

В.А. СМІРНОВ^{1,2}¹Научно-исследовательский институт строительной физики (НИИСФ РААСН), г. Москва, Россия²ФГБОУ ВО «Научно-исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Аннотация. В работе изучаются методы получения динамических характеристик (динамический модуль упругости, коэффициент потерь) конструкционных материалов, таких как бетоны и цементные растворы, по результатам экспериментального модального анализа. Представлены замкнутые выражения для определения коэффициента потерь механических колебаний, полученные из решения дифференциальных уравнений колебаний одномассовых систем, к которым приводят колебания протяжённых конструкций по первым формам. Представлена процедура проведения модального анализа коротких балок, изготовленных из тестовых образцов конструкционных материалов. Представлена процедура вычисления собственных частот первых формы колебаний балок. На основании решения уравнения представлена формула для определения коэффициентов демпфирования и динамического модуля упругости материала балки.

Ключевые слова: динамические испытания, модальный анализ, коэффициент потерь, модуль упругости, демпфирование.

V.A. SMIRNOV^{1,2}¹Research Institute of Building Physics (NIISF RAASN), Moscow, Russia²National Research Moscow University of Civil Engineering, Moscow, Russia

DETERMINATION OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF STRUCTURAL MATERIALS BASED ON THE RESULTS OF MODEL TESTS

Abstract. The paper studies methods for obtaining dynamic characteristics (dynamic modulus of elasticity, loss coefficient) of structural materials, such as concretes and cement mortars, based on the results of experimental modal analysis. Closed expressions for determining the loss coefficient of mechanical vibrations are presented, obtained from solving differential equations of vibrations of single-mass systems, which are caused by vibrations of extended structures in the first forms. The procedure of modal analysis of short beams made of test samples of structural materials is presented. The procedure for calculating the natural frequencies of the first forms of vibration of beams is presented. Based on the solution of the equation, a formula is presented for determining the damping coefficients and the dynamic modulus of elasticity of the beam material.

Keywords: dynamic tests, modal analysis, loss coefficient, modulus of elasticity, damping.

Введение

Основными параметрами, необходимыми для расчёта амплитуд вынужденных колебаний конструкций, являются их динамические характеристики – в первую очередь коэффициент потерь механической энергии, а также динамический модуль упругости конструкционного материала. В результате приложения внешних или внутренних нагрузок в

© Смирнов В.А., 2022

элементах конструкции будут возникать конечные деформации, что при определенных условиях приведёт к колебаниям с очень большими амплитудами или к потере устойчивости процессов статического или динамического деформирования. Для современной инженерной практики очень важно уметь предсказывать возникновение подобных перемещений, неустойчивости или колебаний с большими амплитудами, а также использовать ту или иную оптимизацию в процессе конструирования и изготовления, с тем чтобы иметь возможность контролировать уровень статических и динамических напряжений, величину амплитуд при динамическом поведении, а также уровни передаваемых или излучаемых шумов в соответствии с нуждами практического применения [1].

Важность учёта параметров демпфирования также обуславливается тем фактом, что наличие демпфирования может вызывать процесс перекачивания энергии между формами колебаний пролётных строений, что может при некоторых условиях приводить к их разрушению. Такой эффект был отмечен и исследован в работах [2, 3].

Математическая модель

Для определения динамических характеристик образцов конструкционных материалов используют ультразвуковые методы исследования [16], методы экспериментального модального анализа [11, 13 – 15], а также методы с приложением заданной вынужденной внешней нагрузки [7, 8, 12].

Рассмотрим простейшую одномассовую модель колебаний демпфированной системы, представленную на рисунке 1.

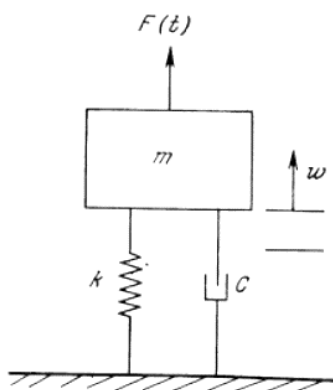


Рисунок 1 - Система с одной степенью свободы и вязким демпфированием.

Уравнение колебаний рассматриваемой системы при действии гармонической нагрузки записывается в виде:

$$m \frac{d^2 w}{dt^2} + C \frac{dw}{dt} + kw = F \cos \omega t \quad (1)$$

Общее решение рассматриваемого уравнения имеет вид (2):

$$w_c = e^{-at} (C_1 \sin \omega_D t + C_2 \cos \omega_D t), \quad (2)$$

$$a = C / 2m, \quad \omega_D = \sqrt{k / m - (C / 2m)^2}.$$

Это решение описывает динамические перемещения системы с демпфированием при колебаниях с амплитудой, убывающей со временем. Произвольные постоянные C_1 и C_2 определяются начальными условиями.

Частное решение w_p представляет собой некоторую функцию $w(t)$, которая удовлетворяет неоднородному дифференциальному уравнению и, в частности, имеет вид [1,2] (3):

$$w_p = \frac{F \cos(\omega t - \varepsilon)}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + \omega^2 C^2}}, \quad (3)$$

$$\varepsilon = \arctg [C\omega / (k - m\omega^2)].$$

Тогда общее решение уравнения (1) можно записать в виде:

$$w = w_c + w_p = e^{-at} (C_1 \sin \omega_D t + C_2 \cos \omega_D t) + A_1 \cos(\omega t - \varepsilon), \quad (4)$$

$$A_1 = F / \sqrt{(k - m\omega^2)^2 + \omega^2 C^2}.$$

Это решение представляет динамические перемещения системы с одной степенью свободы как сумму неустановившихся колебаний с собственной частотой ω_d , амплитуда которых зависит от начальных условий и убывает со временем, и установившихся колебаний с частотой со возбуждающей силы, отстающих по фазе по отношению к возбуждающей силе на величину ε . Перемещения при неустановившихся колебаниях быстро затухают, а динамические перемещения при установившихся колебаниях продолжаются до тех пор, пока действует возбуждающая сила.

