

В.И. КОРСУН¹, С.Н. КАРПЕНКО², С.Ю. МАКАРЕНКО³, А.В. НЕДОРЕЗОВ³

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия

² Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН, г. Москва, Россия

³ Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка, Украина

СОВРЕМЕННЫЕ КРИТЕРИИ ПРОЧНОСТИ ДЛЯ БЕТОНОВ ПРИ ОБЪЕМНЫХ НАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЯХ

Аннотация. Достоверная оценка прочности и деформаций бетона в условиях неоднородных напряженных состояний важна для повышения надежности проектных решений. Классические теории прочности непригодны для таких материалов, как бетон, вследствие сложного сдвига-отрывного механизма разрушения его структуры. Приведено описание определяющих соотношений критериев прочности Г.А. Гениева, Г.А. Гениева – Н.М. Аликовой, Е.С. Лейтеса, А.В. Яшина, С.Ф. Клованича – Д.И. Безушко, К.Ж. Уиллам – Е.Р. Варнке и Н.И. Карпенко. Выполнена оценка соответствия расчетных величин прочности опытным данным в условиях одно-, двух- и трехосных напряженных состояний. Определены критерии прочности, описывающие наиболее близко опытные данные в характерных областях напряженного состояния. Установлено, что наиболее разработанными являются условия прочности С.Ф. Клованича – Д.И. Безушко, К.Ж. Уиллам – Е.Р. Варнке и Н.И. Карпенко. Критерии Е.С. Лейтеса и А.В. Яшина с достаточной точностью описывают опытные данные в условиях плоского напряженного состояния. Условия прочности Г.А. Гениева и Г.А. Гениева – Н.М. Аликовой требуют осторожного применения с учетом их отклонений от опытных данных в отдельных областях трехосных напряженных состояний. Определены программы нагружений в процессе экспериментальных исследований прочности бетона с целью более точного выявления форм функций меридиональных и девиаторных кривых.

Ключевые слова: бетон, многоосные напряженные состояния, критерии прочности, анализ.

V.I. KORSUN¹, S.N. KARPENKO², S.Yu. MAKARENKO³, A.V. NEDOREZOV³

¹Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

²Research Institute of Building Physics RAASN, Moscow, Russia

³Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, Makiyivka, Ukraine

MODERN STRENGTH CRITERIA FOR CONCRETE UNDER TRIAXIAL STRESS STATES

Abstract. Reliable assessment of the strength and deformations of concrete under multiaxial stress states is important for increasing the accuracy of analysis and design. Classical strength theories do not work for such materials as concrete due to the complex shear-pryout mechanism of its structural failure. Description of the key relations of strength criteria established by G.A. Geniev, G.A. Geniev – N.M. Alikova, E.S. Leites, A.V. Yashin, S.F. Klovanych – D.I. Bezushko, K.J. Willam – E.P. Warnke and N.I. Karpenko is given. Assessment of the compliance of the design strength with the experimental data under uni-, bi- and triaxial stress states is made. Strength criteria that most closely describe the experimental data in the specific areas of the stress state are determined. It has been found out that the most developed strength conditions are the ones developed by S.F. Klovanych – D.I. Bezushko, K.J. Willam – E.P. Warnke and N.I. Karpenko. The criteria introduced by E.S. Leites and A.V. Yashin describe the experimental data under conditions of the plane stress state with sufficient accuracy. The strength conditions established by G.A. Geniev and G.A. Geniev – N.M. Alikova require careful use, taking into account their deviations from the experimental data in certain areas of triaxial stress states. Loading programs in the process of experimental research of concrete strength aimed at identifying the forms of functions of meridional and deviatoric curves more accurately have been determined.

Keywords: concrete, multiaxial stress state, strength criteria, analysis.

Введение

Развитие моделей деформирования бетона невозможно без построения обоснованного критерия прочности для общего случая объемного напряженного состояния. Достоверная оценка прочности и деформаций бетона в условиях неодноосных напряженных состояний позволит повысить надежность проектных решений, а в ряде случаев снизить расход материалов и, как следствие, стоимость строительства.

Критерии прочности для бетона являются механическими теориями, которые феноменологически описывают макроскопическое поведение твердого тела при некоторых идеализирующих допущениях. При их разработке полагается, что бетоны как конструкционные материалы, являются однородными изотропными материалами, обладающими резко различным сопротивлением одноосным растяжению R_{bt} и сжатию R_b , определяемыми экспериментально. В механических теориях принимается, что разрушение зависит только от напряженного и деформированного состояний и рассматриваются два вида нарушения прочности материала: искажение формы вследствие пластических деформаций и хрупкое разрушение при больших напряжениях, но при отсутствии существенных деформаций. Таким образом, в механических теориях прочности находит отражение установленная многочисленными экспериментальными исследованиями макроскопическая картина нарушения прочности материалов двух видов: путем сдвига по наклонной площадке и отрыва по плоскости, перпендикулярной действующей силе.

Реализация сдвига-отрывного механизма разрушения структуры бетона в условиях трехосного неравномерного сжатия в сравнении с равномерным гидростатическим ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_0$, $\tau_{jk} = 0$) наглядно иллюстрируется результатами исследований [12] процессов деформирования и разрушения бетона (рисунок 1). На начальных этапах гидростатического сжатия (программа №1) наблюдается участок практически упругого изменения объема до уровня нагружения порядка $\sigma_0 \approx 1,5R_b$, в дальнейшем, при повышении нагрузки, наблюдается отклонение от прямой упругого изменения объема с дополнительным наклоном к оси деформаций (рисунок 1,г). Неравномерное трехосное догружение на втором этапе испытаний по программам №2 и №3, характеризующееся приростом компонент девиатора напряжений τ_{jk} при неизменном среднем напряжении $\sigma_0 \approx 2,8R_b = \text{const}$, приводит к одновременному проявлению двух процессов (рисунки 1а,б,в): вначале – к несколько преобладающему дополнительному сокращению объема (эффект сжимаемости), в дальнейшем – к преобладающему интенсивному увеличению объема бетона (эффект дилатации). При этом меньшая величина относительного сокращения объема и, соответственно, большая доля деформаций увеличения объема при одних и тех же уровнях

сжатия $\frac{\sigma_3}{R_b}$ свойственна образцам, испытанным по программе нагружения №3, которая

характеризуется более высокими значениями касательных напряжений τ_{ik} и интенсивностей касательных напряжений τ_i в бетоне на этапах догружения (рисунки 1в,а,б).

Построение критерия прочности для бетона, как материала, имеющего различную прочность при сжатии и растяжении, для случаев неодноосных напряженных состояний, является крайне важной задачей для развития современных методов расчета железобетонных конструкций зданий и сооружений. Классические теории прочности малопригодны, в общем случае, для таких материалов, как бетон. Их использование при расчете массивных конструкций приводит, как правило, к существенным неточностям в оценке НДС конструкции и к значительному перерасходу материалов.

Достаточно подробный обзор теорий прочности приведен работах [5, 8, 9, 13, 17, 25]. Наиболее разработанными и с хорошей сходимостью с опытами в условиях плоского и объемного напряженных состояний являются условия прочности бетона, предложенные авторами работ [1, 5, 6, 7, 10, 15, 18, 29].

