

С.А. БУЛКИН¹

¹ЗАО «ГОРПРОЕКТ», г. Москва, Россия

РАСЧЕТ СЛОЖНОНАПРЯЖЕННОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ КОРОБЧАТОГО СЕЧЕНИЯ

Аннотация. В статье рассматривается расчетная модель сложного сопротивления железобетонных конструкций коробчатого сечения, испытывающих совместное действие изгибающих и крутящих моментов, продольных и поперечных сил в стадии после образования пространственных трещин.

Расчетная модель позволяет учитывать все основные внешние воздействия для железобетонного стержневого элемента коробчатого прямоугольного сечения: крутящий (T) и изгибающий (M) моменты, поперечную (Q) и продольную (N) силы. При этом действие крутящего момента и поперечной силы сводится к действию потока касательных сил по прямоугольному контуру сечения.

Ключевые слова: железобетон, балка, коробчатое сечение, кручение, изгиб, продольная и поперечная силы.

S.A. BULKIN¹

¹ZAO «GORPROJECT», Moscow, Russia

CALCULATION MODEL OF REINFORCED CONCRETE BOX GIRDER UNDER COMBINED TORSION, SHEAR AND BENDING

Abstract. The article provides a calculation model of the complex resistance of reinforced concrete box-section structures on the combined action of bending and torsional moments, longitudinal and shear forces after the formation of spatial cracks.

The calculation model allows taking into account all the main external influences for a reinforced concrete element of a box rectangular cross section: torsional (T) and bending (M) moments, shear (Q) and longitudinal (N) forces. In this case, the action of the torsion and the shear force is reduced to the action of the flow of tangential forces along the rectangular contour of the section.

Keywords: reinforced concrete structures, beam, box cross section, torsion, bending, longitudinal and shear forces.

Введение

Большинство железобетонных конструкций зданий и сооружений, в том числе балки с консолями, краевые балки перекрытий, ядра жесткости высотных зданий, пространственные рамные конструкции и т.п. испытывают сложнапряженное состояние – совместное действие изгибающего и крутящего моментов, а также поперечной силы [1-8].

Значительная часть проведенных экспериментальных исследований железобетонных конструкций посвящена рассмотрению вопросов прочности железобетонных элементов, испытывающих только изгибные или касательные напряжения [9-22]. Однако в последние годы появились экспериментальные и теоретические работы, посвященные расчету железобетонных элементов на совместное действие изгиба с кручением [9-17].

Метод

Рассмотрим железобетонную балку с коробчатым поперечным сечением размерами $h \times b$, выполненную из высокопрочного фибробетона и нагруженную равномерно распределенными вертикальной нагрузкой и крутящими моментами. Балка армирована двумя стержнями площадью $2F_s$ в растянутой зоне и двумя стержнями площадью $2F'_s$ в сжатой зоне, расстояние между стержнями h_1 и b_1 (рисунок 1). Замкнутые хомуты с погонной площадью F_{sw} расположены с шагом a_{sw1} . Условно перенесем хомуты на уровень продольной арматуры с уменьшенным шагом a_{sw}

$$a_{sw} = a_{sw1} \frac{(b_1 + h_1)}{(b_2 + h_2)} \quad (1)$$

Площадь сечения хомута

$$f_{sw} = F_{sw} \frac{(b_2 + h_2)}{(b_1 + h_1)a_{sw1}} \quad (2)$$

Обозначим через x_T высоту сжатой зоны бетона в момент трещинообразования и рассмотрим случай, когда высота сжатой зоны бетона $x_T > 2a'$, где a' – расстояние от верхней поверхности сечения до центра тяжести арматуры сжатой зоны. При действии крутящего момента T поток касательных усилий вдоль сторон контура (рисунок 2,а)

$$t_{yx} = t_{yz} = \frac{T}{2(b_1 + d_1)} \quad (3)$$

$$d_1 = h_1 + a' - 0.5x_T \quad (4)$$

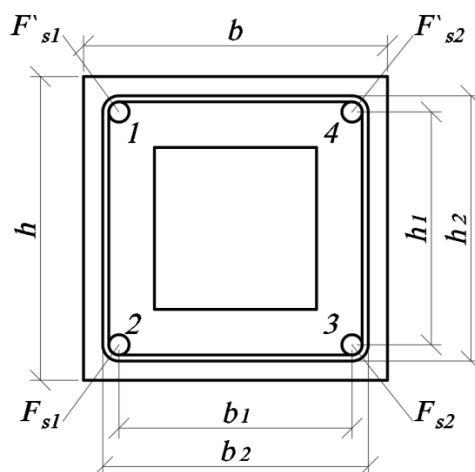


Рисунок 1 - Схема поперечного коробчатого сечения

При действии поперечной силы Q поток касательных усилий вдоль сторон контура (рисунок 2,б)

$$t_Q = \frac{Q - Q_b}{2d_1} \quad (5)$$

где Q_b – поперечная сила, воспринимаемая бетоном сжатой зоны.