Один из общих методов оценки демпфирования, как отмечается в [1, 7, 10], состоит в определении ширины резонансного пика колебаний в тех точках кривой для динамических перемещений, в которых динамическое перемещение составляет некоторую долю резонансных динамических перемещений системы, например, точки А и В на рисунке 2.

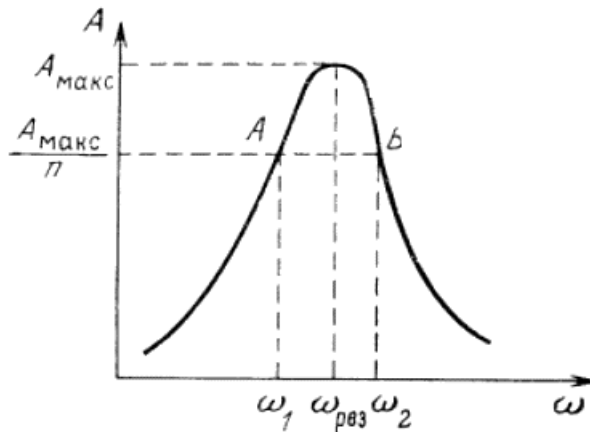


Рисунок 2 - Частоты, определяющие ширину полосы резонансной амплитуды.

Обычно принято считать, что точки А и В соответствуют частотам, при которых амплитуда динамических перемещений в $1/\sqrt{2}$ раз меньше максимальной амплитуды. Ширина частотной полосы, соответствующей этим точкам, называется иногда шириной полосы, соответствующей половине рассеиваемой мощности— термин, заимствованный из теории электрических цепей, где амплитуда измеряется в вольтах, а электрическая энергия пропорциональна квадрату напряжения.

Рассмотрим вязкое демпфирование системы. Частота резонансных колебаний определяется выражением [1, 9, 11]:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\frac{k}{m} \left(1 - \frac{C^2}{2km} \right)} \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4) найдём амплитуду колебаний при резонансе:

$$W_{p,рез} = \frac{F}{k} \left[2 \left(C / 2\sqrt{km} \right) \left(1 - C^2 / 4km \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (6)$$

Для того чтобы найти частоты, соответствующие точкам А и В, в которых амплитуда в n раз меньше резонансной $W_{p,рез}$, следует динамическое перемещение, определяемое выражением $|w_p / F| = 1 / \sqrt{(k - m\omega^2)^2 + \omega^2 C^2}$, приравнять умноженному на $1/n$ динамическому перемещению (6) при резонансе, в результате чего получим (7):

$$\left(\frac{m\omega_i^2}{k}\right)^2 - 2\left(1 - \frac{2C^2}{4km}\right)\frac{m\omega_i^2}{k} + 1 - 4n^2 \frac{C^2}{4km}\left(1 - \frac{C^2}{4km}\right) = 0. \quad (7)$$

При $C^2/4km \ll 1$ получаем (8):

$$\omega_{1,2}\sqrt{m/k} = 1 \pm \sqrt{n^2 - 1} \frac{C}{2\sqrt{km}}, \quad (8)$$

Откуда получаем соотношение (9):

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{рез}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_{рез}} = 2\sqrt{n^2 - 1} \frac{C}{2\sqrt{km}}. \quad (9)$$

Тогда при $n = \sqrt{2}$ получаем (10):

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{рез}} = 2 \frac{C}{2\sqrt{km}} = 2\xi, \quad (10)$$

где $\xi = C / 2\sqrt{km} = C / C_c$ - коэффициент относительного демпфирования

$C_c = 2\sqrt{km}$ - величина критического демпфирования системы.

Аналогичные преобразования можно выполнить для системы с гистерезисным демпфированием. В этом случае амплитуда при резонансе равна (11):

$$W_{p,рез} = \frac{F}{k\eta}. \quad (11)$$

Частоты, соответствующие точкам А и В по рисунку 2, в которых амплитуда динамических перемещений в n раз меньше резонансной амплитуды $W_{p,рез}$, равны (12):

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k}{m} \left(1 \pm \eta \sqrt{n^2 - 1}\right)}. \quad (12)$$

Тогда при $n = \sqrt{2}$ получаем (13):

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{рез}} = \sqrt{1 + \eta} - \sqrt{1 - \eta}, \quad (13)$$

А при $\eta \ll 1$ (14):

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{рез}} \approx \left(1 + \frac{\eta}{2}\right) - \left(1 - \frac{\eta}{2}\right) = \eta. \quad (14)$$

Соотношение между $\Delta\omega / \omega_{рез}$ и η линейно только для малых значений η . Отметим, что при $\eta > 1$ не существует частоты ω_1 в рамках предположения о гистерезисном демпфировании, при которой амплитуда динамических перемещений равнялась бы $|W_p| / \sqrt{2}$. В действительности при $n > 1$ «пиковая» амплитуда будет меньше статического перемещения F/k . Это справедливо не только для случая гистерезисного демпфирования, но и для тех случаев, когда параметры $\eta(\omega)$ и $k(\omega)$ определяются из экспериментов с реальными материалами.

Динамический модуль упругости отражает только упругие свойства материала без влияния ползучести, поскольку при колебаниях образца в нем появляются напряжения, весьма незначительные по величине. По этой причине динамический модуль упругости приблизительно равен начальному модулю упругости, определенному при статических

испытаниях, и значительно выше статического модуля деформаций [4, 9]. Разница в величинах динамического и статического модуля обусловлена также тем, что гетерогенность бетона влияет на эти модули по различному механизму. На рисунке 3 по материалам [4] показан график зависимости величины отношения статического модуля к динамическому от прочности бетона. При этом в работе [4] показано, что данное отношение увеличивается с возрастом бетона.

