УДК 624.045.12 DOI: 10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46

ВЛ.И. КОЛЧУНОВ[1], А.И. ДЕМЬЯНОВ[1], М.В. ПРОТЧЕНКО[2]
[1] ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия
[2] ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», г. Брянск, Россия

МОМЕНТЫ В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ПРИ ИЗГИБЕ С КРУЧЕНИЕМ

Аннотация. *Были определены моменты в железобетоне при изгибе с кручением, предложена новая первая гипотеза линейных деформаций и ее наполнения эпюры при изгибе с кручением для аналитического второго функционала как функция от трех функций, – экспонента, прямая линия и кривая парабола. Найден простой новый способ (из семейств метод сеток) и предложена суммированная функция от дополнительной депланации. Построена новая вторая гипотеза угловых деформаций и ее наполнения эпюры в железобетоне при изгибе с кручением. Аналитический первый общий неопределенный функционал представляет собой функцию от функций, а также переходы, – операции между функциями. При этом получен пространственный тройной интеграл от аргументов* x, y, z *из продольных деформаций для первой гипотезы, а также третий и четвертый функционалы (неопределенный и определенный) из моментов (изгибающий и крутящий) с проецированием коэффициентов диаграммы «деформаций – напряжений» сжатого бетона и коэффициентами наполнения эпюр сжатого бетона для их плеч до нейтральной оси для поля из малых квадратов. Определен изгибающий и крутящий моменты от сжатой области бетона и рабочей арматуры (свернутый для их уровней или развернутый в алгебраические функции из синтеза расчетной модели железобетонных блоков). При этом имеем новые функционалы (от первого до четвертого функционала), предложенные гипотезы (первая и вторая), а также поперечные сечения (от малых квадратов) до пространственной трещины. Появляются также скачки (трещины) боковые, нормальные и др., от первой - третьей стадии средних деформаций бетона и рабочей арматуры.*

Ключевые слова: *моменты в железобетоне, способ сеток, функционалы, гипотезы деформаций, наполнение эпюры, изгиб с кручением, криволинейные эпюры, линейные деформации, угловые деформации.*

VL.I. KOLCHUNOV[1], A.I. DEMYANOV[1], M.V. PROTCHENKO[2]
[1]South-West State University, Kursk, Russia
[2]Bryansk State Engineering and Technological University, Bryansk, Russia

MOMENTS IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES UNDER BENDING WITH TORSION

Abstract. *The moments in reinforced concrete during bending with torsion were determined, the new first hypothesis of linear deformations and its filling of the diagram during bending with torsion for the analytical second functional as a function of three functions - an exponent, a straight line and a parabola curve. A simple new method is found (from the family of mesh methods) and a summed function of additional deplanation is proposed. The new second hypothesis of angular deformations and its filling of the diagram in reinforced concrete during bending with torsion is constructed. The analytical first general undefined functional is a function of functions, as well as transitions, operations between functions. At the same time, a spatial triple integral of arguments from longitudinal deformations for the first hypothesis was obtained, as well as the third and fourth functionals (indefinite and definite) from moments (bending and twisting) with the projection of the coefficients of the diagram of "deformations - stresses" of compressed concrete and the filling coefficients of the diagrams of compressed concrete for their shoulders to the neutral axis for a field of small squares. The bending and torque moments from the compressed area of concrete and working reinforcement are determined (folded for their levels or expanded into algebraic functions from the synthesis of the computational* *model of reinforced concrete blocks). In this case, we have new functionals (from the first to the fourth functional), proposed hypotheses (first and second), as well as cross sections (from small squares) to a spatial crack. There are also jumps (cracks) lateral, normal, etc., from the first - third stage of average deformations of concrete and working reinforcement.*

Keywords: *moments in reinforced concrete, method of grids, functionals, deformation hypotheses, diagram filling, bending with torsion, curvilinear diagrams, linear deformations, angular deformations.*

Введение

Строительство железобетонных конструкций, испытывающих сложное напряженное состояние при изгибе с кручением, рассмотрено в научных публикациях [1-12 и др.].

Экспериментальные и теоретические исследования, выполненные в последние годы [13-22], связаны с необходимостью развития расчетной схемы и учетом ряда новых эффектов деформирования железобетона с пространственными трещинами. В железобетоне пока не была найдена гипотеза для прямоугольных сечений линейных и угловых деформаций и ее наполнения криволинейных эпюр при изгибе с кручением. Не установлен аналитический неопределенный функционал из нескольких функций и не предложена еще функция от депланации. Поэтому нами были предложены проецирование коэффициентов тензора напряженно-деформированного состояния φ_{ij} и упругопластического $v(\lambda)$, их диаграммы сжатого бетона для напряжений (деформаций), а также важно получить коэффициенты наполнения эпюр $\omega_i(x,y,z)$ из моментов - изгибающих M_{bend} и крутящих M_t, для их плеч до нейтральный оси для ***любых квадратиков*** (в том числе, - средних деформаций рабочей арматуры). При этом необходимо получить моменты в железобетоне при изгибе с кручением, для стадии I-III от сжатой области бетона до пространственных и нормальных трещин в средней рабочей арматуре (свернутые для их уровней или развернутые в алгебраические функции из синтеза расчетной модели железобетонных блоков).

Модели и методы

Найден простой ***новый способ*** (из семейств метод сеток) для разработки ***функционалов*** деформаций [23] для аппроксимации прямоугольных любых средних сечений в сжатой и растянутой зонах с помощью их ***специальных квадратов*** (нескольких функций между точками, - большие или малые отрезки для требуемых погрешностей). При этом имеем моменты: ***общий*** или ***малых квадратов***, ***неопределенные*** или ***определенные*** и ***форму*** из сопротивления (где изгиб и кручение).

Из теории упругости Тимошенко и Гудьер [24] с использованием мембранной аналогии может быть определена функция напряжений для прямоугольного сечения.

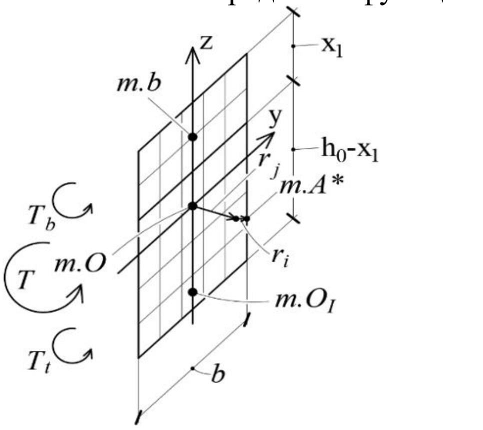

Рисунок 1– Аппроксимация прямоугольных любых средних сечений в сжатой и растянутой зонах с помощью их квадратов для распределения изгибающих и крутящих моментов (без трещин)

Затем получен новый первый функционал для аппроксимации прямоугольных любых средних сечений в сжатой и растянутой зонах с помощью их квадратов и распределение изгибающих и крутящих моментов (рисунок 1).

Функция Тимошенко и Гудьер [24] может быть представлена в виде:

$$f = Ч \cdot f_*. \qquad (1)$$

Здесь обозначим $Ч = \dfrac{8 \cdot G \cdot \varphi_A \cdot b^2}{\pi^3}$; φ_A – угол для поперечного сечения в краевых фибрах сжатого бетона или растянутой арматуры; f – это сложная функция Тимошенко и Гудьер в теории упругости [24].

Затем аналогично для функции (1), получим наш новый первый функционал. На втором шаге (первая и второй итерации) для корректировки значений полученной функции вновь повторим пройденные шаги, с использованием более частого разбиения поперечного сечения с использованием других точек.

Для этого предварительно запишем ***первую функцию*** горизонтальную параболу относительно оси y $f_{5,n,*}(y)$. Затем также запишем **вторую функцию** $f_2(z)$ – параболу относительно оси z. Тогда новый первый функционал $f_{5,n,*}(y,z)$ имеет две функции.

Здесь представлены функции $A(y)$ и $B(y)$, $C(y)$ от аргумента y, а также $f_{5,n,*}(y,z)$ от двух аргументов y, z (т. е. операция перехода (переход обозначим как ◆) между их системой функций).

Решив систему, получим ***аналитический первый функционал*** $f_{5,n,*}(y,z)$: через функцию 1, – $f_{1,*}(y)$ и функцию 2, – $f_{2,*}(z)$ при первичном крупном разбиении ***сетки*** и при разбиении на более мелкие части ***сетки*** (рисунок 1):

$$f_{5,*}(y,z) = f_{1,*}(y) \;\blacklozenge\; f_{2,*}(z) = \pm\left[-\frac{3(47b^2-200y^2}{25b^2h^2}\cdot z^2 + \frac{487b^2-2280y^2}{500b^2h}\cdot z + 0.923 - \frac{93y^2}{25b^2}\right] \quad (2)$$

Здесь для квадрантов I, III и II, IV, – знаки «+» и «–» приняты соответственно, $A = -\frac{3(47b^2-200y^2)}{25b^2h^2}$; $B = \frac{487b^2-2280y^2}{500b^2h}$; $C = 0.923 - \frac{93y^2}{25b^2}$.

Проведен сложный анализ предложенного нового первого функционала, а также функции из теории упругости Тимошенко С.П. [23] с их аппроксимацией. При этом функционалы имеют разбиения сетки (крупная или мелкая) для линий – горизонтальных и вертикальных, а также между точками (т. е. функции по оси y или z). При нахождении значений функций в ***рассмотренных*** точках поперечного сечения получаем погрешность до 2% или в ***любых*** точках – погрешность до 7%.

Тогда сформулируем следующее ***определение*** (рисунок 2).

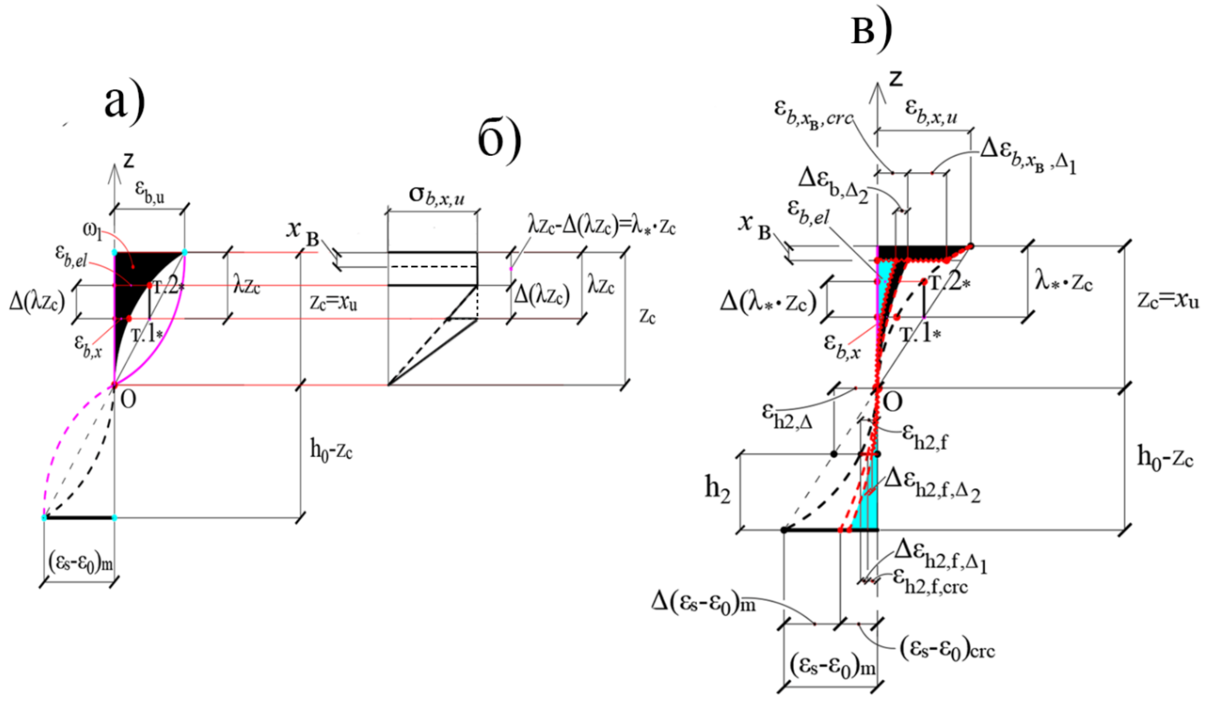

Рисунок 2 – Эпюра деформации продольных бетона и арматуры:
а) для стадии I; б) здесь для упругопластическая эпюра напряжений сжатого бетона;
в) для стадии II и III
$\Delta\varepsilon_{b,x_b,\Delta_1}$ ***– скачок первый;*** $\Delta\varepsilon_{b,\Delta_2}$ ***– скачок второй***

Предложенная ***новая гипотеза 1 линейных деформаций*** – кинематика между волокнами для относительных продольных фибровых верхних и нижних деформаций бетона и арматуры ($\varepsilon_{x,b}$ и $\varepsilon_{x,s}$) для их отношений в расстояниях от нейтральной оси, подобная модернизированной гипотезе Бернулли, но имеющая специальную геометрическую фигуру для функции $f_{sum,\Delta-d}$ (знаки «+», «-» приняты для различных квадрантов), а также сжатый бетон в пластической и упругой областях между параметром λ_* (число) для получения уравнения с деформацией $\varepsilon_{b,el}$.