Таким образом, общий поток касательных усилий по линии 1-2 составит

$$t_{yz,1-2} = \frac{T}{2(b_1 + d_1)} - \frac{Q - Q_b}{2d_1} \quad (6)$$

Аналогичный поток по линии 3-4 составит

$$t_{yz,3-4} = \frac{T}{2(b_1 + d_1)} + \frac{Q - Q_b}{2d_1} \quad (7)$$

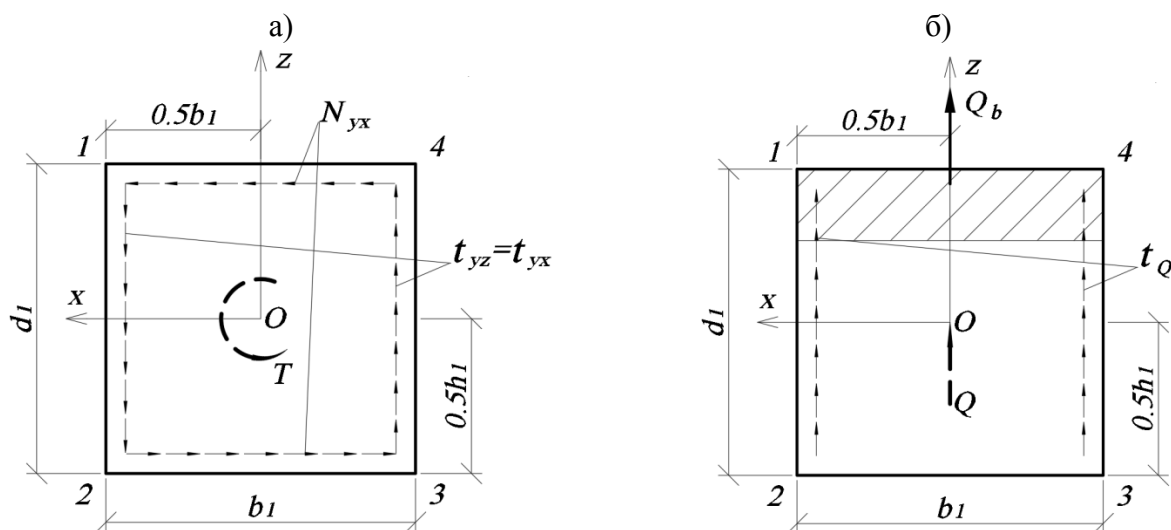


Рисунок 2 - Схема потоков касательных сил t_{yx} , t_{yz} от действия крутящего момента (а) и от действия поперечной силы (б) по расчетным контурам 1-2-3-4

Предположим, что приведенные к балке внешние силы таковы, что $t_{yz} > N_Q$ и $t_Q > 0$

Далее на рисунке 3 представлена часть железобетонной балки, у которой при действии изгибающего момента M , крутящего момента T , поперечной Q и продольной силы N образовалась трещина, которая по трем поверхностям балки проходит в растянутом бетоне (показаны волнистой линией) и замыкается в сжатой зоне на верхней поверхности (показана сплошной линией). Кроме того, через α_1, α_2 и α_3 обозначены углы между трещиной и потоками касательных усилий в растянутой зоне бетона, α_c – угол между трещиной и потоком касательных усилий в сжатой зоне бетона.