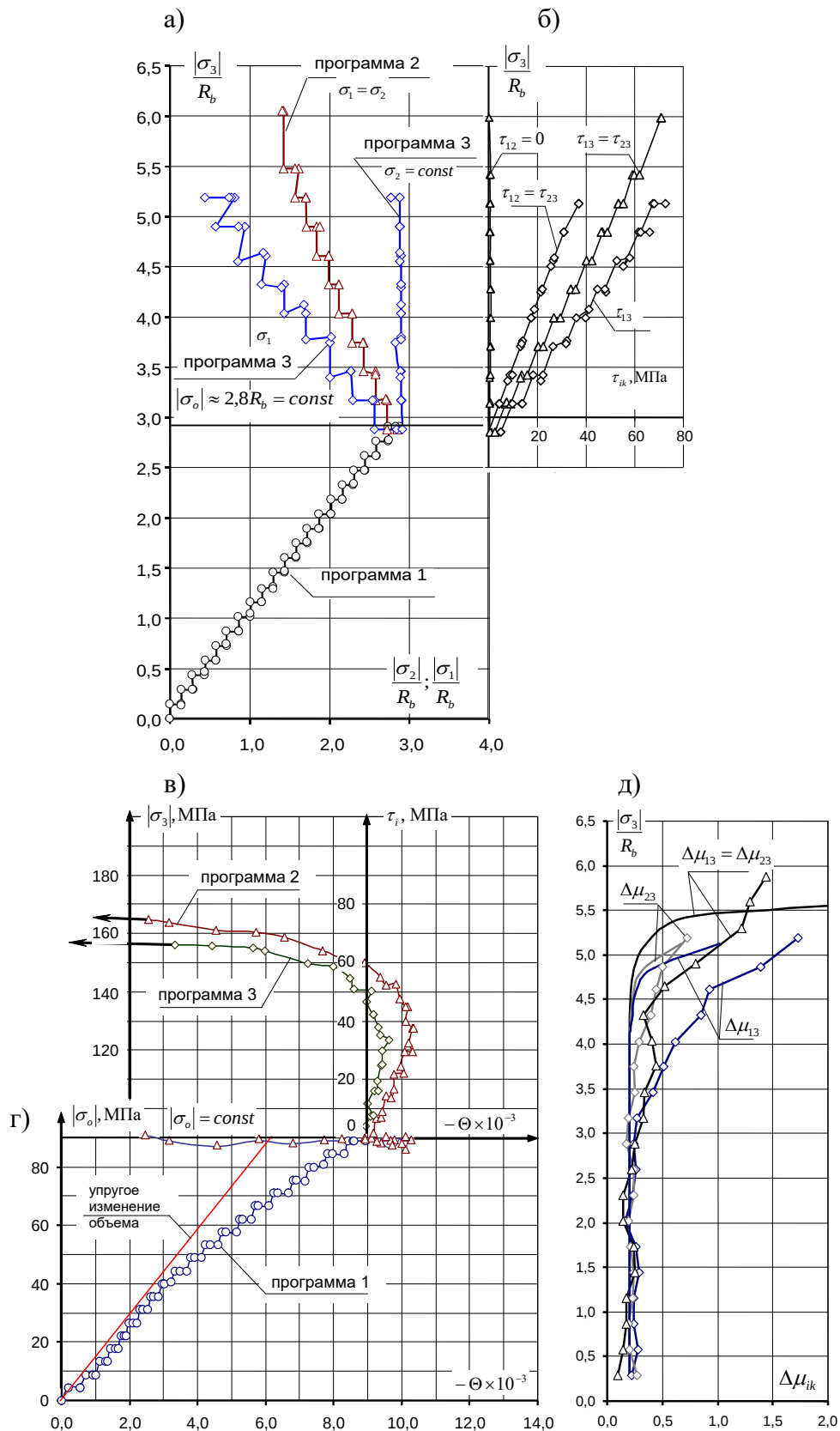


Рисунок 1 - Относительное изменение объемных деформаций (в, з), касательных напряжений (б) и дифференциальных коэффициентов поперечных деформаций $\Delta\mu_{ik}$ (д) при догрузении образцов бетона напряжениями $\Delta\sigma_3$ на этапах (а, б) трехосного сжатия [12]:

опыты: —○— программа 1 - гидростатическое сжатие при $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ до уровня $\sigma_1^{\max} = \sigma_2^{\max} = \sigma_3^{\max} = 2,8R_b$;
 —△— программа 2 - догрузка напряжениями $\Delta\sigma_3$ при $\sigma_0^{\max} = 2,8R_b = \text{const}$ и $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_2^{\max} - \Delta\sigma_3/2$;
 —◇— программа 3 - догрузка напряжениями $\Delta\sigma_3$ при $\sigma_2^{\max} = 2,8R_b = \text{const}$ и $\sigma_1 = \sigma_2^{\max} - \Delta\sigma_3$

Цель данного исследования – выполнить сопоставительный анализ современных критериев прочности для тяжелого бетона применительно к неодноосным напряженным состояниям и определить возможности их дальнейшего развития.

Модели и методы

Наиболее разработанные из современных механических теорий прочности для материалов типа бетонов представляют собой функциональные соотношения между первым инвариантом тензора напряжений σ_0 , вторым и третьим инвариантами девиатора напряжений $I_2(D_\sigma)$ и $I_3(D_\sigma)$. К теориям прочности предъявляются общие требования – иметь удовлетворительное совпадение с опытными данными, относительную простоту расчетных соотношений, простоту определения исходных параметров прочности.

Геометрически условие прочности трактуется, как поверхность (геометрическое место точек), образованная предельными значениями векторов p в трехмерном пространстве напряжений. Для ее построения наиболее удобно применение цилиндрической системы координат (рисунок 2), где равно наклонная к осям напряжений ось вращения соответствует среднему напряжению σ_0 , радиус-вектор – величине интенсивности касательных напряжений τ_i , а угол вращения – углу вида напряженного состояния φ_σ (рисунок 3). Данная методика построения критериев прочности была детально рассмотрена в исследовании Филоненко-Бородича М.М [17].

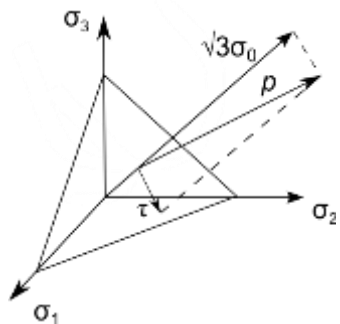


Рисунок 2 - К построению цилиндрической системы координат

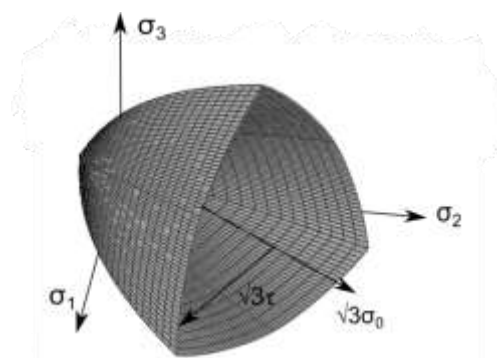


Рисунок 3 – Общий вид поверхности прочности для бетона

При построении критериев прочности используются следующие инвариантные характеристики напряженного состояния [1, 5, 6, 7, 10, 15, 18, 29]:

- первый инвариант шарового тензора $I_1(T_\sigma)$, второй $I_2(D_\sigma)$ и третий $I_3(D_\sigma)$ инварианты девиатора напряжений:

$$I_1(T_\sigma) = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3;$$

$$I_2(D_\sigma) = \frac{1}{6} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2];$$

$$I_3(D_\sigma) = (\sigma_1 - \sigma_0) \cdot (\sigma_2 - \sigma_0) \cdot (\sigma_3 - \sigma_0)$$

- угол вида напряженного состояния:

$$\varphi_\sigma = \frac{1}{3} \cdot \arccos \left(-\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot I_3(D_\sigma)}{2 \cdot I_2(D_\sigma)^{2/3}} \right)$$

- среднее напряжение σ_0 и интенсивность касательных напряжений τ_i :

$$\sigma_0 = \frac{I_1(T_\sigma)}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3};$$

$$\tau_i = \sqrt{I_2(D_\sigma)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

Результаты исследования и их анализ

Предложенные в работах [1, 5, 6, 10, 15, 18, 29] формы предельных поверхностей являются составными неротационными поверхностями второго порядка, состоящими из отдельных лепестков с вершиной в точке трехосного равномерного растяжения. Очертания поверхности задается функцией образующей поверхности $\tau_i(\sigma_0)$ в виде кривой второго порядка и функцией криволинейной интерполяции $k(\varphi_\sigma)$, которые обеспечивают трансформацию образующей и направления радиус-вектора в зависимости от вида напряженного состояния. Общий вид поверхности прочности бетона представлен на рисунке 3. Выражения для характерных функций подбираются по показателю наилучшего соответствия экспериментальным данным. Такой феноменологический подход позволяет описать физическое поведение всего объема материала в исследуемом элементе конструкции.