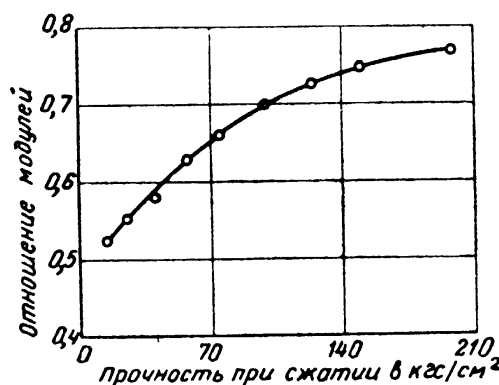


Рисунок 3 - Отношение статического модуля упругости к динамическому для бетонов различной прочности

В рамках данного исследования определяли параметры частот собственных колебаний используя методы экспериментального модального анализа [7, 8], по результатам которого определяли частоты изгибных колебаний образцов.

Модуль упругости материала конструкции определяли по известной формуле для шарнирно опертой балки:

$$\omega_k = \left(\frac{k\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad (15)$$

где m – погонная масса балки,
 l – пролёт балки,
 EI – изгибная жёсткость балки,
 k – номер формы.

Исходя из формулы (15) и соотношения между круговой и технической частотой в виде $\omega = 2\pi f$, можно получить выражение для определения модуля упругости конструкции в форме (16):

$$E = \frac{4mf^2 l^4}{k^4 \pi^2 I}. \quad (16)$$

Испытания

Испытания проводили на образцах, изготовленных из составов различного бетона, полученных в [5, 6]. Размер образцов составлял 40х40х160 мм, который устанавливался на оснастку с шарнирным опиранием по концам.

Испытания проводили по методике ГОСТ ИСО 7626-5-99. Возмущение создавали, возбуждая ударным молотком колебания бетонной призмы, прикладывая 5 последовательных импульсов в каждой точке расположения датчиков ускорений.

Для регистрации приложенной нагрузки использовали ударный молоток Bruel&Kjaer 8202 (с датчиком силы Bruel&Kjaer 8200), для регистрации отклика – зарядовые миниатюрные акселерометры Bruel&Kjaer 4375. Масса акселерометра составляет менее 20 г, что существенно ниже массы образца для испытаний, (300 – 450 г), и не оказывает влияние на результаты испытаний. Синхронная регистрация параметров возбуждения и отклика проводилась измерительной системой ЛКАРД LTR-EU-2 с двумя крейтами LTR-24 и зарядовым конвертором LE-41. Схема испытаний образца представлена на рисунке 4.

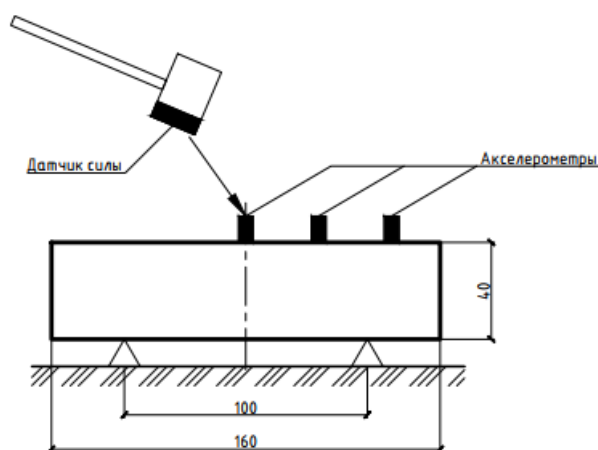


Рисунок 4 - Схема испытаний образцов.

Сигналы с датчиков силы и вибрации после каждого удара поступают на фильтры нижних частот (ФНЧ), позволяющие избежать переноса высокочастотных составляющих в диапазон частот измерений при дискретизации, после чего производится их аналого-цифровое преобразование (АЦП) для формирования выборки. Каждая цифровая запись соответствует одному ударному воздействию. Для каждой записи вычисляют ДПФ. Для улучшения оценки может быть применено усреднение по частотной области нескольких реализаций частотной характеристики, полученных для одних и тех же точек измерения и возбуждения.

Для каждой точки проводилось не менее 5 импульсных воздействий ударным молотком и регистрировались параметры входного воздействия – приложенной силы и отклика конструкции – ускорений в разных точках, как показано на рисунке 5 для одного из эпизодов динамических испытаний.

