

ВЛ.И. КОЛЧУНОВ¹

¹ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия

ГИПОТЕЗЫ О ДЕПЛАНАЦИИ СЕЧЕНИЯ ОТ ДЕФОРМАЦИЙ СДВИГА В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ, ИСПЫТЫВАЮЩИХ КРУЧЕНИЕ С ИЗГИБОМ

Аннотация. В статье проведен анализ гипотез о депланации угловых деформаций в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением. Рассмотрен простой способ из семейства метод сеток для аппроксимации деформаций сложных функций при рассматриваемом сложном напряженном состоянии. Построены и проанализированы эпюры угловых и линейных деформаций в таких конструкциях для нахождения этих деформаций, изгибающих и крутящих моментов воспринимаемых бетоном сжатой области с использованием принятых гипотез и коэффициентов для проецирования нормальных и касательных напряжений (деформаций) посредством диаграмм сжатого бетона и рабочей арматуры. Аппроксимацией расчетного сечения малыми квадратами построена пространственная поверхность деформаций, с соответствующими градиентами этих деформаций в сечении с трещиной и на этой основе записаны выражения для суммарных продольных деформаций и деформаций сдвига в сечении элемента при изгибе с кручением. С использованием мембранной аналогии функций напряжений Тимошенко-Гудера и предложенного варианта новых сложных функций из семейства метода сеток проведен анализ погрешности нахождения значения сложных функций в рассмотренных характерных точках (2%) и в любых точках поперечного сечения (7%).

Использование предложенных гипотез и приведенного варианта сложных функций позволяет учитывать депланацию сложнонапряженного сечения железобетонного элемента с трещинами, испытывающего изгиб с кручением.

Ключевые слова: билинейная поверхность, опасная пространственная трещина, деформационный эффект железобетона, депланация, градиент, векторы, фибры, форма эпюры.

VL.I. KOLCHUNOV¹

¹Southwestern State University, Kursk, Russia

DEPLANATION HYPOTHESES FOR ANGULAR DEFORMATIONS IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES UNDER COMBINED TORSION AND BENDING

Abstract. The article analyzes the hypothesis of deplanation of angular deformations in reinforced concrete structures during bending with torsion. A simple method from the field of the grid methods for approximating the deformations of complex functions under the 3D stress state is considered. Diagrams of angular and linear deformations in such structures were built and analyzed to find these deformations, bending and torques perceived by the concrete of the compressed area using the accepted hypotheses and coefficients for projecting normal and shear stresses (strains) through diagrams of compressed concrete and working reinforcement. Approximating the calculated section by small squares, a spatial surface of deformations was constructed. This is with the corresponding gradients of these deformations in the section with a crack, and on this basis, expressions were written for the total longitudinal deformations in the section and shear deformations in the section of the element during bending with torsion. Using the membrane analogy of the Timoshenko-Goodyear stress

functions and the proposed version of new complex functions from the field of the grid method, an analysis was made of its error, when we find the value of complex functions at the considered characteristic points (2%) and at any points of the cross section (7%).

The use of the proposed hypotheses and the given version of complex functions makes it possible considering the warping of the 3D stressed section of a reinforced concrete element with cracks undergoing bending with torsion.

Keywords: *bilinear surface, dangerous spatial crack, deformation effect of reinforced concrete, deplanation, delta jump functions, vectors, fibers.*

Введение. Создание новой теории расчета железобетонных конструкций становится возможным благодаря новым технологиям экспериментальных исследований, и сближению на этой основе физических явлений и развиваемых моделей теории железобетона [1-5], обеспечивающих дальнейшее повышение безопасности железобетонных конструктивных систем зданий и сооружений особенно при сложном сопротивлении конструктивных элементов в условиях новых вызовов [6-18].

В исследованиях области сложного сопротивления железобетонных конструкций, испытывающих кручение с изгибом, стоит задача наиболее строгого определения распределения суммарных деформаций от крутящего и изгибающего моментов в сечении железобетонного элемента после образования в нем пространственных трещин. Соответственно, необходимо принятие соответствующих гипотез о распределении линейных и угловых деформаций в расчетных сечениях и определение наполнения криволинейных эпюр сложных функций, описывающих эти деформации, в том числе деформации связанные с депланацией сечения при изгибе с кручением [7-8].

В связи с этим целью рассматриваемой работы стала формулирование гипотез об угловых и линейных деформациях для железобетонных конструкций при совместном действии кручения с изгибом и их анализ применительно к рассматриваемому напряженному состоянию.

Метод решения. В основу решения рассматриваемой задачи о распределении угловых и линейных деформаций в железобетонном элементе, испытывающем изгиб с кручением, положены следующие основные положения.

