

И.А. МАМИЕВА¹, В.В. КАРНЕВИЧ¹¹Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия

ГЕОМЕТРИЯ И СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК С ЛИНЕЙЧАТЫМИ СРЕДИННЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ С ГЛАВНЫМ КАРКАСОМ ИЗ ТРЕХ СУПЕРЭЛЛИПСОВ

Аннотация. Доказано и проиллюстрировано, что имея одинаковый главный каркас поверхности можно построить три разные поверхности переноса велароидального типа. Взяв эти три разные линейчатые поверхности в качестве срединных поверхностей тонких строительных оболочек, можно расширить число архитектурных форм, приемлемых для строительной практики.

Показана возможность определения напряженно-деформированного состояния линейчатых оболочек с рассматриваемыми срединными поверхностями при помощи типового компьютерного комплекса СКАД. Из представленных изополей очевидно, что напряженно-деформированные состояния разных линейчатых оболочек на овальном плане, но с одним и тем же главным каркасом, отличаются незначительно у двух из трех оболочек. При этом было установлено, что данные две оболочки имеют отрицательную гауссову кривизну, а третья – нулевую. Следовательно, искать более оптимальную оболочку по критерию прочности среди двух оболочек с отрицательной гауссовой кривизной не имеет смысла, следует выбирать оболочку по другому критерию, например, по критерию трудоемкости изготовления.

Ключевые слова: тонкая оболочка, метод конечного элемента, линейчатая поверхность, алгебраическая поверхность, главный каркас поверхности, суперэллипс.

I.A. MAMIEVA¹, V.V. KARNEVICH¹¹Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia

GEOMETRY AND STATIC ANALYSIS OF THIN SHELLS WITH RULED MIDDLE SURFACES OF THREE SUPERELLIPSES AS MAIN FRAME

Abstract. The possibility of generating three different translational surfaces of velarodial type by having the same main frame of the surface is proved and illustrated. Using these three different ruled surfaces as middle surfaces of thin shells allows to extend the number of architectural forms in construction practice.

Static analysis of the shells with the middle surfaces under consideration is performed using the SCAD standard finite element software. The results of the analysis of different ruled shells with oval-shaped base, but of the same main frame, imply that the stress, moment and displacement distributions are almost identical in two of the three shells. Moreover, it is established that the Gaussian curvature of these two shells is negative, and is zero in the third one. Therefore, there is no sense in determining the optimal shell in terms of strength out of the two shells with negative Gaussian curvature. Rather, these two shells may be evaluated based on another criterion, for example, complexity of manufacturing.

Keywords: thin shell, finite element method, ruled surface, algebraic surface, main frame of surface, superellipse.

Введение

В работах [1, 2] доказано, что взяв главный каркас поверхности, состоящий из трех плоских кривых, лежащих в трех координатных плоскостях, можно построить три разные алгебраические поверхности с одним и тем же жестким каркасом.

© Мамиева И.А., Карневич В.В., 2023

Построенные таким образом поверхности использовались для формирования судовых корпусов речных, морских (рисунок 1) и подводных кораблей [1, 3]. В статье [4] впервые предложено использовать эти поверхности в качестве срединных поверхностей строительных оболочек (рисунок 2).

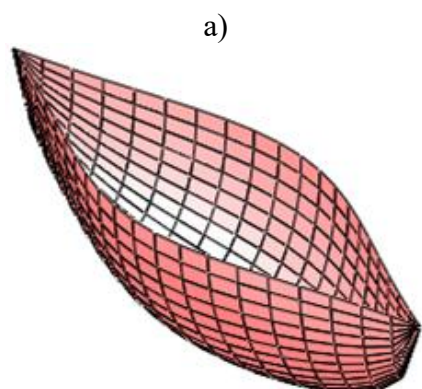


Рисунок 1 – Поверхность судового корпуса, образованная семейством мидельшпангоутов

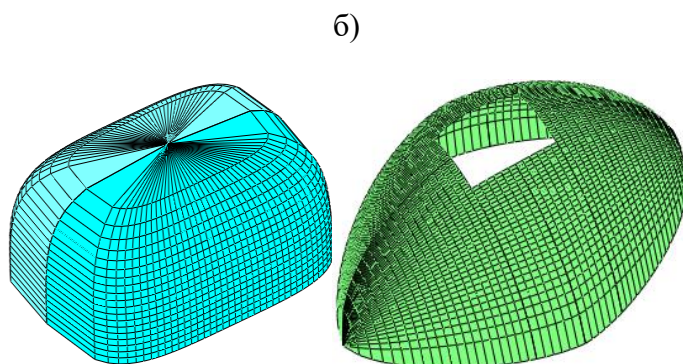


Рисунок 2 – Поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов: а) поверхность образована плоскими линиями в горизонтальных плоскостях; б) поверхность образована плоскими линиями в вертикальных плоскостях

Применение суперэллипсов в качестве плоских кривых главного каркаса позволило упростить процесс визуализации исследуемых поверхностей. Предположим, что плоские кривые главного каркаса рассматриваемых поверхностей представляют собою суперэллипсы [5] и заданы в виде:

кривая 1 расположена в плоскости $z = 0$:

$$|y|^r = W^r \left(1 - \frac{|x|^t}{L^t}\right), \quad (1)$$

кривая 2 расположена в плоскости $x = 0$:

$$|z|^n = T^n \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m}\right), \quad (2)$$

кривая 3 расположена в плоскости $y = 0$:

$$|z|^s = T^s \left(1 - \frac{|x|^k}{L^k}\right), \quad (3)$$

где $r = t, n = m, s = k$, но для выпуклых кривых $r, t, n, m, s, k > 1$; для вогнутых кривых $r, t, n, m, s, k < 1$. Если принять $r = t = 1, n = m = 1, s = k = 1$, то кривые (1) – (3) вырождаются в прямые линии, а суперэллипсы вырождаются в ромбы.

Используя методику, изложенную в работах [1, 2], можно получить явные уравнения трех алгебраических поверхностей с одним и тем же главным каркасом (1) – (3) с образующим семейством сечений $x = \text{const}$:

$$|z| = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W|^m / (1 - |x/L|^t)^{m/r}]^{1/n}, \quad (4)$$

с образующим семейством сечений $y = \text{const}$:

$$|z| = T(1 - |y|^m/W^m)^{1/n} [1 - |x/L|^k / (1 - |y/W|^r)^{k/t}]^{1/s}, \quad (5)$$

и с образующим семейством сечений $z = \text{const}$:

$$|y| = W(1 - |z|^n/T^n)^{1/m} [1 - |x/L|^t / (1 - |z/T|^s)^{t/k}]^{1/r}, \quad (6)$$

где $-L \leq x \leq L, -W \leq y \leq W, 0 \leq z \leq T$.