Уравнение предельной поверхности для бетона в критериях прочности [1, 5, 6, 10, 15, 18, 29] представляется в обобщенном виде соотношением (1), различия заключаются в способах определения функций $\tau_i(\sigma_0)$ и $k(\varphi_\sigma)$, (таблицы 1, 2, 3):

$$\tau_i = \tau_0(\sigma_0) \cdot k(\varphi_\sigma) \quad (1)$$

Таблица 1 - Функции образующей поверхности прочности для бетона

№ п/п	Авторы критерия	Функции меридиональных кривых и поверхности прочности
1	Гениев Г.А. [5]	$\tau_i = \sqrt{\frac{[R_c \cdot R_t + 3 \cdot \sigma_0 \cdot (R_c - R_t)]}{3}}$
2	Лейтес Е.С. [15]	$\tau_0(\sigma_0) = k_1 + k_2 \cdot \ln(k_3 + \sigma_0 \cdot \sqrt{3} / R_c)$
3	Гениев Г.А. - Аликова Н.М. [6]	$\tau = \frac{R_c}{\psi_0} \cdot \left[\frac{\psi_{11} \cdot \psi_{22}}{3} \cdot (\psi_{22} + 2\psi_{11}) + (\psi_{22}^2 - \psi_{11}^2) \cdot \frac{\sigma}{R_c} \right]^{\frac{1}{2}}$
4	Яшин А.В. [18]	$F(\sigma_0) = \lg \left[B + \frac{R_t}{R_c} + \alpha \cdot \frac{\sigma_0}{R_c} + \beta \cdot \frac{\sigma_0^2}{R_c^2} \right]$ - обобщенная функция σ_0 ;
		$F_c(\sigma_0) = \lg \left[B + \frac{R_t}{R_c} + \frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{9} \right]$ - для осевого сжатия;
		$F_t(\sigma_0) = \lg \left[B + \frac{R_t}{R_c} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{3} \right) + \frac{\beta}{9} \cdot \frac{R_t^2}{R_c^2} \right]$ - для осевого растяжения
5	Клованич С.Ф. – Безушко Д.И. [10]	Уравнения связи между σ_0 и $\tau_i(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma=0^\circ$ и $\varphi_\sigma=60^\circ$: $\sigma_0 = A_1 \cdot \tau_1^2 + B_1 \cdot \tau_1 + C_1$; $\sigma_0 = A_2 \cdot \tau_2^2 + B_2 \cdot \tau_2 + C_2$.
6	Willam K.J. - Warnke E.P. [29]	Уравнение предельной поверхности: $r(\sigma_0; \theta) = \frac{2 \cdot r_2 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos(\theta) + r_2 \cdot (2 \cdot r_1 - r_2) \cdot \sqrt{4 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos^2(\theta) + 5 \cdot r_1^2 - 4 \cdot r_1 \cdot r_2}}{4 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos^2(\theta) + (r_2 - 2 \cdot r_1)^2}$

Формы поверхностей прочности, получаемые по соотношениям [5, 6, 10, 15, 18, 29] представлены на рисунке 4.

Таблица 2 - Формы поверхностей прочности

№ п/п	Авторы критерия	Функции девиаторных кривых
1	Гениев Г.А. [5]	$k(\varphi) = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{3 \cdot T_c^2}{R_c \cdot R_t}\right) \cdot [1 - \cos(3 \cdot \varphi)]}$
2	Лейтес Е.С. [15]	$k(\varphi_\sigma) = 1 - (a - b \cdot \sin(3/2 \cdot \varphi_\sigma)) \cdot \sin(3/2 \cdot \varphi_\sigma)$
3	Гениев Г.А. – Аликова Н.М. [6]	$k(\varphi_\sigma) = 1 - (a - b \cdot \sin(3/2 \cdot \varphi_\sigma)) \cdot \sin(3/2 \cdot \varphi_\sigma)$
4	Яшин А.В. [18]	$k(\varphi_\sigma) = 1 - (a - b \cdot \sin(3/2 \cdot \varphi_\sigma)) \cdot \sin(3/2 \cdot \varphi_\sigma)$
5	Клованич С.Ф.- Безушко Д.И. [10]	$k(\varphi_\sigma) = \frac{2 \cdot a \cdot \cos(\pi/3 - \varphi_\sigma) + b \cdot \sqrt{a \cdot (4 \cdot \cos^2(\pi/3 - \varphi_\sigma) - 1) + b^2}}{4 \cdot a \cdot \cos^2(\pi/3 - \varphi_\sigma) + b^2}$
6	Willam K.J. - Warnke E.P. [29]	$k(\varphi_\sigma) = \frac{2 \cdot a \cdot \cos(\pi/3 - \varphi_\sigma) + b \cdot \sqrt{a \cdot (4 \cdot \cos^2(\pi/3 - \varphi_\sigma) - 1) + b^2}}{4 \cdot a \cdot \cos^2(\pi/3 - \varphi_\sigma) + b^2}$

Таблица 3 - Исходные параметры к критериям прочности

№ п/п	Авторы критерия	Требуемые исходные параметры для критериев						
1	Г.А. Гениев [5]	R_b	R_t	—	—	R_{ct}	—	—
2	Е.С. Лейтес [15]	R_b	R_t	—	—	—	—	—
3	А.В. Яшин [18]	R_b	R_t	—	—	—	—	—
4	Г.А. Гениев - Н.М. Аликова [6]	R_b	R_t	R_{2c}	—	R_{ct}	—	—
5	С.Ф. Клованич – Д.И. Безушко [10]	R_b	R_t	R_{2c}	R_{2t}	—	—	R_{3t}
6	К.Ж. Willam - Е.Р. Warnke [29]	R_b	R_t	R_{2c}	R_{2t}	—	R_{3c}	—
7	Н.И. Карпенко [7]	R_b	R_t	R_{2c}	R_{2t}	—	R_{3c}	—

Примечания:

R_b – прочность при одноосном сжатии;
 R_t – прочность при одноосном растяжении;
 R_{2c} – прочность при двухосном равномерном сжатии;
 R_{2t} – прочность при двухосном равномерном растяжении;

R_{3c} – прочность при определенных видах трехосного сжатия;
 R_{3t} – прочность при трехосном равномерном растяжении;
 R_{ct} – прочность при чистом сдвиге

а)



б)



в)



г)



Рисунок 4 – Формы поверхностей прочности бетона по критериям:
 а) – Г.А. Гениева [5], Г.А. Гениева – Н.М. Аликовой [6]; б) – Е.С. Лейтеса [15];
 в) – Willam K.J. - Warnke E.P. [29]; г) – С.Ф. Клованич – Д.И. Безушко [10]

1. Критерий прочности Г.А. Гениева [5]

Функция меридиональной кривой представлена уравнением параболы, что, в отличие от критериев прочности Е.С. Лейтеса [15] и А.В. Яшина [18], приводит к значительному завышению расчетной прочности в областях $\sigma_3 = \sigma_2$, $\sigma_1 \leq 0$ и $\sigma_3 = -\sigma_2$, $\sigma_1 = 0$. Девиаторные сечения, по аналогии с критериями [15] и [18], также являются аффинно подобными, что не в полной мере соответствует экспериментальным данным.

2. Критерий прочности Е.С. Лейтеса [15]

Данный критерий достаточно хорошо соответствует опытным данным в областях плоского напряженного состояния и требует минимального количества исходных данных. Геометрически условие прочности Е.С. Лейтеса представляется в виде составной поверхности, состоящей из трех сочлененных лепестков (рисунок 4,б). Расчетные параметры k_1, k_2, k_3, a, b приняты не зависящими от вида напряженного состояния функциями двух прочностных характеристик бетона: пределов прочности при одноосном сжатии R_c и осевом растяжении R_t . Параметр m предложен в форме, обеспечивающей проведение предельной поверхности в пространстве главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ через точки, соответствующие пределам прочности при осевом сжатии и осевом растяжении.

К недостаткам критерия [15] относят недостаточную точность в условиях трехосных напряженных состояний, а также аффинное подобие девиаторных кривых. Кроме того, принятие правила знаков с положительными сжимающими напряжениями, а также функции меридиональной образующей кривой $\tau_0(\sigma_0)$ в форме трансцендентной зависимости требует дополнительных вычислительных операций при сопряжении данного критерия с деформационными теориями.

3. Критерий прочности А.В. Яшина [18]

В критерии прочности А.В. Яшина функция девиаторной кривой и значения ее параметров приняты в форме, представленной в критерии Е.С. Лейтеса [15]. Критерий А.В. Яшина [18] обладает теми же недостатками, что и критерий прочности Е.С. Лейтеса.

