальных экспериментальных установок проверить

достоверность полученных с их помощью результатов». В связи с этим, для определения границ изменчивости случайной величины можно использовать неравенство Высочанского-Петунина, которое можно записать в следующем виде:

$$\Pr(|X - m_x| \geq kS_x) = \frac{4}{9k^2}, \quad (3)$$

где k – любое положительное число, с условием $k > \sqrt{\frac{8}{3}}$.

Преимуществом такого подхода является то, что данное неравенство справедливо в том числе и для резко асимметричных распределений, тем самым устанавливая границы для множества значений случайной величины, попадающих в определённый интервал.

Границы изменчивости случайной величины могут быть получены следующим образом: аналитически (3) или графически (см. рисунок 3) устанавливается значение параметра k для принятой доверительной вероятности; границы случайной величины вычисляются по формуле: $[\underline{x}; \bar{x}] = [m_x - kS_x; m_x + kS_x]$.

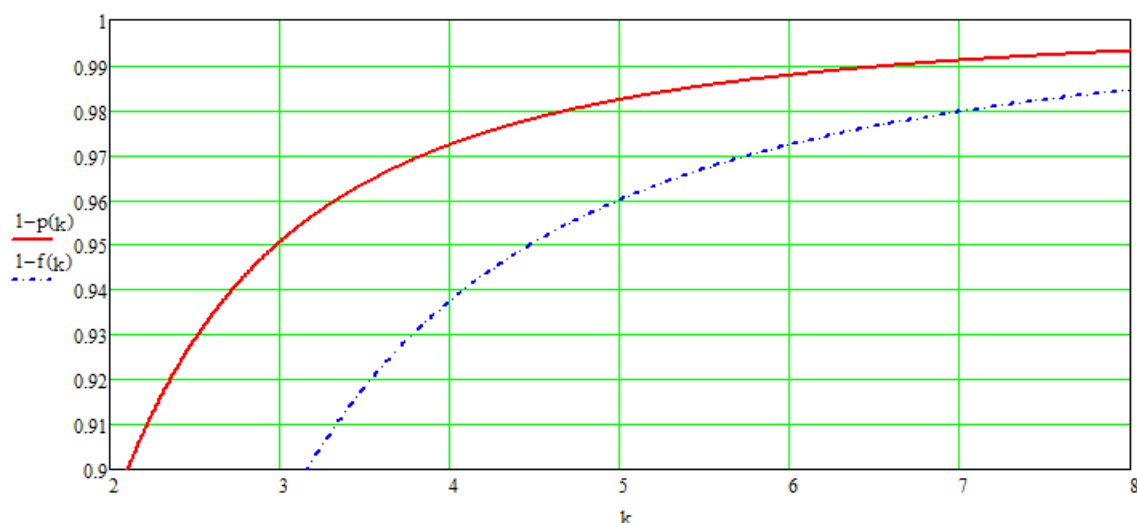


Рисунок 3 – Зависимость $1-P(k)$ для неравенства Высочанского-Петунина и $1-f(k)$ для неравенства Чебышёва

Из рисунка 3 видно, что неравенство Высочанского-Петунина усиливает известное неравенство П.Л. Чебышёва. Доверительные границы интервала $[m_x - kS_x; m_x + kS_x]$ будут информативнее по неравенству Высочанского-Петунина, что достигается введение ограничения на функцию плотности распределения вероятности, что она должна быть одномодальной и иметь конечную дисперсию. Абсолютное большинство случайных величин в строительной практике можно считать подходящими под данное условие.

Границы изменчивости случайной величины могут быть получены также по формулам (см. [14], формулы (1)-(2)).

В практических задачах, вследствие ограниченности статистических данных, выявить точные оценки математического ожидания m_x и среднеквадратического отклонения S_x затруднительно. Использование данных по выборочной совокупности в виде среднего значения и выборочного стандартного отклонения может привести к ошибкам в расчетах надежности. Таким образом, предпочтительным вариантом является оценка статистических параметров в виде доверительных интервалов

$$m_x \in [\underline{m}_x; \bar{m}_x] \text{ и } S_x \in [\underline{S}_x; \bar{S}_x].$$

Тогда можно сформировать две группы интервалов: $[\underline{x}; \bar{x}] = [\underline{m}_x - k\bar{S}_x; \bar{m}_x + k\bar{S}_x]$, $[\underline{x}'; \bar{x}'] = [\underline{m}_x - k\underline{S}_x; \bar{m}_x + k\underline{S}_x]$. Тогда может быть сформировано две области предельного состояния (см. рисунок 4).