Явные уравнения поверхностей (4) – (6) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u,v) = vW[1 - u^t]^{1/r}, \quad z = z(u,v) = T[1 - u^k]^{1/s} [1 - |v|^m]^{1/n} \quad (4a)$$

$$x = x(u,v) = vL[1 - u^r]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u^m]^{1/n} [1 - |v|^k]^{1/s}, \quad (5a)$$

$$x = x(u,v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u,v) = \pm W[1 - u^n]^{1/m} [1 - |v|^t]^{1/r}, \quad z = z(u) = uT, \quad (6a)$$

где $0 \leq u \leq 1$, $-1 \leq v \leq 1$; u, v – безразмерные параметры.

В работе [6] предлагаются для внедрения линейчатые поверхности, задаваемые уравнениями (4) – (6) или (4а) – (6а). Было установлено, что благодаря вышеприведенным уравнениям можно построить пять троек линейчатых поверхностей.

Цель исследования

Исследовать геометрию и провести статический расчет оболочек с двумя видами линейчатых срединных поверхностей, впервые предложенных в работе [6]. Данное исследование поможет выбрать оптимальную форму линейчатой оболочки и расширит возможности их формообразования для архитекторов в рамках существующих архитектурных стилей [7].

Геометрия линейчатых поверхностей, построенных на основе алгебраических поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов (1) – (3)

Пусть суперэллипс, расположенный в плоскости xOy , задан в виде (1), а два других суперэллипса главного каркаса вырождаются в прямые линии, то есть $n = m = s = k = 1$, тогда имеем три поверхности на овальном плане:

$$z = T(1 - |x|/L)[1 - |y/W|/(1 - |x/L|^t)^{1/r}], \quad (7)$$

$$z = T(1 - |y/W|)[1 - |x/L|/(1 - |y/W|^r)^{1/t}], \quad (8)$$

$$|y| = W(1 - z/T)[1 - |x/L|^t/(1 - z/T)^t]^{1/r}, \quad (9)$$

где $-L \leq x \leq L$, $-W \leq y \leq W$, $0 \leq z \leq T$.

Явные уравнения поверхностей (7) – (9) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, y = y(u, v) = vW[1 - u^t]^{1/r}, z = z(u, v) = T[1 - u][1 - |v|] \quad (\text{рисунок 3 а}), \quad (7a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^r]^{1/t}, y = y(u) = \pm uW, z = z(u) = T[1 - u][1 - |v|] \quad (\text{рисунок 3 б}), \quad (8a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], y = y(u, v) = \pm W[1 - u][1 - |v|^t]^{1/r}, z = z(u) = uT \quad (\text{рисунок 3 в}). \quad (9a)$$

На рисунок 3 а, б, в показаны три поверхности с $r = t = 4$, но с одинаковым главным каркасом. Очевидно, что первые две поверхности (7) и (8) являются поверхностями Каталана [8] или более точно цилиндрами [9].

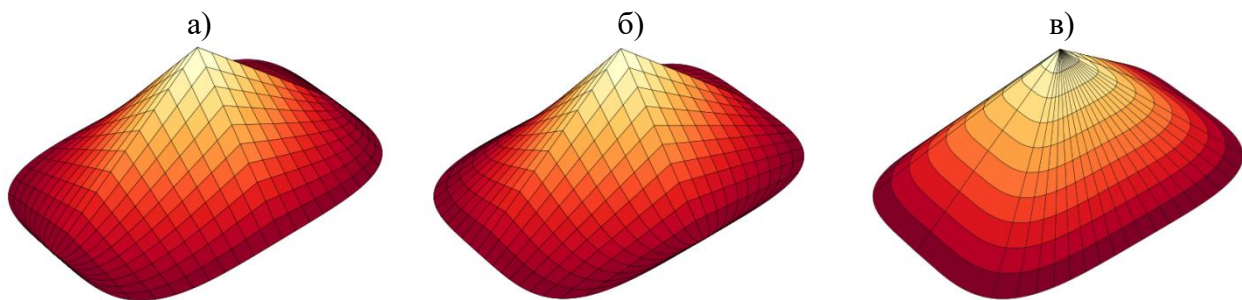


Рисунок 3 – Линейчатые поверхности на плоском овальном плане:
а) поверхность, заданная уравнениями (7а); б) поверхность, заданная уравнениями (8а);
в) поверхность, заданная уравнениями (9а)

Перепишем уравнения (7) – (9) в развернутом виде:

$$[z - T(1 - |x|/L)]^r(1 - |x|^r/L^r) = [-T|y|(1 - |x|/L)/W]^r, \quad (7б)$$

$$[z - T(1 - |y|/W)]^r(1 - |y|^r/W^r) = [-T|x|(1 - |y|/W)/L]^r, \quad (8б)$$

$$|y|^r/W^r + |x|^r/L^r - (1 - z/T)^r = 0. \quad (9б)$$

Таким образом, линейчатые поверхности (7б), (8б) являются алгебраическими поверхностями порядка $2r$. Линейчатая поверхность (9б) представляет собой алгебраическую поверхность порядка r .

Учитывая, что в дальнейшем будут рассматриваться оболочки, изображенные на рисунке 3, т.е. с $r = 4$, определим для их срединных поверхностей коэффициенты основных квадратичных форм поверхностей.

Любую поверхность, заданную параметрическими уравнениями, можно задать векторным уравнением:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = x(u, v)\mathbf{i} + y(u, v)\mathbf{j} + z(u, v)\mathbf{k}.$$

В этом случае коэффициенты основных квадратичных форм поверхности (7а) определяются по формулам:

$$\begin{aligned} E = A^2 = \mathbf{r}_u^2 &= L^2 + v^2 u^6 W^2 / (1 - u^4)^{3/2} + T^2 (1 - v)^2, \\ G = B^2 = \mathbf{r}_v^2 &= W^2 (1 - u^4)^{1/2} + T^2 (1 - u)^2 = B^2(u), \\ F = \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v &= -v u^3 W^2 / (1 - u^4)^{1/2} + T^2 (1 - u)(1 - v), \\ \underline{L} &= \mp \frac{3LTWvu^2(1-u)}{\sqrt{A^2B^2 - F^2} (1 - u^4)^{7/4}}, \\ M &= \pm \frac{LTW(1 - u^3)}{\sqrt{A^2B^2 - F^2} (1 - u^4)^{3/4}}, \\ N &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Коэффициент второй квадратичной формы $N = 0$ показывает, что координатные линии v совпадают с прямыми образующими поверхности (7а). Коэффициент первой квадратичной формы $F \neq 0$ показывает, что криволинейные координаты u, v – неортогональные, а коэффициент второй квадратичной формы $M \neq 0$ показывает, что координатная сеть u, v – несопряженная.

