УДК 624.046.5 DOI: 10.33979/2073-7416-2020-92-6-51-58

С.А. СОЛОВЬЕВ[1]
[1]Вологодский государственный университет, г. Вологда, Россия

АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ СООРУЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ *P*-БЛОКОВ

Аннотация. *В статье представлен метод расчета надежности (в виде вероятности безотказной работы) элементов сооружений на основе p-блоков. Показан алгоритм построения двух p-блоков: при отсутствии информации о форме распределения вероятностей случайной величины и при конкретном вероятностном распределении, но с неточными (интервальными) оценками параметров функции распределения. Алгоритм для расчета надежности приведен на численном примере анализа надежности изгибаемой деревянной балки по критерию ее прочности. Результат расчета надежности представляет собой интервал границ вероятностей безотказной работы. Приведены рекомендации для сужения границ данного интервала, что может снизить эпистемическую неопределенность. На основе предлагаемого подхода могут быть разработаны частные методики расчета надежности для любых элементов сооружений. Приведены расчетные формулы для комплексной оценки надежности элемента сооружения как системы с учетом всех критериев предельных состояний.*

Ключевые слова: *надежность, p-блоки, безопасность, вероятность отказа, функции распределения, неопределенность*

S.A. SOLOVYEV[1]
[1]Vologda State University, Vologda, Russia

STRUCTURAL RELIABILITY ANALYSIS BASED ON *P*-BOXES

Abstract*. The article describes a method for reliability (probability of non-failure) analysis of structural elements based on p-boxes. An algorithm for constructing two p-blocks is shown. First p-box is used in the absence of information about the probability distribution shape of a random variable. Second p-box is used for a certain probability distribution function but with inaccurate (interval) function parameters. The algorithm for reliability analysis is presented on a numerical example of the reliability analysis for a flexural wooden beam by wood strength criterion. The result of the reliability analysis is an interval of the non-failure probability boundaries. Recommendations are given for narrowing the reliability boundaries which can reduce epistemic uncertainty. On the basis of the proposed approach, particular methods for reliability analysis for any structural elements can be developed. Design equations are given for a comprehensive assessment of the structural element reliability as a system taking into account all the criteria of limit states.*

Keywords*: reliability, p-boxes, safety, failure probability, distribution functions, uncertainty*

Введение

Анализ надежности несущих элементов сооружений представляет собой вероятностную оценку отказа элемента по отдельным критериям предельных состояний или по их совокупности. Вероятность безотказной работы или вероятность отказа являются необходимыми составляющими для оценки риска, долговечности, а также механической безопасности в соответствии с требованиями Закона РФ №384-ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений». В [1] отмечается, что использование положений теории надежности строительных конструкций на практике инженерных расчетов значительно возросло за последние годы.

В практических инженерных задачах по расчету надежности специалисты сталкиваются с различными неопределенностями при анализе статистических данных. Как правило, различают две группы неопределенностей: алеаторная неопределенность (aleatory uncertainty) и эпистемическая неопределенность (epistemic uncertainty). Алеаторная неопределенность возникает вследствие объективной стохастической природы явлений, например, снеговая нагрузка, неоднородность физико-механических свойств материалов и др. Эпистемическая неопределенность возникает вследствие недостатка статистической информации или неточности математических моделей, описывающих явление.

Эпистемическая неопределенность, в отличие от алеаторной неопределенности, может быть уменьшена, например, при увеличении числа испытаний.

Для статистического моделирования случайных величин с учетом эпистемической и алеаторной неопределенности используют *p*-блоки (*p*-box или probability box [2, 3, 4]). *P*-блоки формируют левую и правую границы функции распределения вероятности случайной величины, а также создают ограничения на ее форму распределения. Такие подходы позволяют дать более осторожную оценку надежности при отсутствии необоснованных предположений о форме функции распределения вероятностей или значений ее параметров.