1. В качестве расчетной принята аналитическая модель со спиралеобразной (усилия M_{bend}, M_t, Q) или X-образной (усилия M_{bend}, M_t) пространственной трещиной, образующейся при сложном сопротивлении железобетонных конструкций, т.е. кручении с изгибом [6-8].

2. Образование трещин происходит перпендикулярно главным деформациям удлинения бетона $\varepsilon_1 < \varepsilon_{bt,ul}$, а в сжатом бетоне причиной разрушения является достижение интенсивности деформаций ε_i равных предельным ($\varepsilon_i \leq \varepsilon_{b,u}$).

3. Пространственная трещина моделируется билинейной поверхностью [9]. При этом декомпозиция деформированного состояния в трещине обеспечивается аппроксимацией сечения m элементарными квадратами, плоскости которых в пространстве определяются в соответствии с направляющими косинусами, вдоль координатных осей железобетонной конструкции (рисунок 1,а).

4. Построение разрешающих уравнений для нахождения проекции опасной пространственной трещины на горизонтальную ось выполняется с использованием функции многих переменных и множителей Лагранжа.

5. Учитывается деформационный эффект в виде дополнительного деформационного воздействия от реакции арматурного стержня в трещине, связанного с нарушением сплошности бетона [9].

На основе полученных с использованием принятой модели [6-8] расчетных данных о длине проекции пространственной трещины на продольную ось, высоте сжатой зоны бетона

x_b в пространственной трещине, а также координатах угловых точек билинейной поверхности строим поверхность между пространственными трещинами - спиралеобразной А или Х-образной.

Нераспадающиеся расчетные уравнения, образующие замкнутую систему, записываются составлением функции многих переменных с множителями Лагранжа вида:

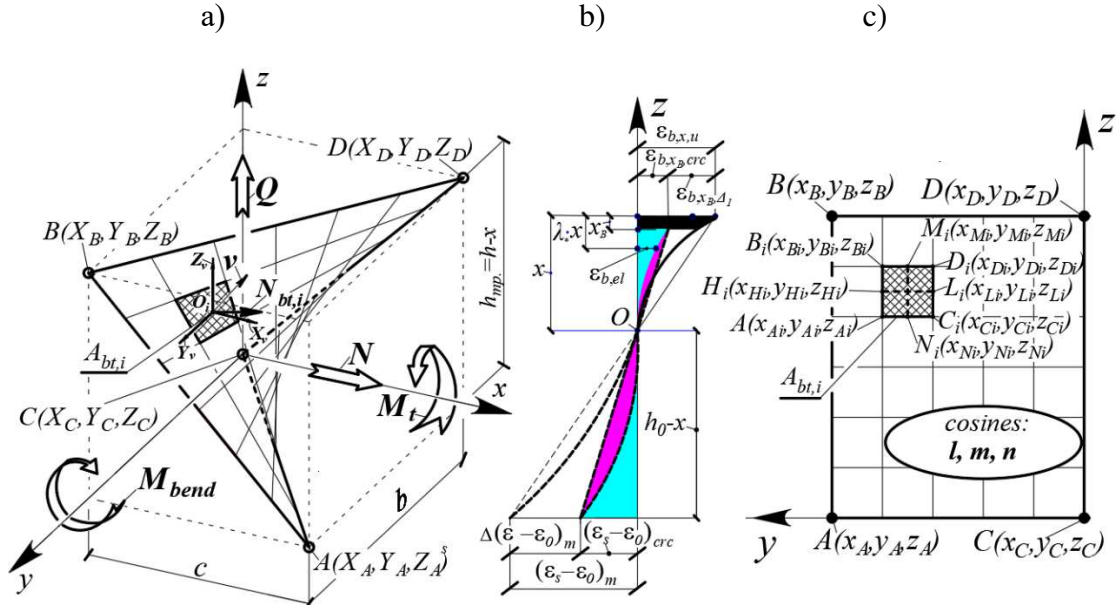


Рисунок 1 – Общий вид билинейной поверхности - модели пространственной трещины при изгибе с кручением: а- схема разбивки поверхности на малые квадраты, б- схеме распределения деформаций в соответствии с модифицированной гипотезой пространственной поверхности в расчетных сечениях конструкции; в - проекция расчетного сечения в плоскости YOZ

$$F(R_{sup}, x, x_B, \gamma_{Q,t}, \gamma_{T,k}, \sigma_{s,l}, \sigma_{s,k}, q_{sw,rig}, q_{sw,lef}, q_{sw,\sigma}, c, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8, \lambda_9) \quad (1)$$