Коэффициенты основных квадратичных форм поверхности (8а) определяются по формулам:

$$\begin{aligned} E = A^2 = \mathbf{r}_u^2 &= W^2 + v^2 u^6 L^2 / (1 - u^4)^{3/2} + T^2 (1 - v)^2, \\ G = B^2 = \mathbf{r}_v^2 &= L^2 (1 - u^4)^{1/2} + T^2 (1 - u)^2 = B^2(u), \\ F = \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v &= -v u^3 L^2 / (1 - u^4)^{1/2} + T^2 (1 - u)(1 - v), \\ \underline{L} &= \pm \frac{3LTWvu^2(1-u)}{\sqrt{A^2B^2 - F^2} (1 - u^4)^{7/4}}, \\ M &= \mp \frac{LTW(1 - u^3)}{\sqrt{A^2B^2 - F^2} (1 - u^4)^{3/4}}, \\ N &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Если в формулах (12), (13) произвести замену постоянных параметров $W \leftrightarrow L$, то получим формулы (10) – (11). Комментарии к формулам (12), (13) будут аналогичны комментариям к формулам (10), (11).

Обе линейчатые поверхности, изображенные на рисунках 3 а и 3 б являются поверхностями отрицательной гауссовой кривизны, так как

$$K = \frac{LN - M^2}{A^2B^2 - F^2} = \frac{-M^2}{A^2B^2 - F^2} < 0.$$

Дифференциалы соответствующих дуг координатных линий u и v можно вычислить по формулам

$$ds_u = Adu \text{ и } ds_v = Bdv.$$

Коэффициенты основных квадратичных форм поверхностей (9а) определяются по формулам:

$$\begin{aligned} E = A^2 = \mathbf{r}_u^2 &= W^2 (1 - v^4)^{1/2} + v^2 L^2 + T^2 = A^2(v), \\ G = B^2 = \mathbf{r}_v^2 &= (1 - u)^2 [L^2 + v^6 W^2 / (1 - v^4)^{3/2}], \\ F = \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v &= -v(1 - u)[L^2 - v^2 W^2 / (1 - v^4)^{1/2}], \end{aligned} \quad (14)$$

$$A^2B^2 - F^2 = (1 - u)^2 \left[\frac{W^2}{(1 - v^4)^{\frac{3}{2}}} (L^2 + T^2v^6) + L^2T^2 \right] = (1 - u)^2 [f(v)],$$

$$\underline{L} = 0,$$

$$M = 0,$$

$$N = \mp \frac{3TLWv^2(1-u)^2}{\sqrt{A^2B^2 - F^2}(1-v^4)^{\frac{7}{4}}}. \quad (15)$$

Коэффициенты основных квадратичных форм (14), (15) поверхностей (9а) показывают, что координатные линии u – прямые линии, а сама рассматриваемая поверхность является поверхностью нулевой гауссовой кривизны

$$K = \frac{LN - M^2}{A^2B^2 - F^2} = 0.$$

Координатные линии u есть линии главных кривизн поверхности.

Коэффициент второй квадратичной формы (15) $M = 0$, следовательно, координатная сеть u, v – сопряженная, что естественно, т.к. любое семейство линий, пересекающее семейство прямых координатных линий на торсовых поверхностях формируют сопряженные сети на торах.

Предпосылки к выбору метода определения параметров напряженно-деформированного состояния линейчатых оболочек

В статье [10] представлены четыре этапа создания и развития теории пластин и оболочек, которые привели к разработке механизма расчета пространственных конструкций покрытий большепролетных зданий и сооружений на современном уровне. Началом четвертого этапа развития теории расчета, проектирования и строительства большепролетных сооружений можно условно считать начало XXI в.

В настоящее время существует большой выбор аналитических, полуаналитических и численных методов расчета оболочек и оболочечных структур. В предыдущем разделе показано, что срединные поверхности рассматриваемых оболочек задаются в декартовых координатах при помощи алгебраических уравнения (4) – (6) или параметрическими уравнениями (4а) – (6а). Причем криволинейные координатные линии u, v на этих поверхностях будут неортогональными ($F \neq 0$) и несопряженными ($M \neq 0$) координатными линиями. При выбранном способе формообразования одно семейство координатных линий совпадает с прямолинейными образующими поверхностей ($\underline{L} = 0$ или $N = 0$).

Учитывая эти условия, для расчета рассматриваемых линейчатых оболочек можно использовать систему 20 расчетных уравнений теории тонких оболочек А.Л. Гольденвейзера [11] для произвольных координат, которые содержат внутренние «псевдоусилия» и «псевдомоменты», или систему 20 расчетных уравнений, предложенную С.Н. Кривошапко [12], которые содержат внутренние усилия и моменты, общепринятые в инженерной практике, или расчетные уравнения Григоренко Я.М, Тимонина А.М. [13], записанные в тензорном виде.

Анализ имеющихся работ показал, что эти три группы расчетных уравнений линейной теории тонких оболочек были использованы только для упрощенной безмоментной теории расчета оболочек или для расчета линейчатых оболочек с допущением ряда упрощений в геометрии или в расчетных уравнениях теории оболочек [14]. Таким образом, применить аналитические методы расчета рассматриваемых линейчатых оболочек в настоящее время нереально.

Для выбора решения поставленной задачи были рассмотрены несколько вариантов численных методов: метод численного интегрирования систем разрешающих дифференциальных уравнения, полуаналитический метод малого параметра, метод конечных разностей, метод конечных элементов в перемещениях и др. [15]. В итоге было решено использовать метод конечных элементов [16] в перемещениях. В XXI веке успешно использовались вычислительные комплексы на основе МКЭ, такие как ЛИРА, SCAD,

STARK, MicroFE, СТАДИО, ABAQUS, ADINA, ANSYS, LS-DYNA, COSMOS, MSC/NASTRAN, SOFISTIC [10] и др. В результате решено было остановиться на ПК SCAD. Используя типовую программу SCAD [17], изменяя габаритные параметры оболочек, показатели соответствующих степеней в кривых основного каркаса (1) - (3) срединных поверхностей оболочек и приняв выбранный параметр оптимизации, можно выбирать оптимальную оболочку среди огромного числа оболочек в автоматизированном режиме.

Статический расчет оболочек со срединными поверхностями (7а)-(9а)

Рассчитаем оболочки, представленные на рисунке 3 а, б, в, на действие нагрузки типа собственного веса $q = 1 \text{ кН/м}^2$, действующего в направлении обратном направлению неподвижной координатной оси Oz .

Пусть $L = 10 \text{ м}$, $W = 7 \text{ м}$, $T = 8 \text{ м}$, $r = t = 4$ (рисунок 4). Кроме того, примем постоянную толщину оболочек равную $h = 7 \text{ см}$, модуль упругости материала оболочки $E_b = 32500 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,17$. Будем считать, что оболочка закреплена в основании по контуру $z = 0$. Для получения результатов используем вычислительный комплекс SCAD [17] на базе метода конечных элементов в перемещениях.

