

В.П. СЕЛЯЕВ<sup>1</sup>, П.В. СЕЛЯЕВ<sup>1</sup>, С.Ю. ГРЯЗНОВ<sup>1</sup>, Д.Р. БАБУШКИНА<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва», г. Саранск, Россия

## ВЕРИФИКАЦИЯ ЗАВИСИМОСТЕЙ, АППРОКСИМИРУЮЩИХ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНОВ ЦЕМЕНТНОГО И ПОЛИМЕРНОГО МЕТОДОМ НОРМИРУЕМЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

*Аннотация.* В статье проводится верификация некоторых аппроксимирующих степенных и гиперболических зависимостей между напряжениями  $\sigma$  и деформациями  $\varepsilon$  для экспериментальных диаграмм деформирования цементного бетона и полимербетона.

При анализе состояния, остаточного ресурса железобетонных конструкций, приходится решать задачу определения зависимости между напряжениями и деформациями в различных расчетных сечениях конструкций. Традиционный подход, основанный на подборе аппроксимирующей функции « $\sigma - \varepsilon$ » по числовым значениям диаграммы деформирования, полученной путем испытания образцов (кубов, призм, цилиндров), практически не выполним. Поэтому предлагается альтернативный подход, основанный на подборе аппроксимирующей функции по нормируемым показателям: пределу прочности ( $\sigma_{bu}$ ); модулю упругости ( $E_{b0}$ ); предельной деформации ( $\varepsilon_{bu}$ ). Числовые значения нормируемых показателей можно определить в заданной точке путем анализа результатов вдавливания индентора в материал конструкций. В качестве аппроксимирующих, рассмотрим степенные функции, которые наиболее предпочтительны для материалов с фрактальной структурой.

Рассмотрены различные граничные условия для определения постоянных коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  по системе нормируемых показателей. Проанализированы графики изменения касательных модулей.

**Ключевые слова:** напряжения, деформации, аппроксимация, секущий модуль, касательный модуль, диаграмма деформирования.

V.P. SELYAEV<sup>1</sup>, P.V. SELYAEV<sup>1</sup>, S.YU. GRYAZNOV<sup>1</sup>, D.R. BABUSHKINA<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Mordovia State University named after N.P. Ogarev, Saransk, Russia

## VERIFICATION OF DEPENDENCES APPROXIMATING THE DIAGRAMS OF DEFORMATION OF CEMENT AND POLYMER CONCRETE BY THE METHOD OF NORMALIZED INDICATORS

*Abstract* The article verifies some approximating power-law and hyperbolic dependences between stresses  $\sigma$  and deformations  $\varepsilon$  for experimental deformation diagrams of cement concrete and polymer concrete.

When analyzing the state and residual life of reinforced concrete structures, one has to solve the problem of determining the relationship between stresses and deformations in various design sections of structures. The traditional approach, based on the selection of the approximating function " $\sigma - \varepsilon$ " from the numerical values of the deformation diagram obtained by testing samples (cubes, prisms, cylinders), is practically impossible. Therefore, an alternative approach is proposed based on the selection of an approximating function according to standardized indicators: ultimate strength ( $\sigma_{bu}$ ); modulus of elasticity ( $E_{b0}$ ); ultimate deformation ( $\varepsilon_{bu}$ ). The numerical values of the normalized indicators can be determined at a given point by analyzing the results of indentation of the indenter into the material of structures. As approximating ones, consider the power functions that are most preferable for materials with a fractal structure.

Various boundary conditions are considered for determining the constant coefficients  $\alpha$  and  $\beta$  according to the system of normalized indicators. The graphs of changes in tangent modulus are analyzed.

**Keywords:** stresses, strains, approximation, secant modulus, tangent modulus, deformation diagram.

**Введение**

Современные тенденции развития методов расчета строительных конструкций направлены на создание новых схем и моделей, наиболее полно отражающих условия работы и свойства материала. Особое внимание следует уделить исследованию влияния физической нелинейности материала на надежность конструкции в процессе эксплуатации. Предложено несколько десятков функций, описывающих зависимость между напряжениями и деформациями при сжатии или растяжении бетона [1-3]. В основу их верификации заложены принципы соответствия числовых значений диаграмм деформирования, полученных экспериментально, и с помощью аппроксимации.

Точность аппроксимации можно увеличить до ста процентов, но какой в этом смысл? Известно, что диаграммы деформирования, полученные путем испытания контрольных образцов, не будут одинаковыми, и тем более они будут значительно отличаться от диаграмм деформирования бетона конструкции.

Поэтому в предлагаемой работе поставлена задача, разработать метод подбора аппроксимирующей функции, основанный на применении нормируемых показателей бетона:  $R_{bu}$  – прочность при сжатии;  $E_{b0}$  – модуль упругости;  $\epsilon_{bu}$  – предельная деформация;  $\nu_{bu}$  – предельный коэффициент упругости.