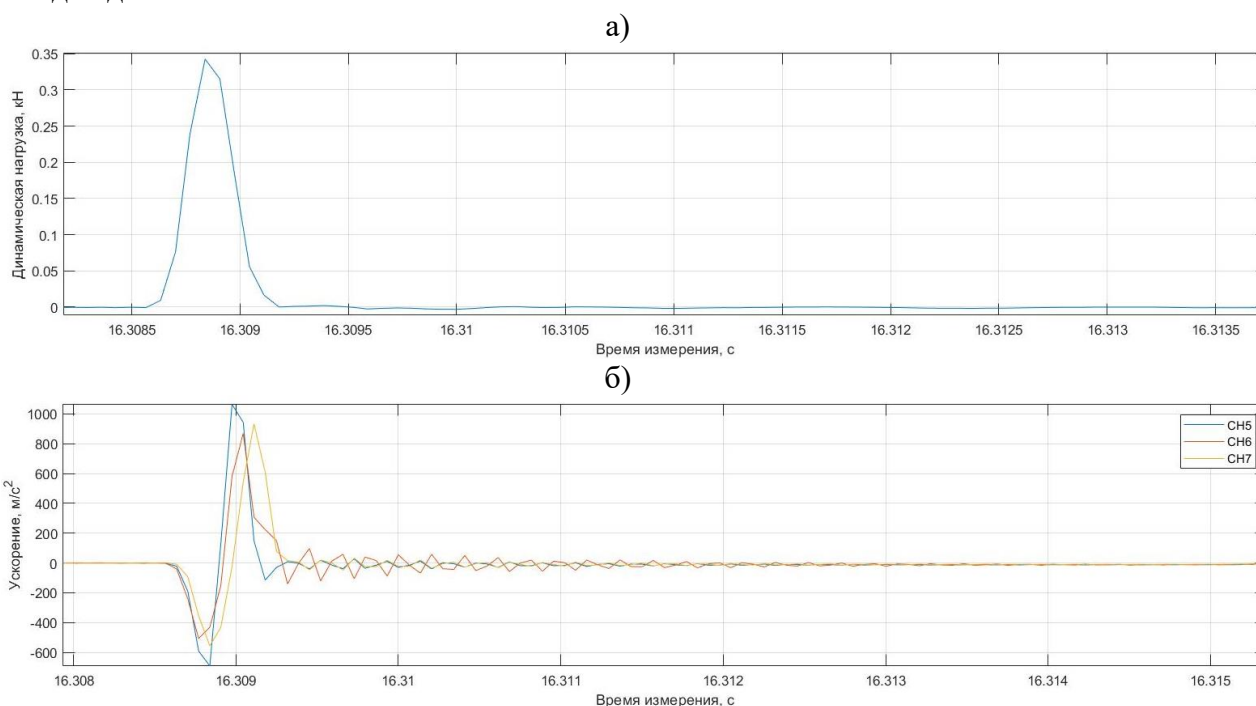


Рисунок 5 - Зависимость приложенной силы (а) от времени и измеренного ускорения (б) от времени.

Исходная запись, содержащая множественные импульсы, разделялась на отдельные блоки, содержащие запись импульса приложенной силы и затухающий процесс нестационарных колебаний испытываемой конструкции. Длина каждого блока назначалась

достаточной чтобы нестационарный процесс колебаний затух до значений, не превышающих 5% от фонового уровня вибрации.

Для получения передаточных функций анализировали спектр приложенной нагрузки, для чего строили его автоспектральную характеристику, представленную на рисунке 6 для одной из реализаций. Спектральная характеристика приложенной нагрузки зависит от типа наконечника молотка и в данном случае использовалась такая, чтобы спектральная характеристика была относительно линейна (± 20 дБ) в диапазоне частот 1 – 2000 Гц и затухающая не ранее 7000 Гц.

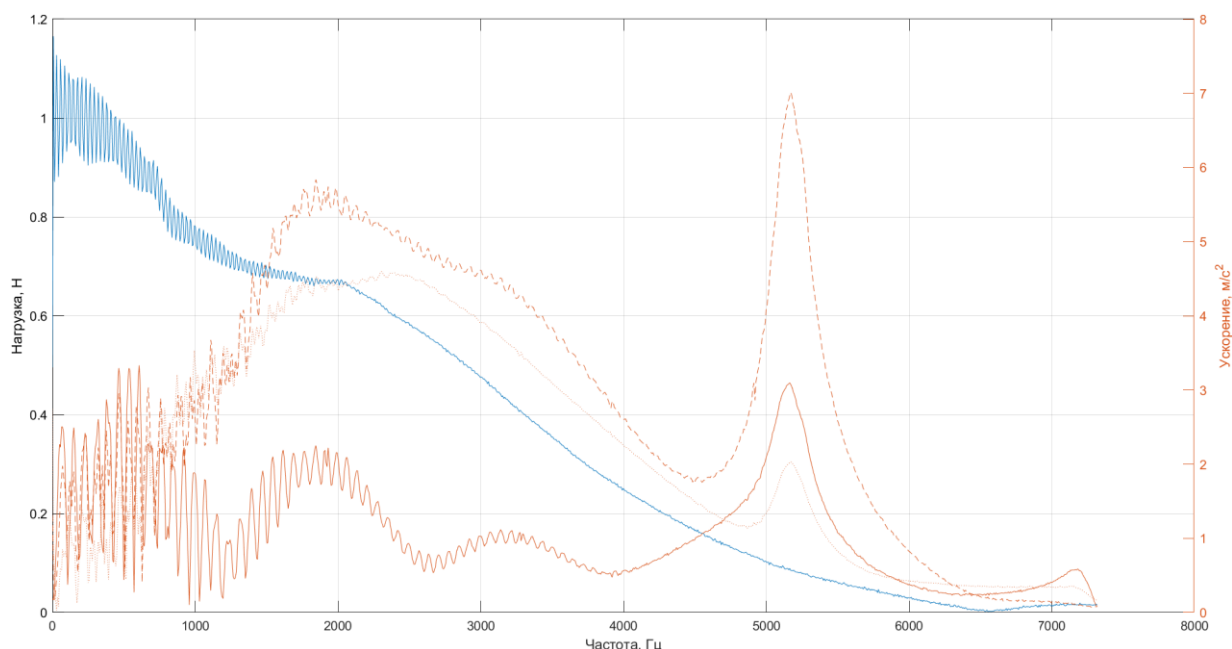


Рисунок 6 - Спектральная характеристика приложенной нагрузки (синим цветом) и отклика (оранжевым цветом).

По каждому блоку импульсных воздействий строится частотная характеристика образца, которая впоследствии усредняется (с применением средневзвешенного усреднения) по нескольким реализациям. Пример вычисленной передаточной функции для стойки одного из образцов представлена на рисунке 7 совместно с графиком когерентности сигнала (значение близкое к 1 показывает высокое отношение сигнал / шум, что повышает точность измерений).