4. Критерий прочности Г.А. Гениева - Н.М. Аликовой [6]

Разработка данного критерия выполнена в развитие критерия [5] с целью устранения его недостатков. В критерии прочности Г.А. Гениева - Н.М. Аликовой [6] функция меридиональной поверхности принята в форме полинома второй степени, а функция девиаторной кривой - в форме, предложенной Е.С. Лейтесом [15]. При приближении расчетных значений прочности к опытным в критерии [6] сохранились недостатки критериев [15, 18].

5. Критерий прочности С.Ф. Клованича - Д.И. Безушко [10]

Графики функций $\tau_1(\sigma_0)$ и $\tau_2(\sigma_0)$, описывающих меридиональные сечения, описывают ряд характерных точек. Для кривой $\tau_1(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma = 0^\circ$ характерным точкам соответствуют пределы прочности при одноосном сжатии R_c , при двухосном растяжении R_{2t} и при трехосном растяжении R_{3t} . Для $\tau_2(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma = 60^\circ$ соответствуют пределы прочности при двухосном сжатии R_{2c} , при одноосном растяжении R_t и при трехосном растяжении R_{3t} . Обе кривые пересекаются в одной общей точке, соответствующей трехосному равномерному растяжению R_{3t} .

Для построения полной поверхности прочности используется интерполяционная функция $k(\varphi_\sigma)$ согласно предложениям К.Ж. Уиллама, Е.Р. Варнке [29]. В критерии [10] и в таблице 2 функция $k(\varphi_\sigma)$ представлена в форме, соответствующей общепринятому правилу знаков с присвоением отрицательных значений сжимающим напряжениям.

Введение функции меридиональной кривой при $\varphi_\sigma = 60^\circ$, а также установление связи $k(\varphi_\sigma)$ с уровнем среднего напряжения σ_0 позволило обеспечить корректировку девиаторного сечения поверхности.

6. Критерий прочности К.Ж. Уиллам - Е.Р. Варнке [29]

В данном критерии функции меридиональных кривых $r_1(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma = 60^\circ$ и $r_2(\sigma_0)$ при $\varphi_\sigma = 0^\circ$ определяются характерными точками: пределами прочности при одноосном

растяжении f_t и одноосном сжатии f_{cu} , при двухосном сжатии f_{cb} , при трехосном сжатии при $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ и при $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$, а также при трехосном равномерном растяжении f_{tt} . В данном критерии точками при трехосном сжатии при угле φ_σ , равном 0° и 60° , корректируется форма меридиональных кривых. Их значения рекомендуется принимать по экспериментальным данным для используемых классов бетонов по прочности. Связь между двумя экспериментами на трехосное сжатие (при φ_σ равном 60° и 0°) устанавливается при равных минимальных напряжениях по модулю.

Данный критерий имеет те же преимущества, что и критерий С.Ф. Клованича - Д.И. Безушко [10]. Однако, при высоких уровнях среднего напряжения в области трехосного сжатия предельная поверхность не отвечает данным экспериментальных исследований.

7. Критерий прочности Н.И. Карпенко [7]

Является отличным по способу построения от всех приведенных выше. В соотношениях [7] каждый вид объемного напряженного состояния описывается отдельно для случаев: трехосного сжатия ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, $\sigma_1 \leq 0$); двухосного сжатия и растяжения в третьем направлении ($\sigma_1 \geq 0$, $\sigma_2 \leq 0$, $\sigma_3 < 0$); двухосного растяжения и сжатия в третьем направлении ($\sigma_1 \geq 0$, $\sigma_2 \geq 0$, $\sigma_3 \leq 0$); трехосного растяжения ($\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 \geq 0$, $\sigma_3 \geq 0$). Это позволяет устранить основной недостаток большинства общих критериев прочности, отражающих неспособность с одинаковой точностью описать прочность бетона при напряженных состояниях сжатия-растяжения и трехосного сжатия из-за большой разницы в значениях прочности бетона на сжатие и растяжение.

Форма поверхности прочности по данному критерию представлена на рисунке 5.

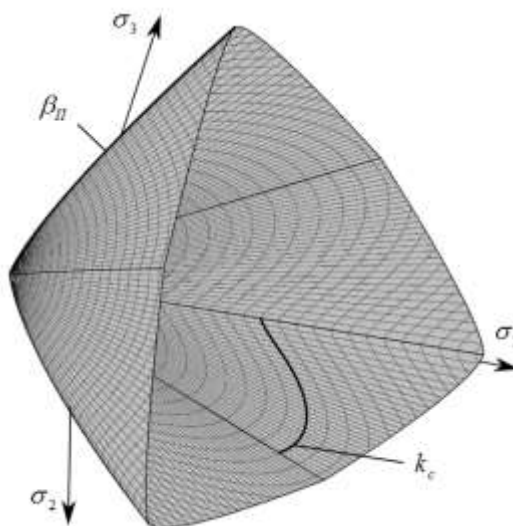


Рисунок 5 - Форма предельной поверхности в критерии Н.И. Карпенко [7]

Данный подход приводит к появлению ребер предельной поверхности в местах ссопряжения отдельных ее лепестков, что не является критичным, так как дает возможность корректировки поверхности прочности изменением более десяти параметров материала для достижения наилучшего соответствия экспериментальным данным. Таким свойством не обладает ни один из рассмотренных выше критериев, что выделяет условие прочности [7] как подходящим для наиболее точного определения прочности бетона при не одноосных напряженных состояниях.

Сопоставление критериев прочности с данными экспериментальных исследований

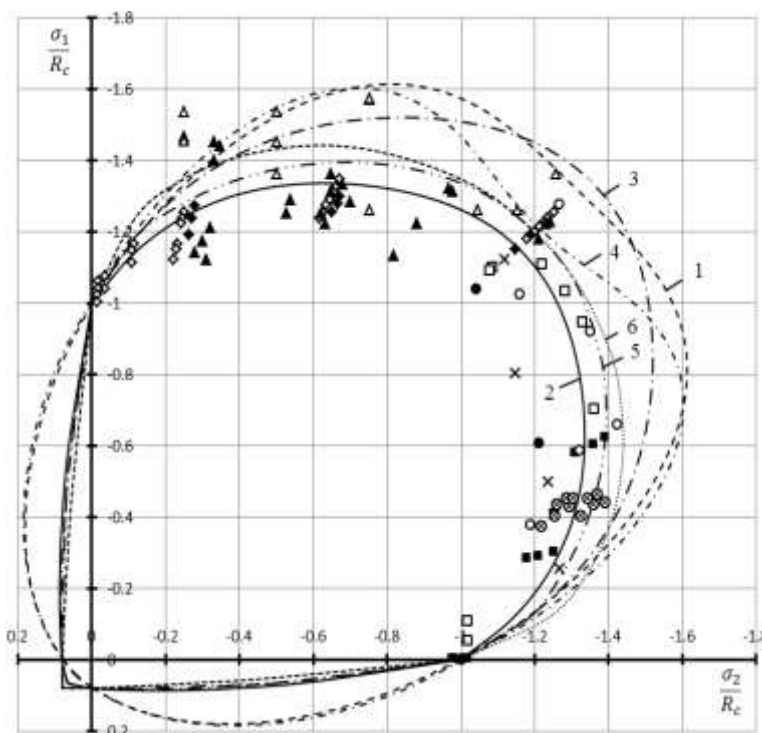
Для оценки достоверности критериев прочности выполнена проверка сходимости теоретических и опытных результатов при различных видах напряженных состояний для бетонов с сопоставимыми начальными характеристиками механических свойств. При

анализе результатов по критериям прочности использовались следующие значения относительной прочности бетона при одно-, двух- и трехосном растяжении, а также при двухосном сжатии по отношению к одноосному сжатию, соответственно:

$$\frac{R_t}{R_c} = 0,08; \quad \frac{R_{2t}}{R_c} = 0,08; \quad \frac{R_{3t}}{R_c} = 0,08; \quad \frac{R_{2c}}{R_c} = 1,2.$$

Указанные отношения приняты согласно результатам экспериментальных исследований, представленных в работах [2 – 5, 11, 14, 16, 9, 20 – 28]. Для оценки критериев прочности [5, 6, 7, 10, 15, 18, 29] в области двухосного сжатия построены следы пересечений предельных поверхностей с главными плоскостями (рисунок 6). Результаты сопоставления расчетных величин с экспериментальными данными в областях сжатия с растяжением и двухосного растяжения представлены на рисунке 7.