Нормируемые показатели можно определить неразрушающими методами в любой заданной точке конструкции путем вдавливания индентора в материал [4-6]. Это дает возможность описать диаграммы деформирования бетона в любой момент времени с учетом реальных условий эксплуатации.

Для аппроксимации диаграмм деформирования бетона предлагаем отдать предпочтение степенным функциям, так как структура бетона неоднородна и многофазна, но она соответствует принципам фрактальной геометрии: многомасштабности; самоподобия. По мнению Б. Мандельброта [7] и В.К. Балханова [8] свойства фрактальных систем должны описываться степенными функциями.

**Результаты исследования и их анализ**

Рассмотрим задачу аппроксимации экспериментальных диаграмм деформирования степенными и гиперболическими функциями (таблица 1) при сжатии цементного бетона и полимербетона. Экспериментальные данные для полимербетона при скорости нагружения 700 МПа/мин представлены в таблице 2. Предел упругого сопротивления и предел упругой относительной деформации соответственно равны:  $R_{b,sup} = 82,62$  МПа;  $\epsilon_{ue} = 0,002875$ . Для цементного бетона экспериментальные данные [9, 10] с начальным модулем упругости  $E_b = 2,1 \cdot 10^4$  МПа и предельными относительными деформациями  $\epsilon_{bu} = 0,002$ , представлены в таблице 3.

Таблица 1 – Некоторые функции аппроксимации диаграмм деформирования бетона при кратковременном нагружении

№ п/п	Вид функциональной зависимости « $\sigma - \epsilon$ »	Математическое представление $\sigma = f(\epsilon)$	Касательный модуль $E_k = d\sigma/d\epsilon$
1	Степенные		
1.1	Зависимость Ф.И. Герстнера	$\sigma_i = \alpha\epsilon_i - \beta\epsilon_i^2$	$\alpha - 2\beta\epsilon$
1.2	Зависимость А.Р. Ржаницына, П.А. Лукаша	$\sigma_i = \alpha\epsilon_i - \beta\epsilon_i^3$	$\alpha - 3\beta\epsilon^2$
1.3	Комбинированная степенная зависимость при $n = 5$	$\sigma_i = \alpha\epsilon_i - \beta\epsilon_i^5$	$\alpha - 5\beta\epsilon^4$
2	Гиперболические		
2.1	Зависимость С.П. Тимошенко	$\sigma_i = \frac{\epsilon_i}{\alpha + \beta\epsilon_i}$	$\frac{\alpha}{(\alpha + \beta\epsilon)^2}$
2.2	Зависимость В.В. Соколовского	$\sigma_i = \frac{\alpha\epsilon_i}{\sqrt{1 + \left(\frac{\epsilon_i}{\beta}\right)^2}}$	$\frac{\alpha}{\left(1 + \left(\frac{\epsilon}{\beta}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

Таблица 2 – Экспериментальные данные для полимербетона [11]

№ п/п	$\varepsilon_{i,п.б.} \times 10^3$	$\sigma_{i,п.б.}$ , МПа
1	0,000	0,000
2	0,500	15,662
3	1,000	29,444
4	1,500	43,853
5	2,000	59,515
6	2,500	73,297
7	3,000	84,574
8	3,500	95,850
9	4,000	102,115
10	4,500	104,621
11	5,000	106,500

Таблица 3 – Экспериментальные данные для цементного бетона [9]

№ п/п	$\varepsilon_{i,ц.б.} \times 10^3$	$\sigma_{i,ц.б.}$ , МПа
1	0,000	0,000
2	0,250	4,977
3	0,500	8,805
4	0,750	12,059
5	1,000	14,930
6	1,250	17,610
7	1,500	19,715
8	1,750	20,863
9	2,000	21,323

В общем случае аппроксимирующую зависимость между напряжениями и деформациями бетона при сжатии будем определять из условия соответствия функций следующим предельным (нормируемым) показателям (рисунок 1) [12]:

1. при  $\varepsilon_b \rightarrow 0$  первая производная (тангенс угла наклона касательной к кривой)  $E_k = tg\beta = d\sigma_i/d\varepsilon_i$  должна быть равна начальному модулю упругости бетона  $E_b$  (определяем коэффициент  $\alpha$ );
2. при  $\varepsilon_b \rightarrow \varepsilon_{bu}$  касательный модуль  $E_k = 0$  (определяем первое значение коэффициента  $\beta$ );
3. при определенном значении  $\varepsilon_b = \varepsilon_{bu}$  напряжение бетона принимает максимальное значение  $R_b$  (определяем второе значение коэффициента  $\beta$ ).