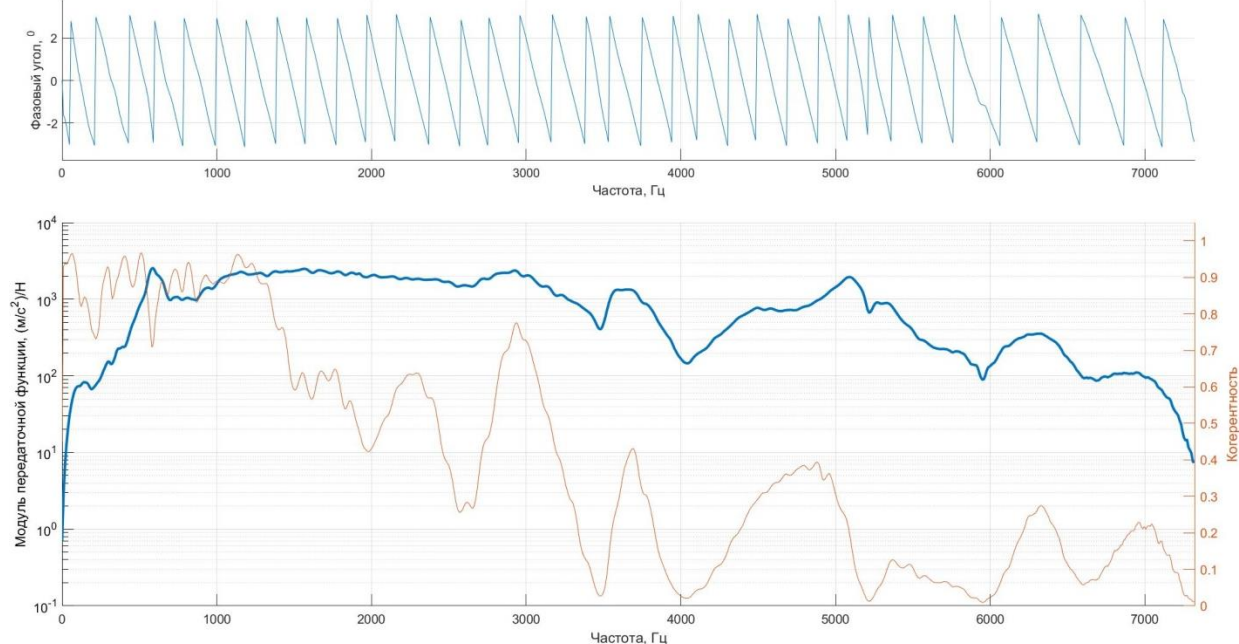


Рисунок 7 - Представление результатов вычисления частотной характеристики образца.

По результатам определения частотной характеристики – модального анализа, строится стабилизационная диаграмма, в рамках вычисления которой определяются стабильные по частоте и демпфированию моды колебаний. Пример построения стабилизационной диаграммы для одного из образцов представлен на рисунке 8.

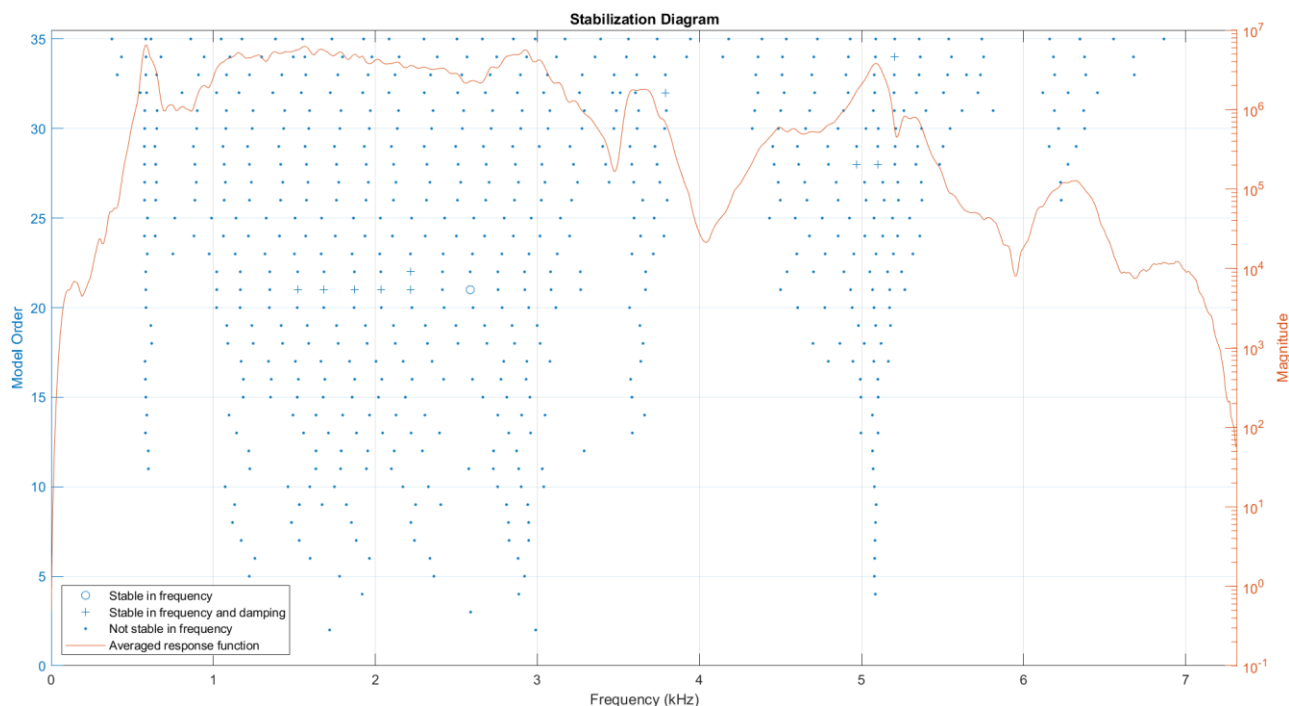


Рисунок 8 - Стабилизационная диаграмма с выделенными стабильными модами.