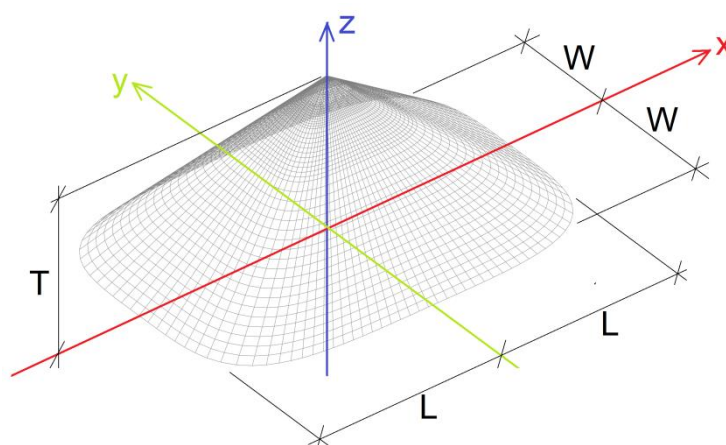


Рисунок 4 – Схема оболочки в декартовой системе координат

На рисунках 5 и 6 представлены результаты расчета тонкой оболочки, показанной на рисунке 3 а.

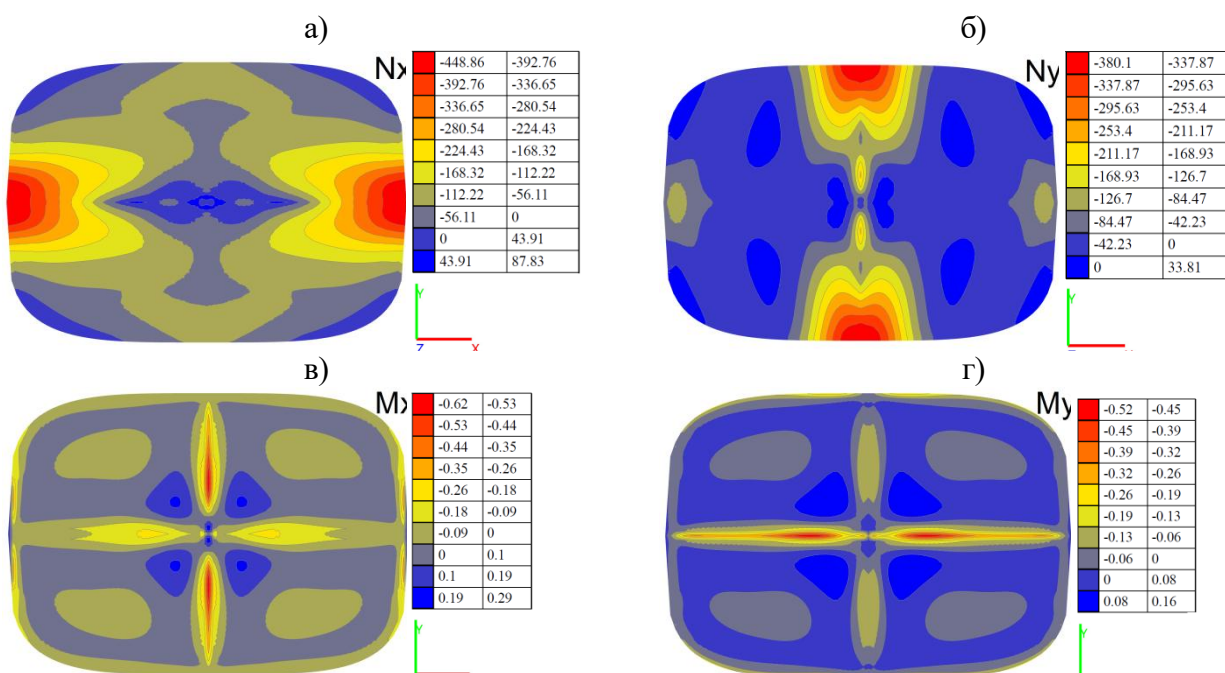


Рисунок 5 – Изополя усилий оболочки, срединная поверхность которой задана уравнениями (7а):

а) нормальное напряжение вдоль оси x , кН/м^2 ; б) нормальное напряжение вдоль оси y , кН/м^2 ;
в) изгибающий момент относительно оси x , кН·м/м ; г) изгибающий момент относительно оси y , кН·м/м

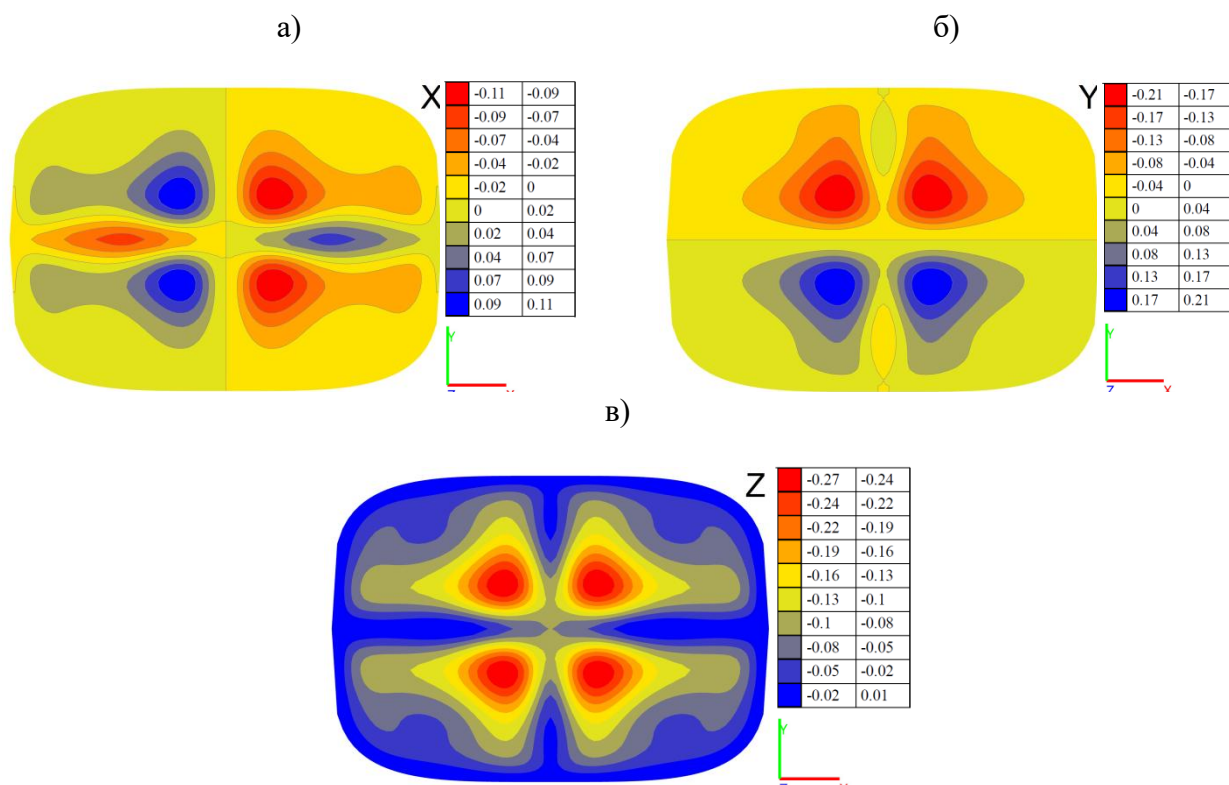


Рисунок 6 – Изополя перемещений оболочки, срединная поверхность которой задана уравнениями (7а), в мм:
а) перемещения по оси x; б) перемещения по оси y; в) перемещения по оси z

На рисунках 7 и 8 представлены результаты расчета тонкой оболочки, показанной на рисунке 3 б.