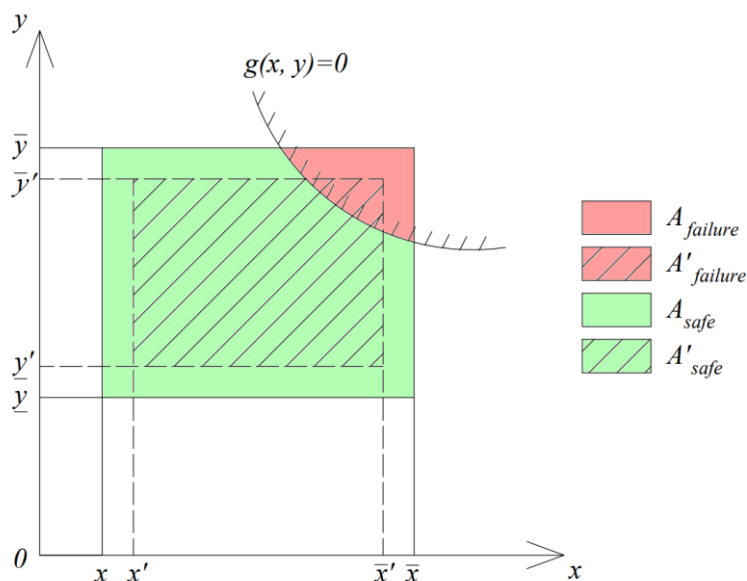


Рисунок 4 – Граничные функции распределения, формирующие p-блок

По результатам решения будет получен интервал значений вероятности безотказной работы в виде:

$$\left[\underline{P} = 1 - \frac{A_{failure}}{A} = \frac{A_{safe}}{A}; \bar{P} = 1 - \frac{A'_{failure}}{A'} = \frac{A'_{safe}}{A'} \right], \quad (4)$$

где $A = (\bar{x} - \underline{x}) \cdot (\bar{y} - \underline{y})$;
 $A' = (\bar{x}' - \underline{x}') \cdot (\bar{y}' - \underline{y}')$.

В результате анализа надежности, вероятность безотказной работы представлена в виде интервала. Принятие решение о дальнейшей эксплуатации элемента также должно основываться на современных теориях анализа данных [15]. В целях обеспечения требуемой надежности при оперативной оценке можно руководствоваться пессимистическим (нижним) значением, а затем для наиболее ненадежных конструкций увеличивать количество статистической информации и получать более информативные интервалы надежности. Способ определения уровня надежности строительных конструкций с заданным риском при интервальной неопределенности также описан в [16].

Рассмотрим пример. Необходимо определить вероятность безотказной работы сжатого стержня фермы по критерию устойчивости. Пусть нагрузка на ферму и предел прочности стали являются случайными величинами с интервальными оценками математического ожидания и среднеквадратического отклонения.

Расчет надежности стержней фермы более подробно изложен в работе [17].

В общем виде для любого стержня фермы можно составить математическую модель предельного состояния вида:

$$N(\sigma) \leq N_{ult}^0,$$

где σ_k – предел прочности стали;

N_{ult}^0 – предельное продольное усилие для стержня фермы.

Предельное усилие для элемента фермы может быть определено по различным критериям предельных состояний, из условия устойчивости стержня фермы:

$$N(\sigma_k) \leq N_{ult}^0 = \sigma_k A \cdot \phi(\sigma_k, E), \quad (5)$$

где A – площадь сечения;

ϕ – коэффициент продольной устойчивости;

E – модуль упругости стали.

Так как в практических расчетах площадь сечения стержня фермы можно измерить с высокой точностью, данная величина принимается детерминированной (постоянной). Модуль упругости стали в данной задаче также принимается детерминированной величиной, из-за малой изменчивости.

Коэффициент продольной устойчивости принимается по таблицам приложения Д.1 СП 16.13330.2017 «Стальные конструкции». Для оптимизации вероятностного анализа надежности стержня, в расчете будет использоваться зависимость, полученная путем аппроксимации значений из таблицы приложения Д1 СП 16.13330.2017 (см. рисунок 5).