Построим кривую деформирования $\varepsilon_{b,x,sum}$ (депланация вычитания от гипотезы Бернулли из треугольников). Для этого сложим значения относительных продольных деформаций $\varepsilon_{x,b}$, найденных ***из новой гипотезы 1*** и относительных продольных деформаций депланации $\varepsilon_{x,d}$, найденных из функционала:

$$\varepsilon_{b,x,sum} = \varepsilon_{b,x} \pm \varepsilon_{x,d}\,. \tag{3}$$

Таким образом, пространственная ***новая гипотеза 1*** деформирования имеет вид ***вычитания*** геометрической фигуры от треугольника. Получим специальную функцию $f_{sum,\Delta-d}$:

$$f_{sum,\Delta-d} = \varepsilon_{x,sum}(x,y,z) = \pm\left[B_1\cdot(z-z_c)+B_2\cdot(h_0+z-z_c)\right]\cdot B_3\cdot B_4\cdot x \pm$$

$$\pm D_1\cdot y\cdot z\left[-D_2\cdot x\cdot \mathrm{e}^{-\lambda_{***}\left(\frac{x}{l}+A_{***}\right)}+D_3\cdot \mathrm{e}^{-\lambda_{***}\left(\frac{x}{l}+A_{***}\right)}+D_4\right]. \tag{4}$$

Здесь $B_1=\dfrac{\varepsilon_{s,m}}{h_0}$; $B_2=\dfrac{M_{bend}}{v_b\cdot E_b\cdot A_b\cdot z_b}$ – ***группа II, т.е. через изгибающий момент*** M_{bend}, (а также ***прочность*** – $B_2=\dfrac{\varepsilon_{b,u}}{h_0}$); $B_3=b|_{y=const}=b$; $B_4=\left[\varepsilon_{b,x}\right]_1=\dfrac{R_{\sup}\cdot 1}{E_b\cdot v_b\cdot\omega_\varepsilon\cdot z_c}$; $D_1=\dfrac{M_t}{G_{rec}\cdot I_{rec}}\cdot\dfrac{a_*^2-b_*^2}{a_*^2+b_*^2}$; $D_2=\dfrac{\lambda_{***}}{l^2}$; $D_3=\dfrac{1}{l}$; $D_4=\dfrac{C_{***}}{l}$; $A_{***}(y,z)=\dfrac{3,84h-22,96z}{b^2h}\cdot(y)^2-\dfrac{2,88h-12,3z}{bh}\cdot y-\dfrac{0,34h-0,36z}{h}$; $C_{***}(y,z)=$ $\dfrac{9,39h-27,02z}{b^2h}\cdot(y)^2-\dfrac{7,16h-17,39z}{bh}\cdot y-\dfrac{-0,306h+0,232z}{h}$, $a_*=\dfrac{h}{2}$; $b_*=\dfrac{b}{2}$.

Для кинематических верхней и нижней фибр получим пропорцию:

$$\frac{\varepsilon_{b,x}}{(\varepsilon_s-\varepsilon_0)\cdot\psi_s}=\frac{x}{h_0-x}=\frac{f_{sum,\Delta-d,up}}{z_c}=\frac{f_{sum,\Delta-d,d}}{h_0-z_c}\,. \tag{5}$$

Здесь знаем точку A1,u ($z_c=0,5h$; $\varepsilon_{b,u}$), точку A2,s ($-\left[h_0-z_c\right]$; $-\varepsilon_{s,m}$); $y=const$ (т.е. дискретная для ее требуемой точки); $\varepsilon_{s,m}=(\varepsilon_s-\varepsilon_0)\cdot\psi_s$, – средняя деформация арматуры; ε_0 – деформация преднапряжения.

Уравнение для нахождения λ_* (для упругопластической области см. рисунок 2,б) используем из уравнения (4).

Теперь имеем первый скачок (рисунок 2,в), сверху вниз от верхней грани конструкции до пространственной трещины в конце верхней сжатой области для x_B; $f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}$ – функция скачка (обозначим Δ_1 – скачок 1); Δ – деформации между кривой и прямой линиями:

$$f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}=\varepsilon_{x,sum,crc}=\pm\left[B_{1,crc}\cdot(z-(z_c-x_B))+B_{2,crc}\cdot(h_0+z-z_c)\right]\cdot B_{3,crc}\cdot B_{4,crc}\cdot x\pm$$

$$\pm D_{1,crc}\cdot y\cdot z\left[-D_{2,crc}\cdot x\cdot \mathrm{e}^{-\lambda_{***}\left(\frac{x}{l}+A_{***}\right)}+D_{3,crc}\cdot \mathrm{e}^{-\lambda_{***}\left(\frac{x}{l}+A_{***}\right)}+D_{4,crc}\right]. \tag{6}$$

Здесь $B_{1,crc}=\dfrac{\varepsilon_{s,m,crc}}{h_0-x_B}$; $B_{2,crc}=\dfrac{\varepsilon_{b,x_B,crc}}{h_0-x_B}$; $B_{3,crc}=y$; $B_{4,crc}=\left[\varepsilon_{b,x,crc}\right]_1=\dfrac{R_{\sup,crc}\cdot 1}{E_{b,crc}\cdot\omega_\varepsilon\cdot(z_c-x_B)}$;

$D_{1,crc}=\dfrac{M_{t,crc}}{G_{rec}\cdot I_{rec}}\cdot\dfrac{a_*^2-b_*^2}{a_*^2+b_*^2}$; $D_{2,crc}=D_2=\dfrac{\lambda_{***}}{l^2}$; $D_{3,crc}=D_3=\dfrac{1}{l}$; $D_{4,crc}=D_4=\dfrac{C_{***}}{l}$.

А также имеем второй скачок от крайней боковой грани конструкции до внутренней области пространственной трещины (рисунок 2, в), – скачок 2 функция $f_{sum,\Delta_2,\Delta-d,tr}$.

Запишем функцию продольных деформаций f_{Δ_2} от второго скачка, возникающего при образовании трещины:

$$f_{\Delta_2}=f_{sum,\Delta-d}-f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}. \tag{7}$$

Здесь функция $f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}$, – см. формулу (6); функция $f_{sum,\Delta-d}$, – см. формулу (4).

Теперь можем записать функцию деформаций при возникновении второй трещины – боковые, нормальные, следы-трещины и др. (появляется и второй скачок):

$$f_{sum,\Delta_2,\Delta-d,tr}=f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}-f_{\Delta_2}=f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}-f_{sum,\Delta-d}+f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}=2f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}-f_{sum,\Delta-d}. \tag{8}$$

Сформулируем следующее ***определение***. Предложенная ***новая гипотеза 2 угловых деформаций*** – суммарные угловые деформации с коэффициентом $k_{\gamma,sum}$ их увеличения, т.е. кинематика между волокнами для относительных поперечных фибровых верхних и нижних суммарных деформаций сдвигов бетона и арматуры ($\gamma_{sum,b}$ и $\gamma_{sum,s}$) для их отношений в расстояниях от нейтральной оси, имеющая специальную геометрическую фигуру для функции $f_{sum,y}$ (знаки «+», «-» приняты для различных квадрантов), а также сжатый бетон в пластической и упругой областях между параметром $\lambda_{*,\gamma}$ (число) для получения уравнения с деформацией $\gamma_{b,el}$.

Таким образом, сдвиговые деформации такие же (упругая и прочность имеют те же ***формы***), только больше на коэффициент $k_{\gamma,sum}$:

$$k_{\gamma,sum}=\frac{\gamma_{sum,u}}{\gamma_{sum,el}}. \tag{9}$$

Суммарные сдвиговые деформации для $\gamma_{t,zx}$ и $\gamma_{t,yx}$ получим:

$$\gamma_{sum,\gamma}=\gamma_{t,sum}=\sqrt{\gamma_{t,zx}^2+\gamma_{t,yx}^2}=$$

$$=\frac{2\varphi_A}{125h^2\pi^3}\cdot\sqrt{\left(b^2\left(487h-5640z\right)+16y^2\left(-101h+1320z\right)\right)^2+256y^2\left(229h^2+202hz-1320z^2\right)^2}. \tag{10}$$

Для точки 2 (x=a$_i$ – расстояние от опоры до поперечного сечения; y; $z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c$), получим:

$$f_{sum,\gamma}(m.2)=\frac{2\varphi_A}{125h^2\pi^3}\cdot\left[\left(b^2\left(487h-5640\cdot\left(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c\right)\right)+16y^2\left(-101h+1320\cdot\left(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c\right)\right)\right)^2+\right.$$

$$\left.+256y^2\left(229h^2+202h\cdot\left(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c\right)-1320\cdot\left(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c\right)^2\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{11}$$

Теперь получим $\gamma_{sum,el}$:

$$\gamma_{sum,el}=\sqrt{\gamma_{zx,el}^2+\gamma_{yx,el}^2}=\frac{2\varphi_A}{125h^2\pi^3}\cdot\left[\left(b^2\left(487h-5640\cdot\left(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c\right)\right)+16y^2\left(-101h+1320\cdot\left(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c\right)\right)\right)^2+\right.$$

$$+256y^2\left(229h^2+202h\cdot\left(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c\right)-1320\cdot\left(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c\right)^2\right)^2\Bigg]^{\frac{1}{2}}. \tag{12}$$

Деформации сдвига от кручения имеют скачки на эпюре представлены на рисунке 3. Запишем функцию деформаций, при образовании трещины $f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc}$. Она аналогична функции $f_{sum,\gamma}$ (такая же форма эпюры, только меньше на коэффициент $k_{sum,\gamma}$).

Имеем функцию для их первого скачка:

$$f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc}=\frac{f_{sum,\gamma}}{k_{\gamma,sum}}. \tag{13}$$

Здесь $f_{sum,\gamma}$ – функция для вычисления деформаций сдвига без трещин (см. формулу (11)); $f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc}$ – функция для вычисления деформаций сдвига в сечении с одной пространственной трещиной в ее конце верхней сжатой области для x_B.

Была рассмотрена суммарная эпюра деформаций сдвига (рисунок 3) в сечении 1-1 (а); суммарная эпюра в виде вогнутой параболы, переход от сечения 2-2 (при $y=\frac{b}{8}$, $y=\frac{b}{4}$, $y=\frac{3b}{8}$) к сечению 3-3 (в виде выпуклой параболы с учетом знаков в четвертях) (б).