Методы

Анализ надежности несущих элементов сооружений будем проводить по классической математической модели предельного состояния вида:

$$X \leq Y, \tag{1}$$

где X – условная нагрузка на элемент (изгибающий момент, деформация, напряжения, прогиб и т.д.), которая представляет собой случайную величину или функцию с несколькими случайными величинами; Y – условная прочность элемента (предельный изгибающий момент, предел прочности, предельный прогиб и т.д.), которая также представляет собой случайную величину или функцию с несколькими случайными величинами.

Рассмотрим вариант построения *p*-блоков для условной нагрузки X. Одной из проблем, возникающих в практических задачах расчета надежности, является сбор нагрузки на элемент в ее стохастическом представлении. Нагрузка от собственного веса элементов строительных конструкций может быть описана нормальным распределением (в соответствии с Eurocode 0 «Basis of structural design»), для случайного моделирования снеговой нагрузки используется закон распределения Гумбеля (или двойной экспоненциальный) [5], эксплуатационные полезные нагрузки могут быть описаны логнормальным и другими распределениями [6]. Комбинация множества вероятностных распределений для описания нагрузочного эффекта может стать сложной вычислительной задачей для практических инженерных расчетов.

В связи с этим, для моделирования условной нагрузки удобно использовать *p*-блоки, построенные на основе неравенства Чебышёва [7]. Граничные функции распределения, построенные на основе неравенства Чебышёва, имеют вид:

$$\underline{F}_X(x) = \begin{cases} \dfrac{S_X^2}{(m_X - x)^2 + S_X^2}, & \text{если } x < m_X \\ 1, & \text{если } x \geq m_X \end{cases}, \tag{2}$$

$$\overline{F}_X(x)=\begin{cases} 0, \; если \;\; x<m_X \\ 1-\dfrac{m_X}{x}, \; если \;\; m_X \le x \le m_X+\dfrac{S_X^2}{m_X} \\ \dfrac{(m_X-x)^2}{(m_X-x)^2+S_X^2}, \; если \;\; x>m_X+\dfrac{S_X^2}{m_X} \end{cases}, \tag{3}$$

где m_X – математическое ожидание случайной величины X; S_X – среднеквадратическое отклонение (стандарт) случайной величины X.

Преимуществом использования данных функций является независимость от формы функций распределения вероятностей. Для их использования необходимо знать оценки математического ожидания m_X и среднеквадратического отклонения S_X. Графический вид функций представлен на рисунке 1.

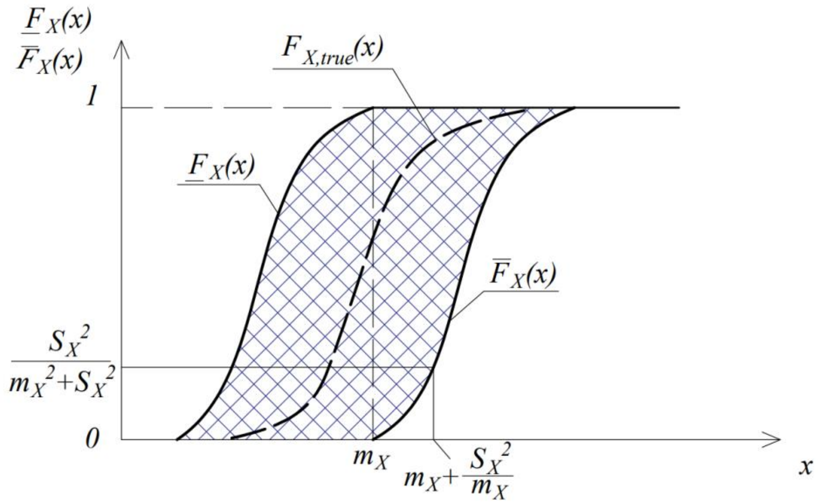

Рисунок 1 – Графики граничных функций распределения $\underline{F}_X(x)$ и $\overline{F}_X(x)$, полученных на основе неравенства Чебышёва; $F_{X,true}(x)$ – фактическое (заранее неизвестное) распределение случайной величины X