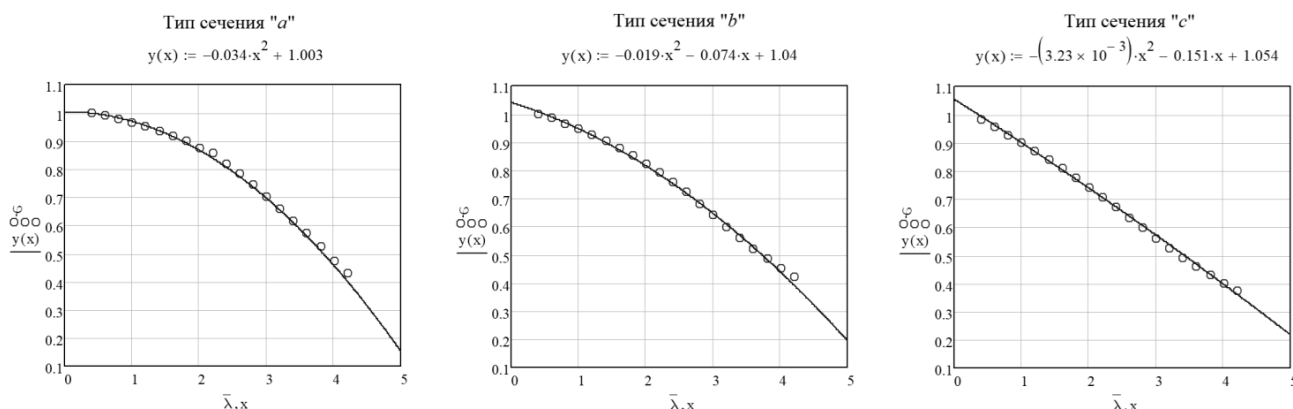


Рисунок 5 – Зависимость $\phi - \bar{\lambda}$ для различных типов сечений по табл. Д.1 СП 16.13330.2017 [18]

Рассмотрим вариант расчета надежности стержня по критерию устойчивости с сечением типа «а». В соответствии с рисунком 5, для данного типа сечения:

$$\phi = 1,003 - 0,034 \cdot \bar{\lambda}^2 = 1,003 - 0,034 \lambda^2 \frac{\sigma}{E} \quad (6)$$

где $\bar{\lambda}$ – приведенная гибкость, λ – гибкость элемента, $\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{\sigma / E}$;

E – модуль упругости стали.

Подставив аппроксимированную зависимость (6) в выражение (5), можно записать математическую модель в виде:

$$N(\sigma_k) \leq \sigma_k A \cdot \left(1,003 - 0,034 \cdot \lambda \frac{\sigma_k}{E} \right). \quad (7)$$

Гибкость элемента λ принимается детерминированной (постоянной) величиной в первом приближении, т.к. изменчивость радиуса инерции для различных профилей можно считать небольшой по данным сортаментов.

Построим график (см. рисунок 6), подставив исходные данные (см. таблицу 1), которые не обязаны подчиняться закону нормального распределения.

Таблица 1 – Исходные данные для примера

Число k из неравенства Высочанского-Петунина	3
Гибкость λ	99
Площадь сечения стержня, см ²	13,9
Матожидание предела прочности стали, МПа	[258; 262]
Стандартное отклонение предела прочности стали, МПа	[10; 18]
Матожидание нагрузки, кН	[189; 191]
Стандартное отклонение нагрузки, кН	[5; 9]
Модуль упругости стали, МПа	200000

Запишем формулу функции резерва прочности согласно формуле (7):

$$N(\sigma) = \sigma A \cdot \left(1,003 - 0,034 \cdot \lambda \frac{\sigma}{E} \right)$$

Формируем группы интервалов:

$$[\underline{\sigma}; \bar{\sigma}] = [\underline{m}_{\sigma} - k\bar{S}_{\sigma}; \bar{m}_{\sigma} + k\bar{S}_{\sigma}] = [258 - 3 \cdot 18; 262 + 3 \cdot 18] = [204; 316] \text{ МПа};$$

$$[\underline{\sigma}'; \bar{\sigma}'] = [\underline{m}_{\sigma} - k\underline{S}_{\sigma}; \bar{m}_{\sigma} + k\underline{S}_{\sigma}] = [258 - 3 \cdot 10; 262 + 3 \cdot 10] = [228; 292] \text{ МПа};$$

$$[\underline{N}; \bar{N}] = [\underline{m}_N - k\bar{S}_N; \bar{m}_N + k\bar{S}_N] = [189 - 3 \cdot 9; 191 + 3 \cdot 9] = [162; 218] \text{ кН};$$

$$[\underline{N}'; \bar{N}'] = [\underline{m}_N - k\underline{S}_N; \bar{m}_N + k\underline{S}_N] = [189 - 3 \cdot 5; 191 + 3 \cdot 5] = [174; 206] \text{ кН}.$$