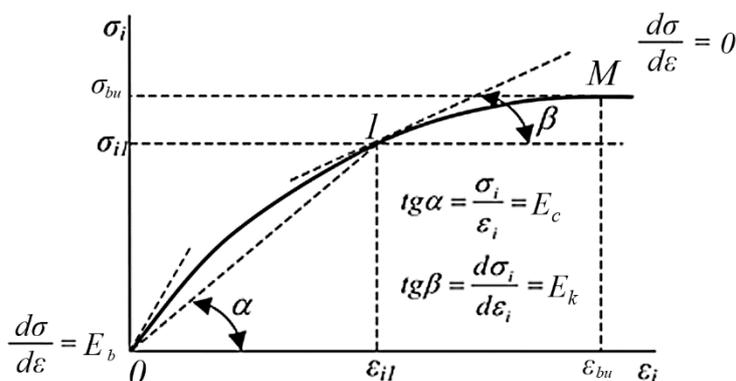


Рисунок 1 – Нормируемые показатели, которым должна отвечать функция  $\sigma = f(\varepsilon)$

В качестве примера, определим постоянные коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  для зависимости Ф.И. Герстнера

$$\sigma = \alpha\varepsilon - \beta\varepsilon^2; E_k = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \alpha - 2\beta\varepsilon.$$

1. При  $\varepsilon_b \rightarrow 0$ :

$$\alpha = E_k = E_b,$$

где  $E_b$  – начальный модуль упругости бетона.

2. При  $\varepsilon_b \rightarrow \varepsilon_{bu}$

$$E_k = d\sigma/d\varepsilon = 0,$$

следовательно

$$E_b - 2\beta\varepsilon = 0,$$

откуда первое значение коэффициента  $\beta$  равно

$$\beta_1 = \frac{E_b}{2\varepsilon_{bu}}.$$

3. При  $\varepsilon_b = \varepsilon_{bu}$  ( $\sigma_b = \sigma_{bu}$ )

$$\sigma_{bu} = \alpha\varepsilon_{bu} - \beta\varepsilon_{bu}^2,$$

откуда первое значение коэффициента  $\beta$  равно

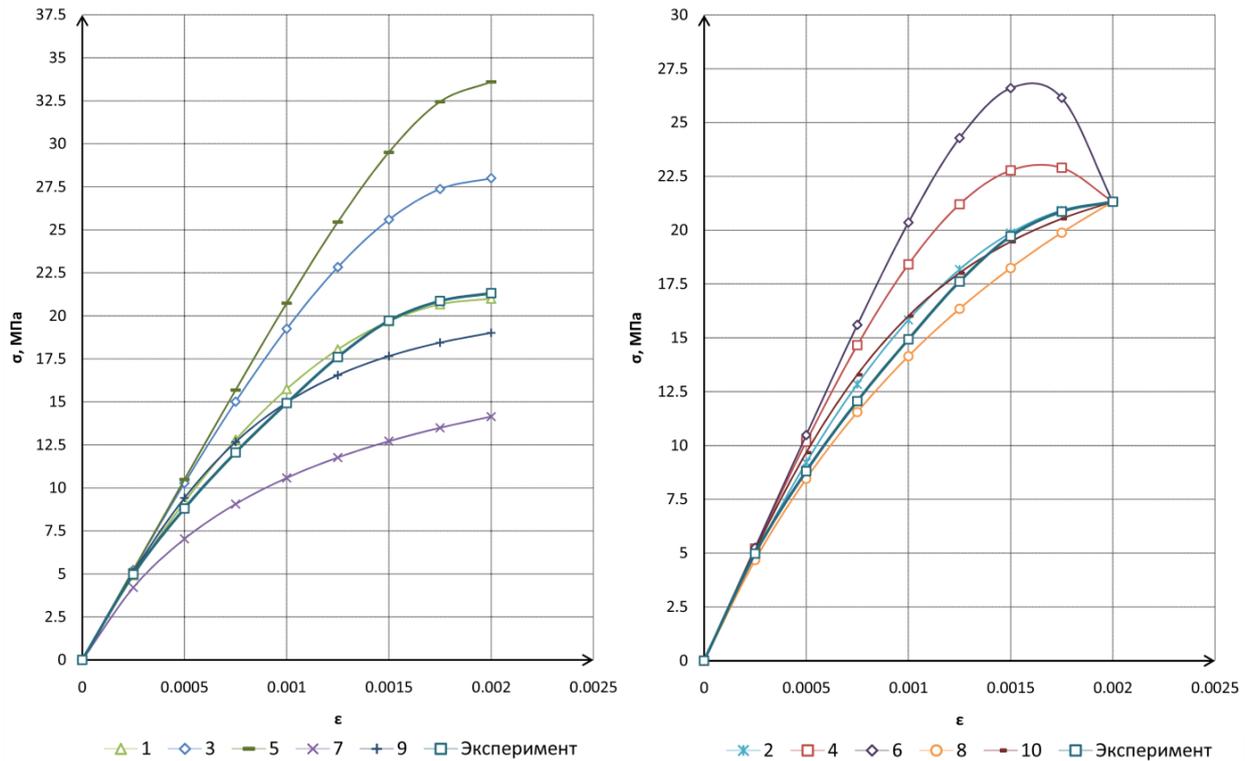
$$\beta_2 = \frac{E_b - E_{bu}}{\varepsilon_{bu}}.$$

Значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  для остальных зависимостей были определены подобным образом и представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Формулы для определения постоянных коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$