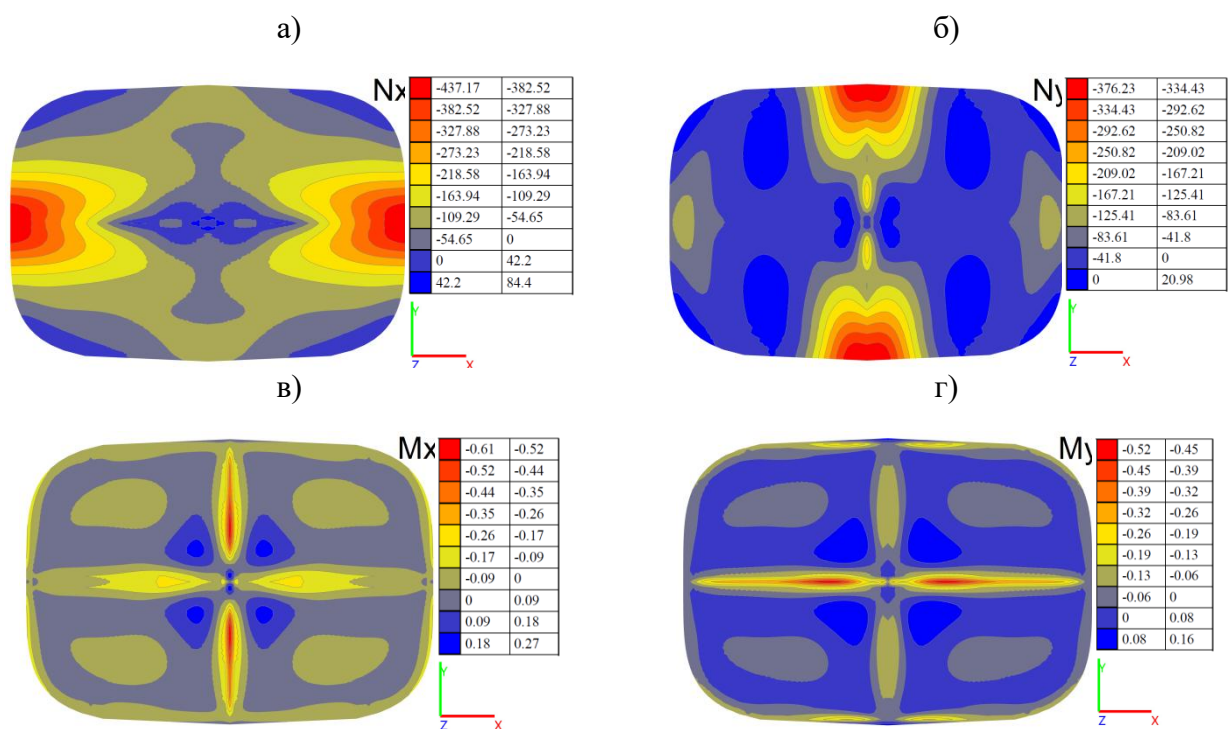


Рисунок 7 – Изополя усилий оболочки, срединная поверхность которой задана уравнениями (8а):
а) нормальное напряжение вдоль оси x, кН/м^2 ; б) нормальное напряжение вдоль оси y, кН/м^2 ;
в) изгибающий момент относительно оси x, $\text{кН}\cdot\text{м/м}$; г) изгибающий момент относительно оси y, $\text{кН}\cdot\text{м/м}$

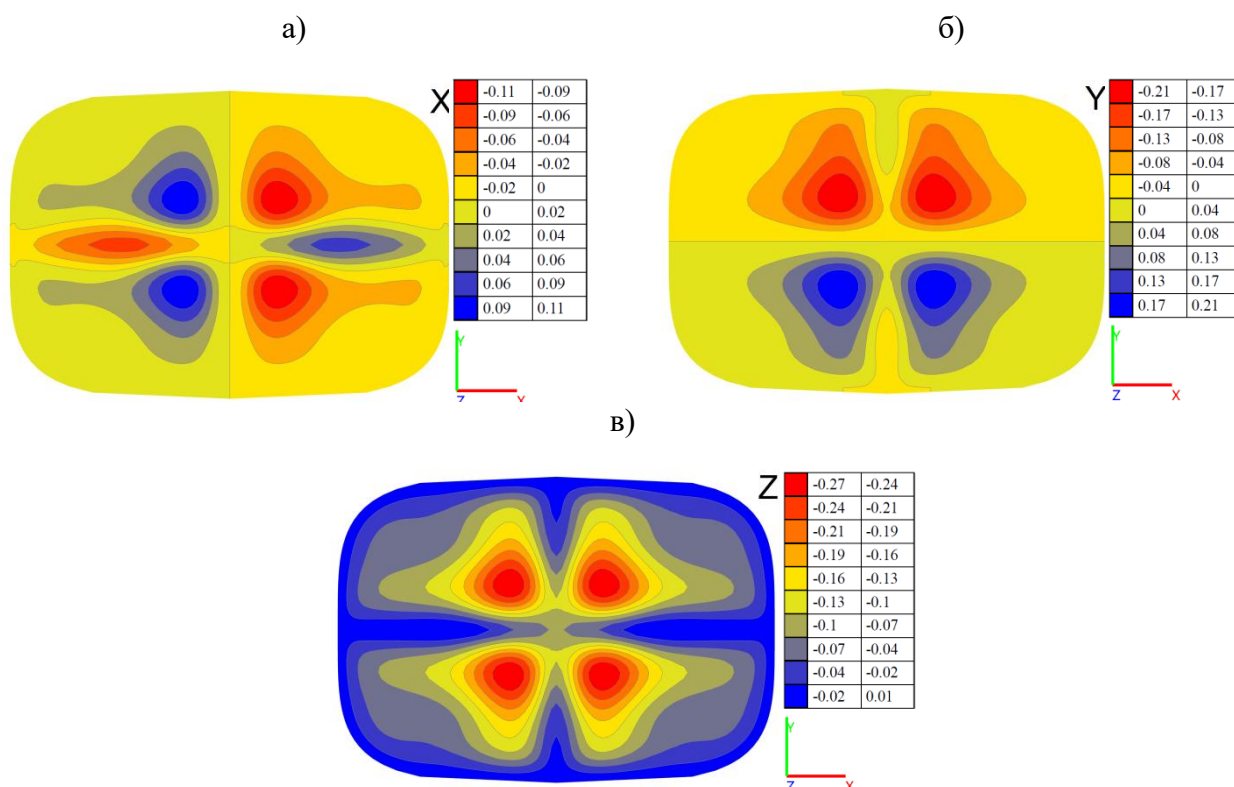


Рисунок 8 – Изополя перемещений оболочки, срединная поверхность которой задана уравнениями (8а), в мм:
а) перемещения по оси x ; б) перемещения по оси y ; в) перемещения по оси z

На рисунках 9 и 10 представлены результаты расчета тонкой оболочки, показанной на рисунке 3 в.