Если имеет место нелинейная функция $X(\tilde{x}_i),\ i=1,2,...,n$, характеризующая условную нагрузку, то для оценки математического ожидания и среднеквадратического отклонения могут быть использованы следующие зависимости (путем разложения функции в ряд Тейлора первого порядка [8]):

$$m_x = X(m_{x,i}), \tag{4}$$

$$S_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial X(m_{x,i})}{\partial x_i}\right)^2 S_{x,i}^2}, \tag{5}$$

где $m_{x,i}$ – математические ожидания случайных величин, входящих в функцию $X(\tilde{x}_i),\ i=1,2,...,n$; $S_{x,i}$ – среднеквадратические отклонения случайных величин, входящих в функцию $X(\tilde{x}_i),\ i=1,2,...,n$.

Однако подход на основе неравенства Чебышёва может давать широкие малоинформативные границы распределения, что связано с покрытием различных неизвестных по форме распределений. При известных распределениях случайных величин можно использовать другой алгоритм построения *р*-блоков. Рассмотрим его на примере моделирования условной прочности *Y*.

Для параметров, входящих в состав математических моделей условной прочности *Y* (предел прочности, модуль упругости и другие физико-механические свойства), зачастую обоснованно принимаются нормальные или логнормальные распределения вероятностей. В связи с этим, одной из главных задач при статистическом моделировании условной прочности является доверительная оценка статистических параметров нормального распределения: математического ожидания m_Y и среднеквадратического отклонения S_Y.

Процесс образования *р*-блоков для условной прочности *Y* рассмотрим на примере. Пусть по результатам 10 испытаний образцов древесины получены доверительные статистические оценки [9] прочности при сжатии: для математического ожидания $m_Y \in [\underline{m}_Y;\ \overline{m}_Y] = [28;\ 32]$ МПа, для среднеквадратического отклонения $S_Y \in [\underline{S}_Y;\ \overline{S}_Y] = [1;\ 2]$ МПа. Все возможные функции распределения вероятностей по границам интервалов при нормальном законе распределения представлены на рисунке 2.

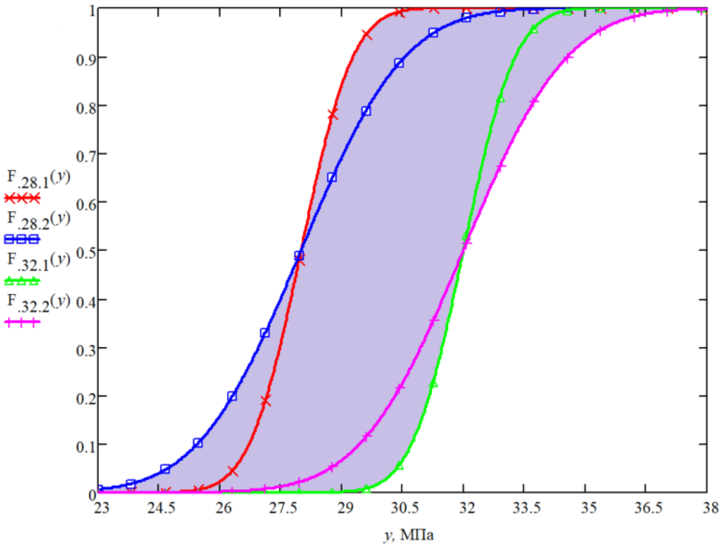

Рисунок 2 – Возможные функции распределения вероятностей по результатам доверительных интервалов

Из рисунка 2 видно, что для наиболее осторожной оценки распределения вероятностей следует использовать различные участки функций нормального распределения. В общем виде граничные функции можно записать в виде:

$$\underline{F}_Y(y) = \begin{cases} F^{norm}\left(\underline{m}_Y,\ \overline{S}_Y\right), & если\ \ y < \underline{m}_Y \\ F^{norm}\left(\underline{m}_Y,\ \underline{S}_Y\right), & если\ \ y \geq \underline{m}_Y \end{cases}, \tag{6}$$

$$\overline{F}_Y(y) = \begin{cases} F^{norm}\left(\overline{m}_Y,\ \underline{S}_Y\right), & если\ \ y < \overline{m}_Y \\ F^{norm}\left(\underline{m}_Y,\ \overline{S}_Y\right), & если\ \ y \geq \overline{m}_Y \end{cases}, \tag{7}$$

где F^{norm} – функция нормального распределения вероятностей.