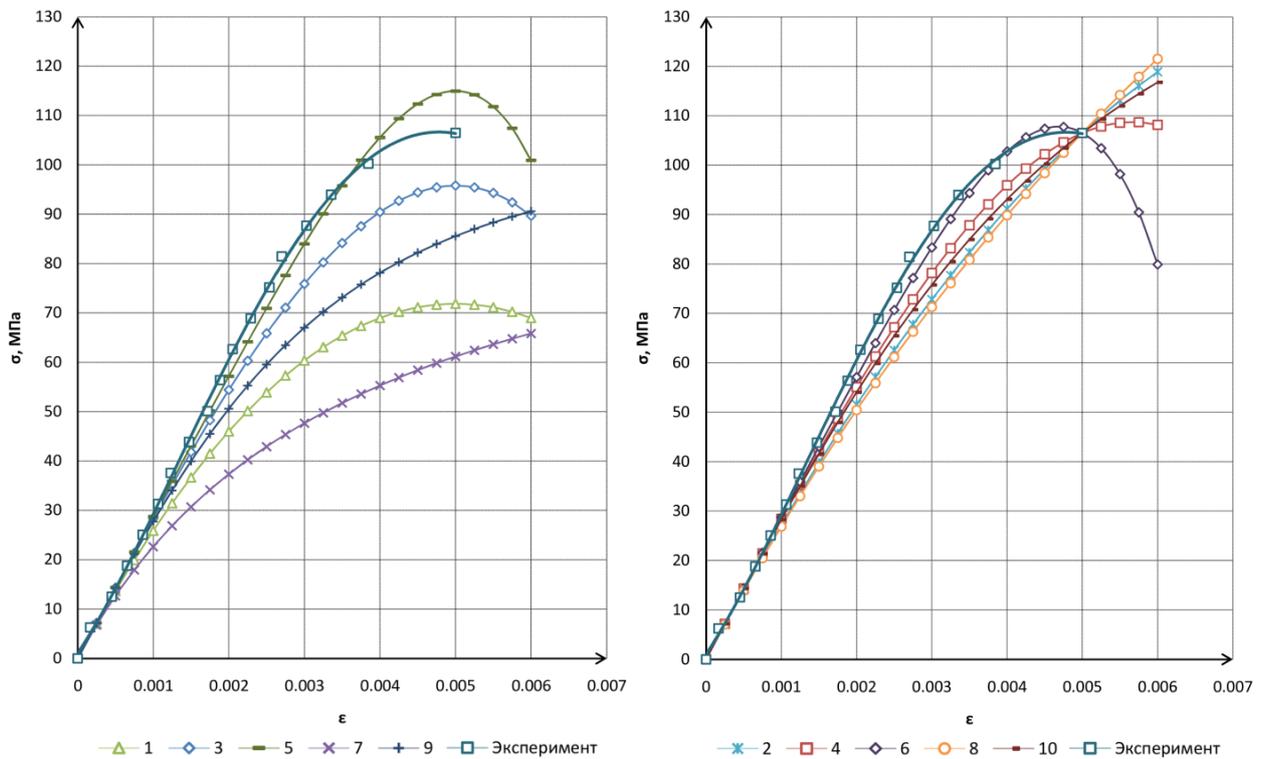
№ п/п	Вид функциональной зависимости « $\sigma - \varepsilon$ »	Коэффициенты		
		$\alpha$	$\beta$	
		граничные условия		
		$\varepsilon_b \rightarrow 0$	$\varepsilon_b \rightarrow \varepsilon_{bu}$	$\varepsilon_b = \varepsilon_{bu}$
1	Степенные			
1.1	Зависимость Ф.И. Герстнера	$E_b$	$\frac{E_b}{2\varepsilon_{bu}}$	$\frac{E_b - E_{bu}}{\varepsilon_{bu}}$
1.2	Зависимость А.Р. Ржаницына, П.А. Лукаша	$E_b$	$\frac{E_b}{3\varepsilon_{bu}^2}$	$\frac{E_b - E_{bu}}{\varepsilon_{bu}^2}$
1.3	Комбинированная степенная зависимость при $n = 5$	$E_b$	$\frac{E_b}{5\varepsilon_{bu}^4}$	$\frac{E_b - E_{bu}}{\varepsilon_{bu}^4}$
2	Гиперболические			
2.1	Зависимость С.П. Тимошенко	$\frac{1}{E_b}$	$\frac{1}{\sigma_{bu}}$	$\frac{1}{\sigma_{bu}} - \frac{1}{E_b \cdot \varepsilon_{bu}}$
2.2	Зависимость В.В. Соколовского	$E_b$	$\frac{\sigma_{bu}}{E_b}$	$\sqrt{\frac{\varepsilon_{bu}^2 \cdot \sigma_{bu}^2}{E_b^2 \cdot \varepsilon_{bu}^2 - \sigma_{bu}^2}}$

Используя вычисленные (по двум видам граничных условий) постоянные коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$ , представим графическую интерпретацию выбранных аппроксимирующих функций на рисунках 2 и 3, и проследим отклонение теоретических зависимостей  $\sigma_i - \varepsilon_i$  от экспериментальных данных.