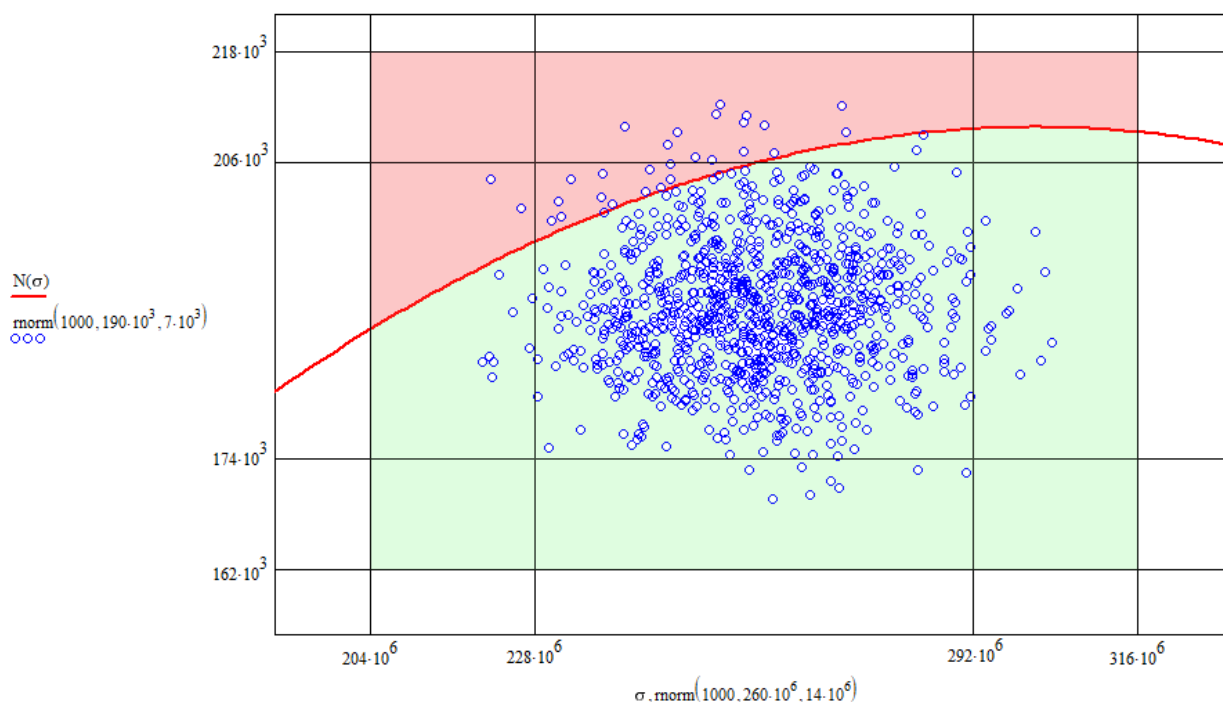


Рисунок 6 – Границы значений прочности от нагрузки:

$gnorm(n, mx, Sx)$ – функция генерации значений с нормальным законом распределения, n – число испытаний; mx – математическое ожидание; Sx – среднеквадратическое отклонение