Для критерия Г.А. Гениева - Н.М. Аликовой [6] в области, близкой к двухосному равномерному сжатию, характерно изменение кривизны образующей с выпуклой на вогнутую (рисунок 6), что существенно противоречит опытным данным.



Критерии прочности авторов:

- 1 – Г.А. Гениева [5]
- 2 – Е.С. Лейтеса [15]
- 3 – А.В. Яшина [18]
- 4 – Г.А. Гениева – Н.М. Аликовой [6]
- 5 – С.Ф. Клованича [10]
- 6 – К.Ж. Уиллам – Е.Р. Варнке [29]

Данные опытов:

- ◇ - Liu T.C.Y. [20]
- ◆ - Kupfer H. [26]
- △ - Mills L. [20]
- ▲ - Яшин А.В. [19]
- - Geel Van E. [20]
- - Бамбура А.Н. [2]
- - Rosenthal I. [27]
- × - Schröder S. [27]
- ⊕ - Бич П.М. [4]
- ⊞ - Кулик И.И. [14]
- ⊟ - Буслер Л.Э. [3]
- ⊠ - Перваков В.Н. [16]
- ⊡ - Zielinski A.J. [27]
- ⊙ - Wang H.L. [28]
- ⊗ - Hansen T.C. [24]
- ⊛ - Корсун В.И. [11]

Рисунок 6 – Сопоставление критериев прочности в условиях плоского напряженного состояния с экспериментальными данными различных авторов

Условия прочности Г.А. Гениева - Н.М. Аликовой [6] и А.В. Яшина [18] завышают расчетные значения прочности при неравномерном двухосном сжатии при угле $\varphi_\sigma = 30^\circ$, в среднем, на 20%. Наиболее близко к опытным значениям прочности бетона проходят следы поверхностей, построенных по предложениям Е.С. Лейтеса [15], С.Ф. Клованича - Д.И. Безушко [10], Н.И. Карпенко [7] и К.Ж. Уиллам - Е.Р. Варнке [29].

Из данных рисунка 7,а следует, что критерии Г.А. Гениева [5] и Г.А. Гениева - Н.М. Аликовой [6] в области сжатия с растяжением завышают расчетную прочность бетона примерно в два раза в сравнении с данными опытов. В данной области хорошее соответствие опытным данным демонстрируют критерии Е.С. Лейтеса [15], А.В. Яшина [18], С.Ф. Клованича - Д.И. Безушко [10], Н.И. Карпенко [7] и К.Ж. Уиллам - Е.Р. Варнке [29]. Эти критерии допускают выполнять их корректировку в данной области путем задания соответствующих значений прочности бетона на одноосное растяжение.

Данные на рисунке 7,б иллюстрируют значительные расхождения теоретических кривых с опытными данными. Это объясняется как значительными расхождениями в величинах исходной прочности испытанных бетонов, так и различиями между действительными и принятыми в расчетах значениями параметра хрупкости для бетонов, определяемого как отношение прочности бетона на осевое растяжение к прочности на осевое сжатие.

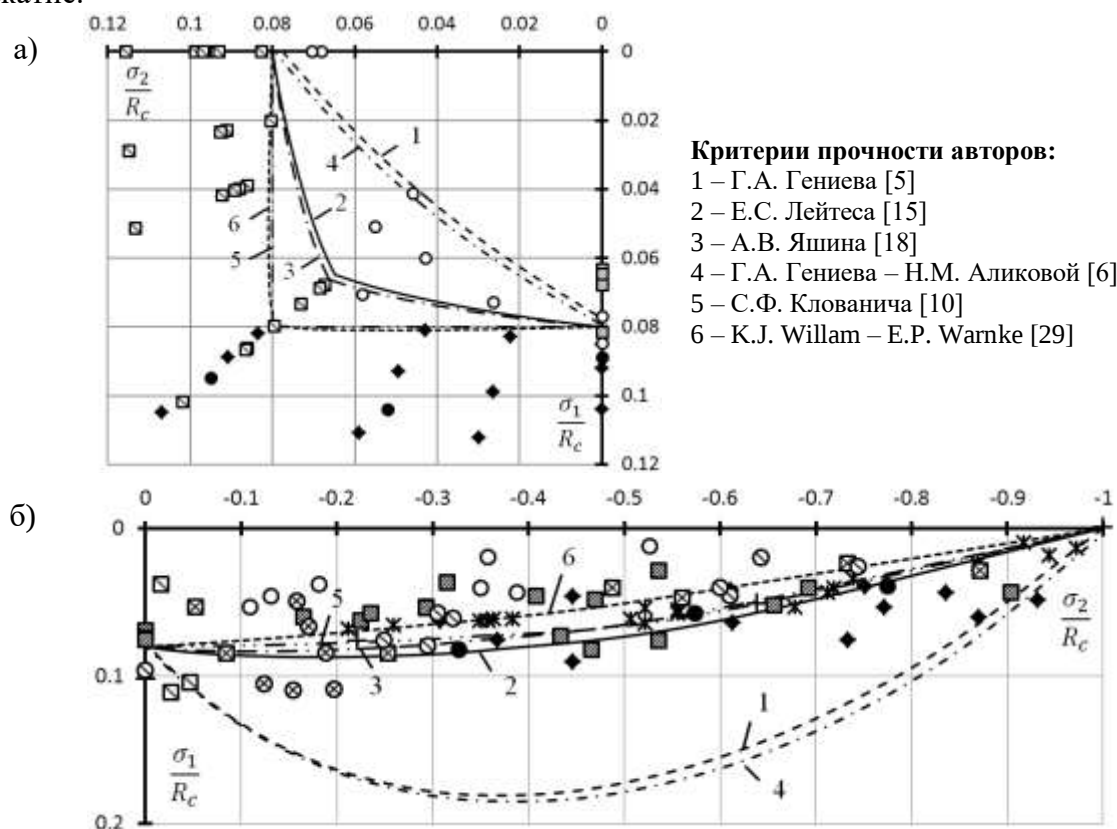


Рисунок 7 – Сопоставление критериев прочности в областях:
а) – «растяжение – растяжение»; б) – «сжатие – растяжение»

В соответствии с экспериментальными исследованиями параметр хрупкости для бетона изменяется в диапазоне $0,12 > R_t/R_c > 0,065$. Представленные на рисунке 7,б данные построены по критериям прочности при значении параметра хрупкости, равном $R_t/R_c=0,08$. Критерии Г.А. Гениева [5], Г.А. Гениева-Н.М. Аликовой [6], Е.С. Лейтеса [15] и А.В. Яшина [18] не содержат возможностей корректировки поверхности прочности в области двухосного растяжения. Их параметры задаются через характеристики прочности бетона при одноосном сжатии и растяжении. Указанное ограничение влечёт за собой занижение расчетной прочности при двухосном растяжении на величину до 10% в критериях Е.С. Лейтеса [15] и А.В. Яшина [18], и на 50% в критериях Г.А. Гениева [5] и Г.А. Гениева - Н.М. Аликовой [6].

Критерии С.Ф. Клованича - Д.И. Безушко [10], Н.И. Карпенко [7] и К.Ж. Willam - Е.Р. Warnke [29] предоставляют возможность корректировки поверхности прочности бетона в области двухосного растяжения, что позволяет изменять расчетные параметры указанных критериев прочности под любой класс бетона по прочности. В критерии [10] корректировка осуществляется путем непосредственного изменения прочности на двухосное равномерное растяжение, а в критерии [29] - косвенным путем через корректировку прочности на трехосное сжатие.

На рисунке 8 представлены следы меридиональных кривых на главных плоскостях при углах вида напряженного состояния φ_σ , равных 0° и 60° . Сопоставление выполнено с соответствующими опытными данными при трехосном напряженном состоянии.