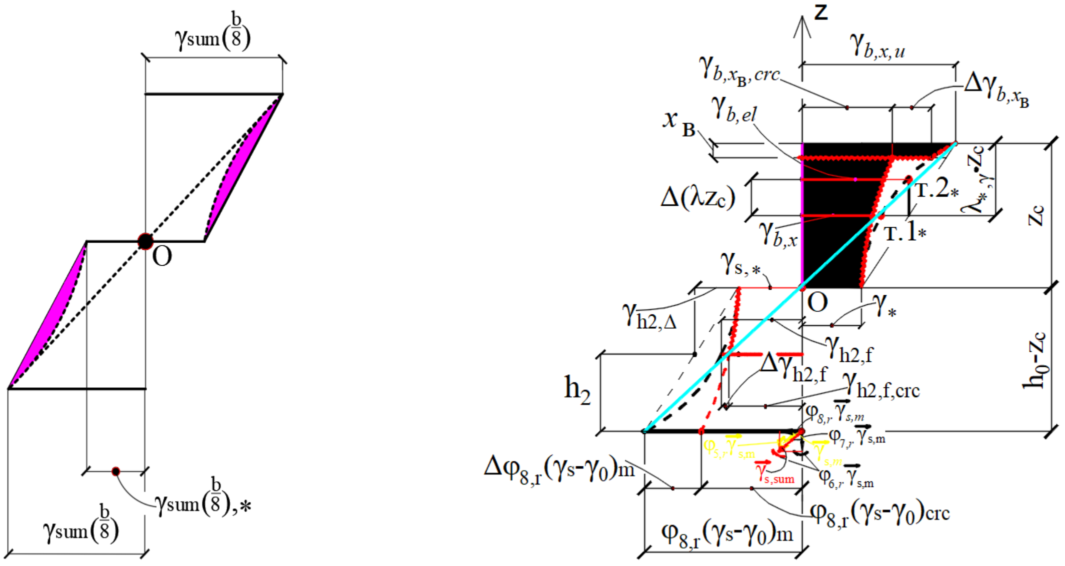

Рисунок 3 – Суммарная эпюра деформаций сдвига бетона и арматуры: а) для стадии I; б) то же для стадии II (или III).

Теперь получим функцию f_{γ,Δ_2} для второго скачка. Запишем функцию второго скачка деформаций сдвига, возникающего при образовании трещины:

$$f_{\gamma,\Delta_2}=f_{sum,\gamma}-f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc}=f_{sum,\gamma}-\frac{f_{sum,\gamma}}{k_{\gamma,sum}}=f_{sum,\gamma}\left(1-\frac{1}{k_{\gamma,sum}}\right). \tag{14}$$

Запишем функцию деформаций при возникновении второй трещины (появляется и второй скачок):

$$f_{sum,\gamma,\Delta_2,tr}=f_{sum,\gamma,\Delta_1,crc}-f_{\Delta\gamma}=\frac{f_{sum,\gamma}}{k_{\gamma,sum}}-f_{sum,\gamma}+\frac{f_{sum,\gamma}}{k_{\gamma,sum}}=f_{sum,\gamma}\left(\frac{2}{k_{\gamma,sum}}-1\right). \tag{15}$$

В железобетоне при изгибе с кручением, важно иметь коэффициенты φ_{ij} и $\nu(\lambda)$ для проецирования от главных "напряжений – деформаций" через нормальные и касательные диаграммы, при этом нормальные и касательные напряжения можно получить через их деформации и диаграммы. Тогда получим изгибающие и крутящие моменты (определенные и неопределенные), а также их интегралы и функционалы.

Имеем области упругие, пластические и трещины (боковые, нормальные, в конце x_B и др.) между сжатым бетоном с растяжением средней арматуры с коэффициентом ψ_s (без растяжения бетона). Теперь для продольной и поперечной арматуры (с растяжением средней арматуры с коэффициентом ψ_{sw}) получим контуры – потоки включаются в изгибающие и крутящие моменты, а также ширину раскрытия трещин и расстояния между трещинами или разрушение железобетонных конструкций.

Тогда для диаграмм сжатого бетона для напряжений (деформаций) (рисунок 4) проецирования деформаций и напряжений получим коэффициенты φ_{ij} и $v(\lambda)$ из их точек C, B, A, D (для прочности и трещиностойкости).

Теперь в точке C диаграммы имеем коэффициенты φ_{ij} для ***деформаций***:

$$\varphi_{\varepsilon_x,u} = \frac{\varepsilon_{x,u}}{\varepsilon_{1,u}} = \frac{\varepsilon_{x_1,u}\cdot\cos^2\alpha + \varepsilon_{z_1,u}\sin^2\alpha + \frac{1}{2}\gamma_{z_1x_1,u}\sin 2\alpha}{1,567\cdot\varepsilon_{i,u}+\varepsilon_{3,u}} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_{x_1,u} + \frac{1}{2}\varepsilon_{z_1,u} + \frac{1}{2}\gamma_{z_1x_1,u}}{1,567\cdot\varepsilon_{i,u}+\varepsilon_{3,u}}. \quad (16)$$

α (для 45° или др.) – угол между поперечным сечением и наклонным сечением k.

$$\varphi_{\gamma_{zx},u} = \frac{\gamma_{zx,u}}{\varepsilon_{1,u}} = \frac{\left(\varepsilon_{x_1,u} - \varepsilon_{z_1,u}\right)\cdot\sin 2\alpha + \gamma_{z_1x_1,u}\cos 2\alpha}{1,567\cdot\varepsilon_{i,u}+\varepsilon_{3,u}} = \frac{\varepsilon_{x_1,u}-\varepsilon_{z_1,u}}{1,567\cdot\varepsilon_{i,u}+\varepsilon_{3,u}} \le \frac{\tau_{pl}\left(\frac{c}{h_0}\right)\cdot 2\left(1+\mu_{b,u}(\lambda)\right)}{E_{b,u}(\lambda)\cdot(1,567\cdot\varepsilon_{i,u}+\varepsilon_{3,u})}. \quad (17)$$

Параметры $\varepsilon_{x_1,u}$ и $\gamma_{z_1x_1,u}$ см. формулы (4) и (10), ограничения:

$$\varphi_{\gamma_{zx},Q,u} = \frac{\gamma_{zx,Q,u}}{\varepsilon_{1,u}} = \frac{(\tau_{zx,u}-\tau_{zx,Mt,u})\cdot 2\left(1+\mu_{b,u}(\lambda)\right)}{E_{b,u}(\lambda)\cdot(1,567\cdot\varepsilon_{i,u}+\varepsilon_{3,u})}. \quad (18)$$

Здесь $E_{b,u}(\lambda) = \frac{\sigma_{i,u}}{\varepsilon_{i,u}} = \frac{R_b}{0.0035}$; $\mu_{b,u}(\lambda) = 0.357$.

Теперь для коэффициента $\varphi_{\gamma_{yx},u}$ получим:

$$\varphi_{\gamma_{yx},u} = \frac{\gamma_{yx,u}}{\varepsilon_{1,u}} = \frac{k_{*,u}\cdot k_{**}\cdot\gamma_{zx,Mt,el}}{1,567\cdot\varepsilon_{i,u}+\varepsilon_{3,u}}. \quad (19)$$

Здесь **четвертый переход**, – через деформации γ_{zx} или деформации γ_{yx} для параметра k_{**}; параметр $\gamma_{zx,Mt,el}$ (см. аналог деформации ε_x т.е. в точке А, – $k_{*,u} = \frac{M_{t,u}}{M_{t,crc}}$).

Проецированием коэффициентов φ_{ij} и $v(\lambda)$ из точек C, B, A, D их диаграмм (рисунок 4) получим напряжения (деформации):

$$\varphi_{\sigma_x,j} = \frac{\sigma_{x,j}}{\sigma_{1,j}} = \frac{\sigma_{x_1,j}\cos^2\alpha + \sigma_{z_1,j}\sin^2\alpha + \tau_{z_1,x_1j}\sin 2\alpha}{1,149R_b}. \quad (20)$$

Здесь $j=$ C**,** B, A, D; $\sigma_x = \varepsilon_x\cdot E_b(\lambda) = \varepsilon_x\cdot v_b(\lambda)\cdot E_b$; $E_{b,j}(\lambda) = \frac{\sigma_{b,i}}{\varepsilon_{b,i}}$; для точки C, – $E_{b,u}(\lambda) = \frac{\sigma_{i,u}}{\varepsilon_{i,u}} = \frac{R_b}{0.0035}$, $\mu_{b,u}(\lambda) = 0,357$, $k_{*,u} = \frac{M_{bend,u}}{M_{bend,crc}}$; для точки B, – $E_{bR}(\lambda) = \frac{\sigma_{i,bR}}{\varepsilon_{i,bR}} = \frac{R_b}{0.0020}$, $\mu_{bR}(\lambda) = 0.251$; для точки A, $-E_{b,el} = \frac{\sigma_{i,el}}{\varepsilon_{i,el}} = \frac{R_b}{0,0015}$, $\mu_{b,el} = 0,167$; для точки F_k (второй группы, –

участок АС (например, точка F) из диаграммы «$\sigma_x - \varepsilon_x$» см. рисунок 4 и коэффициент φ_{ij}), –

$tg\alpha_{F_k} = \dfrac{\sigma_{x,u}}{\varepsilon_{x,F_k}} = E_{b,F_k}(\lambda) = E_b v_{b,F_k}(\lambda), v_{b,F_k}(\lambda) = \dfrac{\sigma_{x,u}}{\varepsilon_{x,F_k} \cdot E_b}$.

Аналогично напряженно-деформированному состоянию находим коэффициент φ_{ij} и $v(\lambda)$ для II группы (участок АС для диаграмме «$\sigma_x - \varepsilon_x$» см. рисунок 4) для любой точки F_k получим, – $\varepsilon_x, \varepsilon_{x1}, \varepsilon_z, \varepsilon_{z1}, \gamma_{sun}, \gamma_{sum,\alpha}$ и др., а также v_{ij} (любой j – той) и коэффициент $v_{F_k,i}(\lambda)$.

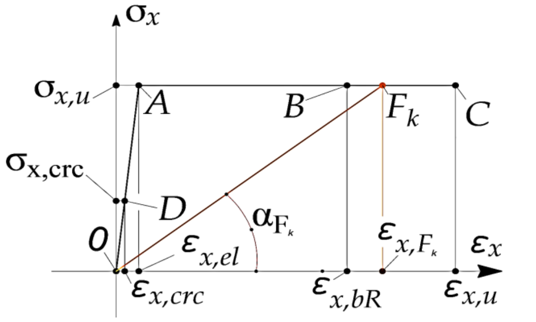

Рисунок 4 – Диаграмма «$\sigma_x - \varepsilon_x$» с точками F_k, иллюстрирующая нахождение коэффициентов $v_{b,F_k}(\lambda)$.

При расчете первой группы (по предложенной модели, для критерия прочности по предельным деформациям) находят продольные деформации, пропорционально переходя от сечения k-k до сечения I-I.

При расчете второй группе они могут быть найдены путем осуществления пропорционального перехода от сечения I-I до сечения k-k, – при известных $R_{\sup}$ и моменте M_{bend}.

Теперь получим нормальные и касательные напряжения (рисунок 2, б и рисунок 4):

$$\sigma_x = \varepsilon_x \cdot E_b(\lambda) = \varepsilon_x \cdot v_b(\lambda) \cdot E_b. \quad (21)$$

Умножим функционал для определения составляющих $\gamma_{t,zx}$ и $\gamma_{t,yx}$ относительных деформаций сдвига при кручении на модуль сдвига $G(\lambda)$:

$$\tau_{t,zx} = \gamma_{t,zx} \cdot G(\lambda) = \gamma_{t,zx} \cdot G_b \cdot v_b(\lambda); \quad (22)$$

$$\tau_{t,yx} = \gamma_{t,yx} \cdot G(\lambda) = \gamma_{t,yx} \cdot G_b \cdot v_b(\lambda). \quad (23)$$

При использовании функционала для определения составляющих касательных напряжений $\tau_{t,yx}$ и $\tau_{t,zx}$ необходимо учитывать $z^2 \to (\pm z)$; $y \to (\pm y)$ – функционал со знаком «+» в квадрантах I, III, со знаком «-» в квадрантах II, IV.

