

ВЛ.И. КОЛЧУНОВ<sup>1,2</sup>, О.И. АЛЬ-ХАШИМИ<sup>1</sup>, М.В. ПРОТЧЕНКО<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН Российская Федерация, г. Москва, Россия

## ЖЕСТКОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ИЗГИБЕ ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ СИЛАМИ

**Аннотация.** В статье разработана модель для единичных составных полосок в блоке – клине и арках между наклонными трещинами, а также выполнена аппроксимация прямоугольных поперечных сечений с помощью малых квадратов в элементах матрицы.

Из анализа работ Н.И. Карпенко и С.Н. Карпенко получены «нагельные» усилия  $Q_s$  в продольной растянутой арматуре и сдвиг трещины  $\Delta_s$ , как функции ширины раскрытия и деформаций бетона в зависимости от косинуса угла  $\theta$ . При этом определены экспериментальные «нагельные» усилия  $Q_{s,exp}$  и зависимости сдвига трещины  $\Delta_{cr,exp}$  от  $a/h_0$  в виде экспоненты для деформаций арматуры  $\varepsilon_s \cdot m_{s,3}$  и расстояния  $l_x$ .

На основе принятых гипотез получен условный модуль сдвига шва  $\xi_m$  для полоски составной конструкции единичной длины при известной разности средних относительных линейных и угловых деформаций бетона (или арматуры). Это позволяет снизить порядок системы дифференциальных уравнений Ржаницына, а также получить в каждом шве суммарные угловые деформации  $\gamma_{zx, stitch, sum, i}$  бетона и «нагельный» эффект арматуры. При этом кривизны составных стержней связаны с суммарным изгибающим моментом в стержне из нескольких брусьев и суммой их жесткостей. Параметры матрицы жесткости для сжатой зоны бетона и рабочей арматуры получены из решения системы уравнений равновесия, деформаций и физических соотношений.

**Ключевые слова:** матрицы жесткости, поперечная сила, единичные составные полоски, арки с наклонными трещинами, модуль шва и кривизна, анкеровка, дифференциальные уравнения.

VL.I. KOLCHUNOV<sup>1,2</sup>, O.I. AL-HASHIMI<sup>1</sup>, M.V. PROTCHENKO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>South-West State University, Kursk, Russia

<sup>2</sup>Research Institute of Building Physics of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, Russia

## STIFFNESS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES UNDER BENDING WITH TRANSVERSE AND LONGITUDINAL FORCES

**Abstract.** The authors developed a model for single reinforced concrete strips in block wedge and arches between inclined cracks and approximated rectangular cross-sections using small squares in matrix elements. From the analysis of the works of N.I. Karpenko and S.N. Karpenko the "nagel"  $Q_s$  forces in the longitudinal tensile reinforcement and crack slip  $\Delta_s$ , as a function of the opening width and concrete deformations in relation to the cosine of the angle  $\theta$ . The experimental "nagel" forces  $Q_{s,exp}$  and crack slip  $\Delta_{cr,exp}$  dependences for the connection between  $\Delta_{cr,exp}$  and  $a/h_0$  in the form of an exponent for the reinforcement deformations  $\varepsilon_s \cdot m_{s,3}$  and spacing  $l_x$  are determined. The forces have been calculated for two to three cross-sections (single composite strips) of reinforced concrete structures.

On the bases of accepted hypothesis, a new effect of reinforced concrete and a joint modulus  $\xi_m$  in a strip of composite single local shear zone for the difference of mean relative linear and angular

deformations  $\gamma_{zx, stitch, s, i}$  of mutual displacements of concrete (or reinforcement) are developed. The hypothesis allows one to reduce the order of the system of differential equations of Rzhanitsyn and to obtain in each joint the total angular deformations of concrete and the "nagel" effect of reinforcement. The curvature of the composite bars has a relationship from the total bending moment of the bars to the sum of the rigidities. The stiffness physical characteristics of the matrix from the compressed concrete area and the working reinforcement are obtained in a system of equations of equilibrium and deformation, as well as physical equations.

**Keywords:** rigidity matrices, shear force, unit compound strips, arches with inclined cracks, suture modulus and curvature, anchors, differential equations.

### Введение

Повышение точности и надежности расчета железобетонных конструкций зданий и сооружений связано с развитием исследований по разработке новых расчетных моделей, особое место среди которых занимают сложно напряженные конструкции [1-4]. Появление новых технологий при сближении физических явлений, теории и практики расчета железобетона становится главным фактором создания эффективных и безопасных строительных конструкций [5-10].

Многолетние экспериментальные и теоретические исследования наклонных трещин для изгибаемых моментов, продольных и поперечных сил проводятся в основном для трещиностойкости и прочности железобетонных конструкций [11-16] и др. Однако существует относительно мало исследований для жесткости при наклонных трещинах (в том числе пересекающихся наклонных трещин [17, 18]).

### Модели и методы

Жесткость при действии изгибающего момента, продольной и поперечной силы предложено находить разбивкой сечений железобетонных элементов с боковыми и нормальными трещинами на малые элементы (рисунок 1). Изгибающий момент  $M_{bend, ij}$ , продольная  $N_{ij}$  и поперечная силы  $Q_{ij}$  построены для ряда поперечных сечений (1-6).

Жесткостные характеристики  $D_{ij}$  ( $i, j - 1, 2, 3$ ) получены в системе железобетонных блоков – клиньев, арок и расстояний между наклонными трещинами  $l_{crc, i}$  для расчетных уравнений в работах [19-21]. Кроме того, в нормах СП 63.13300.2018 получен случай без поперечной силы  $Q$  с наклонными трещинами.

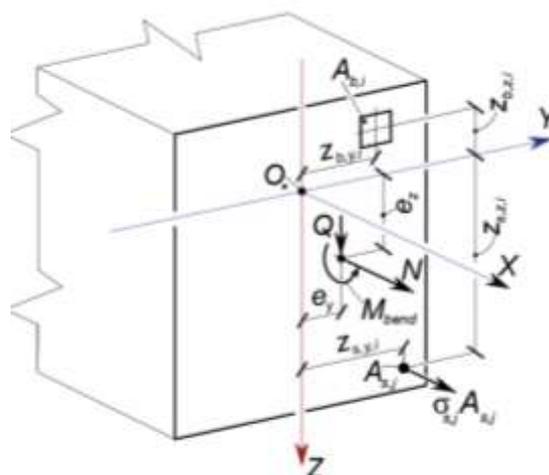


Рисунок 1 - Прямоугольное сечение с аппроксимацией малыми квадратами в растянутой и сжатой зоне для изгибающих моментов, а также продольной и поперечной сил в конструкции с боковыми и нормальными трещинами

Выполним прямой переход с известными  $M_x$ ,  $N$ ,  $Q$ , и неизвестными параметрами