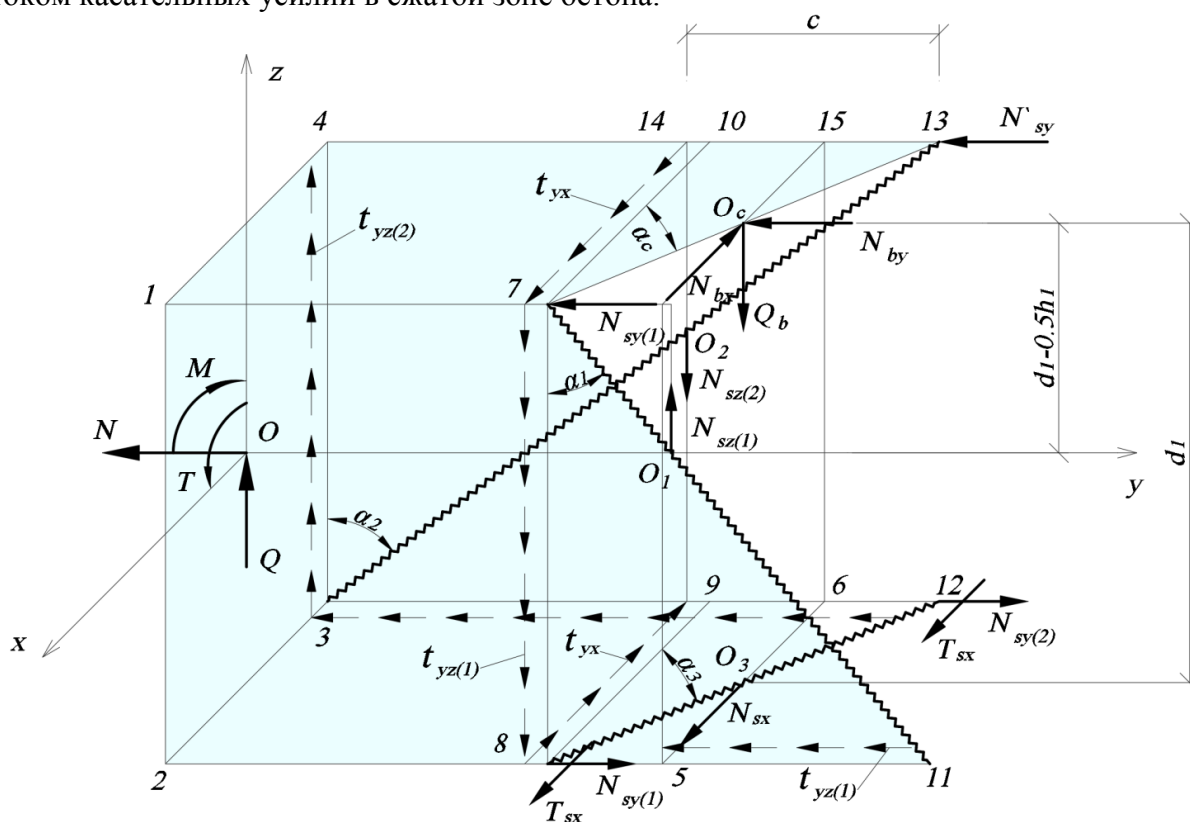


Рисунок 3 - Расчетная схема железобетонного элемента при действии крутящих и изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил

Из условий равновесия усилия в бетоне

$$N_b = N_{by} \cos \alpha_c + N_{bx} \sin \alpha_c \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_c = \frac{N_{bx}}{N_{by}} \quad (9)$$

Главные напряжения в бетоне сжатой зоны при прямоугольной эпюре будут равны

$$\sigma'_6 = \frac{N_b}{F_c} \quad (10)$$

где F_c – площадь бетона сжатой зоны, которая определяется с учетом всего сечения элемента

$$F_c = xb / \cos \alpha_c \quad (11)$$

Наклонные линии 7-11 и 3-13 проходят по наклонным трещинам

$N_{sz(1)}, N_{sz(2)}$ – общие усилия, приложенные к хомутам, которые пересекают наклонные трещины. Эти усилия определяются через потоки (6) и (7) касательных сил $N_{yz(1)}, N_{yz(2)}$, приложенных к линиям 7-8 и 3-4, в результате

$$\begin{cases} N_{sz(1)} = \frac{Td_1}{2(b_1 + d_1)} - \frac{Q - Q_b}{2d_1} \\ N_{sz(2)} = \frac{Td_1}{2(b_1 + d_1)} + \frac{Q - Q_b}{2d_1} \end{cases} \quad (12)$$

Усилия $N_{sz(1)}$ и $N_{sz(2)}$ также выражаются через напряжения (соответственно $\sigma_{sz(1)}$ и $\sigma_{sz(2)}$) в вертикальных хомутах на основании зависимостей

$$\begin{cases} \sigma_{sz(1)} f_{sw} l_{8-11} = \sigma_{sz(1)} f_{sw} d_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = N_{sz(1)} \\ \sigma_{sz(2)} f_{sw} l_{4-13} = \sigma_{sz(2)} f_{sw} d_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 = N_{sz(2)} \end{cases} \quad (13)$$

Из этих соотношений, учитывая (12), можно определить напряжения в вертикальных стержнях поперечной арматуры

$$\begin{cases} \sigma_{sz(1)} = \frac{T}{2(b_1 + d_1) f_{sw} \operatorname{tg} \alpha_1} - \frac{Q - Q_b}{2 f_{sw} d_1 \operatorname{tg} \alpha_1} \\ \sigma_{sz(2)} = \frac{T}{2(b_1 + d_1) f_{sw} \operatorname{tg} \alpha_2} + \frac{Q - Q_b}{2 f_{sw} d_1 \operatorname{tg} \alpha_2} \end{cases} \quad (14)$$

Общее усилие N_{sx} , в хомутах, пересекающих наклонную трещину 8-12, совместно с нагельными силами, приложенными к продольной арматуре, составят

$$N_{sx} + 2T_{sx} = t_{yx} b_1 \quad (15)$$

При этом нагельные усилия в хомутах не учитываются. Учитываются только нагельные усилия T_{sx} в продольной арматуре. Следуя [19] влияние начальных усилий можно учесть при помощи коэффициента λ_x . При этом

$$N_{sx} = t_{yx1} b_1 - 2T_{sx} \approx t_{yx} b_1 \lambda_x \quad (16)$$

где

$$\lambda_x = \frac{15f_{sw} + f_{sy} \operatorname{ctg}^2 \alpha}{15f_{sw}} \quad (17)$$

$$f_{sy} = \frac{2F_{sy}}{b_1} \quad (18)$$

Усилие N_{sx} можно выразить через напряжения σ_{sx} в нижних хомутах

$$N_{sx} = t_{yx} b_1 \lambda_x = \sigma_{sx} f_{sw} l_{9-10} = \sigma_{sx} f_{sw} b_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_3 \quad (19)$$

$$\sigma_{sx} = \frac{N_{yx} \lambda_x}{f_{sw} \operatorname{tg} \alpha_3} N_{sx} = T \frac{\lambda_x}{2(b_1 + d_1) f_{sw} \operatorname{tg} \alpha_3} \quad (20)$$

Переходим к определению усилий N_{bx} и N_{by} в бетоне сжатой зоны и напряжений в хомутах. Проекция всех усилий, приложенных к правому расчетному криволинейному контуру на ось x , приводит к зависимости

$$N_{bx} = \frac{Tb_1}{2(b_1 + d_1)} \quad (21)$$

Сумма моментов всех усилий, действующих параллельно плоскости ZOY относительно нижней линии, параллельной b_1 и проходящей через нижнюю точку O_3 , составит

$$N_{by}d_1 + N_{sz(1)}l_{18-17} + N_{sz(2)}l_{14-15} - M_e + 0.5h_1N = 0 \quad (22)$$

