

В.В. НАДОЛЬСКИЙ^{1,2}

¹УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Беларусь

²Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь

ПАРАМЕТРЫ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ДЛЯ СТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

***Аннотация.** Использование численных моделей для анализа поведения стальных элементов обладает неоспоримыми плюсами и открывает ряд перспективных направлений для исследования сложных или новых конструктивных решений. Развитие вычислительной техники и программных комплексов даёт этому направлению новый этап развития – применение численных моделей в повседневном проектировании. Для более широкого использования численных моделей и обеспечения сопоставимости результатов важно выработать универсальные принципы построения численных моделей с последующей регламентацией в нормативных документах. В рамках данного исследования сделан акцент на применении численных моделей наравне с классическими (формульными) моделями, и в первую очередь для этого выполнен обзор и систематизация наиболее важных параметров численных моделей несущей способности. Представлены указания по назначению свойств материалов, типа конечного элемента, качества сетки, величины и формы несовершенств применительно к стальным конструкциям. Полученные результаты представляют интерес для дальнейших исследований по унификации требований к параметрам численных моделей и их верификации на основании экспериментальных данных с вычислением статистических характеристик неопределённости численной модели.*

***Ключевые слова:** численная модель несущей способности, стальные конструкции, неопределённость, метод конечных элементов.*

V.V. NADOLSKI^{1,2}

¹Brest State Technical University, Brest, Belarus

²Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

PARAMETERS OF NUMERICAL RESISTANCE MODELS FOR STEEL ELEMENTS

***Abstract.** The use of numerical models to analyze the behavior of steel elements has undeniable advantages and opens up a number of promising areas for the study of complex or new design solutions. The development of computer technology and software gives this direction a new stage of development - the use of numerical models in everyday design. For wider use of numerical models and ensuring comparability of results, it is important to develop universal principles for constructing numerical models with subsequent regulation in normative documents. Within the framework of this study, emphasis is placed on the use of numerical models on a par with classical (formula) models, and first of all, for this purpose, a review and systematization of the most important parameters of numerical models of load-bearing capacity is carried out. The instructions on the purpose of the properties of materials, the type of the final element, the quality of the mesh, the size and shape of imperfections applied to steel structures are presented. The results obtained are of interest for further research on the unification of the requirements for the parameters of numerical models and their verification based on experimental data with the calculation of statistical characteristics of the uncertainty of the numerical model.*

***Keywords:** numerical model of load-bearing capacity, steel structures, uncertainty, finite element method.*

Введение

Использование численных моделей для анализа поведения стальных элементов обладает неоспоримыми плюсами и открывает ряд перспективных направлений для исследования сложных или новых конструктивных решений. Применение численных моделей ограничивалось научно-исследовательскими задачами. Однако развитие вычислительной техники и программных комплексов даёт этому направлению новый этап развития – это применение численных моделей в повседневном проектировании.

Численная модель представляет собой абстракцию физической конструкции с рядом допущений, обобщений и идеализаций. Процесс абстракции имеет два отдельных шага: во-первых, абстракция от реальной конструкции к механической модели, а затем абстракция от механической модели к численной модели. На первом шаге должны быть сделаны предположения и упрощения в отношении того, в какой степени и с какой детализацией должна быть смоделирована конструкция, как описываются границы модели, какие нагрузки для конструкции являются значительными и как их описывать и т.д. Второй шаг заключается в дискретизации механической модели в численную модель и присвоении необходимых параметров (атрибутов) численной модели, таких как модели материалов, граничные условия и т.д.

Стоит отметить, что плюсы применения численных моделей хорошо освещены в научной литературе, однако выбор и назначение параметров модели, как правило, сопровождается субъективизмом. Обзор литературных источников [1-12] по применению численных моделей показывает, что в большинстве случаев исследователи фокусировались на разработке и «подгонке» модели, наиболее точно описывающей их экспериментальные данные. Однако для более широкого использования численных моделей и обеспечения сопоставимости результатов важно выработать универсальные принципы построения численных моделей. Поэтому в рамках данного исследования сделан акцент на применении численных моделей наравне с классическими (формульными) моделями, и в первую очередь для этого выполнен обзор и систематизация наиболее важных параметров численных моделей несущей способности. Все представленные ниже рекомендации по параметрам создания численных моделей распространяются на стальные конструкции, работающие под статической нагрузкой.

Метод

Представлены общие указания по разработке численных моделей стальных конструкций, выработанные на основании аналитического обзора технической литературы и нормативных документов, связанных в той или иной степени с численными моделями несущей способности.

Результаты и обсуждение

Как бы это ни выглядело тривиально, но первое, с чего необходимо начать – это *единицы измерений*. Важно использовать последовательный набор единиц при задании входных данных для конечно-элементной программы. Следует использовать проверку единиц измерения, чтобы убедиться, что их набор приводит к результатам в требуемых (согласованных) единицах. Метод конечных элементов не имеет присущего понятия единиц измерения (он имеет дело только с числами), однако для инженерной интерпретации результатов необходимо вводить данные в согласованных предопределенных единицах. В частности, особое внимание следует уделять заданию собственного веса и постоянной гравитации и интерпретации выходных данных, таких как собственные частоты и единицы напряжений.

Нагрузки и граничные условия должны быть тщательно обоснованы, поскольку они могут оказать существенное влияние на поведение элемента. Трудно дать конкретные рекомендации, так как граничные условия сильно зависят от определения проблемы. В

некоторых случаях сосредоточенные нагрузки можно заменить эквивалентным перемещением. Этот метод часто называют контролем перемещений, который, как правило, более стабилен, чем контроль нагрузки. Однако контроль перемещений ограничивает перемещение точки до предписанного значения и часто не подходит для конструкций с распределёнными нагрузками. Особенно важно разграничивать силовые и деформационные (кинематические) нагружения, потому что для многих задач, связанных с неупругостью, результаты будут существенно различаться [13]. Одним из примеров является приложение нагрузки через штамп: для упрощения задач в ряде случаев нагрузку могут прикладывать не через штамп (пластину), а непосредственно как распределённую нагрузку. Однако этот способ может существенно повлиять на поведение конструкции. Так, в работе [14] было показано, что это приводит к отклонениям в поведении численной модели от экспериментальных данных. Если целью анализа является детальное изучение поведения в зоне приложения нагрузки и/или опоры, то соответствующая часть конструкции должна быть смоделирована и детально проанализирована. Симметрия конструкции и нагрузки должны использоваться с осторожностью. В случае симметричной конструкции с симметричной нагрузкой допускается моделировать только половину общей конструкции, применив надлежащие граничные условия симметрии. Однако применение симметрии по своей сути предполагает, что режим отказа – симметричный, а это в большинстве случаев не является истиной, например, из-за наличия несовершенств, и данную особенность трудно предсказать.