Аналогичные *р*-блоки со своими границами можно построить для любых функций распределения при интервальной оценке параметров функций распределения. При нелинейных функциях распределения условной прочности *Y* остаются справедливыми формулы (4) и (5).

Таким образом, на основе *р*-блоков сформированы граничные функции распределения для условной нагрузки *X* – (2) и (3), и для условной прочности *Y* – (6) и (7).

Обобщенная формула (8) для расчета надежности (в виде вероятности безотказной работы P) может быть представлена в виде [1, 10]:

$$P = \Pr(X \le Y) = \int_0^{+\infty} F_X(x) f_Y(x) dx, \tag{8}$$

где $\Pr(X \le Y)$ – вероятность (probability) реализации события $X \le Y$; $f_Y(x)$ – плотность распределения случайной величины Y с переменной x.

При использовании p-блоков, вероятность безотказной работы будет характеризоваться верхней $\overline{P}$ и нижней $\underline{P}$ границами:

$$\underline{P} = \int_0^{+\infty} \overline{F}_X(x) \underline{f}_Y(x) dx, \tag{9}$$

$$\overline{P} = \int_0^{+\infty} \underline{F}_X(x) \overline{f}_Y(x) dx. \tag{10}$$

При нормальном распределении функции $\underline{f}_Y(x)$ и $\overline{f}_Y(x)$ будут иметь вид:

$$\underline{f}_Y(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\overline{S}_Y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\dfrac{(x-\underline{m}_Y)^2}{2\overline{S}_Y^2}\right], & если\ \ x < \underline{m}_Y \\ \dfrac{1}{\underline{S}_Y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\dfrac{(x-\underline{m}_Y)^2}{2\underline{S}_Y^2}\right], & если\ \ x \ge \underline{m}_Y \end{cases}, \tag{11}$$

$$\overline{f}_Y(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\underline{S}_Y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\dfrac{(x-\overline{m}_Y)^2}{2\underline{S}_Y^2}\right], & если\ \ x < \overline{m}_Y \\ \dfrac{1}{\overline{S}_Y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\dfrac{(x-\overline{m}_Y)^2}{2\overline{S}_Y^2}\right], & если\ \ x \ge \underline{m}_Y \end{cases}. \tag{12}$$

Подставляя выражения (2), (3), (11), (12) в (9) и (10) можно вычислить верхнюю $\overline{P}$ и нижнюю $\underline{P}$ границу вероятностей безотказной работы.

Результаты и обсуждение

Рассмотрим предлагаемый подход на примере. Пусть требуется оценить надежность изгибаемой деревянной балки. На основе СП 64.13330.2017 «Деревянные конструкции», математическую модель предельного состояния можно представить в виде:

$$\frac{\tilde{M}}{W} \le \tilde{\sigma}_{ult}, \tag{13}$$

где $\tilde{M}$ – изгибающий момент от расчетной нагрузки с учетом ее изменчивости (случайная величина); $\tilde{\sigma}_{ult}$ – предел прочности древесины при изгибе, определяемый по результатам испытаний (случайная величина), например, по ГОСТ 16483.3-84 «Древесина. Метод определения предела прочности при статическом изгибе»; W – момент сопротивления сечения балки, который в силу малой изменчивости геометрических параметров можно считать детерминированной (постоянной) величиной.