**Рисунок 2 – Отклонение теоретических зависимостей  $\sigma_i - \epsilon_i$  от экспериментальной кривой для цементного бетона (слева коэффициент  $\beta = \beta_1$ , справа –  $\beta = \beta_2$ ):**

1, 2 – зависимость Ф.И. Герстнера; 3, 4 – зависимость А.Р. Ржаницына, П.А. Лукаша;  
5, 6 – комбинированная степенная зависимость при  $n = 5$ ; 7, 8 – зависимость С.П. Тимошенко;  
9, 10 – зависимость В.В. Соколовского



**Рисунок 3 – Отклонение теоретических зависимостей  $\sigma_i - \epsilon_i$  от экспериментальной кривой для полимербетона (слева коэффициент  $\beta = \beta_1$ , справа –  $\beta = \beta_2$ ):**

1, 2 – зависимость Ф.И. Герстнера; 3, 4 – зависимость А.Р. Ржаницына, П.А. Лукаша;  
5, 6 – комбинированная степенная зависимость при  $n = 5$ ; 7, 8 – зависимость С.П. Тимошенко;  
9, 10 – зависимость В.В. Соколовского

Из анализа графиков, представленных на рисунке 2 можно сделать вывод, что более точно аппроксимирует экспериментальную диаграмму деформирования цементного бетона степенная зависимость Ф.И. Герстнера при  $\beta = \beta_1$ , среднее отклонение теоретической кривой от экспериментальной составляет – 2,46%. Остальные зависимости при данных условиях дают чрезмерно большие погрешности.

При  $\beta = \beta_2$  достаточно точно описывают экспериментальные данные зависимость Ф.И. Герстнера (отклонение 2,48%) и гиперболическая зависимость В.В. Соколовского (отклонение 3,96%). Экстремумы зависимости А.Р. Ржаницына, П.А. Лукаша и комбинированной степенной зависимости 5-ой степени существенно превышают предельное сопротивление выбранного материала, что не соответствует действительности. Зависимость С.П. Тимошенко подобна с экспериментальной кривой, однако на участке  $\varepsilon < \varepsilon_{bu}$  имеет большие отклонения – 4,58%.

Согласно результатам расчетов, представленных на рисунке 3 можно сделать вывод, что более точно аппроксимирует экспериментальную диаграмму деформирования полимербетона комбинированная степенная зависимость 5-ой степени при  $\beta = \beta_2$ , среднее отклонение теоретической кривой от экспериментальной составляет – 2,52%. Остальные зависимости при данных условиях и при условии  $\beta = \beta_1$  дают чрезмерно большие погрешности.

При  $\beta = \beta_2$  все зависимости достаточно близко располагаются с экспериментальной кривой и имеют общую точку при  $\varepsilon = 0,005$ . Однако после нее некоторые функции имеют восходящую зависимость, что не отвечает действительности.

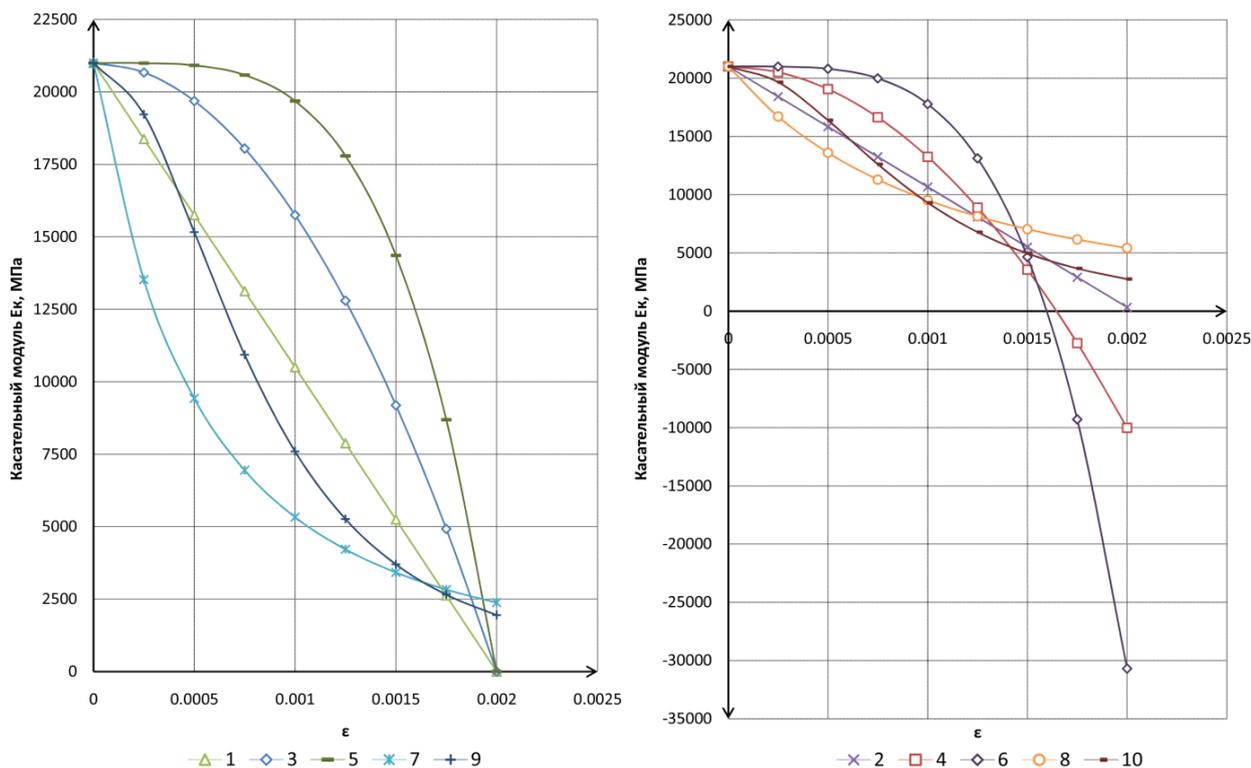
На основании вышеизложенного можно сделать следующий вывод. Для аппроксимации экспериментальной кривой деформирования цементного бетона больше отвечает действительности зависимость Герстнера при  $\beta = \beta_1$ , а для полимербетона – комбинированная степенная зависимость при  $n = 5$  при  $\beta = \beta_2$ .