$\frac{1}{r_x}$ ,  $\varepsilon_0$  и  $\Delta_Q$ :

$$D = \begin{bmatrix} M_x = D_{11,**} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{13,**} \cdot \varepsilon_0 + D_{14,**} \cdot \Delta_Q \\ N = D_{31,**} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{33,**} \cdot \varepsilon_0 + D_{34,**} \cdot \Delta_Q \\ Q = D_{41,**} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{43,**} \cdot \varepsilon_0 + D_{44,**} \cdot \Delta_Q \end{bmatrix} \quad (1)$$

Здесь коэффициенты жесткости второго алгебраического уровня определяются выражениями:

$$D_{11,**} = \frac{D_{33,*} + D_{41,**} \cdot D_{13,*} \cdot D_{34,*} - D_{41,**} \cdot D_{33,*} \cdot D_{14,*}}{D_{11,*} D_{33,*} - D_{13,*} \cdot D_{31,*}}; \quad (2)$$

$$D_{41,**} = \frac{-D_{41,*} \cdot D_{33,*} + D_{43,*} \cdot D_{31,*}}{D_{44,*} D_{11,*} D_{33,*} - D_{44,*} D_{13,*} \cdot D_{31,*} + D_{41,*} \cdot D_{13,*} \cdot D_{34,*} - D_{41,*} \cdot D_{33,*} \cdot D_{14,*} + D_{43,*} \cdot D_{31,*} \cdot D_{14,*} - D_{43,*} \cdot D_{11,*} \cdot D_{34,*}}. \quad (3)$$

В этих формулах обозначены:  $D_{11,**}$  — коэффициент второго уровня в элементах матрицы;  $D_{11,*}$  и  $D_{41,*}$  ( $D_{12,*} = 0$ ) — коэффициенты первого уровня. Получены также выражения для коэффициентов:  $D_{11,*} - D_{44,*}$ .

Коэффициенты **первого** алгебраического уровня:

$$D_{41,*} = \frac{-D_{14} \cdot D_{33} + D_{34} \cdot D_{13}}{D_{44} D_{11} D_{33} - D_{44} D_{13} \cdot D_{13} + 2D_{14} \cdot D_{13} \cdot D_{34} - D_{14} \cdot D_{14} \cdot D_{33} - D_{34} \cdot D_{34} D_{11}}; \quad (4)$$

Здесь обозначим  $D_{41,*}$  - коэффициент в элементах матрицы на первом уровне,  $D_{11}$  -  $D_{14}$  - коэффициенты в элементах матрицы жесткости на первом уровне которые можно вычислить по формулам СП 63.13330.2018.

Теперь можно выполнить **обратный переход**, когда известны деформации  $\frac{1}{r_x}$ ,  $\varepsilon_0$  и  $\Delta_Q$ , но не известны соответствующие им усилия  $M_x$ ,  $N$ ,  $Q$ :

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_x} = D_{11,*} \cdot M_x + D_{13,*} \cdot N + D_{14,*} \cdot Q \\ \varepsilon_0 = D_{31,*} \cdot M_x + D_{33,*} \cdot N + D_{34,*} \cdot Q \\ \Delta_Q = D_{41,*} \cdot M_x + D_{43,*} \cdot N + D_{44,*} \cdot Q \end{bmatrix} \quad (5)$$

Таким образом, получены элементы матрицы жесткости  $D_{p,q}$ , а также прямой **переход 1** от внутренних усилий  $M_x$ ,  $N$ ,  $Q$  к деформациям  $\frac{1}{r_x}$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $\Delta_Q$ . При этом получены математические уровни, - от первого до второго, соответственно.

Далее, для малых квадратов в сжатом бетоне, рабочей арматуре и трещинах получим выражения продольных деформаций  $\varepsilon_{0,x,j,i}$  (от нейтральной оси), кривизны  $\frac{1}{r_{y,j,i}}$  и поперечных перемещений  $\Delta_{Q,\Sigma}$ .

Относительная продольная деформация  $\varepsilon_{b,0,x,j,i}$  от изгиба нейтральной оси (Н.О.)  $\varepsilon_{b,0,x,j,i}^*$  следуя работам [19-22] может быть записана в виде:

$$\varepsilon_{b,0,x,j,i} = \varepsilon_{b,0,x,j,i}^* + \frac{a_{crc,0}}{l_{crc,0}}. \quad (6)$$

Здесь  $\Delta\varepsilon_{b,0,x,j,i}$  - внутренне (для трещины) приращения деформации от отрыва (ширины раскрытия  $a_{crc}$ ) берегов бетона  $\Delta\varepsilon_{b,0,x,j,i} = \frac{a_{crc,0}}{l_{crc,0}}$  или арматуры  $\Delta\varepsilon_{s,0,x,j,i} = \frac{a_{crc,0} \cdot k_r}{l_{crc,0}}$ . Внутренние приращения  $\Delta\varepsilon_{b,0,x,j,i}$  и  $\Delta\varepsilon_{s,0,x,j,i}$  находятся на уровне нейтральной оси (т.е. точка О\*).

Определим кривизну элемента  $\frac{1}{r_{y,j,i}}$  по формуле:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_{y,j,i}} &= \frac{\varepsilon_{n,up,i}}{z_{n,up,i} - z_{n,b,A,0,i}} = \frac{\varepsilon_{n,up,i} + \varepsilon_{n,d,i}}{\Delta h_i} \pm \Delta_{j,i} \left( \frac{1}{r_x} \right) = \\ &= \frac{\varepsilon_{n,up,i} + \varepsilon_{n,d,i}}{\Delta h_i} \pm \frac{\left( \frac{a_{crc} \cdot k_r}{l_{crc}} \right)_{n,up,i} + \left( \frac{a_{crc} \cdot k_r}{l_{crc}} \right)_{n,d,i}}{\Delta h_i}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $\varepsilon_{n,up,1,i}$  и  $\varepsilon_{n,d,1,i}$  – относительная продольная деформация верхней и нижней области 1 малого квадрата;  $\Delta h_i$  – высота малого квадрата; а также внутренние приращения  $\pm \Delta_{j,i} \left( \frac{1}{r_x} \right)$  от отрыва берегов (ширины раскрытия  $a_{crc}$ ) бетона  $\Delta\varepsilon_{b,up,x,j,i} = a_{crc} \cdot k_r / l_{crc}$  или арматуры  $\Delta\varepsilon_{s,d,x,j,i} = a_{crc} / l_{crc}$ .

Перемещение от поперечной силы  $Q$  записываются в виде:

$$\Delta_{Q,b,\Sigma} = \Delta_{Q,j,i} + \Delta_{don,b} = \frac{Q_{j,i}}{G_b(\lambda) \cdot A_{b,j,i}} \cdot \eta_{Q,b} + \Delta_{add,zx,b}(k_r); \quad (8)$$

$$\Delta_{Q,s,\Sigma} = \frac{Q_{j,i}}{G_s(\lambda) \cdot \frac{A_{s,j,i}}{\mu_s}} \cdot \eta_{Q,s} + \Delta_{add,zx,s}(k_r). \quad (9)$$

Здесь  $\Delta_{Q,\Sigma}$  - суммарные перемещения от поперечной силы  $\Delta_{Q,j,i}$ ;  $\Delta_{add,zx,b}(k_r)$  - внутренние приращения от раскрытия трещины (т.е.  $\Delta_{crc,zx}$ ).