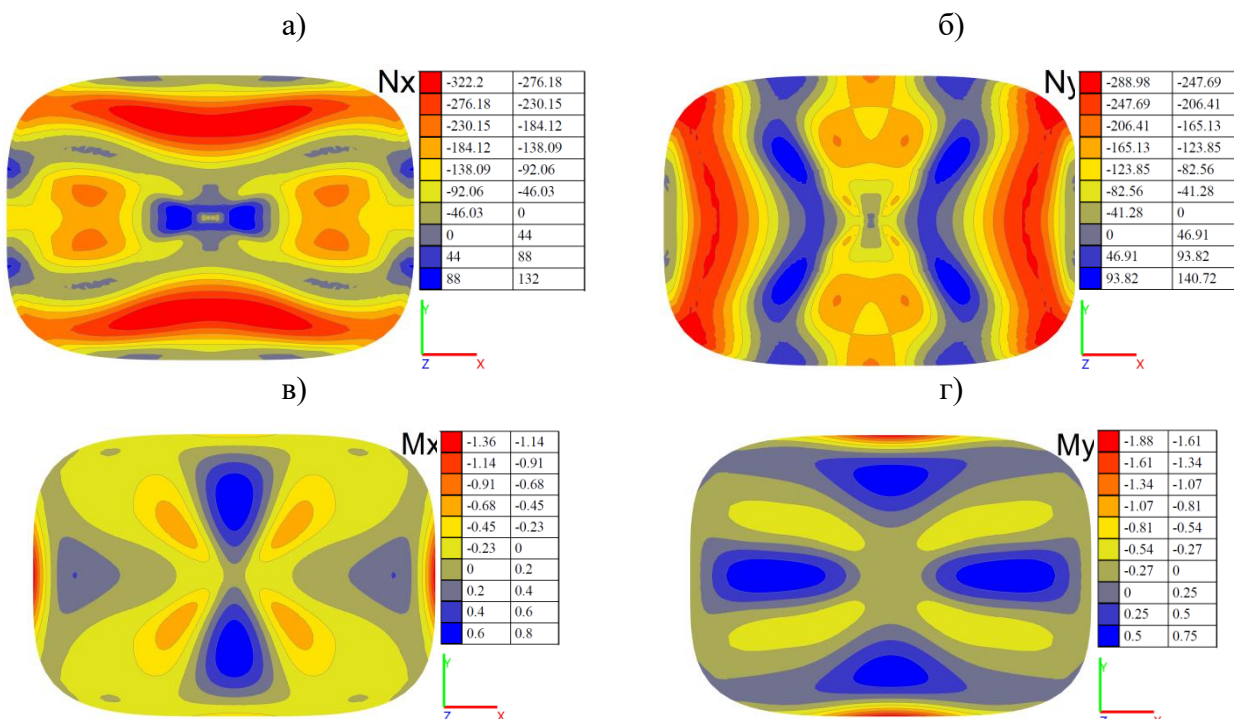


Рисунок 9 – Изополя усилий оболочки, срединная поверхность которой задана уравнениями (9а):
а) нормальное напряжение вдоль оси x , кН/м^2 ; б) нормальное напряжение вдоль оси y , кН/м^2 ;
в) изгибающий момент относительно оси x , $\text{кН}\cdot\text{м/м}$; г) изгибающий момент относительно оси y , $\text{кН}\cdot\text{м/м}$

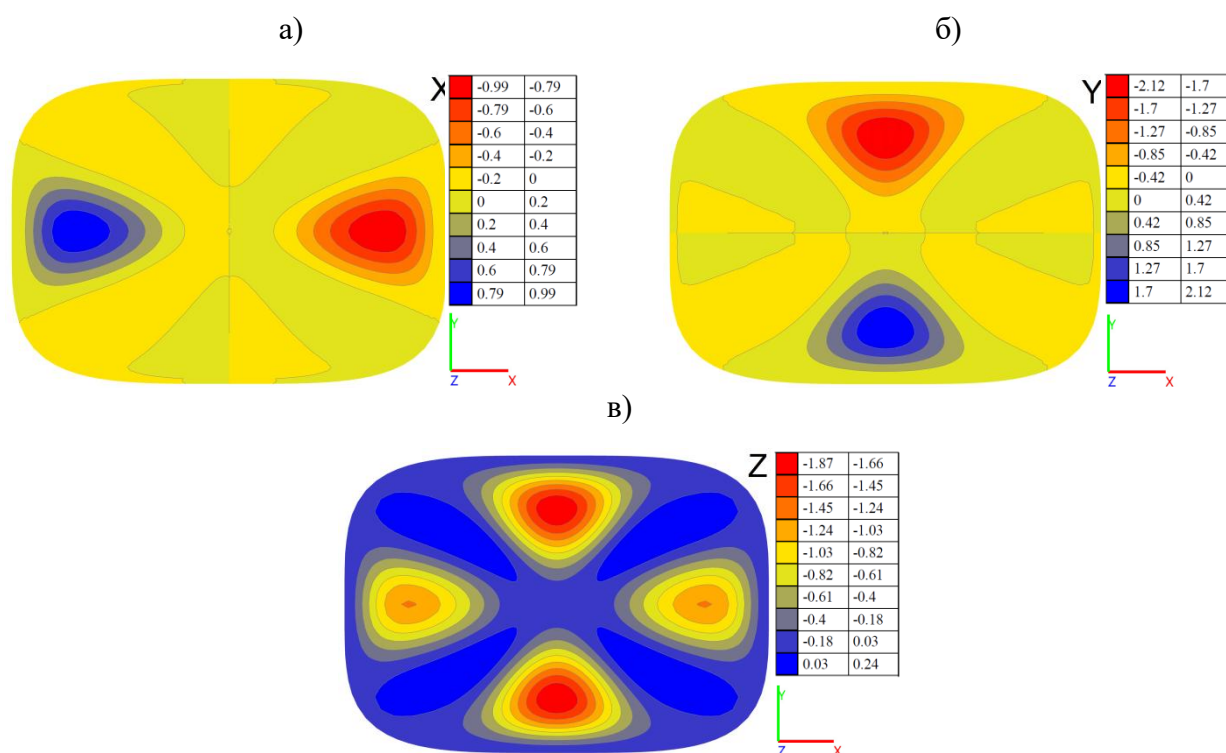


Рисунок 10 – Изополя перемещений оболочки, срединная поверхность которой задана уравнениями (9а), в мм:
а) перемещения по оси x; б) перемещения по оси y; в) перемещения по оси z