и на ее основе, следуя [1-6], получена дополнительная система уравнений для определения неизвестных в расчетном сечении:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_1} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} + \lambda_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1} + \dots + \lambda_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_1} &= 0 \\ \dots &\dots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} + \lambda_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_n} + \lambda_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_n} + \dots + \lambda_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_n} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В функции (1) R_{sup} - обобщенная опорная реакция; x_B - высота сжатой зоны пространственной трещины; x - высота сжатой зоны от нейтральной оси; $\gamma_{Q,t}$ - угловые деформации от поперечной силы Q; $\gamma_{T,k}$ - угловые деформации от крутящего момента M_t ; $\sigma_{s,l}$ - нормальные напряжения в растянутой продольной арматуре в сечении l-l; $\sigma_{s,k}$ - нормальные напряжения в растянутой продольной арматуре в наклонном пространственном сечении k-k; $q_{sw,rig}$ - погонное усилие в правых хомутах; $q_{sw,lef}$ - погонное усилие в левых хомутах; $q_{sw,\sigma}$ - погонное усилие в нижних хомутах; λ_i - коэффициенты в функции Лагранжа.

Из системы (2) получена аналитическая зависимость для проекции опасной пространственной трещины $c_{inc}(c)$ на горизонталь и обобщенная опорная реакция R_{sup} .

Одной из важнейших задач на пути реализации предложенной модели является оценка точности построения сложной поверхности деформирования сечения железобетонного элемента с пространственной трещиной на основе использования сложных функций продольных и деформаций сдвига в сечении железобетонного элемента при сложном напряженном состоянии элемента и с учетом депланации расчетных сечений [6-8].

Для проведения такого анализа предложен относительно простой способ определения этих деформаций для областей в зонах поперечного сечения с пластическими деформациями из теории упругости Тимошенко-Гудьера и гипотез, определяющих кинетику распределения этих деформаций. В зонах сечения с трещинами представлена схема аппроксимации деформации в прямоугольных сечениях *сложными функциями* из семейства метода сеток [6-8]. В частности, для моделирования деформаций сдвига и продольных деформаций предложены две сложные функции.

Первая сложная функция $f_{5,*}(y, z)$ записывается в виде:

$$f_{5,*}(y, z) = f_{1,*}(y) \cdot f_{2,*}(z) =$$

$$= \pm \left[-\frac{3(47b^2 - 200y^2)}{25b^2h^2} \cdot z^2 + \frac{487b^2 - 2280y^2}{500b^2h} \cdot z + 0.923 - \frac{93y^2}{25b^2} \right]. \quad (3)$$

Вторая сложная функция $f_{***}(x, z, y)$ имеет вид:

$$f_{***}(x, z, y) = e^{-3,19 \left(\frac{x}{l} + \frac{3,84h - 22,96 \cdot z}{b^2h} \cdot (y)^2 - \frac{2,88h - 12,3 \cdot z}{bh} \cdot y - \frac{0,34h - 0,36z}{h} \right) -$$

$$- \frac{9,39h - 27,02 \cdot z}{b^2h} \cdot (y)^2 + \frac{7,16h - 17,39 \cdot z}{bh} \cdot y - \frac{-0,306h + 0,232z}{h}}. \quad (4)$$

Используя эти функции, для рассматриваемого железобетонного элемента с трещинами может быть записана модифицированная гипотеза Бернулли: прямая линия распределения деформаций в форме треугольника заменяется кривой для описания поверхности специальной геометрической фигуры (см. рисунок 1,б), обеспечивающей моделирование депланации в сложной функции $f_{sum,\Delta-d}$ при изгибе с кручением. Для построения поверхности суммарных деформаций в расчетных сечениях конструкции на всех стадиях ее деформирования сформулируем две новые гипотезы. (см. рисунок 1,б).

Первая, о распределении и изменении линейных деформаций между волокнами продольных фибровых верхних и нижних относительных линейных деформаций бетона и арматуры ($\varepsilon_{x,b}$ и $\varepsilon_{x,s}$) для определения их отношений в расстояниях от нейтральной оси через специальную геометрическую объемную фигуру при переходе из упругого деформирования сечения железобетонного элемента в стадии I в пластическую область и трещинообразование в стадии II.

Вторая гипотеза, о распределении и изменении угловых деформаций между волокнами поперечных фибровых верхних и нижних суммарных относительных деформаций сдвига бетона и арматуры ($\gamma_{sum,b}$ и $\gamma_{sum,s}$) для определения их отношений в расстояниях от нейтральной оси через специальную геометрическую фигуру при переходе из упругой или пластической областей.