Определим **перемещения  $\Delta_Q$  от действия поперечной силы** в наклонном сечении. Тогда жесткость будет получена через пересекающиеся трещины в зоне действия поперечной силы для единичных составных полосок, а также блоков клина и арки на участках  $l_{crc,i}$  в изогнутой оси (рисунок 2).

Такая схема и разработанная гипотеза о деформациях в рассматриваемой зоне позволяет снизить порядок системы дифференциальных уравнений составного стержня А.Р.Ржаницына (см. систему уравнений (14)) при наличии трещин, возникающих в произвольной точке шва сдвига, где разность относительных средних угловых и линейных деформаций, которые накапливаются и усредняются в пределах местных зон, прилегающих к шву между смежными трещинами [23] пропорциональна в направлении продольной оси составного железобетонного стержня.

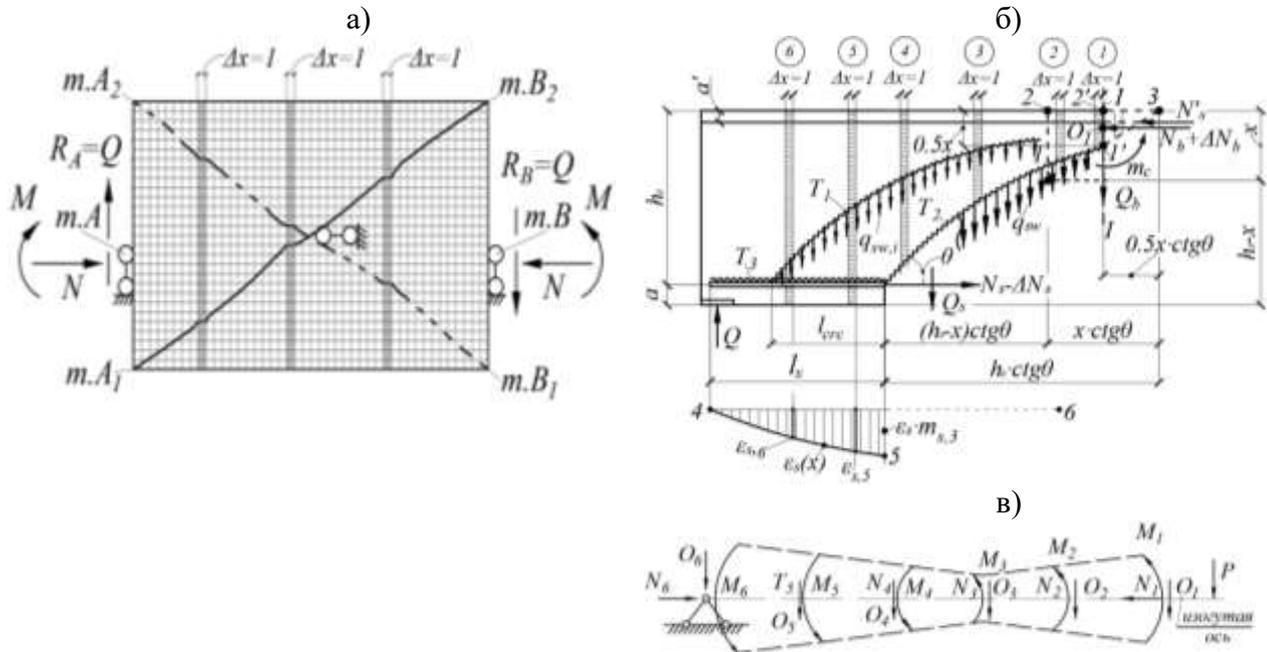


Рисунок 2 – К определению перемещений в зоне наклонных(перекрестных) трещин: схема поперечных единичных составных полосок (а); блок – клин и арки  $l_{crv,i}$  (б), изогнутая ось для определения внутренних усилий (в)

$$k_{i,m} \cdot \gamma_{b,m} = \epsilon_{qm}; \quad (10)$$

$$\tau_q = k_{i,m} \cdot \gamma_{b,m} \cdot \xi_m = \epsilon_{qm} \xi_m \quad (11)$$

$$\tau' = \frac{T''}{\xi_{\Delta}}; \quad (12)$$

$$\tau' = \frac{T'}{\xi_m} = \frac{T'}{\xi_m} = \gamma T + \Delta; \quad (13)$$

$$\begin{cases} \frac{T_1}{\xi_{m,1}} - \Delta_{11}T_1 - \Delta_{12}T_2 - \dots - \Delta_{in}T_n = \Delta_{10}; \\ \frac{T_2}{\xi_{m,2}} - \Delta_{21}T_1 - \Delta_{22}T_2 - \dots - \Delta_{2n}T_n = \Delta_{20}; \\ \frac{T_n}{\xi_{m,n}} - \Delta_{ni}T_i - \Delta_{n2}T_2 - \dots - \Delta_{nn}T_n = \Delta_{n0}. \end{cases} \quad (14)$$

При наличии трещин в рассматриваемой зоне

$$\Delta = -\frac{N_{0.1}}{(E_{b,1}A_{b,1})_{ekv}} + \frac{N_{0.2}}{(E_{b,2}A_{b,2})_{ekv}} - \frac{f(x_{crv})}{r_y}; \quad (15)$$

$$\lambda = \sqrt{\xi\gamma} = \sqrt{\xi \left[ \frac{1}{(E_{b,1}A_{b,1})_{ekv}} + \frac{1}{(E_{b,2}A_{b,2})_{ekv}} + \frac{f^2(x_{cre})}{M \times r_y} \right]}; \quad (16)$$

Здесь  $T_1, T_2, T_n$  - суммарные сдвигающие усилия в 1, 2, n-ом стержнях, накапливаемые по длине стержня от его начала до рассматриваемого сечения,  $\xi_{m,1}, \xi_{m,2}, \xi_{m,n}$  - условный модуль в единичной зоне шва сдвига,  $\Delta$  - перемещения по заданному направлению;  $\varepsilon_{qm}, \gamma_{b,m}$  - разность средних относительных линейных и угловых деформаций взаимных смещений бетона и арматуры в зоне шва между смежными трещинами;  $(E_{b,1}A_{b,1})_{ekv}, (E_{b,2}A_{b,2})_{ekv}$  - эквивалентные жесткости [23].