где M_e – момент в точке e на линии y (рисунок 3)

$$M_e = M + Ql_{0-e} \quad (23)$$

Учитывая, что

$$\begin{cases} l_{18-17} = 0.5d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_1 - 0.5b_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_c \\ l_{14-15} = 0.5d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 - 0.5b_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_c \\ l_{19-0c} = d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 - 0.5b_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_c \end{cases} \quad (24)$$

Получим

$$N_{by} = \frac{M_e - 0.5h_1N}{d_1} - \left(\frac{T}{4(b_1 + d_1)} - \frac{Q - Q_b}{4d_1} \right) (d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_1 - b_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_c) - \left(\frac{T}{4(b_1 + d_1)} + \frac{Q - Q_b}{4d_1} \right) (d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 - b_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_c) \quad (25)$$

Определив N_{by} , можно по формулам (8) – (10) перейти к определению значения α_c и главных напряжений σ_{b1} в бетоне сжатой зоны.

Внося в зависимость (9) значения N_{bx} и N_{by} , определяемых по формулам (21) и (25), приходим к квадратному уравнению по определению $\operatorname{tg}\alpha_c$

$$\begin{aligned} \frac{(M - 0.5h_1N)}{d_1} \cdot \operatorname{tg}\alpha_c - \left(\frac{T}{2(b_1 + d_1)} + \frac{Q_b}{4d_1} \right) \left(d_1 \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{tg}\alpha_c - \frac{Q - Q_b}{2d_1} \right) b_1 (\operatorname{tg}\alpha_c)^2 - \\ - \frac{Tb_1}{2(b_1 + d_1)} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Таким образом, угол α_c определяется из решения квадратного уравнения (26) относительно неизвестного $\operatorname{tg}\alpha_c$. В первом приближении в зависимости (25), (27) можно принимать $\alpha_2 = 45^\circ$.

$$\alpha_1 \approx \alpha_2 t_{yz(1)} / t_{yz(2)} \quad (27)$$

В предельной стадии главные напряжения в сжатой зоне $\sigma'_b = R_b$, в результате предельная высота с учетом влияния сжатой арматуры будет равна

$$x_T = \frac{(N_b - 2F'_s R_{sc})}{R_b b} \cos \alpha_c \quad (28)$$

Проецируя все силы, приложенные к расчетному элементу (рисунок 3) вдоль оси y , на горизонтальную плоскость, приходим к зависимости:

$$N_{sy(1)} + N_{sy(2)} = N_{by} + t_{yx}d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 + t_{yz(1)}d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 + N \quad (29)$$

Вращение сил вокруг оси $O_c - O_3$ в плоскости YZ , также без непосредственного учета сил $N'_{sx(1)}, N'_{sx(2)}$, приводит к уравнению

$$N_{sy(2)} - N_{sy(1)} = t_{yx(1)}d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 - t_{yz(1)}d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_1 \quad (30)$$

а совместное решение уравнений (29), (30) приводит к зависимостям

$$\begin{cases} N_{sy(1)} = 0.5N_{by} + t_{yz(1)}d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_1 + 0.5N \\ N_{sy(2)} = 0.5N_{by} + t_{yz(1)}d_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 + 0.5N \end{cases} \quad (31)$$

Согласно зависимостям (32) напряжения растяжения в нижних продольных стержнях арматуры $F_{sy(1)}$ и $F_{sy(2)}$ будут несколько различаться. Они выравниваются в областях, где поперечная сила Q равна нулю.

Напряжения в стержнях нижней арматуры будут равны

$$\begin{cases} \sigma_{sy(1)} = \frac{0.5N_{by} + t_{yz(1)}d_1 \operatorname{tg}\alpha_1 + 0.5N}{F_{sy(1)}} \\ \sigma_{sy(2)} = \frac{0.5N_{by} + t_{yz(1)}d_1 \operatorname{tg}\alpha_2 + 0.5N}{F_{sy(2)}} \end{cases} \quad (32)$$

Относительные деформации в стержнях 1 и 2 нижней продольной арматуры определяются по зависимостям

$$\varepsilon_{sy(1)} = \frac{\sigma_{sy(1)}\psi_{sy(1)}}{E_s}, \varepsilon_{sy(2)} = \frac{\sigma_{sy(2)}\psi_{sy(2)}}{E_s} \quad (33)$$

где $\psi_{sy(1)}, \psi_{sy(2)}$ – коэффициенты, учитывающие влияние сцепления арматуры с бетоном на участках между трещинами (коэффициенты В.И. Мурашева)

Средние деформации арматуры и нижних стержней хомутов соответственно равны:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{\varepsilon_{sy(1)} + \varepsilon_{sy(2)}}{2} \quad (34)$$

$$\sigma_{sx} = \frac{\sigma_{sx}}{E_s} \quad (35)$$

После появления трещин напряжения σ_{bt} и деформации ε_{bt} полос бетона вдоль трещин согласно [18] в основном будут зависеть от касательных напряжений τ_{yx}

$$\sigma_{bt} = -2\tau_{yx}\sin\alpha_c\cos\alpha_c \quad (36)$$

$$\varepsilon_{bt} = \frac{\sigma_{bt}}{E_{\pi}\nu_{\pi x}} \quad (37)$$

где E_{π} – модуль деформации полос бетона

$$E_{\pi} = E_b\beta_{\pi} \approx 0.8E_b \quad (38)$$

где $\beta_{\pi} \approx 0.8$ – коэффициент влияния разрыхления полос бетона трещинами на модуль деформаций бетона, $\nu_{\pi x}$ – коэффициент, учитывающих влияние пластических деформаций полос бетона в процессе увеличения напряжений σ_{bt} .