Используя первую гипотезу, сложная функция определяется простым вычитанием из геометрической фигуры, образованной деформацией сечения в соответствии с гипотезой

плоских сечений специальной функции, описывающей приращение деформаций $f_{sum,\Delta-d}$, или градиенты изменения продольных деформаций $f_{sum,\Delta,\Delta-d,crc}$ [6-8], вызванные нелинейным деформированием сжатого бетона и образованием трещин, включая деформации, связанные с депланацией сечения.

Аналогично, используя вторую предложенную гипотезу, получено распределение суммарных относительных деформаций сдвига в расчетном сечении сложнапряженного элемента, испытывающего изгиб с кручением.

Динамика трансформации деформаций сдвига γ_{zx} , и γ_{yx} и суммарных деформаций сдвига в соответствии со второй гипотезой представлена на рисунках 2 и 3. Значения этих суммарных деформаций для бетона и арматуры получено в виде специальной геометрической фигуры (см. рисунок 4), учитывающей депланацию с помощью сложной функции $f_{sum,\gamma}$. в расстояниях от нейтральной оси. При этом ее изменение для стадий II-III учитывается коэффициентом $k_{\gamma,sum}$ и знаками «+», «-» для различных квадрантов, на которые разбито сечение (см. рисунок 1, с). Упруго-пластическое деформирование сжатого бетона учитывается параметром λ_{γ} для деформации $\gamma_{b,el}$, а градиенты деформаций в сечении с трещиной - приращениями сложных функций $f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc}$ или $f_{\Delta_2,\gamma}$.

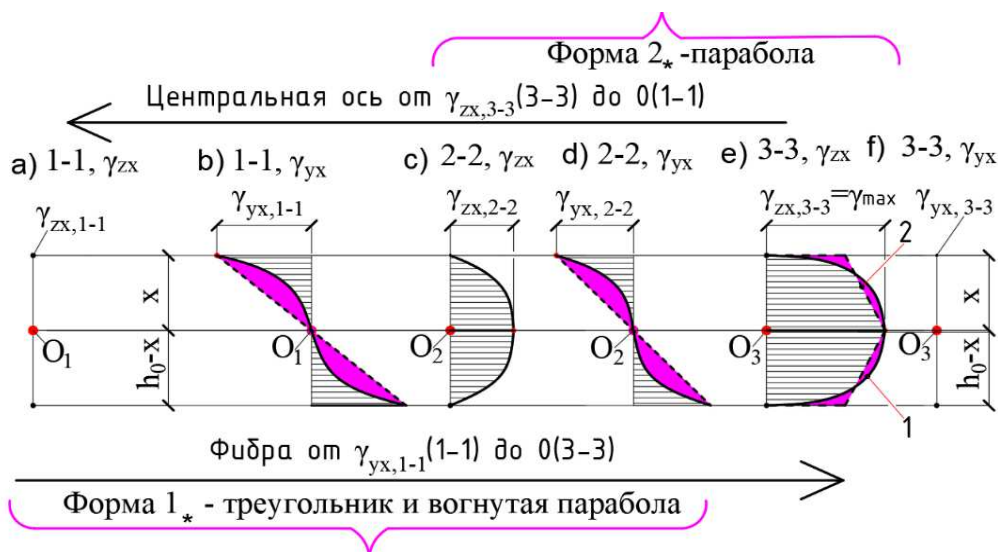


Рисунок 2 – Схема трансформации эпюры деформаций сдвига γ_{zx} , γ_{yx} :
 а, б - в нормальном сечении 1-1 проходящем в конце пространственной трещины, с, d то же, в промежуточном сечении 2-2; е - в сечении 3-3, проходящем в начале пространственной трещины;
 1 – парабола; 2 – трапеции

Представим схему определения сложной функции деформаций сдвига $f_{sum,\gamma}$ и градиенты ее изменения после образования трещины $f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc}$.