Важно учитывать, что если крутящий момент имеет постоянную величину $(M_t = const)$, то $\tau_{zx,u,Mt} = \tau_{zy,u,Mt}$, а если крутящий момент переменный $(M_t \neq const)$, то $\tau_{zx,u,Mt} \approx \tau_{zy,u,Mt,m}$. $\tau_{zy,u,Mt}$ – функция, переменная на участке стержня или не переменная, а скачок на эпюре крутящего момента m_j.

Таким образом, вместо переменной функции возможно сделать три-четыре скачка кручения m_j, зная каждый m_j. Суммарное касательное напряжение при кручении $\tau_{t,sum}$ может быть найдено из выражения (24). Подставив соответствующие значения ***предложенного нового функционала 2,*** после алгебраических преобразований получим:

$$\tau_{t,sum} = \gamma_{t,sum} \cdot G. \quad (24)$$

Здесь $\tau_{t,sum}$ – результирующее касательное напряжение ($\tau_{t,sum} \le \tau_{pl,Mt}$ – пластическое касательное напряжение кручения).

Теперь имеем упругие и пластические эпюры нормальных и касательных напряжений (рисунок 2,б и рисунок 5) в поперечном сечении для сжатого бетона x_k и в конце верхней пространственной трещины x_B в сечениях 1-1, 2i-2i, 3-3.

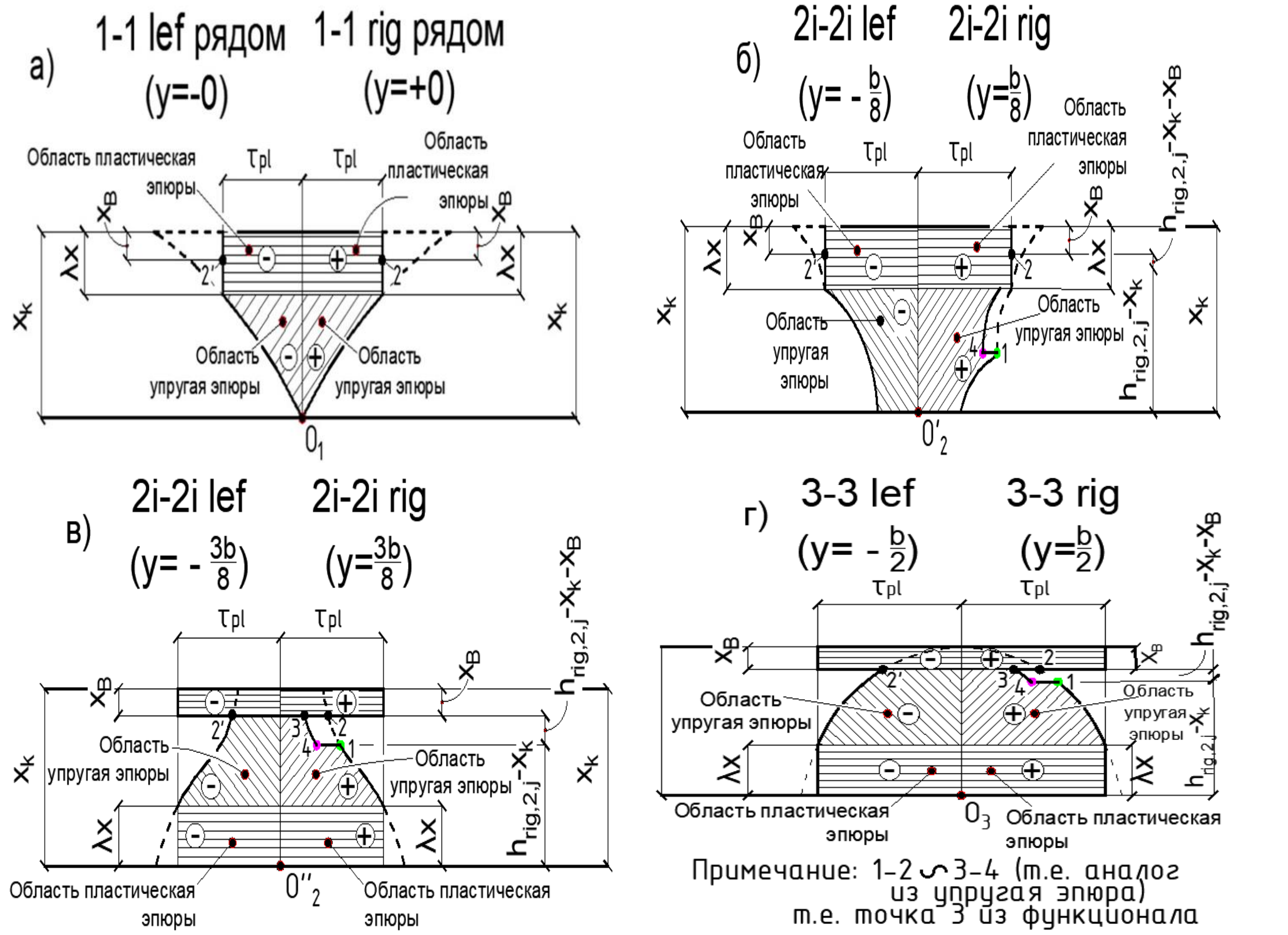

Рисунок 5 – Упругие и пластические эпюры касательных напряжений для сжатого бетона x_k и конца верхней пространственной трещины x_B в сечениях 1-1, 2i-2i, 3-3, ω_{pl} пластическая эпюра области и ω_{el} упругая эпюра области.

Проинтегрировав функцию $f_{sum,\Delta-d}$ (4) ***вычитания*** треугольника (т.е. гипотеза Бернулли) по объему (по осям x, y, z), получим ***неопределённый изгибающий момент***. После алгебраических преобразований получим ***третий функционал.*** Проведем несколько раз интегрирование по частям:

$$f_{\varepsilon,\cdot\cdot\ \mathrm{int,vol}}(x,y,z)=\iiint f_{sum,\Delta-d}\,dxdydz=\iiint \varepsilon_{x,sum}\,dxdydz=$$

$$=f^{*}_{\varepsilon,\cdot\cdot\ \mathrm{int,vol}}(x,y,z,B_1,B_2,z_k,B_4,h,b,D_1,D_2,D_3,\frac{x}{l},\lambda_{***}) \qquad (25)$$

Здесь $x, y, z, h, b,$ - геометрические параметры; $\frac{x}{l}, \lambda_{***}, z_k$ – const; B_1, B_2, B_4, D_1, D_2, D_3 – параметры в формуле (4).

После из третьего функционала (25), получим, ***определенный изгибающий момент после образования трещин*** (II-III стадий):

$$M_{bend,def,*}=f^{II}{}_{\varepsilon,def,\mathrm{int,vol}}(x,y,z)=\left[\left[\left[f_{sum,\Delta-d}-f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}\right]_0^{x-x_B}\right]_{-0.5b}^{0.5b}\right]_0^{a-\varsigma\cdot c}+\left[\left[\left[f_{sum,\Delta-d}-f_{sum,\Delta_1,\Delta-d,crc}\right]_{x-x_B}^{x}\right]_{-0.5b}^{0.5b}\right]_0^{a-\varsigma\cdot c}. \qquad (26)$$

Суммирование изгибающих M_{bend} выполнено для всех i-ых квадратов расположенных (ω_i – наполнения эпюра линейных деформаций, $\omega_i \approx 1$; $z_{b,i}$ или $z_{s,i}$ – плечи для всех i -ых квадратов до нейтральной оси; $A_{b,i}$ или $A_{s,i}$ – площади для i -ых квадратов) в сжатой зоне поперечных сечений, $M_c = \sum_{i=1}^{m} M_i$. В свою очередь, изгибающий момент, воспринимаемый сжатым бетоном – ($\varepsilon_{b,x,i} \cdot v_{b,i} \cdot E_b \cdot A_{b,i} \cdot z_{b,i} = M_{bend,b,i}$) или растянутой арматурой через коэффициент ψ_s, – ($\varepsilon_{s,x,i} \cdot \psi_s \cdot v_{s,i} \cdot E_s \cdot A_{s,i} \cdot z_{s,i} = M_{bend,s,i}$).

Теперь крутящий момент, ***определенный четвертый функционал*** может быть представлен как функция $f_{5,*}(y,z)$ (2):

$$M_t = Ч \cdot f_{5,\iint} = \frac{8 \cdot G(\lambda) \cdot \varphi_A \cdot b^2}{\pi^3} \cdot 2 \int_{-0,5b}^{0.5b} \int_{-0.5h}^{0.5h} f_{5,*}(y,z)\, dydz = Ч \cdot 0.628 \cdot bh. \quad (27)$$

Здесь φ_A – угол для поперечного сечения в краевых фибрах сжатого бетона или растянутой арматуры; $f_{5,*}(y,z)$ – наш ***первый функционал***, см. формулу (2);

$$Ч = \frac{8 \cdot G(\lambda) \cdot \varphi_A \cdot b^2}{\pi^3} = \frac{M_t}{0.628 \cdot bh}; \; f_{5,\iint} = 2 \int_{-0,5b}^{0.5b} \int_{-0.5h}^{0.5h} f_{5,*}(y,z)\, dy\, dz = 0.628 \cdot bh.$$

После алгебраического преобразования имеем ***первую группу*** – прочность, – $M_{t,u}$ известная величина через критерий $\gamma_{sum,u}$ (диаграммы «угловые деформации – касательные напряжения»), а также ***вторую группу*** – M_t известная величина от внешней силы.

Теперь из кинематики для максимальных волокон поперечного сечения находим угол φ_A (для поперечных сечений 1-6) в краевых фибрах бетона.

Крутящий ***неопределенный*** момент $M_{t,i}(z,y)$ может быть представлен как функция от угла закручивания $\varphi_{A,i}(z,y)$:

$$M_{t,i}(z,y) = Ч_2 \cdot \varphi_{A,i}(z,y) \cdot f_{5,**,\iint}(z,y) = \frac{8 \cdot G(\lambda) \cdot b^2}{\pi^3} \cdot \varphi_{A,i}(z,y) \cdot 2 \int_0^y \int_0^z f_{5,*}\, dy\, dz =$$

$$= Ч_2 \cdot \varphi_{A,i}(z,y) \cdot 2 \int_0^y \int_0^z f_{5,*}\, dy\, dz = Ч_2 \cdot \varphi_{A,i}(z,y) \cdot f_{5,**,\iint}(z,y). \quad (28)$$

Здесь $Ч_2 = \dfrac{8 \cdot G(\lambda) \cdot b^2}{\pi^3}$; $f_{5,*}(z,y)$ – наш функционал, см. формулу (2).