Из анализа имеющихся опытных данных испытаний составных конструкций построена экспериментальная зависимость сдвига трещины  $\Delta_{cre,exp}(a/h_0)$  в виде кривой приведенной на рисунке 3:

$$\Delta_{cre,exp} = e^{-\lambda \left( \frac{a}{h_0} + A \right)} + C \quad (17)$$

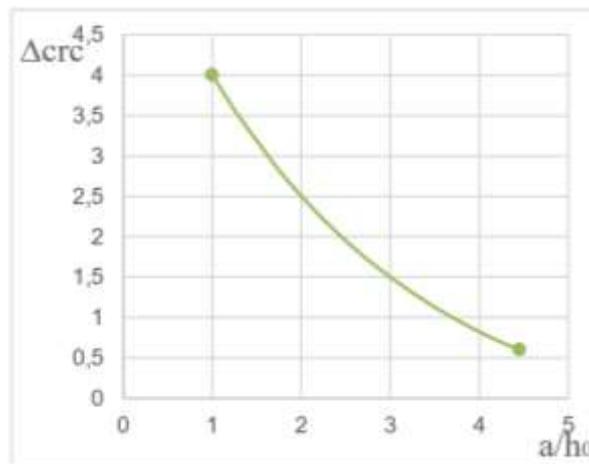


Рисунок 3 – График зависимости  $\Delta_{cre} - \frac{a}{h_0}$

Данная экспонента имеет следующие характерные точки:

т.1, -  $\Delta_{cre,1} = 4 \text{ мм}, a_1/h_0 = 1 \text{ мм}$ ; т.2  $\Delta_{cre,2} = 1,5 \text{ мм}, a_2/h_0 = 3$ ; т.3  $\Delta_{cre,3} = 1 \text{ мм}, a_3/h_0 = 3,7 \text{ мм}$ .

Тогда из уравнения получим:  $4 = e^{-\lambda(1+A)} + C$ ;  $1 = e^{-\lambda(3,7+A)} + C$ ;

В результате вычислений находим  $\lambda = 0,397512$ ;  $A = -4,816204$ ;  $C = -0,55847$ .

Таким образом, зависимость для сдвигающих деформаций в трещине имеет вид:

$$\Delta_{cre} = e^{-0,397512 \left( \frac{a}{h_0} - 4,816204 \right)} - 0,55847. \quad (18)$$

Теперь важно в области анкеровки найти зависимость относительных деформаций арматуры  $\varepsilon_s$  (см.рисунок 2,б), которую можно записать в виде:

$$\varepsilon_s \cdot m_{s,3} = A \cdot l_x^2 + B \cdot l_x + C. \quad (19)$$

Здесь  $\frac{1}{l_{an}} = m_{s,3}$  - коэффициент из условия анкеровки, параметры: А, В, и С

вычисляются по формулам:  $A = \frac{\varepsilon_s \cdot m_{s,3}}{l_x^2 - 2l_x}$ ;  $B = -\frac{\varepsilon_s \cdot m_{s,3}}{l_x^2 - 2l_x} 2l_x$ ;  $C = 0$ .

Тогда для относительных деформаций арматуры  $\varepsilon_s$  получим:

$$\varepsilon_s \cdot m_{s,3} = \frac{\varepsilon_s \cdot m_{s,3}}{l_x^2 - 2l_x} \cdot l_x^2 - \frac{\varepsilon_s \cdot m_{s,3}}{l_x^2 - 2l_x} 2l_x \cdot l_x. \quad (20)$$

**Определение деформаций и напряжений.** После определения усилия в связях сдвига осевая сила  $N_i$  в каждом элементе составного стержня определяется по формуле:

$$N_i = N_i^0 - T_i + T_{i+1}. \quad (21)$$

Здесь  $T_i, T_{i+1}$  - суммарные сдвигающие усилия в  $i$ -ом стержне.

Внутренний момент  $M_i$  в одном стержне равен:

$$M_i = \frac{M^0 E_i I_i}{\sum EI} - \sum_{j=1}^n \frac{T_j c_j E_j I_j}{\sum EI}. \quad (22)$$

Здесь  $c_i$  - расстояние между центрами тяжести смежных стержней, разделяемых  $i$ -м швом;  $\sum EI$  - сумма жесткостей от составных стержней.

Для стержня, составленного из нескольких брусьев, прогиб может быть определен после вычисления суммарного изгибающего момента:

$$M = M^0 - \sum_{i=1}^n T_i c_i M. \quad (23)$$

Продольные напряжения и линейные деформации в каждом составляющем стержне определяются по формуле:

$$\sigma_{x,i} = \frac{N_i}{A_{ix,i}} + \frac{M_i z_i}{I_i}. \quad (24)$$

$$\varepsilon_{x,i} = \frac{N_i}{E(\lambda)A_i} + \frac{M_i z_i}{E(\lambda)I_i}. \quad (25)$$

Здесь  $z_i$  - расстояние от центра тяжести сечения  $i$ -го стержня до рассматриваемого волокна.

Далее находится выражение для кривизны составных стержней:

$$\frac{1}{r_x} = y'' = -\frac{M}{\sum EI}. \quad (26)$$

Эпюра продольных напряжений в составном стержне получается ступенчатой во всех стержнях. Для того чтобы определить касательные напряжения  $\tau_{zx}$  в  $i$ -м стержне, рассмотрим равновесие призмы длиной  $dx$  и высотой  $z_i + b_{i+1}$ , вырезанной из  $i$ -го стержня. Проецируя все усилия на ось  $x$ , получим:

$$B(z_i) \tau_{zx} = -\frac{d}{dx} \int_{-b_{i-1}}^{z_i} B(t) \cdot \sigma_x(t) dt + \tau_{i-1}, \quad (27)$$

и с учетом формулы (25):

$$\tau_{zx} = \frac{1}{B(z_i)} \left[ -\frac{N'_i}{F_i} F(z_i) - \frac{M'_i S(z_i)}{I_i} + \tau_{i-1} \right], \quad (28)$$

Здесь  $F(z_i)$ ,  $S(z_i)$  - площадь части сечения  $i$ -го стержня, расположенная выше уровня  $z_i$  и статический момент этой площади относительно центральной оси сечения  $i$ -го стержня;  $B(z_i)$  - ширина сечения на уровне  $z_i$ ; для прямоугольного поперечного сечения  $B(t) = B = \text{const}$  и  $S(z_i) = S$ .

Тогда, с учетом (21) и (22), касательные напряжения в каждом составляющем стержне, полагая  $N_i^0 = \text{const}$ , будут равны:

$$\tau_{zx} = \frac{1}{B(z_i)} \left[ \frac{\tau_i - \tau_{i-1}}{F_i} F(z_i) - \frac{Q^0 E_i I_i}{\sum EI} \cdot \frac{S(z_i)}{I_i} + \sum_{j=1}^n \tau_j c_j \frac{E_j I_j}{\sum EI} \frac{S(z_i)}{I_j} + \tau_{i-1} \right], \quad (29)$$

где  $Q^0 = M^0$ .

Угловые деформации в каждом составном стержне [19-22]:

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G(\lambda)} = \frac{\tau_{zx} \cdot 2(1+\nu(\lambda))}{E(\lambda)}. \quad (30)$$

Угловые деформации в каждом шве составного стержня:

$$\gamma_{zx, stitch, b, i} = \frac{T'_{zx, stitch, b, i}}{G_m} = \frac{\tau_{zx, stitch, b, i}}{G_m} = \frac{\tau_{zx, stitch, b, i}}{k_{i, m} \cdot \xi_m}. \quad (31)$$

Здесь  $T'_{zx, stitch, b, i}$  находится из системы дифференциальных уравнений (14).