На основании определения стабильной частоты колебаний, соответствующей изгибной форме, при которой максимум действительной части формы колебаний соответствует пучности в датчике, расположенном в середине пролёта тестового образца, а сдвиг фаз (мнимая часть вектора формы колебаний) между датчиком, расположенном в середине и в третях пролёта образца отличается на $\pi/2$ определены коэффициент потерь η и коэффициент относительного демпфирования ξ .

Результаты испытаний для образцов из тяжёлого бетона (обозначение «ТБ») и тяжёлого бетона с фиброй (обозначение «ТБ-ф») представлены в таблице 1.

Таблица 1 - Усреднённые результаты испытаний.

Наименование материала	Среднее значение параметра		
	η	ξ	Модуль упругости, Па
ТБ 1	0.029324	0.014662	3.66E+10
ТБ 2	0.015703	0.007852	3.71E+10
ТБ 3	0.014826	0.007413	3.86E+10
ТБ-ф 1	0.014648	0.007324	4.02E+10
ТБ-ф 2	0.019632	0.009816	3.88E+10
ТБ-ф 3	0.016353	0.008177	3.95E+10

Как видно по результатам испытаний, образцы, содержащие в своём составе фибру, обладают на 5 – 7% более высоким значением динамического модуля упругости. Однако при этом величина относительного демпфирования у таких образцов в среднем на 12 – 18% ниже, чем у образцов из тяжёлого бетона без фибры.

Анализ результатов испытаний

Основная гипотеза, лежащая в основе метода определения демпфирующих характеристик материалов, представленная выше, базируется на корректном выделении основной (первой или низшей) формы изгибных колебаний свободно опёртой призматической балки. Корректность выделения низших форм колебаний обеспечивается, в том числе, выбором точек регистрации отклика образца, применением метода возбуждения и методом обработки. Показателем правильности выбора низшей формы колебаний может являться, в том числе стабильность (по частоте и демпфированию) выбранного узла на стабилизационной диаграмме (рисунок 8).

Для проверки результатов испытаний, в том числе выделения низшей изгибной формы колебаний образца проведено конечно-элементное моделирование испытаний образцов в программном комплексе MSC Patran/Nastran. Разработана трёхмерная конечно-элементная модель, общий вид которой представлен на рисунке 9.

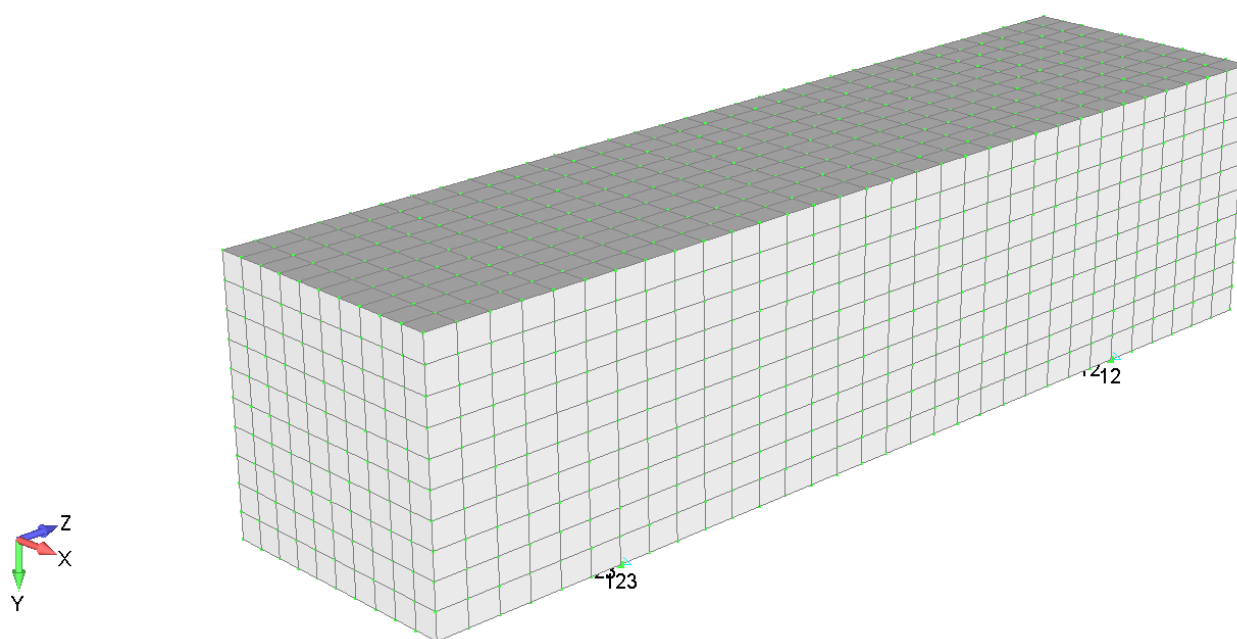


Рисунок 9 - Общий вид конечно-элементной модели

Для моделирования образца использовали трёхмерные 8-ми узловые призматические конечные элементы, линейно-упругую изотропную модель материала. Упругие параметры для модели материала (модуль упругости, коэффициент Пуассона, а также плотность и коэффициент относительного демпфирования) назначались в соответствии с таблицей 1. Закрепление образца одной опоры – шарнирно-подвижное, второй – шарнирно-неподвижное. Закрепление задавалось в виде запрета перемещений по соответствующим степеням свободы узлов, расположенных вдоль линии и соответствующей расположению опорных элементов реальной модели, в соответствии с рисунком 4.

По результатам модального анализа определяли первые 6 частот и форм свободных колебаний образца, которые для материала 1500к представлены на рисунке 10 а – е.