Получаем интервал значений вероятности безотказной работы по формуле (4):

$$A = (\bar{\sigma} - \underline{\sigma}) \cdot (\bar{N} - \underline{N}) = (316 - 204) \cdot 10^6 \cdot (218 - 162) \cdot 10^3 = 6,272 \cdot 10^{12};$$

$$A' = (\bar{\sigma}' - \underline{\sigma}') \cdot (\bar{N}' - \underline{N}') = (292 - 228) \cdot 10^6 \cdot (206 - 174) \cdot 10^3 = 2,048 \cdot 10^{12};$$

$$A_{failure} = A - \int_{208 \cdot 10^6}^{312 \cdot 10^6} N(\sigma) d\sigma - (316 - 204) \cdot 10^6 \cdot 162 \cdot 10^3 = 1,624 \cdot 10^{12};$$

$$A'_{failure} = A' - \int_{220 \cdot 10^6}^{300 \cdot 10^6} N(\sigma) d\sigma - (292 - 228) \cdot 10^6 \cdot 174 \cdot 10^3 = 5,544 \cdot 10^{10};$$

$$\left[\underline{P} = 1 - \frac{A_{failure}}{A}; \bar{P} = 1 - \frac{A'_{failure}}{A'} \right] = \left[\underline{P} = 1 - \frac{1,624}{6,272}; \bar{P} = 1 - \frac{5,544}{204,8} \right] = [0,741; 0,973]$$

Результаты, полученные другими способами:

$$P = 1 - \frac{28}{1000 - 28} = 0,971$$

- по методу Монте-Карло –

- по методу FOSM (см. таблицу 2).

Таблица 2 – Результаты расчета надежности по методу FOSM

Расчетный случай	Пессимистический вариант ($N = 191$ кН, $S_N = 9$ кН, ($\sigma = 258$ МПа, $S_\sigma = 18$ кН)	Параметры выборочной совокупности ($N = 190$ кН, $S_N = 7$ кН, ($\sigma = 260$ МПа, $S_\sigma = 14$ кН)	Оптимистический вариант ($N = 189$ кН, $S_N = 5$ кН, ($\sigma = 262$ МПа, $S_\sigma = 10$ кН)
Матожидание	$m_g = 0,071$	$m_g = 0,077$	$m_g = 0,084$
Стандартное отклонение	$S_g = 0,047$	$S_g = 0,036$	$S_g = 0,026$
Индекс надежности	$\beta = 1,494$	$\beta = 2,147$	$\beta = 3,284$
Надежность	$P = 0,932$	$P = 0,984$	$P = 0,999$

Результаты расчета надежности по методу FOSM (таблица 2) отражают завышенную оценку вероятности безотказной работы стержня фермы по сравнению с численным экспериментом по методу Монте-Карло. Результаты расчета надежности по предложенному методу формируют интервал, в который попадает значение надежности по численному эксперименту, что свидетельствует о достоверности предлагаемого подхода. Более того, метод FOSM и метод Монте-Карло требует привязки случайной величины к конкретному распределению вероятностей, в то время как в практических задачах анализа надежности по малой выборке статистических данных это сделать затруднительно, а ошибки в выборе функции распределения случайной величины приводят к существенным ошибкам в задачах анализа надежности.

Выводы

1. В статье предложен новый подход к оценке надежности элементов строительных конструкций с моделированием случайных величин путем оценки границ их изменчивости, что позволяет снизить количество используемых статистических гипотез и упростить анализ надежности с практической точки зрения. На численных примерах продемонстрировано, что использование ряда необоснованных статистических гипотез приводит к неверной оценке надёжности строительных конструкций;