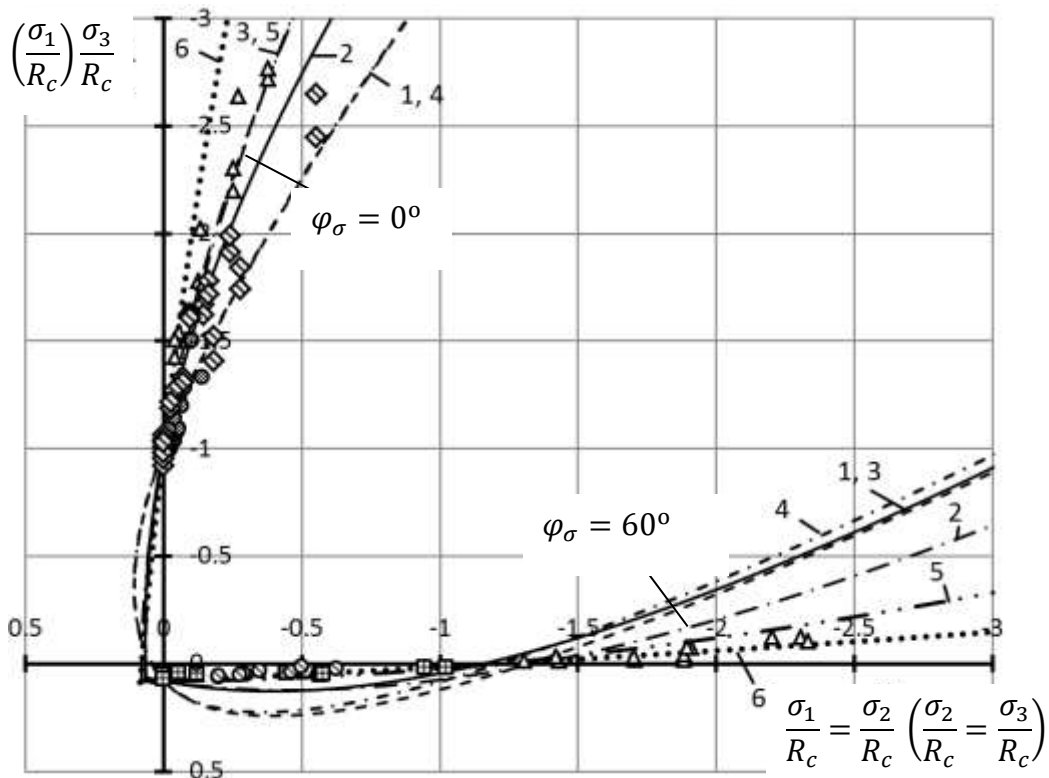


Рисунок 8 – Сопоставление критериев прочности с опытными данными в условиях трехосного напряженного состояния.

Обозначение напряжений в скобках указано для угла вида напряженного состояния $\varphi_\sigma = 60^\circ$.

В области $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$, $\sigma_1 < 0$ и $\varphi_\sigma = 0^\circ$ хорошее соответствие опытам демонстрируют критерии Е.С. Лейтеса [15], А.В. Яшина [18], С.Ф. Клованича - Д.И. Безушко [10], Н.И. Карпенко [7] и К.Ж. Уилла - Е.Р. Варнке [29]. Предельная поверхность по критерию К.Ж. Уилла - Е.Р. Варнке требуют уточнения в данной области через корректировку положения расчетной точки в области трехосного сжатия при угле $\varphi_\sigma = 0^\circ$. Критерии Г.А. Гениева [5] и Г.А. Гениева - Н.М. Аликовой [6] при уровне напряжений выше $|\sigma_3| = 1,25 \cdot R_c$ значительно, до 30%, занижают расчетные значения прочности в сравнении с опытными данными.

В области $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, $\sigma_1 < 0$ и $\varphi_\sigma = 60^\circ$ критерии С.Ф. Клованича - Д.И. Безушко [10], Н.И. Карпенко [7] и К.Ж. Уилла - Е.Р. Варнке [29] наиболее близко описывают опытные данные.

В области $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, $\sigma_1 > 0$ и $\varphi_\sigma = 60^\circ$ (рисунок 8) результаты расчета по критериям С.Ф. Клованича - Д.И. Безушко [10], Н.И. Карпенко [7] и К.Ж. Уилла - Е.Р. Варнке [29] наиболее близки к опытным значениям. Критерии Г.А. Гениева [5], Г.А. Гениева - Н.М. Аликовой [6], Е.С. Лейтеса [15] и А.В. Яшина [18] дают завышение значений растягивающего напряжения от 1,5 до 3,5 раз в сравнении с опытными величинами при разрушении образцов бетона.

Выводы

1. Критерии прочности Г.А. Гениева [5] и Г.А. Гениева - Н.М. Аликовой [6] требуют осторожного применения с учетом их отклонений от опытных данных в условиях плоских напряженных состояний.

2. Условия прочности Е.С. Лейтеса [15] и А.В. Яшина [18] достаточно хорошо описывают опытные данные в условиях плоского напряженного состояния, однако для областей трехосного напряженного состояния они нуждаются в дополнительной корректировке.

3. Критерии прочности для бетона С.Ф. Клованича - Д.И. Безушко [10], Н.И. Карпенко [7] и К.Ж. Уиллам - Е.Р. Варнке [29] наиболее точно описывают опытные данные во всех характерных областях объемного напряженного состояния. Более высокая точность указанных критериев достигается принятием меридиональных кривых для предельных поверхностей в виде полинома второй степени и введением в их определяющие соотношения достаточного количества корректируемых параметров.

4. Наилучшее соответствие результатам опытов достигается при применении функций меридиональных кривых в виде полиномов второй степени. Уточнения формы девиаторных кривых возможно только на основе результатов экспериментальных исследований по специальным программам нагружения на однотипных образцах из бетонов близких по классам прочности при напряженных состояниях, характеризующихся значениями угла вида напряженного состояния, отличными от 0° и 60° , и при постоянных значениях σ_0 .

5. Составной критерий прочности бетона Н.И. Карпенко [7] путем соответствующего подбора функций влияния силовых факторов и коэффициентов материала позволяет гибко корректировать предельную поверхность для наилучшего соответствия экспериментальным данным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балан Т. А. Вариант критерия прочности структурно-неоднородных материалов при сложнапряженном состоянии [Текст] // Проблемы прочности. 1986. № 2. С. 21–26.
2. Бамбура А. Н., Давиденко А. И. Экспериментальные исследования закономерности деформирования бетона при двухосном сжатии [Текст] // Строительные конструкции. 1989. Вып. 42. С. 95–100.
3. Буслер Л. Э. Разрушение бетона в условиях двухосного сжатия-растяжения [Текст] // Новые исследования по технологии, расчету и конструированию железобетонных конструкций: сборник научных трудов / Под ред. Б. А. Крылова и Н. Н. Коровина. М.: НИИЖБ, 1980. С. 9–15.
4. Гвоздев А. А., Бич П. М. Прочность бетона при двухосном напряженном состоянии [Текст] // Бетон и железобетон. 1974. № 7. С. 10–11.
5. Гениев Г. А., Киссюк В. Н., Тюпин Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона [Текст]. М.: Стройиздат, 1974. 316 с.
6. Гениев Г. А., Аликова Н. М. Вариант условия прочности бетона [Текст] // Теоретические исследования в области строительной механики пространственных систем: сборник научных трудов / Под ред.: М. И. Ерхов. М.: ЦНИИСК, 1976. С. 21–27.
7. Карпенко Н. И., Карпенко С. Н. Составной критерий прочности бетона при объемном напряженном состоянии // Бетон и железобетон – взгляд в будущее: научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону (Москва, 12-16 мая 2014 г.): в 7 т. Т.4. Ремонт, восстановление и усиление железобетонных конструкций. Моделирование и математические методы. Общие вопросы бетоноведения. Организация строительства и контроль качества. М.: МГСУ. 2014. С. 156-165.
8. Карпенко Н. И., Белостоцкий А. М., Павлов А. С., Акимов П. А., Карпенко С. Н., Петров А. Н. Обзор критериев прочности железобетонных конструкций. Часть 1: Традиционные подходы и разработки отечественных ученых // Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования Российской академии архитектуры и строительных наук по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2019 году: Сб. науч. тр. РААСН. М.: Издательство АСВ, 2020. С. 281-289.
9. Карпенко Н. И., Белостоцкий А. М., Павлов А. С., Акимов П. А., Карпенко С. Н., Петров А. Н. Обзор критериев прочности железобетонных конструкций. Часть 2: Разработки зарубежных ученых // Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования Российской академии архитектуры и строительных наук по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2019 году: Сб. науч. тр. РААСН. М.: Издательство АСВ, 2020. С. 290-298.
10. Клованич С. Ф., Безушко Д. И. Численный эксперимент по исследованию деформационных теорий пластичности бетона [Текст] // Вестник Одесской государственной академии строительства и архитектуры. 2006. Вып. 22. С. 122–130.
11. Корсун В. И., Баев А. М. Влияние температур от -50 до $+150$ °С на прочность и деформации тяжелого бетона при плоском напряженном состоянии [Текст] // Новые технологические решения для строительной промышленности Донбасса: сборник научных трудов / Редакционная коллегия: Е. В. Горохов (отв. ред.) и др. Киев: УМВ ВО, 1989. С. 129–136.
12. Корсун В.И., Калмыков Ю.Ю. Ортотропное деформирование бетона при неодноосных напряженных состояниях // Вісник Донбаської державної академії будівництва і архітектури. 2004. № 2004-2(44). С. 28-34.