Моделирование поведения и свойств материала имеет первостепенное значение, поскольку это один из самых важных параметров. Механические свойства стали характеризуются модулем упругости, пределом текучести, пределом прочности и деформационным упрочнением. Обычно для стали предполагается изотропный материал с одинаковыми значениями механических свойств во всех направлениях, так что ввод исходной информации может быть основан на данных одноосного растяжения образцов. Наиболее распространена линейная идеализация свойств материала, которая связана с гипотезой о линейной упругости. Однако эта гипотеза является очень грубой. При использовании этой гипотезы нет возможности учесть многие важные факторы, такие как перераспределение усилий, моделирование процесса преднапряжения, моделирование процесса загрузки-разгрузки и т.д. Для достижения хорошей сходимости с результатами работы реальных конструкций рекомендуется принимать упруго-пластический материал.

Наиболее распространённые диаграммы деформирования, параметризованные от предела текучести и модуля упругости, представлены следующими зависимостями:

– билинейная без стадии самоупрочнения (идеальный упруго-пластический материал) (рисунок 1 а);

– билинейная с номинальным углом площадки стадии самоупрочнения (по причинам численной конвергенции полезно определить номинальный наклон площадки текучести с небольшим значением) (рисунок 1 б);

– билинейная со стадией самоупрочнения (рисунок 1 в).

Следует ожидать, что билинейная зависимость без стадии самоупрочнения будет давать консервативные результаты [15, 16]. Стадию самоупрочнения необходимо учитывать, потому что в изогнутой пластине, помимо главных мембранных напряжений, возникают второстепенные изгибные напряжения в обоих направлениях. Использование только площадки текучести приводит к преждевременной потере жесткости пластины при изгибе из-за начала текучести по главным напряжениям. Таким образом, потеря устойчивости пластин произойдёт слишком рано, чего можно избежать, если принять во внимание стадию самоупрочнения.

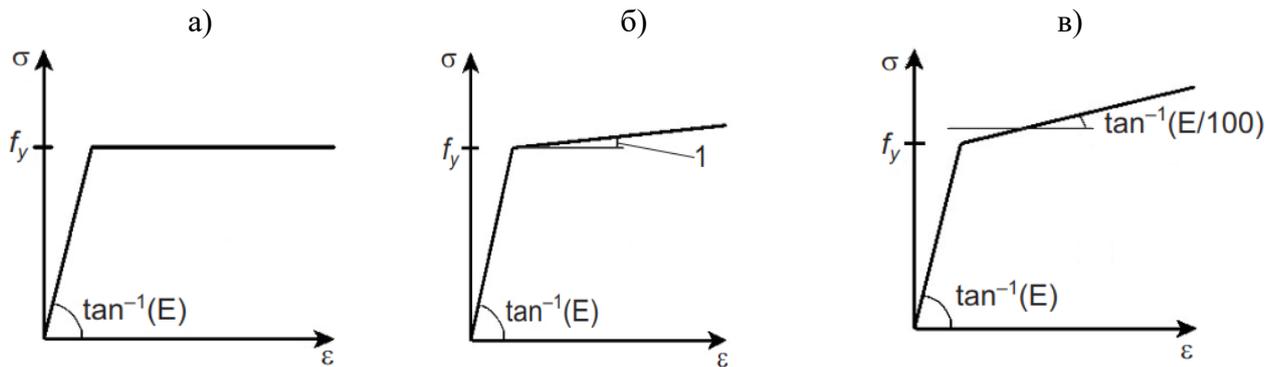


Рисунок 1 - Моделирование свойств материала:

а) билинейная зависимость без стадии самоупрочнения; б) билинейная зависимость с номинальным углом площадки стадии самоупрочнения; в) билинейная зависимость со стадией самоупрочнения

Интерес представляет параметризованная зависимость деформирования стали, регламентированная в нормативном документе BSK 07 [17] (рисунок 2). Поскольку зависимость основана на значениях модуля упругости, предела текучести и предела прочности, она позволяет очень просто описать поведение материала.

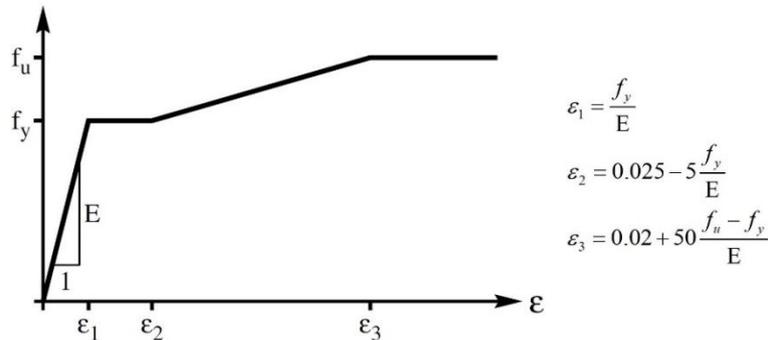


Рисунок 2 - Моделирование свойств материала согласно BSK07

Согласно источнику [18] предложена более сложная параметризованная диаграмма деформирования стали на основе анализа большого набора данных результатов испытаний образцов на растяжение. Аналогичные указания есть в СП 16.13330 «Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*» [19]. Однако эти диаграммы деформирования параметризованы для основных классов стали, что не позволяет использовать их в общих целях.

При плоском или объёмном напряжённом состоянии граница между областью упругих и пластических деформаций определяется с помощью критерия (условия) пластичности (текучести). Наиболее широко используемыми и экспериментально подтверждёнными являются критерии Мизеса (теория энергии искажения формы) и Треска (Треска – Сен-Венана, теория максимального касательного напряжения). «Классическими среди критериев пластичности считаются критерии Мизеса и Треска, достаточно хорошо согласующиеся с экспериментальными данными для пластичных материалов с равными пределами текучести при растяжении и сжатии» [20]. «В частности, многие из этих критериев предсказывали, что шаровая часть тензора напряжений влияет на текучесть и пластическое течение материала. Лишь две теории — Треска и Мизеса — оказались свободными от этого недостатка. Обе эти теории широко используются на практике, что обусловлено как их сравнительной простотой, так и проверенной на опыте точностью» ([21, с. 201]). Оба критерия достаточно правильно предсказывают момент появления

пластических деформаций, и при решении задач обычно пользуются тем, который упрощает решение. Максимальное расхождение критерии имеют при чистом сдвиге. Для расчета стальных конструкции наиболее распространено применение критерия Мизеса (приведенных напряжений).