Касательные напряжения определяются в функции от погонных касательных усилий $\tau_{yx} \approx \frac{t_{yx}}{2a\beta_{xy}}$

$$\sigma_{bt} = -\frac{t_{yx}\sin\alpha_3\cos\alpha_3}{a\beta_{xy}} \quad (39)$$

где a – толщина защитного слоя нижней арматуры, β_{xy} – коэффициент влияния остальных слоев бетона на значение τ_{yx} , знак минус означает, что полосы сжимаются.

С учетом (38), (39)

$$\varepsilon_{bt} = -\frac{t_{yx}\sin\alpha_3\cos\alpha_3}{aE_b\widetilde{\nu}_{\pi x}} \quad (40)$$

где

$$\widetilde{\nu}_{\pi x} = \beta_{\pi}\nu_{\pi x}\beta_{xy} \quad (41)$$

Коэффициент $\widetilde{\nu}_{\pi x}$ определяется экспериментальным путем.

Следуя [18] и учитывая (41) угол сдвига в нижней зоне 2-3 будет равен

$$\gamma_{xy} = \frac{\sigma_{sx}\psi_{sx}}{E_s}\operatorname{ctg}\alpha_3 + \frac{\sigma_{sy}\psi_{sy}}{E_s}\operatorname{tg}\alpha_3 + \frac{t_{xy}}{aE_b\widetilde{\nu}_{\pi x}} \quad (42)$$

где E_s – модуль деформации арматуры в пластической стадии деформирования арматуры везде E_s заменяется на $E_s\nu_s$, где ν_s коэффициент секущего модуля, определяемый по зависимостям [18, 21].

Деформация бетона сжатой зоны определяются по зависимости

$$\varepsilon'_b = \frac{\sigma'_b}{E_b\nu'_b} = \frac{t'_b}{F_cE_b\nu'_b} \quad (43)$$

где F_c – площадь бетона наклонной сжатой зоны, определяемая по (11),

ν'_b – коэффициент развития пластических деформаций в бетоне сжатой зоны [18,21].

Нормальные σ'_{by} и касательные τ'_{xy} напряжения в бетоне сжатой зоны, действующие нормально и вдоль линии 7-10 (рисунок 3), будут равны

$$\sigma'_{by} = -\frac{N_{by} - t_{yx}b_1tg\alpha_c}{x_\tau b}, \tau'_{xy} = \frac{t_{yx}}{x_\tau} \quad (44)$$

Соответственно нормальные и сдвиговые относительные деформации составят

$$\varepsilon'_{by} = -\frac{N_{by} - t_{yx}b_1tg\alpha_c}{x_\tau b E_b \nu'_b}, \gamma'_{xy} = -\frac{2t_{yx}(1 + \mu'_b)}{x_\tau E_b \nu'_b} \quad (45)$$

где μ'_b – коэффициент поперечных деформаций бетона

$$\mu'_b = \widetilde{\mu'_b} + (\mu_b - \widetilde{\mu'_b})\sqrt{1 - \eta'} \quad (46)$$

где μ_b – начальный коэффициент поперечных деформаций бетона ($\mu_b = 0.175$)

$\widetilde{\mu'_b}$ – коэффициент, соответствующий вершине диаграммы

$$\widetilde{\mu'_b} = \mu_b + \left(1 - \sqrt[3]{\nu'_b}\right) \quad (47)$$

N_{by} определяется по формуле (25), а t_{yx} – по формуле (3).

Определив по формуле (34) ε_{sy} , а по формуле (45) ε'_{by} можно определить кривизну элемента и относительные деформации ε_{sy}

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho_y} = \frac{\varepsilon_{sy} - \varepsilon'_{by}}{d_1} \\ \varepsilon_{0y} = \frac{\varepsilon_{sy}(d_1 - 0.5h_1) + 0.5\varepsilon'_{by}h_1}{d_1} \end{cases} \quad (48)$$

Выражая ε_{sy} и ε'_{by} через общие усилия M, N, Q, T на основании формул (34) и (44), придем к окончательным зависимостям для определения кривизны относительных деформаций ε_{0y} .

Для определения углов сдвига вертикальных стенок элемента рассмотрим элемент 7-8-11 (рисунок 3). Средние относительные деформации этого элемента вдоль оси y будут равны

$$\varepsilon_{y(1)} = \frac{\varepsilon_{sy(1)} + \varepsilon'_{by}}{2} \quad (49)$$

где $\varepsilon_{sy(1)}$ и ε'_{by} определяются по формулам (33), (45).