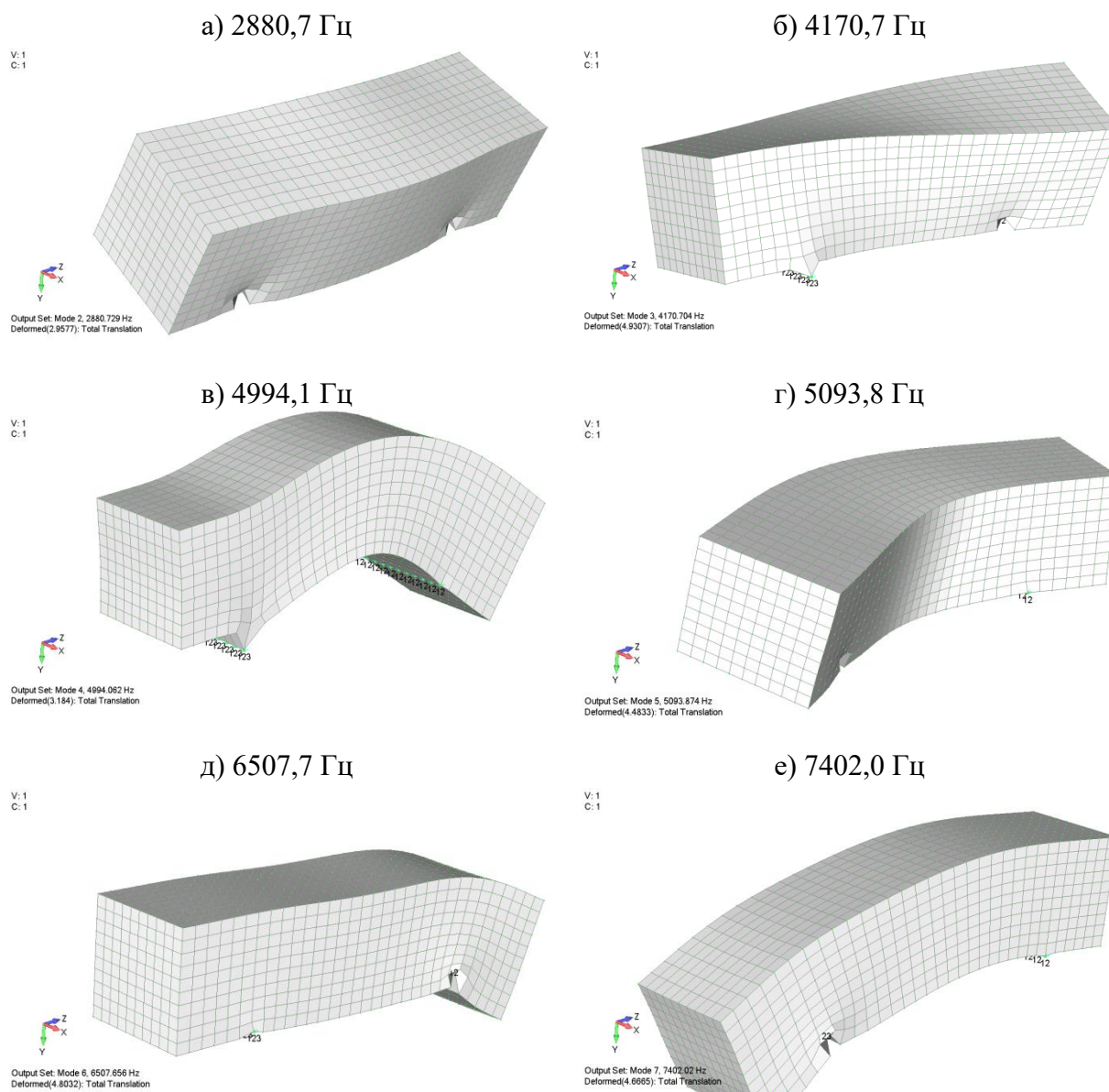


Рисунок 10 - Результаты модального анализа.

Собственная частота, соответствующая изгибной форме колебаний, изображённой на рисунке 10 в, составила 4994,1 Гц, что на 3,9% выше полученной в результате испытаний.

Выводы

Как показывают результаты проведённого исследования, метод экспериментального модального анализа позволяет напрямую определять собственные частоты и формы колебаний образцов конструкционных материалов. На основании этих данных с применением аппарата динамики сооружений, можно вычислить величину коэффициента механических потерь в материале, а также зная геометрические и массовые параметры образца, его динамический модуль упругости. Как показывают результаты сопоставительных испытаний, данные параметры находятся в хорошей корреляции с результатами численного моделирования поведения образцов. Результаты в определении частоты собственных изгибных колебаний и амплитуд вынужденных колебаний находятся в пределах 3 – 7% разброса, что достаточно для инженерных приложений.