Первая производная аналитической функции, связывающей напряжения и деформации является не чем иным, как касательным модулем, анализ изменения которого позволяет оценить степень соответствия теоретической зависимости физическим представлениям [11].

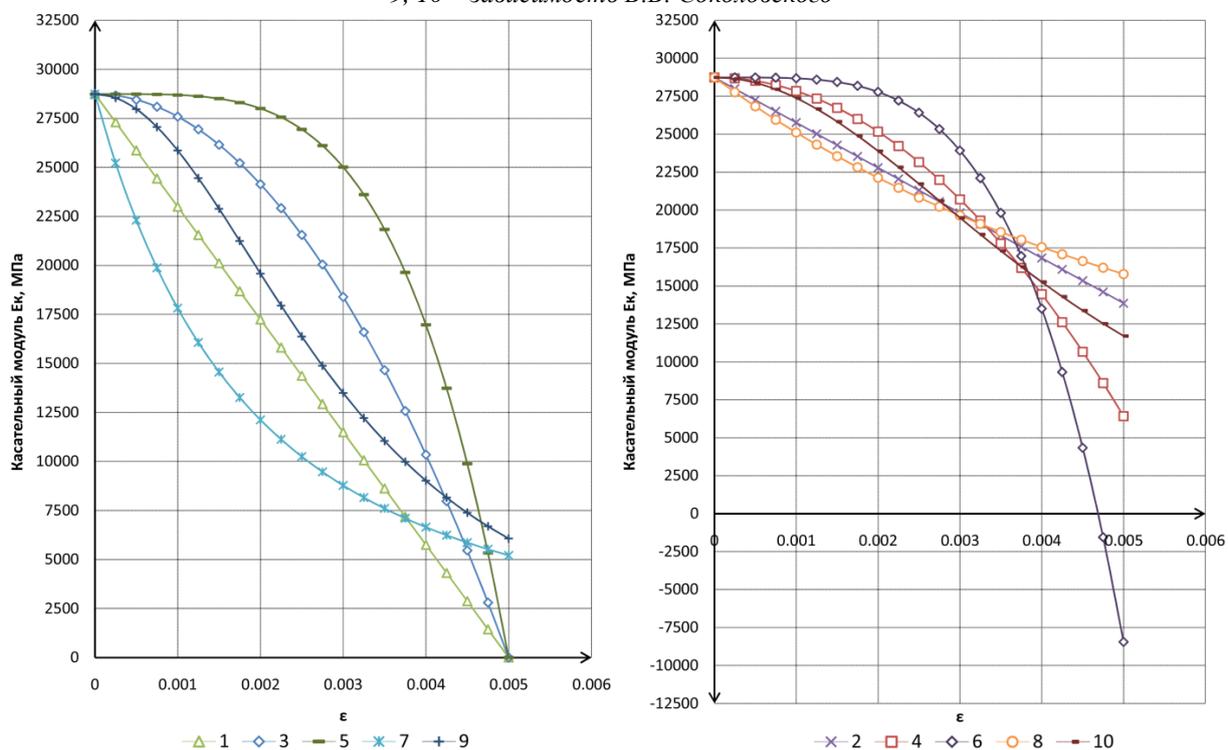
Для данного анализа вычислим значения касательных модулей для выбранных материалов, с учетом вычисленных ранее коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  (таблица 3 и 4) и отобразим графически на рисунках 4 и 5.