Этих критериев достаточно, если материал подчиняется диаграмме Прандтля. Если материал обладает упрочнением, то при повторном его нагружении характерной особенностью является увеличение предела текучести. В таких случаях дополнительно вводится *условие упрочнения*. Для стальных конструкций в большинстве работ используется правило изотропного упрочнения. Правило изотропного упрочнения (*isotropic hardening*) гласит, что поверхность текучести пропорционально расширяется во всех направлениях при превышении предела текучести. Иными словами после превышения предела текучести и расширения поверхности текучести получаем "большую" область упругости и новый предел текучести. Правило кинематического (*kinematic hardening*) упрочнения гласит, что поверхность текучести не расширяется, а перемещается в направлении повышения напряжения с сохранением формы. Изотропное упрочнение увеличит предел текучести материала как при растяжении, так и при сжатии. Кинематическое упрочнение увеличит предел текучести в одном направлении нагрузки, но уменьшит его в другом направлении нагрузки. Выбор критерия упрочнения важен при знакопеременных нагрузках (циклических деформациях). В большинстве работ используется правило изотропного упрочнения, однако Эффект Баушингера [22] указывает, в том числе, на справедливость правила кинематического упрочнения для металлов при малых значениях деформаций [23].

При генерации сетки конечных элементов возникает вопрос о выборе типа конечного элемента. *Тип конечного элемента* объединяет такие понятия как степень интерполяции поля перемещений, схема численного интегрирования в плоскости и по толщине, математическая модель (теория работы) и собственно выбор между оболочечным или объёмным конечным элементом. Для стальных конструкций в силу их тонкостенности наиболее подходящим и в то же время более простым является использование оболочечных конечных элементов (2D элементы, *conventional shell*). Использование объёмных элементов (3D элементы, конечные элементы континуума, специальные оболочечные элементы континуума) значительно усложняет процесс создания геометрии и увеличивает время расчета.

В современных расчётных комплексах конечные элементы с линейной интерполяцией поля перемещений улучшены и позволяют получать решения с приемлемой точностью. Однако элементы с квадратичной интерполяцией поля перемещений все же стоит считать более универсальными, т.к. они могут описывать больше режимов деформации и способны лучше описывать более сложные режимы отказа.

Схема интегрирования представляет собой комбинацию правила интегрирования в плоскости пластины и по толщине. Чаще всего для интегрирования в плоскости используются правила интегрирования Гаусса для четырёхугольных и шестигранных и правила интегрирования Хаммера для треугольных и четырёхгранных конечных элементов. По умолчанию большинство программ для интегрирования по толщине использует пять точек сечения по толщине однородной оболочки, что достаточно для большинства задач нелинейного анализа. Однако в некоторых сложных задачах следует использовать больше точек сечения, особенно если ожидается пластический изгиб (в этом случае обычно достаточно девяти точек по толщине сечения). Для линейных задач три точки сечения обеспечивают точное интегрирование по толщине.

В общем случае математические модели плоской пластины, нагруженной поперечной нагрузкой, могут быть следующими [24]: модель очень тонкой пластины, основанная на

теории изгиба мембран; модель тонкой пластины; модель достаточно толстой пластины; модель очень толстой пластины, основанная на трехмерной теории упругости.

Теория расчета тонких пластин основывается на допущениях, сделанных Кирхгофом (Гипотезы Кирхгофа, Теория пластин Кирхгофа – Лява) [25]. Основным отличием теорий расчёта толстых пластин является учёт деформации поперечного сдвига. Обзор научных работ в этом направлении представлен в [26]. Для толстых пластин обычно используют теорию Рейсснера-Миндлена [27]. Поэтому при анализе конструкций всегда возникает вопрос о выборе типа конечного элемента, который будет надежно отвечать всем требованиям и при этом иметь достаточную сходимость без увеличения числа степеней свободы. В продвинутых программных комплексах, как правило, существуют универсальные оболочечные элементы общего назначения, которые учитывают математическую модель тонких и толстых пластин. Они используют теорию толстой оболочки по мере увеличения толщины оболочки и становятся дискретными элементами тонкой оболочки Кирхгофа по мере уменьшения толщины; деформация поперечного сдвига становится очень малой по мере уменьшения толщины оболочки.

Геометрическая форма и размер конечного элемента – это одни из наиболее важных параметров КЭ модели. Для уменьшения неопределённости при использовании метода конечных элементов необходимо, чтобы элементы имели оптимальную геометрическую форму. Дискретизация конечных элементов оказывает глубокое влияние на точность нелинейного моделирования. Геометрическая форма генерируемых конечных элементов обычно может быть проверена программой с использованием различных метрик, таких как соотношение сторон, асимметрия, соотношение площади к периметру, значения углов и т.д. Необходимо использовать как можно больше этих метрик при дискретизации конечных элементов для минимизации количества искажённых элементов. Конечно-элементная сетка должна быть сгенерирована с использованием алгоритма, который производит регулярные сетки с менее чем 5% искажённых элементов.

Критериев по назначению размеров конечного элемента практически нет. Минимальный размер элемента обычно определяется практическими соображениями. Вычислительное время увеличивается приблизительно квадратично с увеличением количества элементов, поэтому количество элементов должно быть ограничено, чтобы сократить время. Максимальный размер элемента в модели должен быть выбран таким образом, чтобы можно было рассчитать относительно гладкие поля напряжений. Максимальный размер элемента также ограничен присущей методу конечных элементов неточностью. Если дискретизация конечных элементов слишком грубая, поле напряжений будет показывать значительные скачки от одного элемента к другому, поскольку поле напряжений не является непрерывным. Основной метод оценки качества сетки базируется на последовательном уменьшении размера КЭ и наблюдением за сходимостью результатов с некоторым допуском.

Нелинейный анализ. Нелинейный анализ основан на несовершенной геометрии, нелинейном поведении материала и больших деформациях (геометрическая нелинейность). Нелинейный анализ может быть выполнен с помощью инкрементального подхода. В пределах одного инкремента (шага) обычно применяют итерационные методы. Существует множество различных итерационных методов, основы которых заложены ещё в работах И. Ньютона. Для большинства случаев хорошую сходимость показывает метод Ньютона-Рафсона [28]. Существует мнение, что метод Ньютона-Рафсона является наиболее эффективным и универсальным методом. Существует несколько различных схем метода Ньютона-Рафсона. В общем случае рекомендуется применять «полный» метод Ньютона-Рафсона, при котором касательная (тангенциальная) жесткость обновляется на каждой итерации равновесия. На рисунке 3 а представлено пояснение.