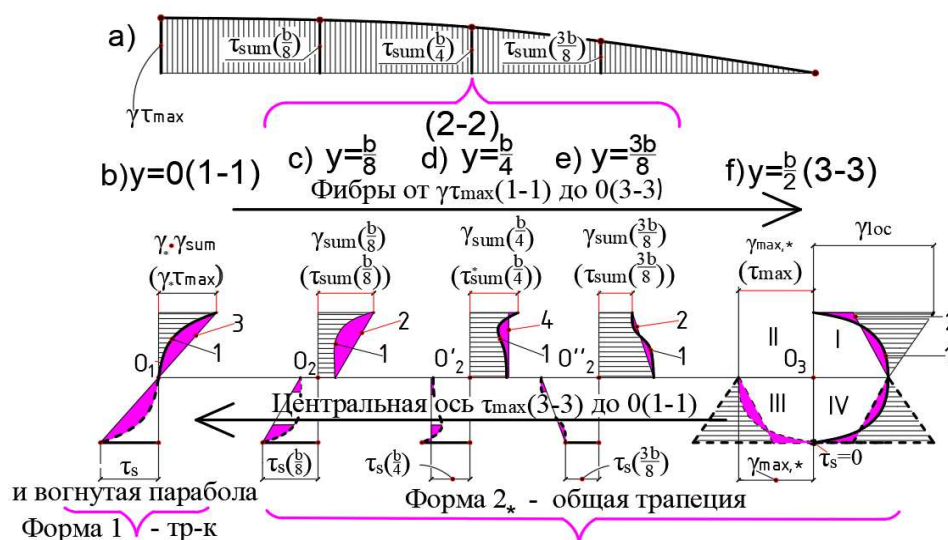


Рисунок 3 – Схема трансформации суммарной эпюры деформаций (напряжений) сдвига при переходе из расчетных сечений от 1-1 до 3-3 (а):

В - в сечении 1-1, вычитание от треугольника выпуклой параболы;

с - в сечении 2-2, трапеции для перехода от деформаций сечения 1-1 к деформациям в сечении 3-3 при $y = b/8$ (с вогнутой параболой); d - при $y = b/4$ (с комбинацией прямоугольника и параболы); e – при $y = 3b/8$ (с обратной выпуклой параболой); f - в сечении 3-3 при $y = b/2$ (для выпуклой параболы или кривой приближенной к трапеции):

1 – парабола, 2 – трапеция; 3 – треугольник, 4 – прямоугольник; I - IV – номера квадрантов с учетом знаков

Для этого сформулируем следующие теоремы:

1. Пропорция между деформациями сдвига $\gamma_2 \cdot \varphi_{los}$ и γ_1 для определения их отношений в расстояниях от нейтральной оси через специальную геометрическую фигуру, описываемую сложной функцией $f^{sum,\gamma}$, представляет собой **отношение** вектора r_1 от центра O (центра O*) до любой точки A и его горизонтальной проекции r_2 (рисунок 4):

$$\frac{\gamma_2 \cdot \varphi_{los}}{\gamma_1} = \frac{r_2}{r_1} \quad (5)$$

Здесь φ_{los} - коэффициент, определяемый по формуле:

$$\varphi_{los} = \gamma_c \cdot \gamma_{max} - \frac{\gamma_c \cdot \gamma_{max}}{(0,5b)^2} \cdot y^2 \quad (6)$$

γ_1 - суммарная угловая деформация, записываемая в евклидовом пространстве в виде вектора от точки O до любой точки A и от точки O* до любой точки A.

2. Пропорцию для вычисления расстояний от нейтральной оси сжатого бетона от x_k до $x_{k,*}$ (см. рисунок 4) на новой ступени нагружения, при определении депланации от деформаций сдвига через специальную геометрическую фигуру, можно записать через отношение соответствующих расстояний растянутой рабочей арматуры от $(h_0 - x_k)$ до $(h_0 - x_{k,*})$:

$$\frac{x_k}{x_{k,*}} = \frac{h_0 - x_k}{h_0 - x_{k,*}} \quad (7)$$

3. Пропорцию для вычисления неизвестных составляющих угловых деформаций γ_3 и γ_4 в определяющих уравнениях сложнапряженного железобетонного стержня [6-8] при определении депланации от деформаций сдвига через специальную геометрическую фигуру, можно записать, используя отношение расстояний z_k и $z_{k,*}$ из двух пар треугольников: первая пара- $\Delta_1(O_*, b, 1)$, $\Delta_2(O_*, c, 2)$, и вторая пара $\Delta_3(O_*, a, 1)$, $\Delta_4(O_*, d, 2)$:

$$\frac{\gamma_3}{\gamma_4} = \frac{z_k + x_k - x_{k,*}}{z_{k,*}} \quad (8)$$

В итоге, используя полученные соотношения суммарные деформации сдвига в рассматриваемом расчетном сечении на всех этапах деформирования конструкции могут быть вычислены умножением на коэффициент $k_{\gamma, sum}$:

$$k_{\gamma, sum} = \frac{\gamma_{sum, u}}{\gamma_{sum, el}} \quad (9)$$

В результате, используя эти соотношения (5)-(9) получена первая сложная функция $f_{5,*}(y, z)$ при переходе деформаций в точке 2, расположенной на расстоянии от опоры конструкции $x=a_i$ до рассматриваемого поперечного сечения, от пластической к упругопластической стадии деформирования (см. рисунок 4,б).