2. Значение надежности, полученное по результатам использования предлагаемого подхода, получается ниже, чем при использовании классических вероятностных методов или статистическом моделировании методами Монте-Карло. Это связано с тем, что область предельного состояния в виде прямоугольника (или параллелепипеда в случае 3 случайных величин) представляет собой консервативное решение, направленное в запас надежности. Данный подход можно рассматривать как нижнюю оценку границы вероятности безотказной работы элемента по заданному критерию предельного состояния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Du W., Ma J., Yue P., Gong Y. An Efficient Reliability Method with Multiple Shape Parameters Based on Radial Basis Function // *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12. No. 19. P. 9689.
2. Zhou S., Zhang J., Zhang Q., Huang Y., Wen M. Uncertainty theory-based structural reliability analysis and design optimization under epistemic uncertainty // *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12. No. 6. P. 2846.
3. Соловьев С.А., Соловьева А.А., Умнякова Н.П., Кочкин А.А. Анализ проблем оценки индекса надежности элементов строительных конструкций // *Жилищное строительство*. 2022. № 7. С. 32-39.
4. Li Q., Wang J., Su G. A Grasshopper Optimization Algorithm-Based Response Surface Method for Non-Probabilistic Structural Reliability Analysis with an Implicit Performance Function // *Buildings*. 2022. Vol. 12. No. 7. P. 1061.
5. Elishakoff I., Ben-Haim Y. *Convex Models of Uncertainty in Applied Mechanics* // Amsterdam: Elsevier. 1990. 240 p.
6. Sun W., Yang Z. A comprehensive model for structural non-probabilistic reliability and the key algorithms // *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2020. Vol. 123. No. 1. P. 309-332.
7. Jiang C., Li W. X., Han X., Liu L. X., Le P. H. Structural reliability analysis based on random distributions with interval parameters // *Computers & Structures*. 2011. Vol. 89. No. 23-24. P. 2292-2302.
8. Gao W., Wu D., Gao K., Chen X., Tin-Loi F. Structural reliability analysis with imprecise random and interval fields // *Applied Mathematical Modelling*. 2018. Vol. 55. P. 49-67.
9. Jiang C., Han X., Liu G.R., Li G.Y. The optimization of the variable binder force in U-shaped forming with uncertain friction coefficient // *Journal of Materials Processing Technology*. 2007. Vol. 182. No. 1-3. P. 262-267.
10. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978. 239 с.
11. Li K., Liu H. Structural Reliability Analysis by Using Non-Probabilistic Multi-Cluster Ellipsoidal Model // *Entropy*. 2022. Vol. 24. No. 9. P. 1209.
12. Cao L., Liu J., Xie L., Jiang C., Bi R. Non-probabilistic polygonal convex set model for structural uncertainty quantification // *Applied Mathematical Modelling*. 2021. Vol. 89. P. 504-518.
13. Адищев В. В., Шмаков Д. С. Метод построения функции принадлежности с "прямой" обработкой исходных данных // *Труды НГАСУ*. 2013. Т. 16. № 2(56). С. 45-66.
14. Pradlwarter H.J. The use of kernel densities and confidence intervals to cope with insufficient data in validation experiments // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 2008. Vol. 197. Pp. 2550-2560.
15. Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. Санкт-Петербург : Наука, 2007. 404 с. ISBN 978-5-02-025187-8.
16. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов по критерию прочности при ограниченной информации о нагрузке // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 1(36). С. 48-56. doi:10.5862/MCE.36.6.
17. Соловьев С.А., Иньков А.Э., Соловьева А.А. Метод расчета надежности шарнирно-стержневых систем при интервальной оценке случайных величин // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2022. № 3(302). С. 28-34. doi:10.37538/0069-2383.2022.3.28.34.
18. Соловьев С. А., Иньков А. Э., Соловьева А. А. Анализ надежности элементов стальных ферм при интервальной оценке случайных величин // *Вестник ВоГУ. Серия: технические науки*. 2022. № 1(15). С. 53-57.

REFERENCES

1. Du W., Ma J., Yue P., Gong Y. An Efficient Reliability Method with Multiple Shape Parameters Based on Radial Basis Function. *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12. No. 19. P. 9689.
2. Zhou S., Zhang J., Zhang Q., Huang Y., Wen M. Uncertainty theory-based structural reliability analysis and design optimization under epistemic uncertainty // *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12. No. 6. P. 2846.
3. Solov'yev S.A., Solov'yeva A.A., Umnyakova N.P., Kochkin A.A. Analiz problem otsenki indeksa nadezhnosti elementov stroitel'nykh konstruktсий [Analysis of the problems of assessing the reliability index of elements of building structures] // *Zhilishchnoye stroitel'stvo*. 2022. No. 7. Pp. 32-39. (rus).
4. Li Q., Wang J., Su G. A Grasshopper Optimization Algorithm-Based Response Surface Method for Non-Probabilistic Structural Reliability Analysis with an Implicit Performance Function // *Buildings*. 2022. Vol. 12. No. 7. P. 1061.
5. Elishakoff I., Ben-Haim Y. *Convex Models of Uncertainty in Applied Mechanics*. Amsterdam: Elsevier. 1990. 240 p.
6. Sun W., Yang Z. A comprehensive model for structural non-probabilistic reliability and the key algorithms // *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2020. Vol. 123. No. 1. Pp. 309-332.
7. Jiang C., Li W. X., Han X., Liu L. X., Le P. H. Structural reliability analysis based on random distributions with interval parameters // *Computers & Structures*. 2011. Vol. 89. No. 23-24. Pp. 2292-2302.
8. Gao W., Wu D., Gao K., Chen X., Tin-Loi F. Structural reliability analysis with imprecise random and interval fields // *Applied Mathematical Modelling*. 2018. Vol. 55. Pp. 49-67.