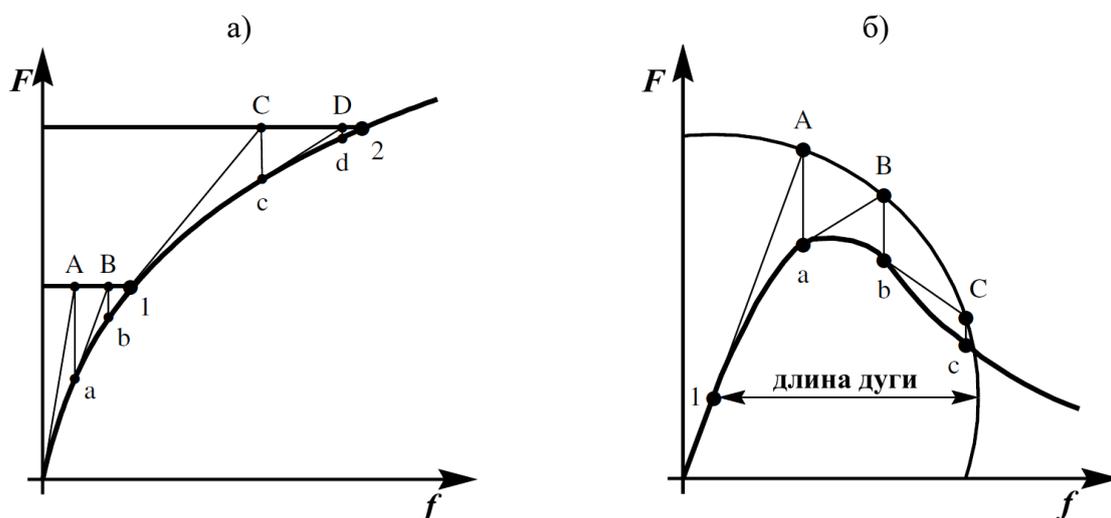


Рисунок 3 – Интерпретация метода Ньютона-Рафсона и метода длины дуги:
а) метод Ньютона-Рафсона; б) метод длины дуги

Вблизи предельных точек, где достигается максимум графика нагрузка-перемещение, касательная жесткость становится нулевой или отрицательной, когда образуется нисходящая ветвь графика деформирования. В таких случаях обычные методы Ньютона-Рафсона с контролем нагрузки или перемещений не сойдутся. Методом, который в этом случае оказывается успешным, является метод длины дуги (метод дуговой длины, arc-length method). Метод длины дуги позволяет моделированию продолжаться за пределами локального или глобального максимума зависимости «нагрузка-перемещение». Приращения перемещений и нагрузки регулируют таким образом, чтобы точки решения лежали на пересечении графика деформирования и дуги (см. рисунок 3 б). Для решения таких задач было предложено и применено несколько методов определения длины дуги [29], среди которых наиболее успешным представляется модифицированный метод Рикса [30].

Метод итерации Ньютона-Рафсона нуждается, по крайней мере, в одном критерии сходимости [31, 32], при котором считается, что сходимость достигнута. Критерием часто является L_2 -норма (квадратный корень из суммы квадратов значений) вектора дисбаланса сил или вектора инкрементного перемещения [33]. Критерий сходимости часто дополняется заранее определенным максимальным числом итераций, чтобы избежать чрезмерного числа итераций. Однако, не следует рассматривать ограничение числа итераций в качестве критерия сходимости. Предпочтительно использовать энергетический критерий вместе с силовым [34, 35]; следует избегать критериев, основанных только на перемещениях. Нет единого мнения относительно допусков, которые должны использоваться для критериев сходимости. Согласно [36] для высокой степени точности решения в качестве значения допусков при сходимости рекомендовано использовать значения равные 0.01 для силового критерия и 0.0001 для внутренней работы (энергетический критерий).

Учет несовершенств (величина и форма начальных несовершенств, а также способ их задания). Для расчета конструкций посредством численных моделей важным параметром является учёт несовершенств, которые могут значительно влиять на несущую способность конструкции. Существует два основных вида несовершенств: геометрические и структурные. В стальных конструкциях *геометрические несовершенства* могут быть связаны с формой сечения и элемента. К несовершенствам формы сечения относятся, например, погиби стенки и скручивания полок или ребер жесткости. Несовершенства элементов включают искривление, погиби, закручивание целых элементов. Возможны ещё и несовершенства конструкции, при которых возникают эксцентриситеты в узлах и смещения узлов от проектных размеров.

Структурные несовершенства связаны с остаточными напряжениями, появляющимися в процессе производства (вследствие сварки, резки, обработки кромок и т.д.). Амплитуда и распределение остаточных напряжений существенно зависят от способа изготовления и формы поперечного сечения, при этом задание этих несовершенств трудно автоматизируется, поэтому для учёта сварочных напряжений можно рекомендовать использование эквивалентных геометрических несовершенств. Данный подход широко используется в классических (формульных) моделях несущей способности при проверке элементов на устойчивость, где для учёта структурных несовершенств (сварочных напряжений) введены кривые потери устойчивости с условными геометрическими несовершенствами. Выбор данного подхода также подкреплён исследованиями [37, 38], в которых отмечено незначительное влияние сварочных напряжений на результаты расчетов посредством численных моделей несущей способности. В работе [39] проанализированы модели «с» и «без» задания начальных структурных несовершенств (сварочных напряжений). Результаты анализа показали, что сварочные напряжения оказывают влияние (в пределах 5%) на элементы с гибкими стенками, для которых характерен отказ из-за упругой потери устойчивости. В элементах, для которых характерен отказ с развитием пластических деформаций, сварочные напряжения не оказывают влияние (в пределах 0,5%) на значение несущей способности. В работе [9] отмечается, что влияние сварочных напряжений на несущую способность и поведение стального элемента с продольными ребрами жесткости не значительно (менее 0.7%), при этом сварочные напряжения были заданы на основании замеренных, но с различными амплитудами. Аналогичные результаты представлены в работах [40]. Главным образом остаточные напряжения влияют на несущую способность в случае потери устойчивости элемента в целом и при усталостном или хрупком разрушении.

Должно быть ясно, что любое моделирование несовершенства на стадии проектирования элемента, каким бы сложным оно ни было, может представлять только «условные несовершенства». Это также относится к неоднородности материала, неточности нагрузки и граничных условий, которые невозможно знать заранее, и поэтому они должны быть заменены идеализациями в численной модели, однако эти идеализации должны приводить к предсказуемым результатам. Самая сложная задача при задании несовершенств – это выбрать форму и амплитуду (значение).

Форму несовершенства можно задать следующим образом:

– на основе замеров «реальных» несовершенств конструкции. Этот подход не может быть реализован в строительных конструкциях на стадии проектирования, потому что несовершенства заранее не известны. Как правило, этот способ используется при исследованиях, связанных с верификацией и валидацией численных моделей на основе экспериментальных данных и для поиска лучшего способа задания несовершенств. Этот способ может быть применен при оценке технического состояния существующих конструкций, а также систематически вызванных производством дефектов в серийных изделиях;

– посредством условных несовершенств, позволяющих с некоторой степенью достоверности учесть реальные несовершенства. Для задания условных несовершенств важной задачей является определение формы и значения (амплитуды) несовершенства, которые должны быть откалиброваны в зависимости от вида отказа.

Условные несовершенства могут быть заданы на основе:

– форм потери устойчивости. Они определены на математической основе, а их задание просто реализуется в большинстве программных комплексов. Выполняется анализ форм потери устойчивости с помощью линейного бифуркационного анализа, и далее форма потери устойчивости присваивается в качестве новой геометрии анализируемому элементу. Обычно при таком способе задания несовершенств используется первая форма потери устойчивости или комбинация различных форм потери устойчивости.