Запишем функцию для деформаций сдвига в расчетном сечении при образовании одной пространственной трещины в ее конце – в верхней сжатой области сечения:

$$f_{sum, \gamma, \Delta_1, crc} = \frac{f_{sum, \gamma}}{k_{\gamma, sum}} = \frac{1}{k_{\gamma, sum}} \frac{2\varphi_A}{125h^2\pi^3} \times$$

$$\sqrt{b^2 \left((487h - 5640) + 16y^2 (-101h + 1320) \right)^2 + 256y^2 \left(229h^3 + 202hz - 1320z^2 \right)^2} \quad (10)$$

Здесь $f_{sum, \gamma}$ – функция для деформаций сдвига в расчетном сечении без трещин; $f_{sum, \gamma, \Delta_1, crc}$ – функция для вычисления деформаций сдвига в сечении с одной пространственной трещиной в ее конце в верхней сжатой области x_B .

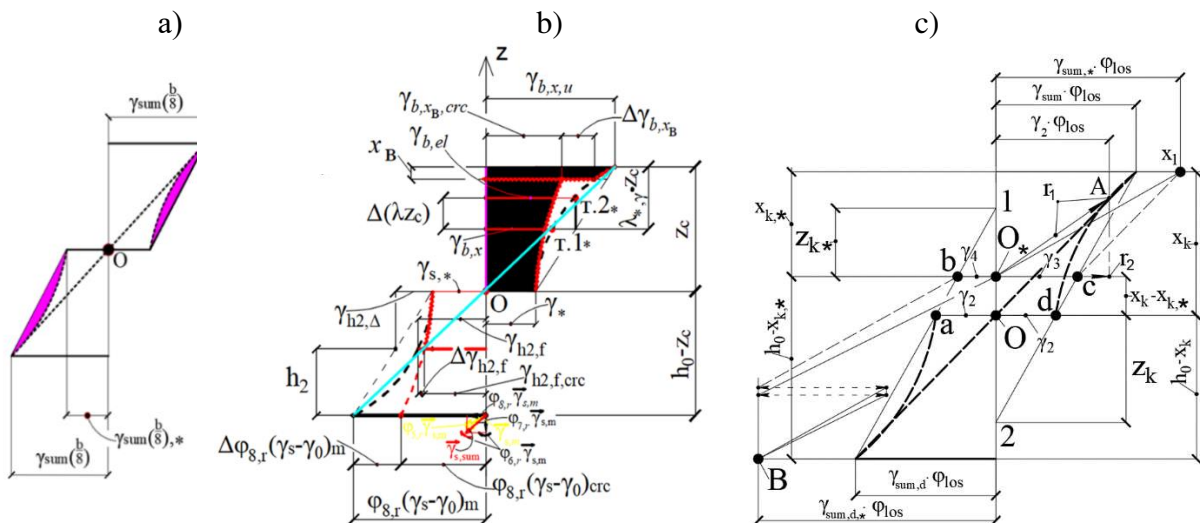


Рисунок 4 – Эпюры деформации сдвига в бетоне и арматуре:

а- в сечении для стадии I; б- то же для стадии II, с- параметры для определения x деформаций сдвига № 2 (100) 2022

Теперь, получив выражение (9), можем записать формулу для вычисления градиента изменения деформаций сдвига в верхней сжатой области сечения при образовании пространственной трещины:

$$f_{\gamma, \Delta_2} = f_{sum, \gamma} - f_{sum, \gamma, \Delta_1, crc} = f_{sum, \gamma} - \frac{f_{sum, \gamma}}{k_{\gamma, sum}} = f_{sum, \gamma} \left(1 - \frac{1}{k_{\gamma, sum}} \right) \quad (11)$$

Используя полученные аналитические выражения, проведен итоговый анализ точности аппроксимации деформаций сдвига предложенной первой сложной функцией $f_{5,*}(y, z)$ в сопоставлении с альтернативной аппроксимацией функцией Тимошенко-Гудьера. Была определена погрешность нахождения значения функции $f_{5,*}(y, z)$ по аргументам z и y в рассмотренных характерных точках сечения и в любых точках поперечного сечения, которая составила 2% и 7%, соответственно.

Выводы.

1. Предложены гипотезы и способ определения линейных и суммарных деформаций сдвига в железобетонных конструкциях, испытывающих кручение с изгибом до и после образования трещин, а также методика их реализации при помощи сложных функций из семейства метода сеток.