Случайную величину $\tilde{M}$ рационально разделить на композицию нескольких случайных величин с различными видами распределения и типами нагрузки. Например, $\tilde{M} = \tilde{M}_g + \tilde{M}_{snow} + \tilde{M}_v$, где $\tilde{M}_g$ – изгибающий момент от собственного веса балки и вышележащих конструкций, который можно описать распределением близким к нормальному; $\tilde{M}_{snow}$ – изгибающий момент от случайной снеговой нагрузки [5]; $\tilde{M}_v$ – изгибающий момент от полезной нагрузки со своим распределением вероятностей. Т.к. эти нагрузки можно считать независимыми (или слабокоррелированными), то математическое ожидание изгибающего момента может быть выражено через математические ожидания его составляющих: $m_M = m_{M,g} + m_{M,snow} + m_{M,v}$. Аналогичное выражение можно записать для среднеквадратического отклонения: $S_M = \sqrt{S_{M,g}^2 + S_{M,snow}^2 + S_{M,v}^2}$.

Введем обозначения: $\dfrac{\tilde{M}}{W} = X$, $\tilde{\sigma}_{ult} = Y$. Тогда математическая модель (13) примет вид (1).

Пусть по результатам сбора нагрузок и испытаний получены следующие статистические параметры: $m_X = 23$ МПа; $S_X = 1$ МПа; $m_Y \in [\underline{m}_Y;\ \overline{m}_Y] = [28;\ 32]$ МПа; $S_Y \in [\underline{S}_Y;\ \overline{S}_Y] = [1;\ 2]$ МПа.

Нижнюю границу вероятности безотказной работы $\underline{P}$ вычислим по (9) в виде:

$$\underline{P} = \int_{m_X}^{m_X + \frac{S_X^2}{m_X}} 1 - \frac{m_X}{x} \cdot \frac{1}{\overline{S}_Y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \underline{m}_Y)^2}{2\overline{S}_Y^2}\right] dx +$$

$$+ \int_{m_X + \frac{S_X^2}{m_X}}^{\underline{m}_Y} \frac{(m_X - x)^2}{(m_X - x)^2 + S_X^2} \cdot \frac{1}{\overline{S}_Y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \underline{m}_Y)^2}{2\overline{S}_Y^2}\right] dx +$$

$$+ \int_{\underline{m}_Y}^{+\infty} \frac{(m_X - x)^2}{(m_X - x)^2 + S_X^2} \cdot \frac{1}{\underline{S}_Y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \underline{m}_Y)^2}{2\underline{S}_Y^2}\right].$$

По результатам численного решения: $\underline{P} = 0 + 0{,}435 + 0{,}485 = 0{,}921$.

Вычислим верхнюю границу вероятности безотказной работы $\overline{P}$ по формуле (10) в виде:

$$\overline{P} = \int_{0}^{m_X} \frac{S_X^2}{(m_X - x)^2 + S_X^2} \cdot \frac{1}{\underline{S}_Y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \overline{m}_Y)^2}{2\underline{S}_Y^2}\right] dx +$$

$$+ \int_{m_X}^{\overline{m}_Y} 1 \cdot \frac{1}{\underline{S}_Y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \overline{m}_Y)^2}{2\underline{S}_Y^2}\right] dx + \int_{\overline{m}_Y}^{+\infty} 1 \cdot \frac{1}{\overline{S}_Y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \overline{m}_Y)^2}{2\overline{S}_Y^2}\right] dx.$$

По результатам численного решения: $\overline{P} = 0 + 0{,}5 + 0{,}5 = 1$.

Надежность характеризуется интервалом вероятностей безотказной работы [0,921; 1].

Если интервал надежности получился малоинформативным для принятия решений, существуют различные подходы для его уменьшения:

- увеличение количества испытаний контрольных образцов древесины снижает интервалы $[\underline{m}_Y;\ \overline{m}_Y]$ и $[\underline{S}_Y;\ \overline{S}_Y]$, если они обусловлены в большей степени эпистемической неопределенностью, чем алеаторной неопределенностью;

- если существует уверенность в конкретном распределении для случайной величины из левой части неравенства (1), например, можно принять нормальное распределение для нагрузки от собственного веса материала (в примере $\tilde{M}_g$), то математическая модель может быть преобразована. Так, например, рассматриваемой выше ситуации:

$\dfrac{\tilde{M}_{snow}}{W} + \dfrac{\tilde{M}_v}{W} \le \tilde{\sigma}_{ult} - \dfrac{\tilde{M}_g}{W}$. Однако гипотезы о таких распределениях должны быть подтверждены [11];

- также могут быть использованы другие *p*-блоки на базе теории возможностей [12], теории свидетельств [13] и др.