Напряжения $\sigma_{sz(1)}$ в вертикальных стержнях хомутов согласно (13) составят

$$\sigma_{sz(1)} = \frac{N_{sz(1)}}{f_{sw}d_1 tg\alpha_1} \quad (50)$$

Соответственно относительные деформации вертикальных стержней хомутов в области 7-8-9 будут равны

$$\varepsilon_{sz(1)} = \frac{\sigma_{sz(1)}\psi_{sz(1)}}{E_s} \quad (51)$$

где $\psi_{sz(1)}, \psi_{sz(2)}$ – коэффициенты, учитывающие влияние сцепления арматуры с бетоном на участках между трещинами (коэффициенты В.И. Мурашева) для направления поперечной арматуры по координатам z и y .

В формулах (36) – (42), τ_{xy} заменяем на τ_{zy} , N_{yx} на $N_{zy(1)}$, α_3 на α_1 , в результате получим

$$\gamma_{sz(1)} = \varepsilon_{sz(1)} ctg\alpha_1 + \varepsilon'_{by} \cdot tg\alpha_1 + \frac{2N_{yz(1)}}{2aE_b \widetilde{\nu_{pyz(1)}} - \widetilde{\nu_{pz(1)}}} \quad (52)$$

где по аналогии с формулой (41)

$$\widetilde{\nu_{pz(1)}} = \beta_\pi \nu_{pz(1)} \beta_{yz(1)} \quad (53)$$

$\beta_\pi = 0.8, \beta_{yz(1)} \approx \beta_{xy}$

Используя формулы (14) получаем выражение $\gamma_{yz(1)}$ в функции от T и Q .

Рассмотрим элемент 3-4-13. Напряжения $\sigma_{sz(2)}$, деформации $\varepsilon_{z(2)}$ и углы сдвига $\gamma_{yz(2)}$ определяются по формулам (49) – (53) с заменой индексов 1 на 2, в результате

$$\begin{cases} \varepsilon_{y(2)} = \frac{\varepsilon_{sy(2)} + \varepsilon'_{by}}{2} \\ \sigma_{sz(2)} = \frac{N_{sz(2)}}{f_{sw} d_1 \operatorname{tg} \alpha_2} \\ \varepsilon_{sz(2)} = \frac{\sigma_{sz(2)} \psi_{sz(2)}}{E_s} \end{cases} \quad (54)$$

$$\gamma_{sz(2)} = \varepsilon_{sz(2)} \operatorname{ctg} \alpha_2 + \varepsilon_{y(2)} \operatorname{tg} \alpha_2 + \frac{2N_{yz(2)}}{2aE_b \widetilde{v_{pz(2)}}} \quad (55)$$

где $\widetilde{v_{pz(2)}} = \beta_p v_{pz(2)} \beta_{yz(2)}$, $\beta_p = 0.8$, $\beta_{yz(2)} \approx \beta_{xy}$

На основании зависимостей (14) угол сдвига $\gamma_{yz(2)}$ выражается через величины T и Q .

Угол закручивания ψ следуя [19, 20] определяется через значения углов сдвига: γ_{xy} - нижней поверхности согласно (42), γ'_{xy} - верхней сжатой зоны согласно (45), $\gamma_{yz(1)}$ - первой вертикальной стенки согласно (52) и $\gamma_{yz(2)}$ второй вертикальной стенки согласно (55) по формуле

$$\varphi = \frac{b_1(\gamma_{xy} + \gamma'_{xy}) + d_1(\gamma_{yz(1)} + \gamma_{yz(2)})}{2b_1 d_1}$$

На основании зависимостей (3) – (7), (12), (14), (25), (32), (34) угол закручивания φ выражается в функции от M , N , Q , T .

Выводы

1. Предложена расчетная модель для анализа предельного сопротивления железобетонной конструкции коробчатого сечения от действия изгиба с кручением.
2. Составлены разрешающие уравнения равновесия и деформация для расчетных усилий. В рассматриваемых расчетных сечениях определены основные неизвестные параметры: напряжения в растянутой продольной арматуре и хомутах, напряжения в сжатой зоне бетона, деформации бетона сжатой зоны, кривизна относительных деформаций, угол закручивания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Байков В.Н., Елагин Э.Г., Вернигор В.А., Туров А.И. Влияние ядра сечения на деформативность железобетонного стержня прямоугольного поперечного сечения при кручении // Сопротивление железобетонных элементов силовым воздействиям. Ростов н/д: РИСИ. 1985. С. 42-48.
2. Гвоздев А.А. Расчет несущей способности по методу предельного равновесия. М.: Стройиздат, 1949. 279 с.
3. Морозов В.И., Бахотский И.В. К расчету фиброжелобетонных конструкций, подверженных совместному воздействию кручения с изгибом // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 5. С.109.
4. Федоров В.С., Колчунов Вл.И., Покусаев А.А. Расчет расстояния между пространственными трещинами и ширины их раскрытия в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом (случай 2) // Жилищное строительство. 2016. №5. С. 16–21
5. Adheena Thomas, Afia S Hameed. An Experimental Study On Combined Flexural And Torsional Behaviour Of RC Beams // International Research Journal of Engineering and Technology. 2017. Vol. 04. No. 05. Pp.1367–1370.
6. Mostofinejad D., Talaeitaba S.B. Nonlinear Modeling of RC Beams Subjected to Torsion using the Smeared Crack Model // Procedia Engineering 14 (2011) 1447-1454. Elsevier Ltd. 2011. Pp.1447-1454.
7. G. Klein, G. Lucier, S. Rizkalla, P. Zia and H. Gleich. Torsion simplified: a failure plane model for design of spandrel beams // ACI Concrete International Journal, February 2012. Pp.1-8.
8. Ilker Kalkan, Saruhan Kartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling // International Journal of Civil and Environmental Engineering. 2017. Vol. 11. No.7. Pp.969–972.
9. Булкин С.А. Кручение с изгибом сталефиброжелобетонной балки прямоугольного сечения // Строительство и реконструкция. 2021. № 2. С. 3-13.