– форм отказа. Они соответствуют деформированной форме при отказе и, как предполагается, приводят к наименьшему значению несущей способности. Трудоемкость такого способа задания несовершенств высока, поскольку заранее необходимо выполнить несколько итераций нелинейного анализа и анализа потери устойчивости, для которого также необходимо сделать правильный выбор формы и значения несовершенства.

– требований к изготовлению. Они соответствуют обычно наблюдаемым несовершенствам во время изготовления. Они ориентированы на возможные формы, обусловленные производством, и не представляют наихудшего случая, но, очевидно, могут хорошо представлять предельные нагрузки на практике (см. также обсуждение Руэ и Шульца [41, 42] и Раша и Линднера [43]).

Основываясь на Schmidt [44], необходимо провести дальнейшее различие между наихудшими и стимулирующими несовершенствами. Наихудшие несовершенства должны приводить к самому низкому значению несущей способности, они не связаны напрямую с производственным процессом, однако в целом должны отражать физическую реальность. Наихудшие несовершенства, как правило, определяются на основе реальных замеров и форм потери устойчивости. Стимулирующие несовершенства должны достаточно хорошо улавливать поведение конструкции, чтобы можно было прогнозировать предельную нагрузку. Несовершенства на основе собственных форм потери устойчивости и на основе требований к изготовлению могут использоваться в качестве стимулирующих несовершенств.

Выводы

Выявлены и систематизированы основные параметры создания (построения) численных моделей несущей способности, которые необходимо учитывать при анализе стальных элементов и которые требуют дальнейшей верификации на основании экспериментальных данных:

– *Моделирование свойств материала* – один из самых важных параметров. В большинстве случаев рекомендации сводятся к использованию билинейной зависимости без стадии самоупрочнения (идеальный упруго-пластический материал, диаграмма Прандтля). Такая рекомендация в большинстве случаев основана на простоте использования. Однако для анализа поведения тонкостенных конструкций со значительной областью развития неупругих деформаций такое упрощение может приводить к повышенному уровню неопределённости. Во-первых, необходимо проверить влияние стадии самоупрочнения стали, так как в изогнутой пластине, помимо главных мембранных напряжений, возникают второстепенные изгибные напряжения, по причине чего использование билинейной зависимости без стадии самоупрочнения вероятнее всего приведёт к преждевременной потере жёсткости пластины при изгибе и занижению несущей способности. Во-вторых, необходимо проверить влияние наличия площадки текучести на поведение и значение несущей способности, так как учёт стадии упрочнения без площадки текучести вероятнее всего приведёт к завышению несущей способности, поскольку для тонкостенных элементов важной особенностью является изменение схемы работы в результате потери устойчивости стенки и дальнейшего образования пластических шарниров в поясах. В-третьих, интерес представляет анализ влияния вида диаграммы деформирования на неопределённость моделирования [45]. Перспективным представляется использование четырехлинейных диаграмм деформирования, параметризованных в зависимости от значения предела текучести, модуля упругости и предела прочности стали. В качестве критерия (условия) пластичности (текучести) для стальных конструкций (для большинства используемых марок сталей) рекомендуется применять критерий Мизеса в силу его простоты, экспериментальной подверженности и распространённости при выводе аналитических моделей несущей способности.

– *Тип конечного элемента* (оболочечный или объёмный конечный элемент, степень интерполяции поля перемещений, схема численного интегрирования в плоскости и по толщине, математическая модель (теория работы)) и *качество сетки* (форма конечных элементов и размер) играет важнейшую роль в получении точных результатов, однако эти параметры взаимосвязаны между собой и зависят от специфики программного комплекса. Поэтому неопределенность КЭ модели будет зависеть от используемого программного комплекса. Одним из путей минимизации этой неопределённости выступает определение оптимального размера КЭ на основании анализа графика зависимости (сходимости) критической и/или предельной нагрузок от размера сетки. При назначении размера конечного элемента следует также руководствоваться общими закономерностями. Для этих целей необходимо выработать критерии для назначения размеров конечного элемента. Наиболее перспективными видятся назначения размера конечного элемента в зависимости от толщины пластины (стенки или полки) или от длины зоны упругой потери устойчивости.

– *Нелинейный анализ*. В качестве итерационного метода надо отдавать предпочтение полному методу Ньютона-Рафсона. В качестве контроля решения рекомендуется применять метод длины дуги, который позволяет найти решение за пределами локального или глобального максимума в зависимости «нагрузка-перемещение», при этом для метода определения длины дуги успешным представляется модифицированный метод Рикса. В отношении параметров нелинейного анализа представленные указания носят рекомендательный характер на основании анализа функционала большинства продвинутых программных комплексов и распространенности при научных верификационных исследованиях моделей несущей способности стальных конструкций. Однако следует понимать, что эти указания не являются исчерпывающими, и использование того или иного метода решения нелинейного уравнения требует определения статистических характеристик неопределенности КЭ модели.

– *Величина и форма начальных несовершенств*. В исследовательских целях, как правило, проверяют разные формы, направления и значения несовершенства, выбирая те параметры, которые позволяют достичь наиболее близких значений к экспериментальным. Однако для целей проектирования такое полное исследование может быть очень трудоёмким и ограниченным. Следовательно, необходимо проверить влияние неопределенности несовершенств на значение несущей способности и разработать рекомендации по назначению формы и значения несовершенства, а изменчивость учесть с помощью частных коэффициентов. В исследованиях [46, 47, 48] показано ограниченное влияние несовершенств на несущую способность стальных колонн (что позволило выделить кривые потери устойчивости). Для дальнейшего анализа выдвинута гипотеза об аналогичном лимитированном влиянии локальных несовершенств. Учет структурных несовершенств (сварочных напряжений) необходим для элементов, для которых характерен отказ из-за упругой потери устойчивости стенки. Наиболее оптимальным способом учета данных несовершенств является увеличение амплитуды геометрических несовершенств [5, 16]. Для анализа влияния значений эквивалентных геометрических несовершенств на поведение конструктивного элемента и значение несущей способности рекомендуется принять значения из диапазона $h_w/200 - h_w/100$ (где h_w – высота стенки в свету), но не более толщины стенки и не более $a/200$ (где a – расстояние между ребрами жесткости), значение $h_w/200$ принято на основании на основании аналитического обзора литературы, а значение $h_w/100$ – на основании требований к точности изготовления стальных конструкций.