Далее получим дополнительное усилие от «нагельного» эффекта, хомутов. При этом отдельно учитываем интенсивность нагрузки в хомутах  $Q_{sw}$  от продольной силы для модели блока- клин и модели арки :

$$Q_s = \frac{\sigma_s A_s \text{ctg} \theta}{\eta_\tau} \leq Q_{s, \text{exp}}, \quad (32)$$

$$\Delta_s = \frac{0.5 a_{crc, s} \sin \theta - N_s B_s}{0.5 \cos \theta} \leq \Delta_{\text{exp}, s}. \quad (33)$$

Здесь  $\eta_\tau$  - переходной коэффициент который согласно работ [24-26]; до текучести в арматуре принимается  $\eta_\tau = 13-17$  (в среднем  $\eta_\tau = 16$ ), а после текучести (при  $\sigma_s = R_s$ )  $\eta_\tau = 20-25$ ;  $Q_{s, \text{exp}}$  - экспериментально полученное «нагельное» усилие.

Сдвиг трещины  $\Delta_{crc}$  находится по формуле (18).

Касательные напряжения и угловые деформации для «нагельного» эффекта вычислим по формулам:

$$\tau_{zx, stitch, s, i} = \frac{Q_s}{A_s} = \frac{\sigma_s A_s \text{ctg} \theta}{\eta_\tau A_s} = \frac{\sigma_s \text{ctg} \theta}{\eta_\tau}, \quad (34)$$

$$\gamma_{zx, stitch, s, i} = \frac{Q_s}{A_s G_m} = \frac{\tau_{zx, stitch, i}}{G_m} = \frac{\tau_{zx, stitch, i}}{k_{i, m} \cdot \xi_m} = \frac{\sigma_s \text{ctg} \theta}{\eta_\tau \cdot k_{i, m} \cdot \xi_m}. \quad (35)$$

Сумарные угловые деформации бетона и арматуры имеют равны:

$$\gamma_{zx, stitch, sum, i} = \gamma_{zx, stitch, b, i} + \gamma_{zx, stitch, s, i}. \quad (36)$$

Градиенты (скачки) на эпюре продольных напряжений в каждом шве равны  $T'_i / \xi_i$ .

В итоге, используя приведенные расчетные зависимости, получим **жесткостные физические характеристики** (рисунок 4)  $D_{pq}$  (p, q - 1, 2, 3) в системе уравнений, которые записаны в формуле (1).

Расчет выполняется на основе нелинейной деформационной модели (СП 63.13330.2018), но дополнительно с учетом наклонных трещин при действии поперечной силы. При составлении уравнений равновесия учитываются следующие принципы:

- распределение относительных деформаций бетона и арматуры по высоте сечения элемента принимают по линейному закону (гипотеза плоских сечений);
- связь между осевыми напряжениями и относительными деформациями бетона и арматуры принимают в виде диаграмм состояния (деформирования) бетона и арматуры;
- сопротивление бетона растянутой зоны допускается не учитывать, принимая при  $\varepsilon_{bi} \geq 0$  (напряжения  $\sigma_{bi} = 0$ ).

Переход к внутренним усилиям выполняют из эпюры напряжений при помощи численного интегрирования по нормальному сечению. При расчете элементов с использованием деформационной модели принимают также что значения сжимающей продольной силы, а также сжимающих напряжений и деформаций укорочения бетона и арматуры имеют отрицательный знак, а растягивающие напряжения и деформации удлинения бетона и арматуры – положительный знак.

Положение центра тяжести и точек приложения усилий принимают в соответствии с системой координат, начало которой расположено в точке  $O^*$  (см.рисунок 1).



Рисунок 4 – Схема вычисления жесткости прямоугольных поперечных сечений с помощью малых квадратов матрицы  $3 \times 3$  в элементах  $a_{ij}$  для параметров от  $D_{11}$  до  $D_{33}$

При расчете нормальных сечений по прочности в общем случае (см. рисунок 1) используют уравнения равновесия внешних сил и внутренних усилий в нормальном сечении элемента:

$$M_y = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} \cdot Z_{byi} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj} \cdot Z_{syj} ; \quad (37)$$

$$N = \sum_i \sigma_{bi} \cdot A_{bi} + \sum_j \sigma_{sj} \cdot A_{sj} , \quad (38)$$

а также уравнений, определяющих распределение деформаций по сечению элемента:

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{byi} ; \quad (39)$$

$$\varepsilon_{sj} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{byj}; \quad (40)$$

и зависимостей, связывающих напряжения и относительные деформации бетона и арматуры:

$$\sigma_{bi} = E_b \cdot \nu_{bi} \cdot \varepsilon_{bi}; \quad (41)$$

$$\sigma_{sj} = E_{sj} \cdot \nu_{sj} \cdot \varepsilon_{sj}. \quad (42)$$

В уравнениях (37) - (42) обозначено:  $M_y$  - изгибающий момент от внешней нагрузки относительно выбранных координатных осей;  $N$  - продольная сила от внешней нагрузки;  $e_y$ ,  $e_z$  - расстояния от точки приложения продольной силы  $N$  до соответствующих выбранных осей;  $A_{bi}, Z_{byi}, Z_{bzi}$  - площадь, координаты центра тяжести  $i$ -го участка бетона и напряжение на уровне его центра тяжести;  $A_{sj}, Z_{syj}, Z_{szj}, \sigma_{sj}$  - площадь, координаты центра тяжести  $j$ -го стержня арматуры и напряжение в нем;  $\varepsilon_0$  - относительная деформация волокна, расположенного на пересечении выбранных координатных осей (в точке 0);  $\frac{1}{r_y}$  - кривизна продольной оси в рассматриваемом поперечном сечении элемента в плоскости действия изгибающих моментов  $M_y$ ;  $E_b$  - начальный модуль упругости бетона;  $E_{sj}$  - модуль упругости  $j$ -го стержня арматуры;  $\nu_{bi}$  - коэффициент упругости бетона  $i$ -го участка;  $\nu_{sj}$  - коэффициент упругости  $j$ -го стержня арматуры.

Коэффициенты  $\nu_{bi}$  и  $\nu_{sj}$  принимают по соответствующим диаграммам состояния бетона и арматуры. При этом используют зависимости "напряжение-деформация" (СП 63.13330.2018) на рассматриваемых участках диаграмм:

$$\nu_{bi} = \frac{\sigma_{bi}}{E_b \cdot \varepsilon_{bi}}; \quad (43)$$

$$\nu_{sj} = \frac{\sigma_{sj}}{E_{sj} \cdot \varepsilon_{sj}}. \quad (44)$$

Расчет нормальных сечений железобетонных элементов по прочности производят из условий:

$$|\varepsilon_{b,\max}| \leq \varepsilon_{b,ult}; \quad (45)$$

$$|\varepsilon_{s,\max}| \leq \varepsilon_{s,ult}, \quad (46)$$

Здесь  $\varepsilon_{b,\max}$  - относительная деформация наиболее сжатого волокна бетона в нормальном сечении элемента от действия внешней нагрузки;  $\varepsilon_{s,\max}$  - относительная деформация наиболее растянутого стержня арматуры в нормальном сечении элемента от действия внешней нагрузки;  $\varepsilon_{b,ult}$  - предельное значение относительной деформации бетона при сжатии;  $\varepsilon_{s,ult}$  - предельное значение относительной деформации удлинения арматуры.