10. Демьянов А.И., Алькади С.А. Статико-динамическое деформирование железобетонных элементов пространственной рамы при их сложном сопротивлении // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2018. № 11 (719). С. 20-33.
11. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Результаты экспериментальных исследований конструкций квадратного и коробчатого сечений из высокопрочного бетона при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. 2018. №6(80). С. 32-43.
12. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Булкин С.А., Московцева В.С. Результаты экспериментальных исследований сложноподвешенных балок круглого поперечного сечения из высокопрочного фиброармированного бетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. №16 (4). С.290-297.
13. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Основные результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций из высокопрочного бетона В100 круглого и кольцевого сечений при кручении с изгибом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. №1. С.51-61.
14. Демьянов А.И., Сальников А.С., Колчунов В.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // Строительство и реконструкция. 2017. №4(72). С. 17–26.
15. Демьянов А.И., Колчунов В.И., Покусев А.А. Экспериментальные исследования деформирования железобетонных конструкций при кручении с изгибом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №6. С. 37–44.
16. Демьянов А.И., Наумов Н.В., Колчунов В.И. Некоторые результаты экспериментальных исследований составных железобетонных конструкций при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. 2018. №5(79). С. 13– 23.
17. Колчунов В.И., Федоров В.С. Понятийная иерархия моделей в теории сопротивления строительных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2020. №8. С. 16–23. doi:10.33622/0869-7019.2020.08.16-23.
18. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 410 с.
19. Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kolchunov V.I., Travush V.I. Calculated model of a complex-stressed reinforced concrete element under torsion with bending // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021. T. 17. No. 1. Pp. 34-47.
20. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. М., Стройиздат, 1976. 208 с.
21. Методическое пособие «Статически неопределимые железобетонные конструкции. Диаграммные методы автоматизированного расчета и проектирования». Федеральный центр нормирования, стандартизации и оценки соответствия в строительстве. М., 2017. 197 с.
22. Чистова Т.П. Экспериментальное исследование деформаций обычных железобетонных элементов коробчатого и сплошного прямоугольного сечения при чистом кручении. Прочность и жесткость железобетонных конструкций. Под редакцией С.А. Дмитриева и С.М. Крылова. М., Стройиздат, 1971.

REFERENCES

1. Baykov N., E.G. Yelagin, V.A. Vernigor, A.I. Turov. Vliyaniye yadra secheniya na deformativnost' zhelezobetonnoy sterzhnya pryamougol'nogo poperechnogo secheniya pri kruchenii [Influence of the section core on the deformability of a reinforced concrete rod of a rectangular cross section during torsion] // Soprotivleniye zhelezobetonnykh elementov silovym vozdeystviyam [Resistance of reinforced concrete elements to force impacts]. Rostov n/d: RISI. 1985. P. 42-48.
2. Gvozdev A.A. Raschet nesushchey sposobnosti po metodu predel'nogo ravnovesiya [Calculation of the bearing capacity by the method of limit equilibrium]. Moscow: Stroyizdat, 1949. 279 p.
3. Morozov V.I., Bakhotskiy I.V. K raschetu fibrozhelezobetonnykh konstruktsiy, podverzhennykh sovmestnomu vozdeystviyu krucheniya s izgiбом [To the calculation of fiber-reinforced concrete structures subject to the combined effect of torsion with bending] // Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya. 2013. N 5. P. 109.
4. Fedorov V.S., Kolchunov V.I., Pokusayev A.A. Raschet rasstoyaniya mezhdru prostranstvennymi treshchinami i shiriny ikh raskrytiya v zhelezobetonnykh konstruktsiyakh pri kruchenii s izgiбом (sluchay 2) [Calculation of the distance between spatial cracks and the width of their opening in reinforced concrete structures during torsion with bending (case 2)] // Zhilishchnoye stroitel'stvo. 2016. N 5. P. 16–21
5. Adheena Thomas, Afia S Hameed. An Experimental Study On Combined Flexural And Torsional Behaviour Of RC Beams. // International Research Journal of Engineering and Technology. 2017. Vol. 04. No. 05. Pp. 1367–1370.
6. Mostofinejad D., Talaeitaba S.B. Nonlinear Modeling of RC Beams Subjected to Torsion using the Smeared Crack Model // Procedia Engineering. 2011. 14. P. 1447-1454.
7. G. Klein, G. Lucier, S. Rizkalla, P. Zia and H. Gleich. Torsion simplified: a failure plane model for design of spandrel beams // ACI Concrete International Journal, February 2012. Pp.1-8.
8. Ilker Kalkan, Saruhan Kartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. // International Journal of Civil and Environmental Engineering. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969–972.