Тогда после интегрирования получим неопределенный ***функционал 4***:

$$f_{5,**,\iint}(z,y) = 2 \int_0^y \int_0^z f_{5,*}\, dy\, dz = 2 \int_0^y \int_0^z \left[A(y) \cdot z^2 + B(y) \cdot z + C(y) \right] dy\, dz =$$

$$= A_{\iint} \cdot \frac{2}{3} z^3 + B_{\iint} \cdot z^2 + C_{\iint} \cdot 2z. \quad (29)$$

Здесь функции $A_{\iint}$, $B_{\iint}$, $C_{\iint}$ принимают вид:

$$A_{\int\int} = \int_0^y A_{ij}\,dy = \int_0^y \left[-\frac{3\left(47b^2 - 200y^2\right)}{25b^2h^2} \right] dy = -\frac{141y}{25h^2} + \frac{8y^3}{b^2h^2}; \tag{30}$$

$$B_{\int\int} = \int_0^y B_{ij}\,dy = \int_0^y \left[\frac{487b^2 - 2280y^2}{500b^2h} \right] dy = \frac{487y}{500h} - \frac{760y^3}{500b^2h}; \tag{31}$$

$$C_{\int\int} = \int_0^y C_{ij}\,dy = \int_0^y \left[0.923 - \frac{458y^2}{125b^2} \right] dy = \frac{923y}{1000} - \frac{458y^3}{375b^2}; \tag{32}$$

Теперь из ***функционала 4,*** формула (29) получим неопределенный $M_{t,i}$:

$$M_{t,i} = \frac{8 \cdot G(\lambda) \cdot b^2}{\pi^3} \cdot \varphi_{A,i}(z,y) \cdot \left(A_{\int\int} \cdot \frac{2}{3} z^3 + B_{\int\int} \cdot z^2 + C_{\int\int} \cdot 2z \right). \tag{33}$$

Отсюда можно выразить угол закручивания $\varphi_{A,i}$ для каждой точки A_i поперечного сечения:

$$\varphi_{A,i}(z,y) = \frac{M_{t,i}(z,y) \cdot \pi^3}{8 \cdot G(\lambda) \cdot b^2 \cdot f_{5,**,\int\int}(z,y)} = \frac{M_{t,i}(z,y) \cdot \pi^3}{8 \cdot G(\lambda) \cdot b^2 \cdot \left(A_{\int\int} \cdot \frac{2}{3} z^3 + B_{\int\int} \cdot z^2 + C_{\int\int} \cdot 2z \right)}. \tag{34}$$

Здесь $M_{t,i}(z,y) = \gamma_{t,sum} \cdot \omega_{\gamma_{t,sum}} \cdot z_{b,i} \cdot A_{b,i}$ (или $M_{t,s,i}(z,y) = \gamma_{t,s,sum} \cdot \omega_{\gamma,s_{t,s,sum}} \cdot z_{s,i} \cdot A_{s,i}$) и параметры $\omega_{\gamma_{t,sum}}$, $z_{b,i}$, $z_{s,i}$, $A_{b,i}$, $A_{s,i}$.

Суммирование крутящих $M_{t,i}$ выполнено для всех i -ых квадратов, расположенных (ω_i – наполнения эпюра угловых деформаций, $\omega_{\gamma_{t,sum}} \approx 1$; $z_{b,i}$ или $z_{s,i}$ – плечи для всех i -ых квадратов до нейтральной оси; $A_{b,i}$ или $A_{s,i}$ – площади для i -ых квадратов) в сжатой зоне поперечных сечений, $M_{t,c} = \sum_{i=1}^{m} M_{t,i}$. В свою очередь, крутящий момент, воспринимаемый сжатым бетоном, – ($\gamma_{b,x,i} \cdot \nu_{b,i} \cdot G_b \cdot A_{b,i} \cdot z_{b,i} = M_{t,b,i}$) или растянутой арматурой через коэффициент $\psi_{s,\gamma}$, – ($\gamma_{s,x,i} \cdot \psi_{s,\gamma} \cdot \nu_{s,i} \cdot G_s \cdot A_{s,i} \cdot z_{s,i} = M_{t,s,i}$).

В итоге получим:

$$\varphi_{A,i}(z,y) = \frac{M_{t,i}(z,y) \cdot \pi^3}{8 \cdot G(\lambda) \cdot b^2 \cdot \left[\left(-\frac{141y}{25h^2} + \frac{8y^3}{b^2h^2} \right) \cdot \frac{2}{3} z^3 + \left(\frac{487y}{500h} - \frac{760y^3}{500b^2h} \right) \cdot z^2 + \left(\frac{923y}{1000} - \frac{458y^3}{375b^2} \right) \cdot 2z \right]} \tag{35}$$

Результаты исследования и их анализ

Были определены изгибающие (или крутящие) определённый и неопределенный моменты для деформации (линейные и сдвиги) или напряжений (нормальные и касательные), а также наполнения эпюры деформации ω_ε, $\omega_{\gamma,sum}$ и напряжения ω_σ, $\omega_{\sigma,sum}$.

Для блока, отсекаемого пространственной трещиной, а также внешних моментов (например $M_{1-1} = R_{\sup} \cdot a_1$ и $M_{3-3} = R_{\sup} \cdot a_3$, -т.е. $R_{\sup} \cdot x$) и внутренних моментов (из графика эпюры) получим поперечные сечения 1-6 через пространственную трещину.

При этом в сжатом бетоне происходит наполнение эпюры в виде функции или интеграла от нижних и верхних пределов, т.е. неопределенного изгибающего момента $M_{bend,x}$, а также определенного момента $M_{bend,def,x}$:

$$M_{bend,x} = v_b(\lambda)\cdot E_b \cdot A_{b,c}(z)\cdot z_{b,\varepsilon}(z)\cdot \iiint f_{sum,\Delta-d}dxdydz = v_b(\lambda)\cdot E_b \cdot A_{b,c}(z)\cdot z_{b,\varepsilon}(z)\cdot f_{\varepsilon,\ \mathrm{int,vol}}(x,y,z) =$$
$$= Ч_{bend}\cdot I_*(x,y,z) = \varepsilon_{b,x,u}\cdot E_b(\lambda)\cdot \omega_\varepsilon(x,y,z)\cdot A_{b,c}(z)\cdot z_{b,\varepsilon}(z) = \sigma_{b,x,u}\cdot \omega_\sigma(x,y,z)\cdot A_{b,c}(z)\cdot z_{b,\sigma}(z)\,. \quad (36)$$

или

$$M_{bend,def} = v_b(\lambda)\cdot E_b \cdot A_{b,c}\cdot z_{b,\varepsilon}\cdot \int_0^{a_j}\int_{-0.5b}^{0.5b}\int_{-0.5h}^{0.5h} f_{sum,\Delta-d}dxdydz = v_b(\lambda)\cdot E_b\cdot A_{b,c}\cdot z_{b,\varepsilon}\cdot\left[\left[[f_{\varepsilon,\mathrm{int,vol}}(x,y,z)]\Big|_0^{a_j}\right]\Big|_{-0.5b}^{0.5b}\right]\Big|_{-0.5h}^{0.5h} =$$
$$= Ч_{bend,c}\cdot I_* = \varepsilon_{b,x,u}\cdot v_b(\lambda)\cdot E_b\cdot \omega_{\varepsilon,def}\cdot A_{b,c}\cdot z_{b,\varepsilon} = \sigma_{b,x,u}\cdot\omega_{\sigma,def}\cdot A_{b,c}\cdot z_{b,\sigma}\,. \quad (37)$$

Здесь a_1 и a_3 – расстояния от опоры $R_{\sup}$ до поперечного сечения 1-1 и 3-3; $f_{sum,\Delta-d}$ – см. формулу (4), по объему (по осям x, y, z); $Ч_{bend} = E(\lambda)\cdot\frac{1}{\rho_A} = E(\lambda)\cdot\frac{\varepsilon_{x,\max}}{z_c}$; $\frac{1}{\rho_A}$ – кривизна;

$$I_*(x,y,z) = A_c\cdot z_{b,\varepsilon,i}\cdot f_{\varepsilon,\ \mathrm{int,vol}}(x,y,z)\cdot\rho_A = A_c\cdot z_{b,\varepsilon,i}\cdot f_{\varepsilon,\ \mathrm{int,vol}}(x,y,z)\cdot\frac{z_c}{\varepsilon_{x,\max}};$$

$v_b(\lambda)$ – упругопластический коэффициент; $\sigma_{b,x}$ – напряжение; $\omega_\sigma(x,y,z)$ (или $\omega_\sigma(x,y,z)$) – наполнение эпюры деформаций (или напряжений); $A_{b,c}(z)$ – площадь сжатого бетона; $z_{b,\varepsilon}(z)$ (или $z_{b,\sigma}(z)$) – плечо для деформации (или напряжения) от точки A_i до нейтральной оси; $\varepsilon_{b,x,u}$ – линейные деформации; $E_b(\lambda)$ – секущий модуль; $\omega_\varepsilon(x,y,z)$ (или $\omega_\sigma(x,y,z)$) – наполнение эпюры деформаций (или напряжений); $z_{b,\varepsilon}(z)$ (или $z_{b,\sigma}(z)$) – плечо для деформаций (или напряжений) от точки A_i до нейтральной оси; $\omega_{\varepsilon,def}$ (или $\omega_{\sigma,def}$) – наполнение эпюры деформаций (или напряжений), - число; A_b – площадь сжатого бетона; E_b – секущий модуль; $z_{b,\varepsilon}$ (или $z_{b,\sigma}$) – плечо деформаций (или напряжений) от точки центра эпюры A_c (число) до нейтральной оси; $I_* = A_c\cdot z_{b,\varepsilon,i}\cdot f_{\varepsilon,\ \mathrm{int,vol}}\cdot\rho_A$ (число); $Ч_{bend,c} = E(\lambda_c)\cdot\frac{1}{\rho_A} = E(\lambda_c)\cdot\frac{\varepsilon_{x,\max}}{z_c}$ (число); $A_{b,c}$ – площадь сжатого бетона для $x = z_c$ (число); пределы интегрирования координаты z от -0,5h до 0,5h , координаты y от -0,5b до 0,5b и координаты x от 0 (опора) до поперечных сечений 1-1 – 6-6.

Записан также изгибающий ***неопределенный*** момент $M_{i,bend}$ (и крутящий $M_{i,t}$) ***для любого i-го малого квадрата*** от любой точки сжатой области бетона для ее плеч до нейтральный оси, т.е. ***их поле,*** и ***определенный момент.***

Для малого квадрата запишем ***неопределенный изгибающий момент*** $M_{bend,i}$, а также ***определенный изгибающий момент*** $M_{bend,def,i}$:

$$M_{bend,i} = v_{b,i}(\lambda)\cdot E_b\cdot A_{b,c,i}(z)\cdot z_{b,\varepsilon,i}(z)\cdot\iiint f_{sum,\Delta-d,i}dxdydz = v_{b,i}(\lambda)\cdot E_b\cdot A_{b,c,i}(z)\cdot z_{b,\varepsilon,i}(z)\cdot f_{\varepsilon,\ \mathrm{int,vol,i}}(x,y,z) =$$
$$= Ч_{bend,i}\cdot I_{*,i}(x,y,z) = \varepsilon_{x,i}(x,y,z)\cdot v_{b,i}(\lambda)\cdot E_b\cdot\omega_{\varepsilon,i}(x,y,z)\cdot A_{b,c,i}(z)\cdot z_{b,\varepsilon,i}(z) = \sigma_{b,x,i}\cdot\omega_{\sigma,i}(x,y,z)\cdot A_{b,c,i}(z)\cdot z_{b,\sigma,i}(z)\,, \quad (38)$$

или

$$M_{bend,def,i} = v_b(\lambda)\cdot E_b\cdot A_{b,c,i}\cdot z_{b,i}\cdot\int_{a_n}^{a_{n+1}}\int_{b_n}^{b_{n+1}}\int_{h_n}^{h_{n+1}} f_{sum,\Delta-d,i}dxdydz = v_b(\lambda)\cdot E_b\cdot A_{b,c,i}\cdot z_{b,i}\cdot\left[\left[[f_{\varepsilon,\mathrm{int,vol}}(x,y,z)]\Big|_{a_n}^{a_{n+1}}\right]\Big|_{b_n}^{b_{n+1}}\right]\Big|_{h_n}^{h_{n+1}} =$$
$$= Ч_{bend,c,i}\cdot I_{*,i} = \varepsilon_{x,i}\cdot v_{b,i}(\lambda)\cdot E_b\cdot\omega_{\varepsilon,i}\cdot A_{b,c,i}\cdot z_{b,\varepsilon,i} = \sigma_{b,x,u}\cdot\omega_{\sigma,i}\cdot A_{b,c,i}\cdot z_{b,\sigma,i}\,. \quad (39)$$