На графиках прослеживается, что некоторые функции касательного модуля имеют недостаток, который заключается в том, что они монотонно убывают вплоть до пересечения с горизонтальной осью координат, тогда как в первоначальный момент времени касательный модуль должен сохранять постоянное значение [11]. Если говорить о зависимости Герстнера, которая наиболее близко расположена к экспериментальной кривой деформирования, для цементного бетона, то следует отметить, что функция изменения касательного модуля имеет практически линейный вид, поэтому данную зависимость следует исключить, как не отражающую действительную работу материала под нагрузкой.

Наиболее точно из выбранных функций физическую сущность работы и цементного бетона, и полимербетона отражает уравнение комбинированной степенной зависимости при  $n = 5$ . Рассматривая зависимость касательного модуля этой функции, видно, что кривая сначала имеет постоянное значение, а затем постепенно убывает, и принимает нулевое значение при  $\varepsilon \approx 0,005$ .



**Рисунок 4 – Зависимость касательного модуля упругости от деформаций для цементного бетона (слева коэффициент  $\beta = \beta_1$ , справа –  $\beta = \beta_2$ ):**  
 1, 2 – зависимость Ф.И. Герстнера; 3, 4 – зависимость А.Р. Ржаницына, П.А. Лукаша;  
 5, 6 – комбинированная степенная зависимость при  $n = 5$ ; 7, 8 – зависимость С.П. Тимошенко;  
 9, 10 – зависимость В.В. Соколовского



**Рисунок 5 – Зависимость касательного модуля упругости от деформаций для полимербетона (слева коэффициент  $\beta = \beta_1$ , справа –  $\beta = \beta_2$ ):**  
 1, 2 – зависимость Ф.И. Герстнера; 3, 4 – зависимость А.Р. Ржаницына, П.А. Лукаша;  
 5, 6 – комбинированная степенная зависимость при  $n = 5$ ; 7, 8 – зависимость С.П. Тимошенко;  
 9, 10 – зависимость В.В. Соколовского

## Выводы

1. Для аналитического описания диаграмм сжатия и растяжения бетона в связи с развитием расчетных методов предлагалось много различных уравнений, основанных на степенной зависимости, параболических и гиперболических законах. Основной задачей которых является описать кривую лишь наглядно.

2. Аналитическая связь между напряжениями и деформациями сжатого бетона, построенная с учетом нормируемых показателей, позволяет во многих случаях получать наиболее достоверные сведения о несущей способности конструкций и при этом отказаться от дополнительных эмпирических зависимостей и коэффициентов.

3. Дальнейшее изучение различных способов аппроксимации экспериментальных диаграмм деформирования и нахождение определенных зависимостей теории и практики позволит создать базы данных, которые с достаточной точностью позволят определять различные параметры материалов, основываясь лишь на значениях секущего и касательного модулей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукаш П.А. Основы нелинейной строительной механики. Москва: Стройиздат, 1978. 202 с.
2. Ржаницын А.Р. Строительная механика: учеб. пособие для вузов. Москва: Высш. шк., 1982. 400 с.
3. Мурашкин Г.В., Мурашкин В.Г. Моделирование диаграммы деформирования бетона // Известия Орловского государственного технического ун-та. Сер. Строительство. Транспорт. 2007. № 3 (15). С. 86-88.
4. Селяев В.П., Селяев П.В., Сорокин Е.В., Алимов М.Ф. Влияние вида функциональной зависимости « $\sigma - \varepsilon$ » на расчетные прогибы пластины // Региональная архитектура и строительство. 2018. № 2 (35). С. 17-25.
5. Селяев В.П., Селяев П.В. Физико-химические основы механики разрушения цементных композитов: монография. Саранск: Издательство Мордовского ун-та, 2018. 220 с.
6. Селяев В.П., Селяев П.В., Горенков А.О., Безрукова Е.С. Аналитическое описание диаграмм деформирования бетонов при сжатии // Региональная архитектура и строительство. 2020. № 3. С. 22-30.
7. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
8. Балханов В.К. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления. Улан-Удэ: Бурятский гос. ун-т, 2013. 224 с.
9. Петров В.В., Кривошеин И.В. Методы расчета конструкций из нелинейной-деформируемого материала. Москва: АСВ, 2008. 208 с.
10. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. Москва: Стройиздат, 1996. 413 с.
11. Чебаненко А.И. Армополимербетонные строительные конструкции. Москва: Стройиздат, 1988. 440 с.
12. Байков В.Н., Горбатов С.В., Дмитров З.А. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей // Известия вузов. Серия: Строительство и архитектура. 1997. № 10. С. 4-6.