9. Bulkin S.A. Krucheniye s izgibom stalefibrozhelezobetonnogo balki pryamougol'nogo secheniya [Torsion with bending of a steel-fiber-reinforced concrete beam of rectangular cross section] // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2021. N 2. P. 3-13.
10. Dem'yanov A.I., Al'kadi S.A. Statiko-dinamicheskoye deformirovaniye zhelezobetonnnykh elementov prostranstvennoy ramy pri ikh slozhnom soprotivlenii [Static-dynamic deformation of reinforced concrete elements of a spatial frame with their complex resistance] // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Stroitel'stvo. 2018. N 11 (719). P. 20-33.
11. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kapriylov S.S., Dem'yanov A.I., Konorev A.V. Rezul'taty eksperimental'nykh issledovaniy konstruktsey kvadratnogo i korobchatogo secheniy iz vysokoprochnogo betona pri kruchenii s izgibom [Results of experimental studies of square and box-section structures made of high-strength concrete in torsion with bending] // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2018. No 6(80). P. 32-43
12. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kapriylov S.S., Dem'yanov A.I., Bulkin S.A., Moskovtseva V.S. Rezul'taty eksperimental'nykh issledovaniy slozhnonapryazhennykh balok kruglogo poperechnogo secheniya iz vysokoprochnogo fibrozhelezobetona [Results of experimental studies of complexly stressed round cross-section beams made of high-strength fiber reinforced concrete] // Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktsey i sooruzheniy. 2020. No 16 (4). P.290-297
13. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kapriylov S.S., Dem'yanov A.I., Konorev A.V. Osnovnyye rezul'taty eksperimental'nykh issledovaniy zhelezobetonnnykh konstruktsey iz vysokoprochnogo betona V100 kruglogo i kol'tsevoogo secheniy pri kruchenii s izgibom [The main results of experimental studies of reinforced concrete structures made of high-strength concrete B100 of round and annular sections in torsion with bending] // Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktsey i sooruzheniy. 2019. No 1. P.51-61.
14. Dem'yanov A.I., Sal'nikov A.S., Kolchunov V.I. Eksperimental'nyye issledovaniya zhelezobetonnnykh konstruktsey pri kruchenii s izgibom i analiz ikh rezul'tatov [Experimental studies of reinforced concrete structures in torsion with bending and analysis of their results] // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2017. No 4(72). P. 17–26.
15. Dem'yanov A.I., Kolchunov V.I., Pokusayev A.A. Eksperimental'nyye issledovaniya deformirovaniya zhelezobetonnnykh konstruktsey pri kruchenii s izgibom [Experimental studies of deformation of reinforced concrete structures during torsion with bending] // Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktsey i sooruzheniy. 2017. No 6. P. 37–44.
16. Dem'yanov A.I., Naumov N.V., Kolchunov V.I. Nekotoryye rezul'taty eksperimental'nykh issledovaniy sostavnykh zhelezobetonnnykh konstruktsey pri kruchenii s izgibom [Some results of experimental studies of composite reinforced concrete structures in torsion with bending] // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2018. No 5(79). P. 13– 23.
17. Kolchunov V.I., Fedorov V.S. Ponyatiynaya iyerarkhiya modeley v teorii soprotivleniya stroitel'nykh konstruktsey [Conceptual hierarchy of models in the theory of resistance of building structures] // Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo. 2020. No 8. P. 16–23, DOI: 10.33622/0869-7019.2020.08.16-23.
18. Karpenko N.I. Obshchiye modeli mekhaniki zhelezobetona [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow: Stroyizdat, 1996. - 410 p.
19. Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kolchunov V.I., Travush V.I. Calculated model of a complex-stressed reinforced concrete element under torsion with bending // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021. T. 17. No. 1. Pp. 34-47
20. Karpenko N.I. Teoriya deformirovaniya zhelezobetona s treshchinami [Theory of deformation of reinforced concrete with cracks]. Moscow, Stroyizdat, 1976, 208 p.
21. Metodicheskoye posobiye «Staticheski neopredelimiyye zhelezobetonnnyye konstruktzii. Diagrammnyye metody avtomatizirovannogo rascheta i proyektirovaniya». Federal'nyy tsentr normirovaniya, standartizatsii i otsenki sootvetstviya v stroitel'stve [Methodical manual “Statically indeterminate reinforced concrete structures. Diagrammatic methods of automated calculation and design”. Federal Center for Regulation, Standardization and Conformity Assessment in Construction], Moscow, 2017, 197 pr.
22. Chistova T.P. Eksperimental'noye issledovaniye deformatsiy obychnykh zhelezobetonnnykh elementov korobchatogo i sploshnogo pryamougol'nogo secheniya pri chistom kruchenii. Prochnost' i zhestkost' zhelezobetonnnykh konstruktsey. Pod redaktsiyey S.A. Dmitriyeva i S.M. Krylova [Experimental study of deformations of ordinary reinforced concrete elements of box-shaped and solid rectangular section under pure torsion. Strength and rigidity of reinforced concrete structures. Edited by S.A. Dmitrieva and S.M. Krylov]. Moscow, Stroyizdat, 1971.

Информация об авторе:

Булкин Сергей Александрович
ЗАО «ГОРПРОЕКТ», г. Москва, Россия,
главный специалист-конструктор.
E-mail: sa.bulkin@gmail.com

Information about author:

Bulkin Sergey A.
ZAO GORPROJECT, Moscow, Russia,
chief design specialist.
E-mail: sa.bulkin@gmail.com