Результаты

В данной статье одна тройка линейчатых поверхностей (рисунок 3), из предложенных в работе [6] пяти троек линейчатых поверхностей, созданных на основе некоторых форм судовых корпусов речных и морских кораблей, которые, в свою очередь, проектируются в форме алгебраических поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов [3] или трех других плоских кривых [1], впервые подробно рассматривается с точки зрения дифференциальной геометрии. Изучаются тонкие линейчатые оболочки на предмет их применения в строительной архитектуре и в машиностроении. Приведены формулы для определения их геометрических параметров: длин линий на поверхности, кривизны их поверхностных координатных линий, площадей фрагментов поверхности или площади всей поверхности.

Показана возможность определения напряженно-деформированного состояния линейчатых оболочек с рассматриваемыми срединными поверхностями при помощи типового компьютерного комплекса СКАД.

Как видно из представленных на рисунках 5-10 изополей, напряженно-деформированные состояния линейчатых оболочек, образованных уравнениями (7а) и (8а), отличаются незначительно. Следовательно, искать более оптимальную оболочку по критерию прочности среди данных двух оболочек не имеет смысла, следует выбирать оболочку по другому критерию, например, по критерию трудоемкости изготовления. Оболочка, образованная уравнениями (9а), обладая одним и тем же главным каркасом, что и у первых двух оболочек, заметно отличается в рамках НДС. Так, например, в оболочках (7а) и (8а) максимальные суммарные перемещения наблюдаются в окрестности точек $x = \pm 0.2L$, $y = \pm 0.3W$, а в оболочке (9а) – в окрестности координат $x = 0$, $y = \pm 2/3W$. Величина максимального суммарного перемещения в оболочке (9а) в семь раз превышает данные значения в оболочках (7а) и (8а). Распределение нормальных усилий и изгибающих моментов в оболочке (9а) также существенно расходится в сравнении с оболочками (7а) и (8а), как видно из соответствующих изополей. В связи с этим, при выборе между оболочкой

(9a) и оболочкой (7a) либо (8a) с точки зрения НДС, необходим более подробный прочностной анализ.

Развитие новых уточненных численных методов расчета оболочечных структур дало толчок расширенному развитию архитектуры свободных форм [7, 18, 19]. Применение интересного класса линейчатых поверхностей формирующихся непрерывным движением прямой линии открыло широкие возможности в их использовании для несущих структур, в изготовлении сборных узлов, или элементов фасада [20]. Геометры разрабатывают много нетрадиционных методов формирования линейчатых поверхностей, используя не только аналитические подходы [21], но главным образом, применяя компьютерное моделирование [22, 23].

Выводы

Введение в практику новых геометрических форм оболочек и оболочечных структур дает возможность расширить поиски их наиболее оптимальных форм, соответствующих выбранным критериям оптимальности. Знаменитый испанский инженер-строитель Эд. Торроха (Ed. Torroja, 1899 - 1961) полагал, что это очень перспективное направление для исследований, проводимых опытными учеными-механиками, архитекторами и молодыми исследователями. Это подтверждается появлением в XXI-ом веке новых архитектурных стилей, направлений и стилевых течений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design // *Ships and Offshore Structures*. 2022. Published online: 26 Apr. 2022. Pp. 1-9. doi:10.1080/17445302.2022.2062165.
2. Кривошапко С.Н. Алгебраические судовые поверхности с каркасом из трех плоских кривых в координатных плоскостях // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2022. Т. 23. № 3. С. 207-212. doi:10.22363/2312-8143-2022-23-3-207-212.
3. Карневич В.В. Построение гидродинамических поверхностей каркасами из кривых Ламе на примере корпуса подводной лодки // *Вестник РУДН. Инженерные исследования*. 2022. Т. 23. № 1. С. 30-37. doi:10.22363/2312-8143-2022-23-1-30-37.
4. Кривошапко С.Н, Алёшина О.О., Иванов В.Н. Статический расчет оболочек, очерченных по поверхностям с главным каркасом из трех заданных суперэллипсов // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2022. № 6. С. 18–27. doi:10.37538/0039-2383.2022.6.18.27.
5. Weisstein E.W. Superellipse. From MathWorld – A Wolfram Web Resource. [Электронный ресурс]. URL: <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html> (дата обращения: 11.10.2022).
6. Мамиева И.А. Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Т. 18. № 4. С. 387–395. doi:10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395.
7. Кривошапко С.Н. К вопросу об основных архитектурных стилях, направлениях и стилевых течениях для оболочек и оболочечных структур// *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2022. Т. 18. № 3. С. 255-268. doi:10.22363/1815-5235-2022-18-3-255-268.
8. Амиров М., Каченюк А.Н. Криволинейное проецирование на поверхности Каталана // *Прикладная геометрия и инженерная графика*. Киев, 1971. Вып. 13. С. 118-120.
9. Tocariu L. Stages in the study of cylindroid surfaces // *The SORGING Journal*. 2007. Vol. 2. No. 1. Pp. 37-40.
10. Сысоева Е.В. Научные подходы к расчету и проектированию большепролетных конструкций // *Вестник МГСУ*. 2017. Т. 12. №. 2 (101). С. 131–141. doi:10.22227/1997-0935.2017.2.131-141.
11. Goldenveizer A.L. *Theory of Elastic Thin Shells*. New York: Published by Pergamon Press. 1961. 544 p.
12. Кривошапко С.Н. Два вида расчетных уравнений для оболочек в произвольных криволинейных координатах // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2017. № 1. С. 15-22.
13. Григоренко Я.М., Тимонин А.М. Об одном подходе к численному решению краевых задач теории оболочек сложной геометрии в неортогональных криволинейных системах координат // *Доклады Академии наук Украинской ССР*. 1991. № 4. Вып. 9. С. 41–44.
14. Тупикова Е.М. Анализ метода В.Г. Рекача для расчета напряженно-деформированного состояния длинного пологого косоугольного геликоида // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 1 (264). С. 14-20.
15. Schnobrich W.C. Different methods of numerical analysis of shells // *Lect. Notes Eng.*, 1987. No.26. Pp. 1-17.