## REFERENCES

1. Lukash P.A. Osnovy nelineynoy stroitel'noy mekhaniki [Fundamentals of Nonlinear Structural Mechanics]. Moscow: Stroyizdat. 1978. 202 p. (rus)
2. Rzhantsyn A.R. Stroitel'naya mekhanika: ucheb. posobiye dlya vuzov [Structural mechanics: textbook. textbook for universities]. Moscow: Vysshaya shkola. 1982. 400 p. (rus)
3. Murashkin G.V., Murashkin V.G. Modelirovaniye diagrammy deformirovaniya betona [Simulation of the concrete deformation diagram]. *Izvestia of the Oryol State Technical University. Construction series. Transport.* 2007. Vol. 15. No. 3. Pp. 86-88. (rus)
4. Selyaev V.P., Selyaev P.V., Sorokin Ye.V., Alimov M.F. Vliyaniye vida funktsional'noy zavisimosti « $\sigma - \varepsilon$ » na raschetnyye progiby plastiny [Influence of the type of functional dependence " $\sigma - \varepsilon$ " on the calculated deflections of the plate]. *Regional'naya arkhitektura i stroitel'stvo.* 2018. Vol. 35. No. 2. Pp. 17-25. (rus)
5. Selyaev V.P., Selyaev P.V. Fiziko-khimicheskiye osnovy mekhaniki razrusheniya tsementnykh kompozitov: monografiya [Physicochemical foundations of fracture mechanics of cement composites: monograph]. Saransk: Publishing House of the Mordovian University, 2018. 220 p. (rus)

6. Selyaev V.P., Selyaev P.V., Gorenkov A.O., Bezrukova E.S. Analiticheskoye opisaniye diagramm deformirovaniya betonov pri szhatii [Analytical description of concrete deformation diagrams in compression]. *Regional'naya arkhitektura i stroitel'stvo*. 2020. No. 3. Pp. 22-30. (rus)
7. Mandelbrot B. Fraktal'naya geometriya prirody [The Fractal Geometry of Nature]. Moscow: Institute for computer research, 2002. 656 p. (rus)
8. Balkhanov V. K. Osnovy fraktal'noĭ geometrii i fraktal'nogo ischisleniia [Fundamentals of fractal geometry and fractal calculus]. Ulan-Ude: Buryat State Univ., 2013. 224 p. (rus)
9. Petrov V.V., Krivoshein I.V. Metody raschĕta konstruktsii iz nelineĭno-deformiruemogo materiala [Methods for calculating structures made of nonlinearly deformable material]. Moscow: ASB, 2008. 208 p. (rus)
10. Karpenko N.I. Obshchiye modeli mekhaniki zhelezobona [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow: Stroyizdat. 1996. 413 p. (rus)
11. Chebanenko A.I. Armopolimerbetonnye stroitel'nye konstruktsii [Armopolymer concrete building structures]. Moscow: Stroyizdat. 1988. 440 p. (rus)
12. Baikov V.N., Gorbatov S.V., Dmitrov Z.A. Postroenie zavisimosti mezhdu napriazheniiami i deformatsiiami szhatogo betona po sisteme normiruemykh pokazatelei [Building the relationship between stresses and deformations of compressed concrete according to the system of standardized indicators]. *Proceedings of universities. Series: Construction and architecture*. 1997. No. 10. Pp. 4-6. (rus)

**Информация об авторах:**

**Селяев Владимир Павлович**

ФГБОУ ВО «Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва», г. Саранск, Россия,  
Академик РААСН, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Строительные конструкции».  
E-mail: [ntorm80@mail.ru](mailto:ntorm80@mail.ru)

**Селяев Павел Владимирович**

ФГБОУ ВО «Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва», г. Саранск, Россия,  
кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительные конструкции».  
E-mail: [ntorm80@mail.ru](mailto:ntorm80@mail.ru)

**Грязнов Сергей Юрьевич**

ФГБОУ ВО «Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва», г. Саранск, Россия,  
аспирант кафедры «Строительные конструкции».  
E-mail: [sergey.gryaznov.97@mail.ru](mailto:sergey.gryaznov.97@mail.ru)

**Бабушкина Дельмира Рафиковна**

ФГБОУ ВО «Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва», г. Саранск, Россия,  
инженер.  
E-mail: [delmira2009@yandex.ru](mailto:delmira2009@yandex.ru)

**Information about authors:**

**Selyaev Vladimir P.**

Mordovia State University named after N.P. Ogarev, Saransk, Russia,  
Academician of RAACS, doctor of technical science, head professor of the department "Building construction".  
E-mail: [ntorm80@mail.ru](mailto:ntorm80@mail.ru)

**Selyaev Pavel V.**

Mordovia State University named after N.P. Ogarev, Saransk, Russia,  
candidate of technical science, docent of the department "Building construction".  
E-mail: [ntorm80@mail.ru](mailto:ntorm80@mail.ru)

**Gryaznov Sergey Yu.**

Mordovia State University named after N.P. Ogarev, Saransk, Russia,  
postgraduate student of the department "Building construction".  
E-mail: [sergey.gryaznov.97@mail.ru](mailto:sergey.gryaznov.97@mail.ru)

**Babushkina Delmira R.**

Mordovia State University named after N.P. Ogarev, Saransk, Russia,  
engineer.  
E-mail: [delmira2009@yandex.ru](mailto:delmira2009@yandex.ru)