Используя приведенные формулы жесткостные характеристики  $D_{ij}$  ( $i, j - 1, 2, 3$ ) в расчетной системе уравнений для матрицы  $D_{11} - D_{33}$  (см. рисунок 4) могут быть выражены в следующем виде, например, для коэффициента  $D_{11}$ , получено:

$$\begin{aligned}
 D_{11} = & \sum_{i=1}^m (z_{bz,j,i} \cdot v_b \cdot E_b \cdot \omega_{\sigma,i} \cdot A_{b,c,i} \cdot z_{b,i} + z_{bz,j,i} \cdot v_b \cdot E_b \cdot \omega_{\sigma,i} \cdot A_{b,c,ad,i} \cdot z_{b,i}) + \\
 & + \sum \left( z_{sz,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \omega_r \cdot A_{s,i,rig} \cdot [h - x - a_{s,i,rig}] \right) + \sum \left( z_{sz,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \omega_r \cdot A_{s,i,lef} \cdot [h - x - a_{s,i,lef}] \right) + \\
 & + \varphi_{7,*} \cdot rig \sum \left( z_{sz,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \omega_r \cdot A_{s,rig} \cdot (0,5c_{inc,i-1} - 0,5l_2 - z_{sw} \pm a_j) \right) + \\
 & + \varphi_{7,*} \cdot lef \sum \left( z_{sz,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \omega_r \cdot A_{s,lef} \cdot (0,5c_{inc,i-1} - 0,5l_2 - z_{sw} \pm a_j) \right) - \\
 & - \varphi_{5,*} \cdot rig \sum \left( z_{sz,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \omega_r \cdot A_{s,rig} \right) - \varphi_{5,*} \cdot lef \sum \left( z_{sz,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \cdot \omega_r \cdot A_{s,lef} \right) + \\
 & + (-\varphi_{8,*} \cdot z_{sz,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \sum \omega_{s,*} A_{s,*} - \varphi_{8,*} \cdot rig \cdot z_{sz,j,i} \cdot v_s \cdot E_s \sum \omega_{rig,*} A_{s,rig}) \cdot a_{m,b,j} \pm \\
 & \pm (\varphi_{z,1} \cdot z_{bz} \cdot v_b \cdot E_b \cdot \varphi_{1,*} \cdot x_{B,k} \cdot b \cdot e_z + \varphi_{z,1} \cdot z_{bz} \cdot v_b \cdot E_b \cdot \varphi_{1,*} (x_k - x_{B,k}) \cdot b \cdot e_z - \\
 & - z_{sz} \cdot v_b \cdot E_b \sum \omega_{up} \cdot A_{sc,up,i} \cdot e_z + z_{sz} \cdot v_s \cdot E_s \sum \omega_{rig} \cdot A_{s,i,rig} \cdot e_z - z_{sz} \cdot v_s \cdot E_s \sum \omega_{c,rig} \cdot A_{sc,i,rig} \cdot e_z + \\
 & + z_{sz} \cdot v_s \cdot E_s \sum \omega_{lef} \cdot A_{s,i,lef} \cdot e_z - z_{sz} \cdot v_s \cdot E_s \sum \omega_{c,lef} \cdot A_{sc,i,lef} \cdot e_z). \quad (47)
 \end{aligned}$$

Кроме того, в частном случае при  $M_t = 0$  и  $N = 0$  прямая матрица записывается в виде:

$$D = \begin{pmatrix} M_x = D_{11,**} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{14,**} \cdot \Delta Q \\ Q = D_{41,**} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{44,**} \cdot \Delta Q \end{pmatrix} \quad (48)$$

Коэффициенты второго алгебраического уровня определяются по формуле:

$$D_{11,**} = \frac{D_{44,*}}{D_{11,*} D_{44,*} - D_{14,*} \cdot D_{41,*}} \quad (49)$$

Здесь,  $D_{11,**}$  - коэффициент второго уровня в элементах матрицы, выражен через коэффициенты на первом уровне ( $D_{11,*}$  и  $D_{14,*}$ ). Дополнительно получены также коэффициенты второго уровня  $D_{13,**}$ ,  $D_{14,**}$ ,  $D_{31,**}$ ,  $D_{33,**}$ ,  $D_{34,**}$ ,  $D_{41,**}$ ,  $D_{43,**}$ ,  $D_{44,**}$ .

Обратная матрица жесткости железобетонного элемента с трещинами имеет вид:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_x} = \frac{D_{44}}{D_{11} D_{44} - D_{14} \cdot D_{14}} \cdot M_x + \frac{-D_{14}}{D_{11} D_{44} - D_{14} \cdot D_{14}} \cdot Q \\ \Delta Q = \frac{-D_{14}}{D_{44} D_{11} - D_{14} \cdot D_{14}} \cdot M_x + \frac{D_{11}}{D_{44} D_{11} - D_{14} \cdot D_{14}} \cdot Q \end{bmatrix}. \quad (50)$$

Коэффициенты **первого** алгебраического уровня записываются в виде:

$$D_{14,*} = \frac{-D_{14}}{D_{44} D_{11} - D_{14} \cdot D_{14}}. \quad (51)$$

Аналогично получены коэффициенты первого уровня  $D_{13,*}$ ,  $D_{14,*}$ ,  $D_{31,*}$ ,  $D_{33,*}$ ,  $D_{34,*}$ ,  $D_{41,*}$ ,  $D_{43,*}$ ,  $D_{44,*}$ .

Для изгибаемых, внецентренно сжатых бетонных элементов, в которых не допускается образование трещин, расчет производится с учетом работы растянутого бетона в поперечном сечении элемента из условия:

$$\varepsilon_{bt,max} \leq \varepsilon_{bt,ult}. \quad (52)$$

Здесь  $\varepsilon_{bt,max}$  - относительная деформация наиболее растянутого волокна бетона в нормальном сечении элемента от действия внешней нагрузки;  $\varepsilon_{bt,ult}$  - предельное значение относительной деформации бетона при растяжении.

Предельные значения относительных деформаций бетона  $\varepsilon_{b,ult}$  ( $\varepsilon_{bt,ult}$ ) принимают при двузначной эпюре деформаций (сжатие и растяжение) в поперечном сечении бетонного элемента (изгиб, внецентренное сжатие или растяжение с большими эксцентриситетами).