На основании выполненных испытаний можно также вычислить параметры эквивалентного демпфирования для задания свойств материалов в программных комплексах конечно-элементного анализа, например – параметров демпфирования по модели Рэлея.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 21-19-00634).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний: Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 448 с.
2. Rossikhin Yu.A., Shitikova M.V. (2014b) Nonlinear dynamic response of a thin plate embedded in a fractional viscoelastic medium under combinational internal resonances // *Appl Mech Mat.* 2014b. Vol. 595. Pp. 105–110
3. Rossikhin Yu.A., Shitikova M.V. (1998) Application of fractional calculus for analysis of nonlinear damped vibrations of suspension bridges // *ASCE J Eng Mech.* 1998. Vol. 124. Pp. 1029-1036.
4. Невилль А.М. Свойства бетона. Сокращенный перевод с английского канд. техн. наук В.Д.Парфенова и Т.Ю. Якуб.. М.: Изд-во литературы по строительству, 1972. 345 с.
5. Иноземцев А.С., Королев Е.В. Деформации высокопрочных легких бетонов на полых микросферах и способ их снижения // *Строительные материалы.* 2015. № 9. С. 23-30.
6. Иноземцев А.С., Королев Е.В. Сравнительный анализ влияния наномодифицирования и микродисперсного армирования на процесс и параметры разрушения высокопрочных лёгких бетонов // *Строительные материалы.* 2017. № 7. С. 11-15.
7. Døssing O. Structural Testing 1 (Mechanical Mobility Measurements). Brüel & Kjær, 1988.
8. Døssing O. Structural Testing 2 (Modal Analysis and Simulation). Brüel & Kjær, 1988.
9. Myklestad N.O. The concept of complex damping // *J. of Applied Mechanics.* 1952. 19(3). Pp. 284-286.
10. Lazan B.J. Damping of Materials and Members in Structural Mechanics, Pergamon Press, 1968.
11. Kohoutek R. Damping of concrete beams of different mix design // *Proceedings of Materials Week'92*, 2–5 November, Conference at Hyatt Regency, Chicago, 1992. Pp. 95-102.
12. Zaveri K., Olsen H.P. Measurement of elastic modulus and loss factor of asphalt, Technical Review No.4. Bruel & Kjaer, 1972. Pp. 3-15.
13. Kohoutek R. Analysis of beams and frames, Chapter 4 in *Analysis and Design of Foundations for Vibrations*, pp. 99-156; P. Moore, ed. CRC Press, 1985. 512 p.
14. Khemapat T., Jirawin S., Vatanavongs R., Vanchai S., Suchart L., Piti S. Effect of viscoelastic polymer on damping properties of precast concrete panel // *Heliyon.* 2021. Vol. 7. Issue 5. e06967. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06967>.
15. Lei B., Liu H., Yao Z., Tang Z. Experimental study on the compressive strength, damping and interfacial transition zone properties of modified recycled aggregate concrete // *R. Soc. open sci.* 2019. Vol. 6. Pp.190813. <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.190813>
16. Velsor J.V., Premkumar L., Rose J.L. (2011). Measuring the Complex Modulus of Asphalt Concrete Using Ultrasonic Testing // *Journal of Engineering Science and Technology Review.* 2011. Vol. 4. <https://doi.org/10.25103/jestr.042.08>.

REFERENCES

1. Nashif A., Jones D., Henderson J. Vibration damping: Trans. from English. Moscow: Mir, 1988. 448 p. (in Russian).
2. Rossikhin Yu.A., Shitikova M.V. (2014b) Nonlinear dynamic response of a thin plate embedded in a fractional viscoelastic medium under combinational internal resonances. *Appl Mech Mat.* 2014b. Vol. 595. Pp. 105-110.
3. Rossikhin Yu.A., Shitikova M.V. (1998) Application of fractional calculus for analysis of nonlinear damped vibrations of suspension bridges. *ASCE J Eng Mech.* 1998. Vol. 124. Pp. 1029-1036.
4. Neville A.M. Properties of concrete. Abridged translation from English by Candidate of Technical Sciences V.D. Parfenov and T.Y. Yakub. Moscow: Publishing house of literature on construction, 1972. 345 p. (in Russian).
5. Inozemtsev A.S., Korolev E.V. Deformations of high-strength lightweight concrete on hollow microspheres and a way to reduce them. *Construction materials.* 2015. No. 9. Pp. 23-30. (in Russian).
6. Inozemtsev A.S., Korolev E.V. Comparative analysis of the effect of nanomodification and microdisperse reinforcement on the process and parameters of destruction of high-strength lightweight concrete. *Construction materials.* 2017. No. 7. Pp. 11-15. (in Russian).
7. Døssing O. Structural Testing 1 (Mechanical Mobility Measurements). Brüel & Kjær, 1988.
8. Døssing O. Structural Testing 2 (Modal Analysis and Simulation). Brüel & Kjær, 1988.
9. Myklestad N.O. The concept of complex damping. *J. of Applied Mechanics.* 1952. 19(3). Pp. 284-286.

10. Lazan B.J. Damping of Materials and Members in Structural Mechanics, Pergamon Press, 1968.
11. Kohoutek R. Damping of concrete beams of different mix design. Proceedings of Materials Week'92, 2–5 November, Conference at Hyatt Regency, Chicago, 1992. Pp. 95-102.
12. Zaveri K., Olsen H.P. Measurement of elastic modulus and loss factor of asphalt, Technical Review No.4. Bruel & Kjaer, 1972. Pp. 3-15.
13. Kohoutek R. Analysis of beams and frames, Chapter 4 in Analysis and Design of Foundations for Vibrations, pp. 99-156; P. Moore, ed. CRC Press, 1985. 512 pp.
14. Khemapat T., Jirawin S., Vatanavongs R., Vanchai S., Suchart L., Piti S. Effect of viscoelastic polymer on damping properties of precast concrete panel. Heliyon. 2021. Volume 7. Issue 5. e06967. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06967>.
15. Lei B., Liu H., Yao Z., Tang Z. Experimental study on the compressive strength, damping and interfacial transition zone properties of modified recycled aggregate concrete. R. Soc. open sci. 2019. Vol. 6. Pp. 190813. <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.190813>
16. Velsor J.V., Premkumar L., Rose J.L. (2011). Measuring the Complex Modulus of Asphalt Concrete Using Ultrasonic Testing. Journal of Engineering Science and Technology Review. 2011. Vol. 4. <https://doi.org/10.25103/jestr.042.08>.

Информация об авторе:

Смирнов Владимир Александрович

Научно-исследовательский институт строительной физики (НИИСФ РААСН), г. Москва, Россия, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории защиты зданий от вибрации и структурного звука НИИСФ РААСН;
ФГБОУ ВО «Научно-исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия, заведующий лабораторией динамики сооружений НИИ ЭМ НИУ МГСУ.
E-mail: belohvost@list.ru

Information about author:

Smirnov Vladimir A.

Research Institute of Building Physics (NIISF RAASN), Moscow, Russia, candidate of technical sciences, leading researcher of the laboratory of protection of buildings from vibration and structural sound of NIISF RAASN,
National Research Moscow University of Civil Engineering, Moscow, Russia, head of the laboratory of dynamics of structures of the research institute of EM NRU MGSU.
E-mail: belohvost@list.ru