13. Корсун В.И., Макаренко С.Ю., Недорезов А.В. Сопоставительный анализ критериев прочности бетона для неоднородных напряженных состояний // Современное промышленное и гражданское строительство. 2014. Т. 10. №1. С. 65-78.
14. Кулик И. И. Прочность бетона при плоском сжатии-растяжении [Текст] // Вопросы строительства и архитектуры. Минск, 1977. Вып. № 7. С. 92–98.
15. Лейтес Е. С. К уточнению одного из условий прочности бетона [Текст] // Поведение бетонов и элементов железобетонных конструкций при воздействии различной длительности: сборник научных трудов / Под ред.: А. А. Гвоздева, С. М. Крылова. М.: НИИЖБ, 1980. С. 37–40.
16. Перваков В. Н. Прочность тяжелого бетона при трехосном напряженном состоянии «растяжение-сжатие-сжатие» [Текст] // Новое в технологии, расчете и конструировании железобетонных конструкций: сборник научных трудов / Под ред.: Б. А. Крылова. М.: НИИЖБ, 1984. С. 90–96.
17. Филоненко-Бородич М. М. Механические теории прочности [Текст]. М.: Издательство Московского Университета, 1961. 94 с.
18. Яшин А. В. Критерии прочности и деформирования бетона при простом нагружении для различных видов напряженного состояния [Текст] // Расчет и конструирование железобетонных конструкций: сборник научных трудов / Под ред. А. А. Гвоздева. М.: НИИЖБ, 1977. С. 48–57.
19. Яшин А. В. Макромеханика разрушения при сложных (многоосных) напряженных состояниях [Текст] // Прочностные и деформационные характеристики элементов бетонных и железобетонных конструкций: сборник научных трудов / Под ред. А. А. Гвоздева, Ю. П. Гуши. М.: НИИЖБ, 1981. С. 3–29.
20. Chen Q.; Zhang Y.; Zhao T.; Wang Z.; Wang Z. Mesoscale Modelling of Concretes Subjected to Triaxial Loadings: Mechanical Properties and Fracture Behaviour. *Materials* **2021**, *14*, 1099. <https://doi.org/10.3390/ma14051099>
21. Javanmardi P. Experimental study of triaxial behavior of concrete under lateral confining stress. *Open Civ. Eng. J.* 2017, *11*, 281–291, doi:10.2174/1874149501711010281.
22. Malecot Y., Daudeville L., Dupray F., Poinard C., Buzaud E. Strength and damage of concrete under high triaxial loading // *European Journal of Environmental and Civil Engineering*. 2010. №14(6-7). P. 777-803.
23. Vu X. H., Malecot Y., Daudeville L., Buzaud E. Experimental analysis of concrete behavior under high confinement: Effect of the saturation ratio // *International Journal of Solids and Structures*. 2009. №46(5). P. 1105-1120.
24. Hampel T, Speck K, Scheerer S, et al. High-performance concrete under biaxial and triaxial loads. *ASCE J Eng Mech*, 2009,135: 1274–1280
25. Korsun V.I., Kalmykov Yu.Yu., Makarenko S.Yu. A version of the failure criterion modification for plane concrete. (2017). *Key Engineering Materials*. 755, pp. 300-321. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/kem.755.300>
26. Kupfer H. Das Verhalten des Betons unter zweiachsiger Beanspruchung // *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden*, 1968. № H.6. P. 1515–1518.
27. Schröder S., Opitz H. Festigkeit und Verformungseigenschaften des Betons bei zweiachsiger Druckbeanspruchung // *Bauplanung-Bautechnik*. 1968. 22. Jg. Heft 4. P. 190 – 196.
28. Wang, H.; Song, Y. Behavior of mass concrete under biaxial compression-tension and triaxial compression-compression-tension. *Mater. Struct.* 2009, *42*, 241–249, doi:10.1617/s11527-008-9381-y.
29. Willam K. J., Warnke E. P. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete // *Int. Assoc. Bridge. Struct. Eng.* 1974. V. 19. P. 1–31.

REFERENCES

1. Balan T.A. Variant criteria prochnosti strukturno-neodnorodnykh materialov pri slojnonapryagennom sostoyanii [Variant of criterion of strength of structure and nonuniform materials in the process of combined stress state] // *Problemi prochnosti*, 1986, Number 2, Pp. 21-26. (rus)
2. Bambura A.N.; Davidenko A.I. Experimental'nye issledovaniya zakonmernosti deformirovaniya betona pri dvykhnosnom sgatii [Experimental investigation of behavior of straining of concrete in the process of biaxial compression] // *Stroitel'nye konstruktii*. 1989, Issue 42, Pp. 95-100. (rus)
3. Busler L.E. Razrushenie betona v usloviyakh dvykhnosnogo sjatiya-rastyajenia // Новые исследования по технологии, расчету и конструированию железобетонных конструкций: сборник научных трудов [Concrete deterioration under the conditions of biaxial compression-declamping] // *Novye issledovania po technologii, raschety i konsruirovaniu gelezobetonnykh konstruktii: Edited volume / Edited by Krylov B. A.; Korovin N. N.* Moscow: NIIZhB, 1980. Pp. 9-15. (rus)
4. Gvozdev A.A., Bich P.M. Prochnost' betona pri dvykhnosnom napryagennom sostoyanii [Concrete strength under biaxial stress state] // *Beton i gelezobeton*. 1974. Number 7. Pp. 10-11. (rus)
5. Geniev G.A., Kissiuk V.N., Tiupin G.A. Teoria plastichnosti betona i gelezobetona [Plasticity theory of concrete and reinforced concrete]. Moscow: Stroizdat, 1974. 316 p. (rus)