Здесь $v_{b,i}(\lambda)$ – i-й упругопластический коэффициент; $Ч_{bend,i} = E_i(\lambda)\cdot\frac{1}{\rho_{A,i}} = E_i(\lambda)\cdot\frac{\varepsilon_{x,\max,i}}{z_{c,i}}$; $\frac{1}{\rho_A}$ - i-я кривизна; $I_{*,i}(x,y,z) = A_{b,c,i}\cdot z_{b,\varepsilon,i}\cdot f_{\varepsilon,\ \mathrm{int,vol,i}}(x,y,z)\cdot\rho_{A,i} = A_{b,c,i}\cdot z_{b,\varepsilon,i}\cdot f_{\varepsilon,\ \mathrm{int,vol,i}}(x,y,z)\frac{z_{c,i}}{\varepsilon_{x,i}}$;

функция $f_{sum,\Delta-d,i}$ – см. формулу (4), но в точке A_i, по объему (по осям x, y, z); $\omega_{\varepsilon,i}(x,y,z)$ или $\omega_{\sigma,i}(x,y,z)$ – наполнение эпюры деформаций (или напряжений) для малого квадрата; $z_{b,\sigma,i}(z)$ $(z_{b,\varepsilon,i}(z))$ – плечо для напряжения (деформации) от точки A_i до нейтральной оси поперечного сечения; $A_{b,c,i}(z)$ – площадь i-го квадрата; $I_{*,i} = A_{b,c,i} \cdot z_{b,\varepsilon,i} \cdot f_{\varepsilon,\cdot\cdot\ \mathrm{int,vol,i}} \cdot \rho_{A,i} = A_{b,c,i} \cdot z_{b,\varepsilon,i} \cdot f_{\varepsilon,\cdot\cdot\ \mathrm{int,vol,i}} \frac{z_{c,i}}{\varepsilon_{x,i}}$ (число); $Ч_{bend,c,i} = E_i(\lambda_c) \cdot \frac{1}{\rho_A} = E(\lambda_c) \cdot \frac{\varepsilon_{x,\max}}{z_c}$ (число); функция $f_{sum,\Delta-d}$ – см. формулу (4) по объему (по осям x, y, z); $\omega_{\sigma,i}$ – наполнение эпюры напряжений для малого квадрата (число); $z_{b,\sigma,i}$ $(z_{b,\varepsilon,i})$ – плечо для напряжения (деформации) от точки A_i до нейтральной оси (число); $A_{b,c,i}$ – площадь i-го квадрата; пределы интегрирования координаты z от h_n до h_{n+1}, координаты y от b_n до b_{n+1} и координаты x от a_n до a_{n+1}.

Таким образом, сопротивление при изгибе с кручением имеет аналогичные неопределенные и определенные моменты из железобетонных конструкций.

Для блока, отсекаемого пространственной трещиной, а также внешних крутящих моментов (например, $M_{t,1-1} = P_1 \cdot l_1$ и $M_{t,3-3} = P_3 \cdot l_3$, или $R_{\sup} \cdot x \cdot \eta$, где $\eta = \frac{M_t}{M_{bend}}$) и внутренних моментов (из графика эпюры) получим поперечные сечения 1-6 через пространственную трещину.

При этом в сжатом бетоне происходит наполнение эпюры в виде функции или интеграла от нижних и верхних пределов), т.е. неопределенного крутящего момента M_t, а также определенного момента $M_{t,def}$.

Запишем ***неопределенный общий крутящий момент:***

$$M_t = Ч_2 \cdot \varphi_A(z,y) \cdot f_{5,\ **,\ \iint}(z,y) = G(\lambda)\varphi_A \cdot \frac{I_{t,*}}{l} = Ч_{**}(z,y) \cdot I_{t,*}(z,y) =$$
$$= \gamma_{t,b,sum,u} \cdot v_b(\lambda) \cdot G_b \cdot \omega_\gamma(x,y,z) \cdot A_{b,c}(z) \cdot z_{b,\gamma}(z) = \tau_{t,b,sum,u} \cdot \omega_\tau(x,y,z) \cdot A_{b,c}(z) \cdot z_{b,\tau}(z). \quad (40)$$

Здесь l_1 и l_3 –плечи кручения до поперечного сечения 1-1 и 3-3; $R_{\sup} \cdot x \cdot \eta$ – момент кручения от опоры $R_{\sup}$ и расстояние x (изгибающий момент M_{bend}), где параметр $\eta = \frac{M_t}{M_{bend}}$; $f_{5,\ **,\ \iint}(z,y)$ – см. формулу (29), по площади (по осям y, z); $Ч_2$ – см. формулу (28); $\varphi_{A,i}(z,y)$ – см. формулу (35); $I_t(y,z) = \frac{8 \cdot b^2}{\pi^3} \cdot f_{5,\iint}(z,y) \cdot l$; $Ч_{**}(z,y) = G(\lambda) \cdot \varphi_A(z,y) \cdot \frac{1}{l^2}$; $v_b(\lambda)$ – упругопластический коэффициент; $\tau_{b,x}$ – касательное напряжение; $\gamma_{b,zx,u}$ – угловые деформации; G_b – модуль сдвига; $\omega_\gamma(y,z)$ (или $\omega_\tau(y,z)$) – наполнение эпюры угловых деформаций (касательных напряжений); $A_{b,c}(z)$ – площадь сжатого бетона; $z_{b,\gamma}(z)$ (или $z_{b,\tau}(z)$) – плечо угловых деформаций (касательных напряжений) от точки A_i до нейтральной оси.

Определённый общий крутящий момент (27) для деформации сдвига или касательных напряжений сжатого бетона, получим через $\omega_{\gamma,def}$:

$$M_{t,def} = Ч \cdot f_{5,\iint} = \frac{8 \cdot G(\lambda) \cdot \varphi_A \cdot b^2}{\pi^3} \cdot 2 \int_{-0,5b}^{0.5b} \int_{-0.5h}^{0.5h} f_{5,*}(y,z)\ dydz = Ч_{**} \cdot I_{t,*} =$$

$$= \gamma_{t,b,sum,i} \cdot v_b(\lambda) \cdot G_b \cdot \omega_{\gamma,def} \cdot A_{b,c} \cdot z_{b,\gamma} = \tau_{t,b,sum} \cdot \omega_{\tau,def} \cdot A_{b,c} \cdot z_{b,\tau} \cdot \quad (41)$$

Здесь $I_t = \frac{8 \cdot b^2}{\pi^3} \cdot f_{5,\iint} \cdot l$; $Ч_{**} = G(\lambda) \cdot \varphi_A(z,y) \cdot \frac{1}{l^2}$; $\omega_{\gamma,def}$ (или $\omega_{\tau,def}$) – наполнения эпюры угловых деформаций (касательных напряжений) через диаграммы «$\tau - \gamma$»; $A_{b,c}$ – площадь сжатого бетона (число); $z_{b,\gamma}$ (или $z_{b,\tau}$) – плечо угловых деформаций (касательных напряжений) от точки центра эпюры A_c до нейтральной оси (число).

Для малого квадрата запишем ***неопределенный крутящий момент*** $M_{t,i}(z,y)$, а также ***определенный крутящий момент*** $M_{t,def,i}$:

$$M_{t,i}(z,y) = Ч_2 \cdot \varphi_{A,i}(z,y) \cdot f_{5,_{**},\iint}(z,y) = Ч_{**,i}(z,y) \cdot I_{t,*,i}(z,y) =$$
$$= \gamma_{t,sum,i} \cdot v_{b,i} \cdot G_{b,i} \cdot \omega_{\gamma,i}(y,z) \cdot z_{b,\gamma,i}(z) \cdot A_{b,i}(z) = \tau_{t,sum,i} \cdot \omega_{\tau_t,i}(y,z) \cdot z_{b,\tau,i}(z) \cdot A_{b,i}(z) . \quad (42)$$

или

$$M_{t,def,i} = Ч_2 \cdot \varphi_{A,i} \cdot f_{5,_{**},\iint} = Ч_{**,i} \cdot I_{t,*,i} =$$
$$= \gamma_{t,sum,i} \cdot v_{b,i} \cdot G_{b,i} \cdot \omega_{\gamma,def,i} \cdot z_{b,\gamma,i} \cdot A_{b,i} = \tau_{t,sum,i} \cdot \omega_{\tau_t,def,i} \cdot z_{b,\tau,i} \cdot A_{b,i} =$$
$$= (\gamma_{t,b,sum,i} \cdot \lambda_{*,\gamma} \cdot z_c) \cdot (z_c - 0,5 \cdot \lambda_{*,\gamma} \cdot z_c) \cdot b + 0,5 \cdot \gamma_{t,b,sum} \cdot (z_c - \lambda_{*,\gamma} \cdot z_c) \frac{2}{3} (z_c - \lambda_{*,\gamma} \cdot z_c) \cdot b . \quad (43)$$

Здесь $G_{b,i}$ –модуль сдвига для малого квадрата; $v_{b,i}$– упругопластический коэффициент для любого квадрата; $\omega_{\gamma,i}(y,z)$ (или $\omega_{\tau_t,i}(y,z)$) – наполнение эпюры угловых деформаций (касательных напряжений); $A_{b,c,i}(z)$ – площадь i-го квадрата; $\omega_{\gamma,def,i}$ (или $\omega_{\tau_t,def,i}$) – наполнение эпюры угловых деформаций (или касательных напряжений) для малого квадрата (число); $z_{b,\gamma,i}(z)$ (или $z_{b,\tau,i}(z)$) – плечо для угловых деформаций (касательных напряжений) от точки A_i до нейтральной оси поперечного сечения.

Теперь для соответствующих формул для ***неопределенного момента изгиба*** получим ***коэффициент общего наполнения эпюры*** $\omega_\varepsilon(x,y,z)$ и ***общее плечо*** z_b от точки центр Ac до нейтральный оси:

$$\omega_\varepsilon(x,y,z) = \frac{\iiint f_{sum,\Delta-d} dxdydz}{\varepsilon_{b,x} \cdot A_{b,c}}, \quad (44)$$

и

$$z_b = z_c - \frac{S_{b,c}}{A_{b,c}} . \quad (45)$$

Здесь z_c – обозначим область сжатого бетона по вертикали; $S_{b,c}$ – статический момент сжатого бетона из поперечного сечения.

При этом ***коэффициент общего наполнения эпюры*** $\omega_\varepsilon(x,y,z)$ от ***определенного момента изгиба***, - то же в формуле (44), но в числителе получим формулу (26), а также в ***общее плечо*** z_b, - то же в формуле (45).

После для соответствующих формул для ***определенного момента изгиба*** для любых квадратов определим ***коэффициент наполнения эпюры*** $\omega_{\varepsilon,def,i}$ и плечо $z_{b,i}$ от точки Ai до нейтральный оси:

$$\omega_{\varepsilon,def,i} = \frac{\int_{a_n}^{a_{n+1}} \int_{b_n}^{b_{n+1}} \int_{h_n}^{h_{n+1}} f_{sum,\Delta-d} dxdydz}{\varepsilon_{b,x,j} \cdot A_{b,c,j}} \quad (46)$$

и

$$z_{b,i}=z_c-\frac{\sum_{i=1}^{i}S_i}{\sum_{i=1}^{j}A_i}=z_c-\frac{\sum_{i=1}^{i}\left(\lambda_*\cdot z_c\cdot b\cdot(z_c-0.5\cdot\lambda_*\cdot z_c)+0.5\cdot(z_c-\lambda_*\cdot z_c)\cdot b\cdot\frac{2}{3}(z_c-\lambda_*\cdot z_c)\right)_i}{\sum_{j=1}^{j}\left(\lambda_*\cdot z_c\cdot b+0.5\cdot(z_c-\lambda_*\cdot z_c)\cdot b\right)_i}; \qquad (47)$$

Здесь, A_i и S_i – i - тые площади и статические моменты для сжатого бетона; для любых квадратиков от a_n до a_{n+1} (аргумент x), от b_n до b_{n+1} (аргумент y), от h_n до h_{n+1} (аргумент z).