2. С использованием принятых гипотез о суммарных угловых деформациях получены векторы усилий в сжатом бетоне и арматуре с их расстояниями до любой точки А в расчетном сечении, а также специальная эпюра распределения деформаций в виде геометрической фигуры для определения депланации сечения и градиентов изменения деформаций при образовании пространственных трещин в рассматриваемых конструкциях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко В.М., Колчунов. Вл.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: АСВ, 2004. 472 с.
2. Верюжский Ю.В., Гольшев А.Б., Колчунов Вл.И., Ключева Н.В., Лисицин Б.М., Машков И.Л., Яковенко И.А. Справочное пособие по строительной механике. В двух томах.: Учебное пособие. М.: Изд-во АСВ, 2014. 432 с.
3. Гольшев А.Б., Колчунов. Вл.И. Сопротивление железобетона. К.: Основа. 2009. 432 с.
4. Гольшев А.Б., Колчунов. Вл.И., Яковенко И.А. Сопротивление железобетонных конструкций, зданий и сооружений, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях. К.: «Талком», 2015. 371 с.
5. Колчунов Вл.И., Федоров В.С. Понятийная иерархия моделей в теории сопротивления строительных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2020. №8. С. 16–23. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2020.08.16-23>.
6. Колчунов Вл. И., Демьянов А. И., Протченко М. В. Моменты в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением // Строительство и реконструкция. 2021. № 3(95). С. 27-46. <http://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46>.
7. Kolchunov V.I., Dem'yanov A., Protchenko M. The new hypothesis angular deformation and filling of diagrams in bending with torsion in reinforced concrete structures. Journal of Applied Engineering Science. 2022, Vol.19(4). Pp. 972-979, <http://doi.org/10.5937/jaes0-32660>
8. Kolchunov V., Demyanov A., Shankov V., Grichishnikov S. The New Linear Deformations Hypothesis of Reinforced Concrete Under Combined Torsion and Bending. Proceedings of MPCPE 2021. Lecture Notes in Civil Engineering, Vol. 182. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85236-8_9
9. Kolchunov V., Dem'yanov A., Naumov N. Analysis of the “nagel effect” in reinforced concrete structures under torsion with bending. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Pp. 953.
10. Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Travush V.I. Calculation model of a complex stress reinforced concrete element of a boxed section during torsion with bending // Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2021. №3(51). Pp. 7-26. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2021.51.3.001>.

11. Kim C., Kim S., Kim K.-H., Shin D., Haroon M., Lee J.-Y.: Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams with High-Strength Steel Bars. *ACI Struct. J.* 116, 251-233 (2019). <https://doi.org/10.14359/51718014>.
12. Bernardo L.: Modeling the Full Behavior of Reinforced Concrete Flanged Beams under Torsion. *Appl. Sci.* 9, 2730 (2019). <https://doi.org/10.3390/app9132730>.
13. Lin W. Experimental investigation on composite beams under combined negative bending and torsional moments. *Advances in Structural Engineering*, 24(6), 1456–1465 (2021). <https://doi.org/10.1177/1369433220981660>.
14. Křístek V., Průša J., Víték J.L. Torsion of Reinforced Concrete Structural Members // *Solid State Phenomena* 2018. Vol. 272. Pp. 178-184. <http://doi.org/10.4028/www.scientific.net/SSP.272.178>.
15. Santhakumar R., Dhanaraj R., Chandrasekaran E. Behaviour of retrofitted reinforced concrete beams under combined bending and torsion: A numerical study. *Electronic Journal of Structural Engineering*. 2007. No. 7. Pp. 1–7.
16. Kalkan I., Kartal S. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969–972.
17. Bernardo L. Modeling the Full Behavior of Reinforced Concrete Flanged Beams under Torsion. *Applied Sciences*. 2019. Vol. 9(13). p. 2750. <http://doi.org/10.3390/app9132730>.
18. Nahvi H., Jabbari M. Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2005. Vol. 47. Pp.1477-1497.
19. Vishnu H. Jariwalaa, Paresh V. Patel, Sharadkumar P. Purohit. Strengthening of RC Beams subjected to Combined Torsion and Bending with GFRP Composites. *Procedia Engineering*. 2013. Vol. 51. Pp. 282–289.
20. Tsai H.-C., Liao M.-C. Modeling Torsional Strength of Reinforced Concrete Beams using Genetic Programming Polynomials with Building Codes. *KSCSE Journal of Civil Engineering*. 2019. Vol. 23. Pp. 3464–3475. <http://doi.org/10.1007/s12205-019-1292-7>.