Для комплексной оценки надежности, следует выполнить анализ надежности по всем критериям предельных состояний, которые предусмотрены для рассматриваемого элемента сооружения. Результат будет выражаться в виде подмножества интервалов значений надежности $\underline{P}_i$ и $\overline{P}_i$. Надежность элемента как системы [14, 15] можно вычислить по формулам:

$$\begin{cases} \underline{P} = \max\left(0,\ \sum_{i=1}^{n} \underline{P}_i - (n-1)\right), \\ \overline{P} = \min(\overline{P}_i) \end{cases} \quad (14)$$

где $\underline{P}_i$ и $\overline{P}_i$ - нижняя и верхняя граница вероятности безотказной работы по *i*-му критерию предельного состояния; *n* – количество критериев предельных состояний.

Заключение

1. В работе разработан метод расчета надежности элементов сооружений на основе *p*-блоков, что позволяет дать более осторожную оценку вероятности безотказной работы элемента сооружения на практике;

2. Преимуществом предлагаемого решения является комбинация различных *p*-блоков, когда можно рассматривать случайные величины с неточными распределениями и неточными параметрами распределений;

3. Алгоритм расчета надежности продемонстрирован на примере оценки вероятности безотказной работы деревянной балки по критерию прочности при изгибе;

4. Приведены рекомендации по увеличению информативности интервала надежности, полученного на основе *p*-блоков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Melchers R.E., Beck A.T. Structural reliability analysis and prediction. John Wiley & Sons. 2018. 497 p.

2. Karanki D.R., Kushwaha H.S., Verma A.K., Ajit S. Uncertainty analysis based on probability bounds (p-box) approach in probabilistic safety assessment // Risk Analysis: An International Journal. 2009. Vol. 29. No. 5. Pp. 662-675.

3. Yang X., Liu Y., Zhang Y., Yue Z. Hybrid reliability analysis with both random and probability-box variables // Acta Mechanica, 2015. Vol. 226. No. 5. Pp. 1341-1357.

4. Liu X., Yin L., Hu L., Zhang Z. An efficient reliability analysis approach for structure based on probability and probability box models // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2017. Vol. 56. No. 1 Pp. 167-181.

5. Золина Т.В., Садчиков П.Н. Моделирование снеговой нагрузки на покрытие промышленного здания // Вестник МГСУ. 2016. №. 8. С. 25-33.

6. Rackwitz R., Flessler B. Structural reliability under combined random load sequences // Computers & Structures. 1978. Vol. 9. No. 5. Pp. 489-494.

7. Уткин Л.В., Уткин В.С., Редькин А.Н. Расчет надежности стальных рам по критерию устойчивости при многопараметрической нагрузке с использованием неравенства Чебышева // Надежность. 2011. № 3(38). С. 42-52.

8. Most T. Efficient structural reliability methods considering incomplete knowledge of random variable distributions // Probabilistic Engineering Mechanics. 2011. Vol. 26. No. 2. Pp. 380-386.

9. Cohn T.A., Lane W.L., Stedinger J.R. Confidence intervals for expected moments algorithm flood quantile estimates // Water Resources Research. 2001. Vol. 37. No. 6. Pp. 1695-1706.

10. Ditlevsen O., Madsen H.O. Structural reliability methods. New York: John Wiley & Sons Ltd. 1996. 361 p.

11. Martin W.E., Bridgmon K.D. Quantitative and statistical research methods: From hypothesis to results. New York: Jossey-Bass, 2012. 496 p.
12. Ni Z., Qiu Z. Hybrid probabilistic fuzzy and non-probabilistic model of structural reliability // Computers & Industrial Engineering. 2010. Vol. 58. No. 3. Pp. 463-467.
13. Jiang C., Zhang Z., Han X., Liu J. A novel evidence-theory-based reliability analysis method for structures with epistemic uncertainty // Computers & Structures. 2013. Vol. 129. Pp. 1-12.
14. Li J., Chen J., Fan W. The equivalent extreme-value event and evaluation of the structural system reliability // Structural safety. 2007. Vol. 29. No. 2. Pp. 112-131.
15. Greig G. L. An assessment of high-order bounds for structural reliability // Structural safety. 1992. Vol. 11. No. 3-4. Pp. 213-225.