9. Jiang C., Han X., Liu G.R., Li G.Y. The optimization of the variable binder force in U-shaped forming with uncertain friction coefficient // *Journal of Materials Processing Technology*. 2007. Vol. 182. No. 1-3. Pp. 262–267.
10. Rzhantsyn A.R. Teoriya rascheta stroitel'nykh konstruktsey na nadezhnost' [Theory of calculation of building structures for reliability]. Moscow: Stroyizdat. 1978. 239 p. (rus).
11. Li K., Liu H. Structural Reliability Analysis by Using Non-Probabilistic Multi-Cluster Ellipsoidal Mode // *Entropy*. 2022. Vol. 24. No. 9. P. 1209.
12. Cao L., Liu J., Xie L., Jiang C., Bi R. Non-probabilistic polygonal convex set model for structural uncertainty quantification // *Applied Mathematical Modelling*. 2021. Vol. 89. Pp. 504-518.
13. Adishchev V. V., Shmakov D. S. Metod postroyeniya funktsii prinadlezhnosti s "pryamoy" obrabotkoy iskhodnykh dannykh [Method of constructing a membership function with "direct" processing of initial data] // *Trudy NGASU*. 2013. Vol. 16. No. 2(56). Pp. 45-66. (rus).
14. Pradlwarter H.J. The use of kernel densities and confidence intervals to cope with insufficient data in validation experiments // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 2008. Vol. 197. Pp. 2550–2560.
15. Utkin L.V. Analiz riska prinyatiya resheniy pri nepolnoy informatsii [Decision risk analysis with incomplete information] Sankt-Peterburg; Nauka. 2007. 404 p. ISBN 978-5-02-025187-8 (rus).
16. Utkin V.S., Shepelina E.A. Raschet nadezhnosti osnovaniy fundamentov po kriteriyu prochnosti pri ogranichennoy nagruzke na nagruzku [Calculation of the reliability of foundation beds according to the strength criterion with limited information about the load] // *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No. 1(36). Pp. 48-56. doi:10.5862/MCE.36.6 (rus).
17. Solov'yev S.A., In'kov A.E., Solov'yeva A.A. Metod rascheta nadezhnosti sharnirno-sterzhnevykh sistem pri interval'noy otsenke sluchaynykh velichin [A method for structural reliability analysis of trusses with interval uncertainty of random variables] // *Stroitel'naya mekhanika i raschet nablyudeniya*. 2022. No. 3(302). Pp. 28-34. doi:10.37538/0069-2383.2022.3.28.34. (rus).
18. Solov'yev S.A., In'kov A.E., Solov'yeva A.A. Analiz nadezhnosti elementov stal'nykh ferm pri interval'noy otsenke sluchaynykh velichin [Steel trusses elements reliability analysis based on random variables interval estimation] // *Vestnik VoGU. Seriya: tekhnicheskiye nauki*. 2022. No. 1(15). Pp. 53-57. (rus).

Информация об авторах:

Соловьев Сергей Александрович

ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет» (ВоГУ), г. Вологда, Россия,
кандидат технических наук, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства.
E-mail: solovevsa@vogu35.ru

Иньков Александр Эдуардович

ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет» (ВоГУ), г. Вологда, Россия,
аспирант, ассистент кафедры промышленного и гражданского строительства.
E-mail: inkovae@vogu35.ru

Соловьева Анастасия Андреевна

ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет» (ВоГУ), г. Вологда, Россия,
аспирант, преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства.
E-mail: solovevaaa@vogu35.ru

Information about authors:

Solovyev Sergey Al.

Vologda State University, Vologda, Russia,
candidate of technical sciences, associate professor of the industrial and civil construction department.
E-mail: solovevsa@vogu35.ru

Inkov Alexander Ed.

Vologda State University, Vologda, Russia,
assistant, post-graduate student the industrial and civil construction department.
E-mail: inkovae@vogu35.ru

Solovyeva Anastasia An.

Vologda State University, Vologda, Russia,
lecturer, post-graduate student the industrial and civil construction department.
E-mail: solovevsa@vogu35.ru