При внецентренном сжатии или растяжении элементов и распределении в поперечном сечении бетона элемент деформаций только одного знака предельные значения относительных деформаций бетона  $\varepsilon_{b,ult}$  ( $\varepsilon_{bt,ult}$ ) определяют в зависимости от соотношения деформаций бетона на противоположных гранях сечения элемента  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  ( $|\varepsilon_2| \geq |\varepsilon_1|$ ) по формулам:

$$\varepsilon_{b,ult} = \varepsilon_{b2} - (\varepsilon_{b2} - \varepsilon_{b0}) \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad (53)$$

$$\varepsilon_{bt,ult} = \varepsilon_{bt2} - (\varepsilon_{bt2} - \varepsilon_{bt0}) \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (54)$$

Здесь  $\varepsilon_{b0}$ ,  $\varepsilon_{bt0}$ ,  $\varepsilon_{b2}$ ,  $\varepsilon_{bt2}$  - деформационные параметры расчетных диаграмм состояния бетона принимаемые по действующим нормам (СП 63.13330). Предельные значения относительной деформации арматуры  $\varepsilon_{s,ult}$  принимают равными: 0,025 - для арматуры с физическим пределом текучести; 0,015 - для арматуры с условным пределом текучести.

### Выводы

1. Предложены расчетные зависимости для определения жесткости железобетонных конструкций с наклонными трещинами при действии изгибающего момента  $M_{bend}$ , продольной  $N$  и поперечной силы  $Q$ . Эти зависимости получены на основе вычисления продольных деформаций  $\varepsilon_{0,x,j,i,*}$ , кривизн  $\frac{1}{r_{x,j,i,*}}$  и поперечных перемещений  $\Delta_{Q,j,i,*}$  для участков конструкции с трещинами моделируемых составными полосками, клиньями и арками, а деформаций в сжатом бетоне и рабочей арматуре - малыми квадратами. При этом в расчетных зависимостях получены дополнительные продольный и поперечный сдвиги между образующимися наклонными трещинами.

2. Получен условный модуль для единичной зоны шва сдвига ( $\xi_m$ ) и зависимости для разности средних относительных линейных  $\varepsilon_{qm}$ , и угловых  $\gamma_{b,m}$  деформаций в зоне шва между смежными трещинами. Такая схема и принятая гипотеза о деформациях в рассматриваемой зоне контакта, позволяют снизить порядок системы дифференциальных уравнений составного стержня А.Р. Ржаницына при наличии трещин и дополнительно учесть эти трещины в расчетных параметрах составного стержня  $\Delta$  и  $\lambda$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лессинг Н.Н., Руллэ Л.К. Общие принципы расчета прочности железобетонных стержней на изгиб с кручением. В сб. НИИЖБ: Теория железобетона, посвященном 75-летию со дня рождения А.А. Гвоздева. 1972. С. 43-49.
2. Залесов А.С., Хозяинов Б.П. Прочность железобетонных элементов при кручении и изгибе // Известия вузов, разд. Строительство и архитектура. 1991. №1. С. 1-4.

3. Карпенко Н.И. К определению деформаций стержневых железобетонных коробчатых элементов с трещинами при кручении // Реферативный сб. ЦИНИСА: Межотраслевые вопросы строительства. «Отечественный опыт». 1970. №10. С. 39-42.
4. Карпенко Н.И. К расчету деформаций железобетонных стержней с трещинами при изгибе с кручением. Сб. НИИЖБ: Теория железобетона, посвященном 75-летию со дня рождения А.А. Гвоздева. М.: Стройиздат. 1972. С. 50-59.
5. Арзамасцев С.А., Родевич В.В. К расчету железобетонных элементов на изгиб с кручением // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2015. №9. С. 99-109.
6. Pker Kalkan, Saruhan Kartal. Torsional Rigidity of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling // International Journal of Civil and Environmental Engineering. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969-972.
7. Klein G., Lucier G., Rizkalla S., Zia P., Gleich H. Torsion simplified: a failure plane model for design of spandrel beams // ACI Concrete International Journal, February 2012. Pp.1-19.
8. Lin W. Experimental investigation on composite beams under combined negative bending and torsional moments // Advances in Structural Engineering. 2021. 24(6). Pp. 1456-1465. <https://doi.org/10.1177/1369433220981660>.
9. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Коноров А.В. Результаты экспериментальных исследований конструкций квадратного и коробчатого сечений из высокопрочного бетона при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. 2018. №6 (80). С. 32-43.
10. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Коноров А.В. Основные результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций из высокопрочного бетона В100 круглого и кольцевого сечений при кручении с изгибом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. №15(1). С. 51-61.
11. Демьянов А.И., Сальников А.С., Колчунов В.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // Строительство и реконструкция. 2017. №4(72). С. 17-26.
12. Колчунов В.И., Колчунов В.И., Федорова Н.В. Деформационные модели железобетона при особых воздействиях // Промышленное и гражданское строительство. 2018. №8. С. 54-60.
13. Колчунов В.И., Федоров В.С. Понятийная иерархия моделей в теории сопротивления строительных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2020. №8. С. 16-23. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.08.16-23.
14. Kolchunov V.I., Dem'yanov A.I. The modeling method of discrete cracks and rigidity in reinforced concrete // Magazine of Civil Engineering, 2019. Vol. 88. No 4. Pp. 60-69. DOI: 10.18720/MCE.88.6.
15. Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Travush V.I. Calculation model of a complex stress reinforced concrete element of a boxed section during torsion with bending // Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2021. Vol. 51. No. 3. Pp. 7-26. DOI: 10.36622/VSTU.2021.51.3.001.
16. Колчунов В.И., Демьянов А.И., Протченко М.В. Моменты в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением. Строительство и реконструкция. 2021. № 3 (95) . С. 25-44.
17. Колчунов В.И., Арьенков Н.Г., Омельченко Е.В., Тугай Т.В., Бухтиярова А.С. Методика определения жесткости плосконапряженных и стержневых железобетонных составных конструкций при сейсмических воздействиях // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 2. С. 12-15.
18. Горностаев И.С., Ключева Н.В., Колчунов В.И., Яковенко И.А. Деформативность железобетонных составных конструкций с наклонными трещинами // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 5(256). С. 60-66.
19. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 471 с.
20. Верюжский Ю.В., Колчунов В.И. Методы механики железобетона. Учебное пособие. К.: Книжное издательство НАУ, 2005. 653 с.
21. Гольшев А.Б., Колчунов В.И. Сопротивление железобетона. К.: Основа, 2009. 432 с.
22. Велюжский Ю.В., Гольшев А.Б., Колчунов В.И., Ключева Н.В., Лисицин Б.М., Машков И.Л., Яковенко И.А. Справочное пособие по строительной механике. В двух томах. Том II: Учебное пособие. М.: Изд-во АСВ, 2014. 432 с.
23. Баширов Х.З., Колчунов В.И., Федоров В.С., Яковенко И.А. Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений. Москва: Издательство АСВ, 2017. 248 с.
24. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. М.: Стройиздат. 1976. 204 с.
25. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 410 с.
26. Карпенко С.Н. Об общем подходе к построению теории прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил // Бетон и железобетон. 2007. №2. С. 21-27.