В дальнейших исследованиях необходима разработка унифицированных требований к параметрам КЭ модели для конкретных моделей несущей способности и их верификация на основании экспериментальных данных с вычислением статистических характеристик неопределённости численной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Graciano C., Ayestarán A. Steel plate girder webs under combined patch loading, bending and shear // *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 80. P. 202–212. doi:10.1016/j.jcsr.2012.09.018.
2. Kövesdi B., Alcaine J., Dunai L., Braun B. Interaction behaviour of steel I-girders Part I: Longitudinally unstiffened girders // *Journal of Constructional Steel Research*. 2014. Vol. 103. Pp. 327–343. doi:10.1016/j.jcsr.2014.06.018.
3. Kövesdi B., Alcaine J., Dunai L., Braun B. Interaction behaviour of steel I-girders; part II: Longitudinally stiffened girders // *Journal of Constructional Steel Research*. 2014. Vol. 103. Pp. 344–353. doi:10.1016/j.jcsr.2014.06.017.
4. Kövesdi B., Kuhlmann U., Dunai L. Combined shear and patch loading of girders with corrugated webs. // *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. 2010. Vol. 54. P. 79–88.
5. Nadolski V., Marková J., Podymako V., Sykora M. Pilot numerical analysis of resistance of steel beams under combined shear and patch loading // *Proceedings of conference Modelling in Mechanics 2022, Ostrava, 26-27 May 2022*. Ostrava: VSB - Technical University of Ostrava, Faculty of Civil Engineering. 2021. P. 12-19.
6. Seitz M. Longitudinally stiffened girder webs subjected to patch loading. Institute for Structural Design. Universität Stuttgart. 2005. 250 p.
7. Kovacevic S., Markovic N., Sumarac D., Salatic R. Influence of patch load length on plate girders. Part II: Numerical research // *Journal of Constructional Steel Research*. 2019. Vol. 158. P. 213–229. doi:10.1016/j.jcsr.2019.03.025.
8. Pavlovčič L., Detzel A., Kuhlmann U., Beg D. Shear resistance of longitudinally stiffened panels. Part 1: Tests and numerical analysis of imperfections // *Journal of Constructional Steel Research*. 2007. Vol. 63(3). P. 337–350.
9. Sinur F., Beg D. Moment–shear interaction of stiffened plate girders—Tests and numerical model verification // *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 85. P. 116–129. doi:10.1016/j.jcsr.2013.03.007.
10. Estrada I., Real E., Mirambell E. General behaviour and effect of rigid and non-rigid end post in stainless steel plate girders loaded in shear. Part II: Extended numerical study and design proposal // *Journal of Constructional Steel Research*. 2007. Vol. 63. P. 985–996. doi:10.1016/j.jcsr.2006.08.0.
11. Ботян С.С., Жамойдик С.М., Кудряшов В.А., Олесьюк Н.М., Писченков И.А. Оценка огнестойкости стальных строительных конструкций с учетом влияния теплообмена с примыкающими смежными конструкциями // *Вестн. Ун-та гражд. защиты МЧС Беларуси*. 2021. Т. 5. № 3. С. 278-288. doi:10.33408/2519-237X.2021.5-3.278.
12. Надольский В.В. Расчет и конструирование фланцевого соединения элементов прямоугольного сечения, подверженных центральному растяжению // *Вестник Полоцкого государственного университета*. 2018. № 16. С. 121–130.
13. Перельмутер А. В. , Сливкер. В.И. Расчетные модели сооружений и возможностью их анализа. Москва. СКАД СОФТ, 2011. 732 с.
14. Ljungström N., Karlberg O. Girders with Trapezoidally Corrugated Webs under Patch. Thesis 2010:146. Sweden, Göteborg, 2010. 185 p.
15. Надольский В.В., Подымако В.И. Оценка несущей способности стальной балки методом конечных элементов при совместном действии локальных и сдвиговых усилий // *Строительство и реконструкция*. 2022. №2 (100). С. 26-43.
16. Надольский В.В., Вихляев А.И. Оценка несущей способности балок с гофрированной стенкой методом конечных элементов при действии локальной нагрузки // *Вестник МГСУ*. 2022. Т. 17. Вып. 6. С. 693-706. doi:10.22227/1997-0935.202.
17. BSK. Boverkets Handbok om Stålkonstruktioner, BSK 07, November 2007.
18. Yun X., Gardner L. Stress-strain curves for hot-rolled steels // *Journal of Constructional Steel Research*. 2017. Vol. 133. P. 36–46.
19. СП 16.13330.2017 «Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*» (с Поправками, с Изменениями N 1, 2). Москва: Стандартинформ, 2017.
20. Буханько А.А. Условие пластичности, связанное с линиями уровня поверхности деформационных состояний, для различных процессов деформирования // *Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия*. 2013. № 9/2(110). С. 43-53.
21. Браутман Л., Крок Р. Композиционные материалы. Том 2: Механика композиционных материалов. Москва : Мир, 1978. 438 с.
22. Soboyejo W.O. Mechanical properties of engineered materials. New York : Marcel Dekker, 2003. 146 p.
23. Wyrzykowski J.W., Pleszakow E., Sieniawski J. Odształcanie i pękanie metali. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1999. 406 p.
24. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. Theory of plates and shells. New York : McGraw-Hill, 1959. 580 p.
25. Love A. E. H. On the small free vibrations and deformations of elastic shells // *Philosophical trans. of the Royal Society (London)*, 1888. Vol. 17. Pp. 491—549. doi:10.1098/rsta.1888.0016.

26. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин: Прочность, устойчивость и колебания. 2-е изд., доп. Москва : Наука, 1987. 360 с.
27. Reissner E. On the theory of bending of elastic plates // *Journal of Mathematical Physics*. 1944. Vol. 23. Pp. 184-191.
28. Перушев Е. Г. Развитие и применение МКЭ для решения геометрически нелинейных задач. Дис. канд. техн. наук : Москва. 1984. 215 с.
29. Crisfield M. An arc-length method including line searches and accelerations // *Computer methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1983. Vol. 19. Pp. 1269-1289.
30. Riks E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems // *International Journal of Solids Structures*. 1979. № 15. Pp. 529-551.
31. Walz J.E. Accuracy and convergence of finite element approximations. National Aeronautics And Space Administration Hampton Va Langley Research Center. 1968. Pp. 995-1027.
32. Pin T. The convergence of finite element method in solving linear elastic problems // *International Journal of Solids and Structures*. 1967. Vol. 5. Pp. 865-879.
33. Drabek P., Milota J. *Methods of Nonlinear Analysis: Applications to Differential Equations* // Springer Science & Business Media. 2007. 568 p.
34. Baum C.E. *Energy Norms and 2-Norms* // Environmental and Space Electromagnetics. Springer, Tokyo. 1991. 10.1007/978-4-431-68162-5_49.
35. Tur A., Tur V., Lizahub A. An innovative approach to safety of non-linear analysis applied to structural robustness as-assessment // *Civil and Environmental Engineering*. 2018. № 9. Pp. 137-141.
36. Siemens. *Basic Nonlinear Analysis User's Guide*. Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. https://docs.plm.automation.siemens.com/data_services/resources/nxnastran/10/help/en_US/tDocExt/pdf/bas_nonlinear.pdf (Date of access : 08.01.2022).
37. Chacon R., Mirambell E., Real E. Influence of designer-assumed initial conditions on the numerical modelling of steel plate girders subjected to patch loading // *Thin-Walled Struct.* 2009. Vol. 47. Pp. 391-402.
38. Chacon R., Serrat M., Real E. The influence of structural imperfections on the resistance of plate girders to patch loading // *Thin-Walled Struct.* 2012. Vol. 53. Pp. 15-25. doi:10.1016/j.tws.2011.12.003.
39. Flores R. *Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads*. Doctoral Thesis .Barcelona, Polytechnic University of Catalonia, 2009. 221 p.
40. Gozzi J. *Patch loading resistance of plated girders - ultimate and serviceability limit state* : Doctoral Thesis. Sweden, Luleå University of Technology, 2007. 189 p.
41. Ruff D.C. *Der Einfluss von Imperfektionen auf das Tragverhalten von Platten* // *Stahlbau*. 1999. Vol. 68. Pp. 829-834.
42. Ruff D.C., Schulz U *Ergänzende Stellungnahme zum Einfluss von Imperfektionen auf das Tragverhalten von Platten* // *Stahlbau*. 2000. Vol. 69(6). Pp. 503 - 527.
43. Rusch A., Lindner J. *Tragfähigkeit von beulgefährdeten Querschnittselementen unter Berücksichtigung von Imperfektionen* // *Stahlbau*. 2001. Vol. 70(10). Pp. 765-774.
44. Schmidt H. *Stability of steel shell structures: General report* // *Journal of Constructional Steel Research*. 2000. Vol. 55(1-3). Pp. 159-181.
45. Надольский В.В. Неопределенности расчетных моделей сопротивления стальных конструкций // *Вестник Полоцкого государственного университета*. 2016. № 8. С. 66-72.
46. Кужава З. Статистическая оценка случайных неправильностей реальных центрально – сжатых стальных стержней // *Строительная механика и расчет сооружений*. 1982. № 5. С. 61-62.
47. Bjorhovde R. *Columns: From Theory to Practice* // *AISC Engineering Journal*. 1988. Vol. 25. Pp. 21-34.
48. Fukumoto Y. *Evaluation of multiple column curves using the experimental data-base approach* // *Journal of Constructional Steel Research*. 1983. Vol. 3. Pp. 2-19.

REFERENCES

1. Graciano C., Ayestarán A. Steel plate girder webs under combined patch loading, bending and shear // *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. Vol. 80. Pp. 202-212. doi:10.1016/j.jcsr.2012.09.018.
2. Kövesdi B., Alcaine J., Dunai L., Braun B. Interaction behaviour of steel I-girders Part I: Longitudinally unstiffened girders // *Journal of Constructional Steel Research*. 2014. Vol. 103. Pp. 327-343. doi:10.1016/j.jcsr.2014.06.018.
3. Kövesdi B., Alcaine J., Dunai L., Braun B. Interaction behaviour of steel I-girders; part II: Longitudinally stiffened girders // *Journal of Constructional Steel Research*. 2014. Vol. 103. Pp. 344-353. doi:10.1016/j.jcsr.2014.06.017.
4. Kövesdi B., Kuhlmann U., Dunai L. Combined shear and patch loading of girders with corrugated webs // *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. 2010. Vol. 54. Pp. 79-88.

5. Nadolski V., Marková J., Podymako V., Sykora M. Pilot numerical analysis of resistance of steel beams under combined shear and patch loading // Proceedings of conference Modelling in Mechanics 2022, Ostrava, 26-27 May 2022. Ostrava: VSB - Technical University of Ostrava, Faculty of Civil Engineering. 2021. Pp. 12-19.
6. Seitz M. Longitudinally stiffened girder webs subjected to patch loading. Institute for Structural Design. Universität Stuttgart. 2005. 250 p.
7. Kovacevic S., Markovic N., Sumarac D., Salatic R. Influence of patch load length on plate girders. Part II: Numerical research // Journal of Constructional Steel Research. 2019. Vol. 158. Pp. 213–229. doi:10.1016/j.jcsr.2019.03.025.
8. Pavlovčić L., Detzel A., Kuhlmann U., Beg D. Shear resistance of longitudinally stiffened panels. Part 1: Tests and numerical analysis of imperfections // Journal of Constructional Steel Research. 2007. Vol. 63(3). Pp. 337-350.
9. Sinur F., Beg D. Moment–shear interaction of stiffened plate girders—Tests and numerical model verification // Journal of Constructional Steel Research. 2013. Vol. 85. Pp. 116–129. doi:10.1016/j.jcsr.2013.03.007.
10. Estrada I., Real E., Mirambell E. General behaviour and effect of rigid and non-rigid end post in stainless steel plate girders loaded in shear. Part II: Extended numerical study and design proposal // Journal of Constructional Steel Research. 2007. Vol. 63. Pp. 985–996. doi:10.1016/j.jcsr.2006.08.0.
11. Botyan S.S., ZHamojdik S.M., Kudryashov V.A., Olesiyuk N.M., Pischenkov I.A. Ocenka ognestojkosti stal'nyh stroitel'nyh konstrukcij s uchetom vliyaniya teploobmena s primykayushchimi smezhnymi konstrukcijami. [Assessment of fire resistance of steel building structures taking into account the influence of heat exchange with adjacent adjacent structures.] // Vestnik Universiteta grazhdanskoj zashchity MCHS Belarusi. 2021. Vol. 3. Pp. 278-288. doi:10.33408/2519-237X.2021.5-3.278.
12. Nadol'skij V.V. Raschet i konstruirovaniye flancevogo soedineniya elementov pryamo-ugol'nogo secheniya, podverzhennyh central'nomu rastyazheniyu [Calculation and design of the flange connection of rectangular cross-section elements subject to central tension] // Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta [Bulletin of Polotsk State University]. 2018. No. 16. Pp. 121–130.
13. Perel'muter A.V., Slivker. V.I. Raschetnye modeli sooruzhenij i vozmozhnost'yu ih analiza [Design models of structures and the possibility of their analysis]. Moscow. SCUD SOFT, 2011. 732 p.
14. Ljungström N., Karlberg O. Girders with Trapezoidally Corrugated Webs under Patch. Thesis 2010:146. Sweden, Göteborg, 2010. 185 p.
15. Nadol'skij V.V., Podymako V.I. Ocenka nesushchej sposobnosti stal'noj balki metodom konechnyh elementov pri sovместnom dejstvii lokal'nyh i sdvigovyh usilij[Evaluation of the bearing capacity of a steel beam by the finite element method under the combined action of local and shear forces]. Stroitel'stvo i rekonstrukciya. 2022. No. 2 (100). Pp. 26-43.
16. Nadol'skij V.V., Vihlyayev A.I. Ocenka nesushchej sposobnosti balok s gofirovannoj sten-koj metodom konechnyh elementov pri dejstvii lokal'noj nagruzki [Evaluation of the load-bearing capacity of beams with a corrugated wall by the finite element method under the action of a local load] // Vestnik MGSU. 2022. T. 17. Vyp. 6. Pp. 693–706. doi:10.22227/1997-0935.202.
17. BSK. Boverkets Handbok om Stålkonstruktioner, BSK 07, November 2007.
18. Yun X., Gardner L. Stress-strain curves for hot-rolled steels // Journal of Constructional Steel Research. 2017. Vol. 133. Pp. 36–46.
19. SP 16.13330.2017 «Stal'nye konstrukcii. Aktualizirovannaya redakciya SNiP II-23-81*» (s Popravkami, s Izmeneniyami N 1, 2). [Steel structures. Updated version of SNiP II-23-81* " (as Amended, with Amendments N 1, 2)]. Moskva: Standartinform, 2017.
20. Buhan'ko A.A. Uslovie plastichnosti, svyazannoe s liniyami urovnya poverhnosti deforma-cionnyh sostoyanij, dlya razlichnyh processov deformirovaniya [The plasticity condition associated with the lines of the surface level of the deformation states for various deformation processes]. Vestnik SamGU. 2013. No. 9/2(110). Pp. 43-53.
21. Brautman L., Krok R. Kompozicionnye materialy. Tom 2: Mekhanika kompozicionnyh ma-terialov [Composite materials. Volume 2: Mechanics of composite materials.]. Moskva : Mir, 1978. 438 p.
22. Soboyejo W.O. Mechanical properties of engineered materials. New York : Marcel Dekker, 2003. 146 p.
23. Wyrzykowski J.W., Pleszakow E., Sieniawski J. Odształcanie i pękanie metali. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1999. 406 p.
24. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. Theory of plates and shells. New York : McGraw-Hill, 1959. 580 p.
25. Love A. E. H. On the small free vibrations and deformations of elastic shells. Philosophical trans. of the Royal Society (London), 1888. Vol. 17. Pp. 491-549. doi:10.1098/rsta.1888.0016.
26. Ambarcumyan S.A. Teoriya anizotropnyh plastin: Prochnost', ustojchivost' i kolebaniya. [Theory of anisotropic plates: Strength, stability and vibrations.] 2- e izd., dop. Moskva : Nauka, 1987. 360 p.
27. Reissner E. On the theory of bending of elastic plates. Journal of Mathematical Physics. 1944. Vol. 23. Pp. 184-191.
28. Perushev E.G. Razvitie i primeneniye MKE dlya resheniya geometricheski nelinejnyh zadach [Development and application of FEM for solving geometrically nonlinear problem]. Dis. kand. tekhn. nauk : Moskva, 1984. 215 p.