REFERENCES

1. Melchers R.E., Beck A.T. Structural reliability analysis and prediction. New York: *John Wiley & Sons*. 2018. 497 p.
2. Karanki D.R., Kushwaha H.S., Verma A.K., Ajit S. Uncertainty analysis based on probability bounds (p-box) approach in probabilistic safety assessment. *Risk Analysis: An International Journal*. 2009. Vol. 29. No. 5. Pp. 662-675.
3. Yang X., Liu Y., Zhang Y., Yue Z. Hybrid reliability analysis with both random and probability-box variables. *Acta Mechanica*, 2015. Vol. 226. No. 5. Pp. 1341-1357.
4. Liu X., Yin L., Hu L., Zhang Z. An efficient reliability analysis approach for structure based on probability and probability box models. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2017. Vol. 56. No. 1. Pp. 167-181.
5. Zolina T.V., Sadchikov P.N. Modelirovanie snegovoy nagruzki na pokrytie promyshlennogo zdaniya [Modeling of the Snow Load on the Roofs of Industrial Buildings]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2016. No. 8. Pp. 25–33.
6. Rackwitz R., Flessler B. Structural reliability under combined random load sequences. *Computers & Structures*. 1978. Vol. 9. No. 5. Pp. 489-494.
7. Utkin L.V., Utkin V.S., Red'kin A.N. Raschet nadezhnosti stal'nyh ram po kriteriyu ustojchivosti pri mnogoparametricheskoj nagruzke s ispol'zovaniem neravenstva CHebysheva [Calculation of steel frame reliability according to stability measure at multiparameter load using Chebeshev's inequality]. *Nadezhnost'* [Reliability]. 2011. No. 3(38). Pp. 42-52.
8. Most T. Efficient structural reliability methods considering incomplete knowledge of random variable distributions. *Probabilistic Engineering Mechanics*. 2011. Vol. 26. No. 2. Pp. 380-386.
9. Cohn T.A., Lane W.L., Stedinger J.R. Confidence intervals for expected moments algorithm flood quantile estimates. *Water Resources Research*. 2001. Vol. 37. No. 6. Pp. 1695-1706.
10. Ditlevsen O., Madsen H. O. Structural reliability methods. New York: *John Wiley & Sons Ltd*. 1996. 361 p.
11. Martin W.E., Bridgmon K.D. Quantitative and statistical research methods: From hypothesis to results. New York: *Jossey-Bass*, 2012. 496 p.
12. Ni Z., Qiu Z. Hybrid probabilistic fuzzy and non-probabilistic model of structural reliability. *Computers & Industrial Engineering*. 2010. Vol. 58. No. 3. Pp. 463-467.
13. Jiang C., Zhang Z., Han X., Liu J. A novel evidence-theory-based reliability analysis method for structures with epistemic uncertainty. *Computers & Structures*. 2013. Vol. 129. Pp. 1-12.
14. Li J., Chen J., Fan W. The equivalent extreme-value event and evaluation of the structural system reliability. *Structural safety*. 2007. Vol. 29. No. 2. Pp. 112-131.
15. Greig G.L. An assessment of high-order bounds for structural reliability. *Structural safety*. 1992. Vol. 11. No. 3-4. Pp. 213-225.

Информация об авторе:

Соловьев Сергей Александрович
ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет» (ВоГУ), г. Вологда, Россия,
кандидат технических наук, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства.
E-mail: ser6sol@yandex.ru

Information about the author:

Solovyev Sergey Al.
Vologda State University, Vologda, Russia,
candidate of technical, sciences, associate professor of industrial and civil construction department.
E-mail: ser6sol@yandex.ru