REFERENCES

1. Bondarenko V.M., Kolchunov. VI.I. Calculation models of the force resistance of reinforced concrete. M.: ASV, 2004. 472 p.
2. Veryuzhsky Yu.V., Golyshev A.B., Kolchunov VI.I., Klyueva N.V., Lisitsin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. Reference manual on structural mechanics. In two volumes.: Textbook. M.: ASV, 2014. 432 p.
3. Golyshev A.B., Kolchunov. VI.I. Reinforced concrete resistance. K: Osnova. 2009. 432 p.
4. Golyshev A.B., Kolchunov. VI.I., Yakovenko I.A. Resistance of reinforced concrete structures, buildings and structures erected in difficult engineering and geological conditions. K.: Talcom, 2015. 371 p.
5. Колчунов Вл. И., Федоров В.С. Conceptual hierarchy of models in the theory of resistance of building structur. *Industrial and civil engineering*. 2020. №8. Pp. 16–23. <https://doi.org/10.33622/0869-7019.2020.08.16-23>.
6. Kolchunov V.I., Demyanov A.I., Protchenko M.V. Moments in reinforced concrete structures under bending with torsion. *Building and Reconstruction*. 2021; (3): 27-46. (In Russ.) <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46>
7. Kolchunov VI., Dem'yanov A., Protchenko M., The new hypothesis angular deformation and filling of diagrams in bending with torsion in reinforced concrete structures // *Journal of Applied Engineering Science*. 2022. Vol.19(4). Pp. 972-979. <http://doi.org/10.5937/jaes0-32660>
8. Kolchunov V., Demyanov A., Shankov V., Grichishnikov S. The New Linear Deformations Hypothesis of Reinforced Concrete Under Combined Torsion and Bending. *Proceedings of MPCPE 2021. Lecture Notes in Civil Engineering*, Vol. 182. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85236-8_9
9. Kolchunov V., Dem'yanov A., Naumov N. Analysis of the “nagel effect” in reinforced concrete structures under torsion with bending. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. Pp. 953.
10. Karpenko N.I., Kolchunov VI.I., Travush V.I. Calculation model of a complex stress reinforced concrete element of a boxed section during torsion with bending. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2021. №3(51). Pp. 7-26. <https://doi.org/10.36622/VSTU.2021.51.3.001>.
11. Kim C., Kim S., Kim K.-H., Shin D., Haroon M., Lee J.-Y.: Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams with High-Strength Steel Bars. *ACI Struct. J.* 116, 251-233 (2019). <https://doi.org/10.14359/51718014>.
12. Bernardo L.: Modeling the Full Behavior of Reinforced Concrete Flanged Beams under Torsion. *Appl. Sci.* 9, 2730 (2019). <https://doi.org/10.3390/app9132730>.
13. Lin W. Experimental investigation on composite beams under combined negative bending and torsional moments. *Advances in Structural Engineering*, 2021, 24(6), Pp. 1456–1465. <https://doi.org/10.1177/1369433220981660>.

14. Křístek V., Průša J., Vitek J.L. Torsion of Reinforced Concrete Structural Members // Solid State Phenomena 2018. Vol. 272. Pp. 178-184. <http://doi.org/10.4028/www.scientific.net/SSP.272.178>.
15. Santhakumar R., Dhanaraj R., Chandrasekaran E. Behaviour of retrofitted reinforced concrete beams under combined bending and torsion: A numerical study. Electronic Journal of Structural Engineering, 2007. No. 7. Pp. 1–7.
16. Kalkan I., Kartal S. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. International Journal of Civil and Environmental Engineering, 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969–972.
17. Bernardo L. Modeling the Full Behavior of Reinforced Concrete Flanged Beams under Torsion. Applied Sciences, 2019. Vol. 9(13). p. 2750. <http://doi.org/10.3390/app9132730>.
18. Nahvi H., Jabbari M. Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model. International Journal of Mechanical Sciences, 2005. Vol. 47. Pp.1477-1497.
19. Vishnu H. Jariwalaa, Paresh V. Patel, Sharadkumar P. Purohit. Strengthening of RC Beams subjected to Combined Torsion and Bending with GFRP Composites. Procedia Engineering, 2013. Vol. 51. Pp. 282–289.
20. Tsai H.-C., Liao M.-C. Modeling Torsional Strength of Reinforced Concrete Beams using Genetic Programming Polynomials with Building Codes. KSCE Journal of Civil Engineering, 2019. Vol. 23. Pp. 3464–3475. <http://doi.org/10.1007/s12205-019-1292-7>.

Информация об авторе:

Колчунов Владимир Иванович

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия,

член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры уникальных зданий и сооружений.

E-mail: vlik52@mail.ru

Information about author:

Kolchunov Vladimir Iv.

Southwestern state university, Kursk, Russia,

corresponding member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Unique Buildings and Structures.

E-mail: vlik52@mail.ru