6. Alikova N.M., Geniev G.A. Variant usloviya prochnosti betona [Variant of strength condition of concrete] / Teoreticheskie issledovaniya v oblasti stroitel'noi mekhaniki prostranstvennykh sistem: *Edited Volume / Edited by Erhov, M. I.* Moscow: TsNIISK, 1976. Pp. 21-27. (rus)
7. Karpenko N.I., Karpenko S.N. Sostavnoi kriterii prochnosti betona pri ob'emnom napryazhenom sostoyanii [Composite criterion of concrete strength under triaxia stress state] // Beton I gelezobeton – vzglyad v budushchee: scientific proceedings of the III All-Russian (II International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete (Moscow, May 12-16, 2014): in 7 vols. t. 4. Remont, vosstanovlenie I ysilenie gelezobetonnykh kondtruktci. Modelirovanie I matematicheskie metody. Obshchie voprosy betonovedeniya. Organizatsia stroitel'stva I kontrol' kachestva. Moscow: MGSU, 2014. Pp. 156-165.
8. Karpenko N.I., Belostockii A.M., Pavlov A.C., Akimov P.A., karpenko S.N., Petrov A.N. Obzor kriteriev prochnosti gelezobetonnykh konstruktci. Chast' 1: Tradicionnye podkhody I razrabotki otechestvennykh uchenykh [Review of the strength criteria of reinforced concrete structures. Part 1: Traditional approaches and developments of Russian scientists] // Phundamental'nye, poiskovye I prikladnye issledovaniya Rossiiskoi akademii architektury I stroitel'nykh nauk po nauchnomy obespecheniu razvitiya arkitektury, gradostroitel'stva I stroitel'noi otrasli Rossiiskoy Federatsii v 2019 godu: Collection of scientific papers. RAASN. Moscow: Izdatel'stvo ASV, 2020, Pp. 281-289.
9. Karpenko N.I., Belostockii A.M., Pavlov A.C., Akimov P.A., karpenko S.N., Petrov A.N. Obzor kriteriev prochnosti gelezobetonnykh konstruktci. Chast' 1: Razrabotki zarubezhnykh avtorov [Review of the strength criteria of reinforced concrete structures. Part 2: Developments of foreign scientists] // Phundamental'nye, poiskovye I prikladnye issledovaniya Rossiiskoi akademii architektury I stroitel'nykh nauk po nauchnomy obespecheniu razvitiya arkitektury, gradostroitel'stva I stroitel'noi otrasli Rossiiskoy Federatsii v 2019 godu: Collection of scientific papers. RAASN. Moscow: Izdatel'stvo ASV, 2020, Pp. 290-298.
10. Klovanih S.F., Bezushko D.I. Chislennyi experiment po issledovaniu deformatcionnykh teorii plastichnosti betona [Numerical experiment based on investigation of deformation plasticity theory of concrete] // Vestnik Odesskoi gosudarstvennoi akademii srtoitel'stva I arkitektury. 2006. Issue 22. Pp. 122—130. (rus)
11. Korsun V.I., Baev A.M. Vliyaznie temperature ot -50 do +50°C na prochnost' I deformatsii tyazhelogo betona pri ploskom napryazhenom sostoyanii [The influence of temperature from -50 to +150 on strength and deformation of heavy concrete under plane stress] // Novye technologicheskie resheniya dlya stroitel'noy promyshlennosti Donbassa / *Edited by Gorokhov, Ye. V. et al.* Kyiv: UVM VO, 1989. Pp. 129—136. (rus)
12. Korsun V.I., Kalmykov Yu.Yu. Orthotropnoye deformirovanie betona pri neodnoosnykh napryazhenykh sostoyaniyakh [Orthotropic deformation of concrete under non-axial stress conditions] // Vestnik Donbasskoi gosudarstvennoi akademii srtoitel'stva I arkitektury. 2004. № 2004-2(44). Pp. 28-34. (rus)
13. Korsun V.I., Makarenko S.Yu., Nedorezov A.V. Sopostavitel'nyi analiz kriteriev prochnosti betona dlya neodnoosnykh napryazhenykh sostoyanii [Comparative analysis of concrete strength criteria for non-axial stress states] // Sovremennoe promyshlennoe I grazhdanskoe stroitel'stvo. 2014. T. 10. №1. Pp. 65-78.
14. Kulik I. I. Prochnost' betona pri ploskom szhtii-rastyazhenii [Concrete strength under plane compression and extension] // Voprosy stroitel'stva I arkitektury. Minsk, 1977. Issue 7. Pp. 92-98. (rus)
15. Leites E.S. K utocnieniu odnogo iz uslovii prochnosti betona [To improvement one from conditions of concrete strength] // Povedenie betonov I elementov gelezobetonnykh konstruktci pri vozdeistvii razlichnoy dlitel'nosti: *Edited Volume / Edited by Gvozdev, A. A.; Krylov, S. M.* Moscow: NIIZhB, 1980. Pp. 37—40. (rus)
16. Pervakov V.N. Prochnost' tyazhelogo betona pri tryokhosnom napryazhenom sostoyanii «rastyazhenie-szhatie» [Strength of heavy concrete under triaxial state of stress «extension compression»] // Novoe v technologii, raschete I konstruirovani gelezobetonnykh konstruktci: *Edited Volume / Edited by Krylov, S. M.* Moscow: NIIZhB, 1984. Pp. 90-96. (rus)
17. Filonenko-Borodich M. M. Mekhanicheskie teorii prochnosti [Mechanical theory of strength]. Moscow: Publishing House of Moscow University, 1961. 94 p. (rus)
18. Yashin A.V. Kriterii prochnosti I deformirovaniya betona pri prostom nagruzhении dlya razlichnykh vidov napryazhennogo sostoyania [Strength criteria and straining of concrete under simple loading for different stress pattern] // raschet I konstruirovani gelezobetonnykh konstruktci: *Edited Volume / Edited by Gvozdev, A. A.* Moscow: NIIZhB, 1977. Pp. 48-57. (rus)
19. Yashin A.V. Macromechanica razrusheniya pri slojnykh (mnogoosnykh) napryazhenykh sostoyaniyakh [Macromechanics damage under the combined stress] // Prochnostnye I deformatcionnye charakteristiki elementov betonnykh I gelezobetonnykh konstruktci: *Edited Volume / Edited by Gvozdev, A. A.; Gushcha, Yu. P.* Moscow: NIIZhB, 1981. Pp. 3-29. (rus)
20. Chen Q.; Zhang Y.; Zhao T.; Wang Z.; Wang Z. Mesoscale Modelling of Concretes Subjected to Triaxial Loadings: Mechanical Properties and Fracture Behaviour. *Materials* **2021**, *14*, 1099. <https://doi.org/10.3390/ma14051099>
21. Javanmardi P. Experimental study of triaxial behavior of concrete under lateral confining stress. *Open Civ. Eng. J.* 2017, *11*, 281–291, doi:10.2174/1874149501711010281.

22. Malecot Y., Daudeville L., Dupray F., Poinard C., Buzaud E. Strength and damage of concrete under high triaxial loading // European Journal of Environmental and Civil Engineering. 2010. №14(6-7). P. 777-803.
23. Vu X.H., Malecot Y., Daudeville L., Buzaud E. Experimental analysis of concrete behavior under high confinement: Effect of the saturation ratio // International Journal of Solids and Structures. 2009. №46(5). P. 1105-1120
24. Hampel T, Speck K, Scheerer S, et al. High-performance concrete under biaxial and triaxial loads. ASCE J Eng Mech, 2009,135: 1274–1280
25. Korsun V.I., Kalmykov Yu.Yu., Makarenko S.Yu. A version of the failure criterion modification for plane concrete. (2017). Key Engineering Materials. 755. Pp. 300-321. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/kem.755.300>
26. Kupfer H. Das Verhalten des Betons unter zweiachsiger Beanspruchung // Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität. Dresden, 1968. № H.6. P. 1515–1518.
27. Schröder S., Opitz H. Festigkeit und Verformungseigenschaften des Betons bei zweiachsiger Druckbeanspruchung // Bauplanung-Bautechnik. 1968. 22. Jg. Heft 4. P. 190 – 196.
28. Wang, H.; Song, Y. Behavior of mass concrete under biaxial compression-tension and triaxial compression-compression-tension. Mater. Struct. 2009, 42, 241–249, doi:10.1617/s11527-008-9381-y.
29. Willam K. J., Warnke E. P. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete // Int. Assoc. Bridge. Struct. Eng. 1974. V. 19. P. 1–31.

Информация об авторах:

Корсун Владимир Иванович

ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», г. Санкт-Петербург, Россия, доктор технических наук, профессор, профессор Высшей школы промышленно-гражданского и дорожного строительства.

E-mail: korsun_vi@mail.ru

Карпенко Сергей Николаевич

Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН, г. Москва, Россия, доктор технических наук, главный научный сотрудник лаборатории «Проблем прочности и качества в строительстве».

E-mail: niisf_lab9@mail.ru

Макаренко Сергей Юрьевич

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», г. Макеевка, Украина, ассистент кафедры технической и прикладной механики.

E-mail: makarenko_sergejj@mail.ru

Недорезов Андрей Владимирович

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», г. Макеевка, Украина, кандидат технических наук, доцент кафедры железобетонных конструкций.

E-mail: nedorezov_a_v@mail.ru

Information about authors:

Korsun Vladimir I.

Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia, doctor in technical sciences, professor, professor of the Higher School of Industrial, Civil and Road Construction.

E-mail: korsun_vi@mail.ru

Karpenko Sergey N.

Research Institute of Building Physics RAASN, Moscow, Russia, doctor in technical sciences, chief research engineer of the laboratory "Problems of strength and quality in construction".

E-mail: niisf_lab9@mail.ru

Makarenko Sergey Yu.

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, Makiyivka, Ukraine, assistant in the department of Technical and Applied Mechanics.

E-mail: makarenko_sergejj@mail.ru

Nedoresov Andrej V.

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, Makiyivka, Ukraine, candidate in technical sciences, associate Professor of the department of Reinforced Concrete Structures.

E-mail: nedorezov_a_v@mail.ru