При этом ***коэффициент наполнения эпюры*** $\omega_{\varepsilon,i}(x,y,z)$ для ***любых квадратиков*** от ***неопределенного момента изгиба***, - то же в формуле (46), но в числителе получим формулу (38), а также в i-го квадрата ***плечо*** $z_{b,i}$, - то же в формуле (47).

После получим ***неопределенный коэффициент*** наполнения эпюры касательных напряжений $\omega_{\tau,i}(y,z)$ (или $\omega_{\gamma,i}(y,z)$) – наполнения эпюры деформаций сдвига) для ***любых квадратиков*** – т.е. ***их поле,*** в результате некоторых алгебраических преобразований:

$$\omega_{\gamma,i}=\frac{Ч_2\cdot\varphi_{A,i}(z,y)\cdot f_{5,\,**,\,\iint}(z,y)}{\gamma_{t,b,sum,u}\cdot v(\lambda)\cdot A_{b,c,i}\cdot z_{b,t,i}}=$$

$$=\frac{\sqrt{b^2(487h-5640z)+16y^2(-101h+1320)^2+256y^2(229h^2+202hz-1320z^2)}}{\gamma_{t,b,sum,u}}\cdot\frac{2\varphi_{A,i}}{125h^2\pi^3}. \qquad (48)$$

При этом ***коэффициент наполнения эпюры*** $\omega_{\gamma,i}(x,y,z)$ для ***любых квадратиков*** от ***определенного момента кручения***, - то же в формуле (48), но в числителе получим формулу (43), а также в i-го квадрата ***плечо*** $z_{b,t,i}$, - то же в формуле (47).

Также получим ***общий определенный коэффициент наполнения эпюры*** деформаций сдвига $\omega_{\gamma,def}$ (или $\omega_{\tau,def}$):

$$\omega_{\gamma,def}=\frac{2\int_{-0,5b}^{0.5b}\int_{-0.5h}^{0.5h}f_{5,*}(y,z)\,dy\,dz}{\gamma_{t,b,sum,u}\cdot v_b(\lambda)\cdot G_b\cdot A_{b,c}\cdot z_{b,t}}=\frac{\sum_{j=1}^{j}((\gamma_{t,b,sum,i}\cdot\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c)\cdot(z_c-0,5\cdot\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c)\cdot b+0,5\cdot\gamma_{t,b,sum,i}\cdot(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c)\frac{2}{3}(z_c-\lambda_{*,\gamma}\cdot z_c)\cdot b)_j}{\sum_{j=1}^{j}(\gamma_{t,b,sum,u}\cdot v_b(\lambda)\cdot G_b\cdot A_{b,c}\cdot z_{b,t})_j}. \qquad (49)$$

При этом ***коэффициент общего наполнения эпюры*** $\omega_\gamma(y,z)$ для ***неопределенного момента кручения***, - то же в формуле (49), но в числителе получим формулу (40), а также в ***общее плечо*** z_b, - то же в формуле (45).

Теперь определим относительные средние деформации арматуры (рисунок 6) между пространственной трещиной $\varepsilon_{s,m,x}$, $\varepsilon_{s,m,x,lef}$, $\varepsilon_{s,m,x,rig}$, $\varepsilon_{s,m,x,i}$ и коэффициенты для сопротивления растянутого бетона между пространственными трещинами железобетонных конструкций при изгибе с кручением ψ_s, $\psi_{s,lef}$, $\psi_{s,rig}$ для левой или правой арматуры, а также любой k – ой арматуры $\psi_{s,k}$.

Проведена аппроксимация любых прямоугольных средних сечений в сжатой и растянутой зонах с помощью их малых квадратов (рисунок 6) для распределения изгибающих и крутящих моментов с трещинами боковыми, нормальными и др.

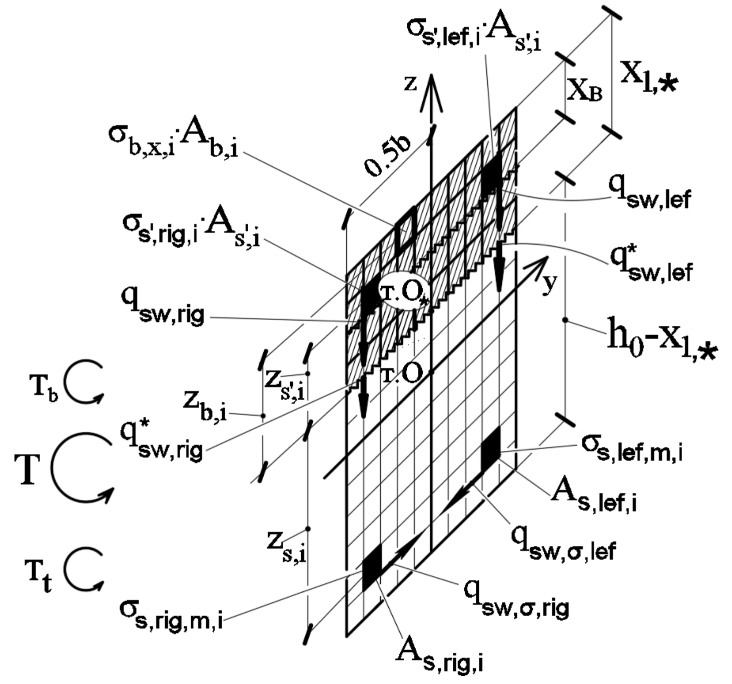

Рисунок 6 – Аппроксимация любых прямоугольных средних сечений в сжатом бетоне и растянутой рабочей арматуре с помощью их малых квадратов для распределения изгибающих и крутящих моментов с боковыми, нормальными трещинами.

Неопределенные ***изгибающие моменты*** с трещинами ***из малых квадратов*** в сжатой и растянутой зонах имеют вид:

$$M_{bend,sum} = v_b(\lambda)\cdot E_b \cdot A_b \cdot z_b \iiint f_{sum,\Delta-d}\,dxdydz + \sum_{\substack{k=1\\ i=1}}^{n,k}(\sigma_{s,m,i,k}\cdot A_{s,i,k}\cdot z_{s,i,k}) =$$

$$\sum_{i=1}^{m}(\sigma_{b,x,u}\cdot\omega_{\sigma,i}\cdot A_{b,c,i}\cdot z_{b,i}) + \sum_{i=1}^{n-m}(\sigma_{s,rig,m,i}\cdot A_{s,rig,i}\cdot z_{s,i} + \sigma_{s,lef,m,i}\cdot A_{s,lef,i}\cdot z_{s,i}) +$$

$$+\sum_{i=1}^{m}(\sigma_{s',ring,m,i}\cdot A_{s',rig,i}\cdot z_{s',i} + \sigma_{s',lef,m,i}\cdot A_{s',lef,i}\cdot z_{s',i}) + \sum_{j=1}^{j}(q^{*}_{sw,rig}\cdot(a_j - c_j) \pm q^{*}_{sw,lef}\cdot(a_j - c_j)) \qquad (50)$$

Здесь n – общее количество малых квадратов; m – количество квадратов сжатой области; n-m – количество квадратов растянутой области продольной арматуры; k – свернутые уровни растяжения арматуры, сжатая арматура, хомуты с нормальными трещинами и хомуты с боковыми трещинами; j – поперечные сечения j=1-6; функция $f_{sum,\Delta-d}$ – см. формулу (4) по объему (по осям x, y, z); $\omega_\sigma(x,y,z)$ – неопределенный коэффициент наполнения для эпюры напряжений, или $\omega_\varepsilon(x,y,z)$ – неопределенный коэффициент наполнения для эпюры деформаций.

Неопределенные ***крутящие моменты*** с трещинами ***из малых квадратов*** в сжатой и растянутой зонах имеют вид:

$$M_{t,sum} = Ч_2\cdot\varphi_{A,i}(z,y)\cdot f_{5,**,\iint}(z,y) + \sum_{\substack{k=1\\ i=1}}^{n,k}(\sigma_{s,m,i,k}\cdot A_{s,i,k}\cdot z_{s,i,k}) = \sum_{i=1}^{m}(\gamma_{t,b,sum,u}\cdot v_b(\lambda)\cdot\omega_{\gamma,i}\cdot A_{b,c,i}\cdot z_{\eta,b,i}) +$$

$$+\sum_{i=1}^{n-m}(\sigma_{s,rig,m,i}\cdot A_{s,rig,i}\cdot b_{s,i} + \sigma_{s,lef,m,i}\cdot A_{s,lef,i}\cdot b_{s,i}) + \sum_{i=1}^{m}(\sigma_{s',rig,m,i}\cdot A_{s',rig,i}\cdot b_{s',i} + \sigma_{s',lef,m,i}\cdot A_{s',lef,i}\cdot b_{s',i}) +$$

$$+\sum_{j=1}^{j}(q_{sw,rig,i}\cdot(a_j-c_j)\cdot z_{\eta,i}\pm q_{sw,lef,i}\cdot(a_j-c_j)\cdot z_{\eta,i,*})+\sum_{j=1}^{j}(q_{sw,\sigma,rig,i}\cdot(a_j-c_j)\cdot z_{\eta,\sigma,i}\pm q_{sw,\sigma,lef}\cdot(a_j-c_j)\cdot z_{\eta,\sigma,i,*}). \quad (51)$$

Здесь n – общее количество малых квадратов; m – количество квадратов сжатой области; n-m – количество квадратов растянутой области продольной арматуры; k – свернутые уровни растяжения арматуры, сжатая арматура, хомуты с нормальными трещинами и хомуты с боковыми трещинами; j – поперечные сечения j=1-6; $f_{5,\,**,\,\iint}\ (z,y)$ см. формулу (29); $Ч_2$ см. формулу (28); $\varphi_{A,i}(z,y)$ см. формулу (35); $\omega_{\gamma,i}$ – неопределенный коэффициент наполнения эпюры деформаций сдвига (для любых квадратиков) – т.е. их поле; $z_{\eta,b,i}$, $b_{s,i}$, $b_{s',i}$, $z_{\eta,\sigma,i}$, $z_{\eta,\sigma,i,*}$ – плечи от точки O* (а также функция от точки b_k) растянутой и сжатой продольной арматуры, правые и левые хомуты, а также нижние хомуты.

Выводы

1. Найден простой ***новый способ*** (из семейств метод сеток) для разработки ***функционалов*** деформаций для аппроксимации прямоугольных любых средних сечений в сжатой и растянутой зонах с помощью их ***специальных квадратов*** (нескольких функций между точками, - большие или малые отрезки для требуемых погрешностей). При этом имеем моменты: ***общий*** или ***малых квадратов, неопределенные*** или ***определенные*** и ***форму*** из сопротивления (где изгиб и кручение). Разработаны четыре функционала: деформаций (линейных – первый функционал, угловых – второй функционал) и моментов (изгибающий – третий функционал, крутящий - четвертый функционал).

2. В железобетоне была предложена новая гипотеза линейных деформаций и ее наполнения эпюры при изгибе с кручением. Получен аналитический общий неопределенный второй функционал функция от трех функций, – экспонента, прямая линия и кривая парабола, а также их переходы, – операции между функциями для первого – четвертого квадрантов, где знаки плюс и минус приняты соответственно. Предложена суммированная функция от дополнительной депланации (вычитание функции от треугольника, $-f_{sum,\Delta-d}$), а также сжатый бетон в пластических и упругих областях между их параметрами.