29. Crisfield M. An arc-length method including line searches and accelerations // *Computer methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1983. Vol. 19. Pp. 1269-1289.
30. Riks E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems // *International Journal of Solids Structures*. 1979. No. 15. Pp. 529-551.
31. Walz J.E. Accuracy and convergence of finite element approximations. National Aeronautics And Space Administration Hampton Va Langley Research Center. 1968. Pp. 995-1027.
32. Pin T. The convergence of finite element method in solving linear elastic problems // *International Journal of Solids and Structures*. 1967. Vol. 5. Pp. 865-879.
33. Drabek P., Milota J. *Methods of Nonlinear Analysis: Applications to Differential Equations*. Springer Science & Business Media. 2007. 568 p.
34. Baum C.E. Energy Norms and 2-Norms // *Environmental and Space Electromagnetics*. Springer, Tokyo. 1991. doi:10.1007/978-4-431-68162-5_49.
35. Tur A., Tur V., Lizahub A. An innovative approach to safety of non-linear analysis applied to structural robustness assessment // *Civil and Environmental Engineering*. 2018. No. 9. P. 137-141.
36. Siemens. *Basic Nonlinear Analysis User's Guide*. Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. https://docs.plm.automation.siemens.com/data_services/resources/nxnastran/10/help/en_US/tdocExt/pdf/bas_nonlinear.pdf (Date of access : 08.01.2022).
37. Chacon R., Mirambell E., Real E. Influence of designer-assumed initial conditions on the numerical modelling of steel plate girders subjected to patch loading // *Thin-Walled Structures*. 2009. Vol. 47. P. 391-402.
38. Chacon R., Serrat M., Real E. The influence of structural imperfections on the resistance of plate girders to patch loading // *Thin-Walled Structures*. 2012. Vol. 53. Pp. 15-25. doi:10.1016/j.tws.2011.12.003.
39. Flores R. Resistance of Transversally Stiffened Hybrid Steel Plate Girders to Concentrated Loads. Doctoral Thesis .Barcelona, Polytechnic University of Catalonia, 2009. 221 p.
40. Gozzi J. Patch loading resistance of plated girders - ultimate and serviceability limit state: Doctoral Thesis. Sweden, Luleå University of Technology, 2007. 189 p.
41. Ruff D.C. Der Einfluss von Imperfektionen auf das Tragverhalten von Platten. *Stahlbau*. 1999. Vol. 68. Pp. 829-834.
42. Ruff D.C., Schulz U. Ergänzende Stellungnahme zum Einfluss von Imperfektionen auf das Tragverhalten von Platten // *Stahlbau*. 2000. Vol. 69(6). Pp. 503 - 527.
43. Rusch A., Lindner J. Tragfähigkeit von beulgefährdeten Querschnittselementen unter Berücksichtigung von Imperfektionen // *Stahlbau*. 2001. Vol. 70(10). Pp. 765-774.
44. Schmidt H. Stability of steel shell structures: General report // *Journal of Constructional Steel Research*. 2000. Vol. 55(1-3). Pp. 159-181.
45. Nadol'skij V.V. Neopredelennosti raschetnyh modelej soprotivleniya stal'nyh kon-strukcij [Uncertainties of calculated models of resistance of steel structures] // *Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta [Bulletin of Polotsk State University]*. 2016. No. 8. Pp. 66-72.
46. Kuzhava Z. Statisticheskaya ocenka sluchajnyh nepravil'nostej real'nyh central'no – szhatyh stal'nyh sterzhnej [Statistical evaluation of random irregularities of real centrally compressed steel rods.] // *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij [Construction mechanics and calculation of structures]*. 1982. No.5. Pp. 61-62.
47. Bjorhovde R. Columns: From Theory to Practice // *AISC Engineering Journal*. 1988. Vol. 25. Pp. 21-34.
48. Fukumoto Y. Evaluation of multiple column curves using the experimental data-base approach // *Journal of Constructional Steel Research*. 1983. Vol. 3. Pp. 2-19.

Информация об авторе:

Надольский Виталий Валерьевич

УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Беларусь,
кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Технологии строительного производства».
Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь,
доцент кафедры «Строительные конструкции».
E-mail: nadolskiyv@gmail.ru

Information about author:

Nadolski Vitali V.

Brest State Technical University, Brest, Belarus,
candidate of technical science (PhD), docent, associated professor of the department of Building constructions.
Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus,
associate Professor of the Department of «Building Structures».
E-mail: nadolskiyv@mail.ru