REFERENCES

1. Lessing N.N., Rullay L.K. General principles for calculating the torsional flexural strength of reinforced concrete bars. Theory of reinforced concrete dedicated to the 75th anniversary of the birth of A.A. Gvozdev. 1972. Pp. 43-49.
2. Zalesov A.S., Khozyainov B.P. Strength of reinforced concrete elements in torsion and bending. Proceedings of universities in chapter Construction and architecture. 1991. No. 1. Pp. 1-4.
3. Karpenko N.I. Determination of deformations of rod-shaped reinforced concrete box-shaped elements with torsional cracks. Cross-sectoral construction issues. "Domestic Experience". 1970. No. 10. Pp. 39-42.
4. Karpenko N.I. To the calculation of deformations of reinforced concrete rods with cracks in bending with torsion. Theory of reinforced concrete dedicated to the 75th anniversary of the birth of A.A. Gvozdev. 1972. Pp. 50-59.
5. Arzamastsev S.A., Rodevich V.V. To the calculation of reinforced concrete elements for bending with torsion // Proceedings of higher educational institutions, Building. 2015. Vol. 681. No. 9. Pp. 99-109.
6. IlkerKalkan, SaruhanKartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling // International Journal of Civil and Environmental Engineering. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969-972.
7. Klein G., Lucier G., Rizkalla S., Zia P., Gleich H. Torsion simplified: a failure plane model for design of spandrel beams // ACI Concrete International Journal, February 2012. Pp.1-19.
8. Lin W. Experimental investigation on composite beams under combined negative bending and torsional moments. Advances in Structural Engineering. 2021. 24(6). Pp. 1456-1465. DOI: 10.1177/1369433220981660.
9. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Bulkin S.A., Moskovtseva V.S. Results of experimental studies of high-strength fiber reinforced concrete beams with round cross-sections under combined bending and torsion. Structural mechanics of engineering structures and structures, 2020. Vol. 16. No. 4, Pp. 290-297. DOI:10.22363/1815-5235-2020-16-4-290-297.
10. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. Main results of experimental studies of reinforced concrete structures of high-strength concrete B100 round and circular cross sections in torsion with bending. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings, 2019. Vol. 15. No. 1. Pp. 51-61. DOI:10.22363/1815-5235-2019-15-1-51-61
11. Demyanov A.I., Salnikov A.S., Kolchunov V.I. The experimental studies of reinforced concrete constructions in torsion with bending and the analysis of their results. Building and Reconstruction, 2017. Vol. 72, No. 4. Pp. 17-26.
12. Kolchunov V.I., Kolchunov V.I., Fedorova N.V. Deformation models of reinforced concrete under special impacts // Industrial and civil construction, 2018. No. 8. Pp. 54-60.
13. Kolchunov V.I., Fedorov V.S. Conceptual Hierarchy of Models in the Theory of Resistance of Building Structures //Industrial and Civil Engineering. 2020. No. 8. Pp. 16-23. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.08.16-23.
14. Kolchunov V.I., Dem'yanov A.I. The modeling method of discrete cracks and rigidity in reinforced concrete. Magazine of Civil Engineering, 2019. Vol. 88. No. 4. Pp. 60-69. DOI: 10.18720/MCE.88.6.
15. Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Travush V.I. Calculation model of a complex stress reinforced concrete element of a boxed section during torsion with bending // Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2021. Vol. 51. No. 3. Pp. 7-26. DOI: 10.36622/VSTU.2021.51.3.001.
16. Kolchunov V.I., Demyanov A.I., Protchenko M.V. moments in reinforced concrete structures under bending with torsion. Building and Reconstruction. 2021. 95(3). Pp. 27-46. (In Russ.). DOI:10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46
17. Kolchunov V.I., Aryenkov N.G., Omelchenko E.V., Tugay T.V., Bukhtiyarova A.S. Methods for determining the stiffness of planar stressed and frame reinforced concrete composite structures under seismic actions // Industrial and civil construction. 2014. No. 2. Pp. 12-15.
18. Gornostaev I.S., Klyueva N.V., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Deformability of reinforced concrete composite structures with inclined cracks. Structural mechanics and calculation of structures. 2014. No. 5 (256). Pp. 60-66.
19. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. (2004). Design models of the power resistance of reinforced concrete. Moscow: Publishing house ABC, 2004. 471 p.
20. Veruzhsky Yu.V., Kolchunov V.I. Methods of reinforced concrete mechanics. Kiev: NAU Book Publishing House. 2005. 653 p.
21. Golyshev A.B., Kolchunov V.I. Reinforced concrete resistance. Kiev: Osnova, 2009.432 p.
22. Velyuzhsky Yu.V., Golyshev A.B., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Lisitsin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. A reference guide to structural mechanics: Volume II. Moscow: Publishing house ABC. 2014. 432 p.
23. Bashirov Kh.Z., Kolchunov V.I., Fedorov V.S., Yakovenko I.A. Reinforced concrete composite structures of buildings and structures. Moscow: ASV Publishing House, 2017. 248 p.
24. Karpenko N.I. The theory of deformation of reinforced concrete with cracks, Moscow: Stroyizdat. 1976. 204 p.
25. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996. 410 p.

26. Karpenko S.N. On the general approach to the construction of the theory of strength of reinforced concrete elements under the action of transverse forces. Concrete and reinforced concrete. 2007. No. 2. Pp. 21-27.

**Информация об авторах:**

**Колчунов Владимир Иванович**

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия,  
член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры уникальных зданий и сооружений.  
Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН Российская Федерация, г. Москва, Россия,  
главный научный сотрудник НИИСФ РААСН.  
E-mail: [vlik52@mail.ru](mailto:vlik52@mail.ru)

**Аль-Хашими Омар Исмаел**

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия,  
аспирант кафедры уникальных зданий и сооружений.  
E-mail: [omaralhashimi@yandex.ru](mailto:omaralhashimi@yandex.ru)

**Протченко Максим Владимирович**

ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия,  
инженер.  
E-mail: [maxBROMmax@ya.ru](mailto:maxBROMmax@ya.ru)

**Information about authors:**

**Kolchunov Vladimir Iv.**

South-West State University, Kursk, Russia,  
corresponding member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences,  
doctor of Technical Sciences, Professor the Department of Unique Buildings and Structures.  
Research Institute of Building Physics of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow,  
Russia,  
chief Researcher of the Research Institute of Building Physics of Russian Academy of Architecture and Construction  
Sciences.  
E-mail: [vlik52@mail.ru](mailto:vlik52@mail.ru)

**Al-Hashimi Omar Ismael**

South-West State University, Kursk, Russia,  
post-graduate student of the department of unique buildings and structures.  
E-mail: [omaralhashimi@yandex.ru](mailto:omaralhashimi@yandex.ru)

**Protchenko Maxim V.**

South-West State University, Kursk, Russia,  
engineer.  
E-mail: [maxBROMmax@ya.ru](mailto:maxBROMmax@ya.ru)