3. В железобетоне предложена новая гипотеза угловых деформаций и ее наполнения эпюры при изгибе с кручением. Получен аналитический первый общий неопределенный функционал функция от двух функций, – кривые параболы, а также их переходы, – операции между функциями.

4. Записан изгибающий момент, определенный для любого малого квадрата или неопределенный для любой точки, а также проецирование коэффициентов φ_{ij} и $\nu(\lambda)$ из точек C**,** B, A, D их диаграмм сжатого бетона для напряжений (деформаций).

5. При этом получены коэффициенты наполнения эпюр $\omega_\varepsilon(x,y,z)$ ($\omega_\sigma(x,y,z)$) и $\omega_\gamma(y,z)$ ($\omega_\tau(y,z)$) и плечи до нейтральной оси (точка O*) или до точки b_k или для пространственного тройного интеграла из продольных деформаций для первой гипотезы, а также третий и четвертый функционалы из моментов, – изгибающий $M_{bend}(x,y,z)$ и крутящий $M_t(y,z)$ (здесь появляются скачки, – трещины боковые, нормальные и др.) для стадии I-III средних деформаций продольных бетона и арматуры) и для ее плеч до нейтральной оси ***любых квадратиков*** – т.е. ***их поле.***

6. Получен изгибающий $M_{bend,sum}$ и крутящий $M_{t,sum}$ (неопределенный и определенный - def) от сжатой области бетона и рабочей арматуры (свернутый их для уровней или их развернутый в алгебраические функции из синтеза ее расчетной модели железобетонных блоков). При этом определены новые функционалы (от первого до четвертого функционала), гипотезы (первая и вторая).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лессинг Н.Н. Определение несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения, работающих на изгиб с кручением. В сб.: «Исследование прочности элементов железобетонных конструкций». Вып. 5. Стройиздат, 1959.

2. Лессиг Н.Н., Руллэ Л.К. Общие принципы расчета прочности железобетонных стержней на изгиб с кручением. В сб. НИИЖБ: Теория железобетона, посвященном 75-летию со дня рождения А.А. Гвоздева. М.: Стройиздат, 1972. С.43-49.

3. Залесов А.С., Хозяинов Б.П. Прочность железобетонных элементов при кручении и изгибе // Вкн.: Известия вузов, разд. Строительство и архитектура. Новосибирск. 1991. №1. С. 1–4.

4. Касаев Д.Х. Прочность бетонных и трещиностойкость железобетонных элементов прямоугольного сечения при кручении и изгибе с кручением // Бетон и железобетон в третьем тысячелетии. Ростов н/д. 2000. С. 164 – 171.

5. Арзамасцев С.А., Родевич В.В. К расчету железобетонных элементов на изгиб с кручением // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2015. № 9. С. 99-109.

6. IlkerKalkan, SaruhanKartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. International Journal of Civil and Environmental Engineering. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969–972.

7. Klein G., Lucier G., Rizkalla S., Zia P., Gleich H. Torsion simplified: a failure plane model for desigh of spandrel beams // ACI Concrete International Journal. February 2012. Pp.1-19.

8. Карпенко Н.И. К определению деформаций стержневых железобетонных коробчатых элементов с трещинами при кручении. Реферативный сб. ЦИНИСА: Межотраслевые вопросы строительства. «Отечественный опыт». 1970. №10.

9. Карпенко Н.И., Елагин Э.Г. Деформации железобетонных трубчатых элементов, подвергнутых кручению после образования трещин // Бетон и железобетон. 1970. №3. С.3–12.

10. Карпенко Н.И. К расчету деформаций железобетонных стержней с трещинами при изгибе с кручением. – В сб. НИИЖБ: Теория железобетона, посвященном 75-летию со дня рождения А.А. Гвоздева. М.: Стройиздат, 1972. С. 50-59.

11. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. М.: Стройиздат, 1976. 208 с.

12. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 410 с.

13. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Результаты экспериментальных исследований конструкций квадратного и коробчатого сечений из высокопрочного бетона при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. 2018. № 6 (80). С. 32-43.

14. Травуш В.И., Карпенко Н.И, Колчунов Вл. И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Булкин С.А., Московцева В.С. Результаты экспериментальных исследований сложно-напряженных балок круглого поперечного сечения из высокопрочного фиброжелезобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т.16. №4. С. 290-297.

15. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов Вл.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Основные результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций из высокопрочного бетона В100 круглого и кольцевого сечений при кручении с изгибом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2019. Т.15. №1. С.51-61.

16. Демьянов А.И., Сальников А.С., Колчунов Вл.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // Строительство и реконструкция. 2017. №4(72). С. 17–26.

17. Демьянов А.И., Колчунов В.И., Покусаев А.А. Экспериментальные исследования деформирования железобетонных конструкций при кручении с изгибом // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №6. С. 37–44.

18. Колчунов В.И., Колчунов Вл.И., Федорова Н.В. Деформационные модели железобетона при особых воздействиях // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 8. С. 54-60.

19. Колчунов Вл.И., Федоров В.С. Понятийная иерархия моделей в теории сопротивления строительных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2020. №8. С. 16–23. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.08.16-23.

20. Федоров В.С., Колчунов Вл.И., Покусаев А.А., Наумов Н.В. Расчетные модели деформирования железобетонных конструкций с пространственными трещинами // Научный журнал строительства и архитектуры. 2019. № 4 (56). С. 11-28.

21. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 471 с.

22. Чистова Т.П. Экспериментальное исследование деформаций обычных железобетонных элементов коробчатого и сплошного прямоугольного сечения при чистом кручении. В сб. «Прочность и жесткость железобетонных конструкций» под редакцией С.А. Дмитриева и С.М. Крылова. М.: Стройиздат, 1971.

23. Велюжский Ю.В., Голышев А.Б., Колчунов Вл.И., Клюева Н.В., Лисицин Б.М., Машков И.Л., Яковенко И.А. Справочное пособие по строительной механике. В двух томах. Том II: Учебное пособие. М.: Изд-во АСВ, 2014. 432 с.

24. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.

REFERENCES

1. Lessing N.N. Determination of the bearing capacity of reinforced concrete elements of rectangular cross-section, working in bending with torsion. In collection: "Investigation of the strength of elements of reinforced concrete structures". Vol. 5. Stroyizdat, 1959.

2. Lessig N.N., Rullay L.K. General principles for calculating the torsional flexural strength of reinforced concrete bars. On Sat. NIIZhB: Theory of reinforced concrete dedicated to the 75th anniversary of the birth of A.A. Gvozdev. M., Stroyizdat, 1972. S. 43-49.

3. Zalesov A.S., Khozyainov B.P. Strength of reinforced concrete elements in torsion and bending // Vkn.: Izvestiya vuzov, sec. Construction and architecture. Novosibirsk. 1991. No. 1. P.1-4.

4. Kasaev D.Kh. Strength of concrete and crack resistance of reinforced concrete elements of rectangular section under torsion and bending with torsion // Concrete and reinforced concrete in the third millennium. Rostov n / a. 2000. S. 164 - 171.

5. Arzamastsev S.A., Rodevich V.V. To the calculation of reinforced concrete elements for bending with torsion // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavod. Construction. 2015. No. 9. Pp. 99-109.

6. IlkerKalkan, SaruhanKartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. International Journal of Civil and Environmental Engineering. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969-972.

7. Klein G., Lucier G., Rizkalla S., Zia P., Gleich H. Torsion simplified: a failure plane model for desigh of spandrel beams // ACI Concrete International Journal. February 2012. Pp. 1-19.

8. Karpenko N.I. Determination of deformations of rod-shaped reinforced concrete box-shaped elements with torsional cracks. Abstract Sat. TsINISA: Cross-sectoral construction issues. "Domestic Experience". 1970. No. 10.

9. Karpenko N.I., Elagin E.G. Deformations of reinforced concrete tubular elements subjected to torsion after cracking // Concrete and reinforced concrete. 1970. No. 3. P.3-12.

10. Karpenko N.I. To the calculation of deformations of reinforced concrete rods with cracks in bending with torsion. - On Sat. NIIZhB: Theory of reinforced concrete dedicated to the 75th anniversary of the birth of A.A. Gvozdev. M.: Stroyizdat, 1972. S. 50-59.

11. Karpenko N.I. The theory of deformation of reinforced concrete with cracks, M., Stroyizdat, 1976. 208 p..

12. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996. 410 p.

13. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. The results of experimental studies of structures of square and box sections made of high-strength concrete in torsion with bending // Construction and reconstruction. 2018. No. 6 (80). S. 32-43.

14. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov Vl.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Bulkin S.A., Moskovtseva V.S. Results of experimental studies of complexly stressed beams of a circular cross-section made of high-strength fiber-reinforced concrete // Structural mechanics of engineering structures and structures. 2020. T.16. No.4. S. 290-297.

15. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov Vl.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. The main results of experimental studies of reinforced concrete structures made of high-strength concrete B100 of circular and circular sections in torsion with bending. Stroitelnaya mekhanika engineering structures and structures. 2019. T.15. No. 1. S.51-61.

16. Demyanov A.I., Salnikov A.S., Kolchunov Vl. I. Experimental studies of reinforced concrete structures under torsion with bending and analysis of their results // Construction and reconstruction. 2017. No. 4 (72). S. 17–26.

17. Demyanov A.I., Kolchunov V.I., Pokusaev A.A. Experimental studies of the deformation of reinforced concrete structures during torsion with bending. Structural mechanics of engineering structures and structures. 2017. No. 6. S. 37–44.

18. Kolchunov V.I., Kolchunov Vl.I., Fedorova N.V. Deformation models of reinforced concrete under special influences // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. 2018. No. 8. P. 54-60.

19. Kolchunov Vl.I., Fedorov V.S. Conceptual hierarchy of models in the theory of resistance of building structures // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. 2020. No. 8. S. 16–23. DOI: 10.33622 / 0869-7019.2020.08.16-23.

20. Fedorov V.S., Kolchunov Vl.I., Pokusaev A.A., Naumov N.V. Design models of deformation of reinforced concrete structures with spatial cracks // Scientific journal of construction and architecture. 2019. No. 4 (56). S. 11-28.

21. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Design models of the power resistance of reinforced concrete. M.: Publishing house ABC, 2004. 471 p.
22. Chistova T.P. Experimental study of deformations of conventional reinforced concrete elements of box-shaped and solid rectangular sections in pure torsion. On Sat. "Strength and stiffness of reinforced concrete structures" edited by S.A. Dmitriev and S.M. Krylov. M.: Stroyizdat, 1971.
23. Velyuzhsky Yu.V., Golyshev A.B., Kolchunov Vl.I., Klyueva N.V., Lisitsin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. A reference guide to structural mechanics. In two volumes. Volume II: Study Guide. M.: Publishing house ABC, 2014. 432 p.
24. Timoshenko S.P., Goodyer J. Theory of elasticity. M .: Nauka, 1975. 576 p.

Информация об авторах:

Колчунов Владимир Иванович
ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия,
доктор технических наук, профессор кафедры уникальных зданий и сооружений.
E-mail: vlik52@mail.ru

Демьянов Алексей Иванович
ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия,
кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры уникальных зданий и сооружений.
E-mail: speccompany@gmail.com

Протченко Максим Владимирович
ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», г. Брянск, Россия,
аспирант кафедры строительных конструкций.
E-mail: maxBROMmax@gmail.com

Information about authors:

Kolchunov Vladimir Iv.
South-Western State University, Kursk, Russia,
doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Unique Buildings and Structures.
E-mail: vlik52@mail.ru

Demyanov Alexey Iv.
South-Western State University, Kursk, Russia,
candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Unique Buildings and Structures.
E-mail: speccompany@gmail.com

Protchenko Maxim V.
Bryansk State Engineering and Technological University, Bryansk, Russia
post-graduate student of the department of building structures.
E-mail: maxBROMmax@gmail.com