16. Noor A.K. Bibliography of books and monographs on finite element technology // AMR. June 1991. Vol. 44. No. 6. Pp. 307-317.
17. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Микитаренко М.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. Вычислительный комплекс SCAD. М.: Изд-во СКАД СОФТ, 2021. 656 с.
18. Flöry S., Nadai Y., Isvoranu F., Pottmann H., Wallner J. Ruled free form. In L. Hesselgren et al. (eds.), *Advances in Architectural Geometry 2012*, Springer 2012. Pp. 57–66.
19. Ключков Ю.В., Вахнина О.В., Киселева Т.А. Расчет тонких оболочек на основе треугольного конечного элемента с корректирующими множителями Лагранжа // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. № 5. Pp. 55-59.
20. Flöry S., Pottmann H. Ruled surfaces for rationalization and design in architecture// *Proc. ACADIA (Proceedings of the 30th Annual Conference of the Association for Computer Aided Design in Architecture)*. 2010. Pp. 103-109. doi:10.52842/conf.acadia.2010.103.
21. Сальков Н.А. Общие принципы задания линейчатых поверхностей. Часть 2 // *Геометрия и графика*. 2019. Т. 7. № 1. С. 14–27. doi:10.12737/article_5c9201eb1c5f06.47425839.
22. Maleček Kamil, Szarková Dagmar. A method for creating ruled surfaces and its modifications // *KoG*. 2002. Vol. 6. No. 6. Pp. 59-66.
23. Ванин В.В., Шамбина С.Л., Вирченко Г.И. Вариантное компьютерное макетирование оболочек на основе полипараметризации их срединных поверхностей // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. № 6. С. 3–8.

REFERENCES

1. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design // *Ships and Offshore Structures*. Published online: 26 Apr. 2022. Pp. 1-9. doi:10.1080/17445302.2022.2062165.
2. Krivoshapko S.N. Algebraic ship hull surfaces with a main frame from three plane curves in coordinate planes // *RUDN Journal of Engineering Research*. 2022. Vol. 23. No. 3. Pp. 207-212. doi:10.22363/2312-8143-2022-23-3-207-212. (rus)
3. Karnevich V.V. Generating hydrodynamic surfaces by families of Lamé curves for modelling submarine hulls // *RUDN Journal of Engineering Research*. 2022. Vol. 23. No. 1. Pp. 30-37. doi:10.22363/2312-8143-2022-23-1-30-37. (rus)
4. Krivoshapko S.N., Aleshina O.O., Ivanov V.N. Static analysis of shells with middle surfaces containing the main frame from three given superellipses // *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2022. No. 6. Pp. 18-27. doi:10.37538/0039-2383.2022.6.18.27. (rus)
5. Weisstein E.W. Superellipse. From MathWorld – A Wolfram Web Resource. [Online]. URL: <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html> (date of application:11.10.2022).
6. Mamieva I.A. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. Vol. 18. No. 4. Pp. 387-395. doi:10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395. (rus).
7. Krivoshapko S.N. On the basic architectural styles, directions, and style flows for shells and shell structures // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. Vol. 18. No. 3. Pp. 255-268. doi:10.22363/1815-5235-2022-18-3-255-268. (rus).
8. Amirov M., Kachenjuk A.N. Curvilinear проецирование on Catalan's surface // *Prikladnaya Geometriya i Inzhenernaya Grafika*. Kiev, 1971. No. 13. Pp. 118-120.
9. Tocariu L. Stages in the study of cylindroid surfaces // *The SORGING Journal*. 2007. Vol. 2. No. 1. Pp. 37-40.
10. Sysoeva E.V. Scientific approaches to calculation and design of large-span structures // *Vestnik MGSU [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]*. 2017. Vol. 12. No. 2(101). Pp. 131-141. doi:10.22227/1997-0935.2017.2.131-141. (rus).
11. Goldenveizer A.L. *Theory of Elastic Thin Shells*. New York: Published by Pergamon Press, 1961. 544 p.
12. Krivoshapko S.N. Two types of governing equations for shells with the middle surfaces given in arbitrary curvilinear coordinates // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017. No. 1. Pp. 15-22. (rus).
13. Grigorenko Ya.M., Timonin A.M. On one approach to the numerical solution of boundary problems on theory of complex geometry shells in the non-orthogonal curvilinear coordinate systems // *Doklady AN Ukrainskoy SSR [Reports of AS of Ukraine USSR]*, 1991. Vol. 4. No. 9. Pp. 41-44. (rus).
14. Tupikova E.M. Investigation of V.G. Rekach's method of stress-strain analysis of the shell of long shallow oblique helicoid form // *Struct. Mech. and Analysis of Constr*. 2016. No. 1. Pp. 14-19. (rus).
15. Schnobrich W.C. Different methods of numerical analysis of shells // *Lect. Notes Eng.*, 1987. No. 26. Pp. 1-17.
16. Noor A.K. Bibliography of books and monographs on finite element technology // AMR. June 1991. Vol. 44. No. 6. Pp. 307-317.

17. Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Mikitarenko M.A., Perelmuter A.V., Perelmuter M.A. Computing Complex SCAD. Moscow: SCAD SOFT Publ., 2021. 656 p.
18. Flöry S, Nadai Y., Isvoranu F., Pottmann H., Wallner J. Ruled free form. In L. Hesselgren et al. (eds.), *Advances in Architectural Geometry 2012*, Springer 2012. Pp. 57-66.
19. Klochkov Y.V., Vakhinina O.V., Kiseleva T.A. Calculation of thin shells on the basis of the triangular final element with the correcting Lagrange's coefficients // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2015. No. 5. Pp. 55-59. (rus).
20. Flöry S., Pottmann H. Ruled surfaces for rationalization and design in architecture// *Proc. ACADIA* (Proceedings of the 30th Annual Conference of the Association for Computer Aided Design in Architecture). 2010. Pp. 103-109. doi:10.52842/conf.acadia.2010.103.
21. Sal'kov N.A. Obshchie printsipy zadaniya lineychatykh poverkhnostey. Chast'2 [General principles of definition of linear surfaces. Part 2]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics], 2019. Vol. 7. No. 1. Pp. 14-27. doi:10.12737/article_5c9201eb1c5f06.47425839. (rus).
22. Maleček Kamil, Szarková Dagmar. A method for creating ruled surfaces and its modifications. *KoG*, 2002. Vol. 6. No. 6. Pp. 59-66.
23. Vanin V.V., Shambina S.L., Virchenko G.I. Variant computer shell prototyping based on polyparameterization of middle surfaces // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2015. No. 6. Pp. 3-8. (rus).

Информация об авторах:

Мамиева Ираида Ахсарбеговна

Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия,
ассистент департамента строительства инженерной академии.
E-mail: i_mamieva@mail.ru

Карневич Валерий Вячеславович

Российский университет дружбы народов, г. Москва, Россия,
аспирант департамента строительства инженерной академии.
E-mail: valera.karnevich@gmail.com

Information about authors:

Mamieva Iraida A.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia,
assistant of the department of Civil Engineering, Academy of Engineering.
E-mail: i_mamieva@mail.ru

Karnevich Valery V.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia,
PhD student of the department of Civil Engineering, Academy of Engineering.
E-mail: valera.karnevich@gmail.com