

О.В. РАДАЙКИН¹¹ООО Инженерный центр «Энергопрогресс», г. Казань, Россия

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДИАГРАММНОГО МЕТОДА РАСЧЁТА СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ АРМИРОВАННОГО БЕТОНА

Аннотация. На современном этапе развития диаграммный метод расчёта стержневых элементов из армированного бетона имеет ряд недостатков, что обусловлено отсутствием единой целостной теории. В работе предпринята попытка заложить её основы. Для этого разработана наиболее общая структура теории, а также предложена трёхуровневая расчётная модель, иерархически выстроенная по принципу дискретизации расчётной схемы: уровень 1 – «элемент» – расчётная модель стержня, построенная по известным правилам строительной механики; уровень 2 – «сечение» – усовершенствованная нелинейная (дискретная) деформационная модель (УНДМ), принятая по СП 63.13330 с рядом существенных уточнений автора; уровень 3 – «материал» – расчётная модель стандартных образцов бетона и арматуры при действии на них центральной осевой сжимающей либо растягивающей статической кратковременной нагрузки, либо при действии статической кратковременной нагрузки чистого сдвига (для её описания предложены авторские диаграммы деформирования бетона). Изложен подробный алгоритм взаимосвязи моделей на всех трёх уровнях.

Ключевые слова: армированный бетон, нелинейная деформационная модель, теория, диаграммный метод, диаграммы деформирования.

O.V. RADAYKIN¹¹Energoprogress Engineering center LLC, Kazan, Russia

THEORETICAL FOUNDATIONS OF THE DIAGRAM METHOD FOR CALCULATING ROD ELEMENTS MADE OF REINFORCED CONCRETE

Abstract. At the present stage of development, the diagram method for calculating rod elements made of reinforced concrete has a number of disadvantages, which is due to the lack of a single holistic theory. The paper attempts to lay its foundations. For this purpose, the most General structure of the theory is developed, and a three-level computational model is proposed, hierarchically built on the principle of discretization of the computational scheme: level 1 - "element" - design model of the rod, built according to the well-known rules of construction mechanics; level 2 - "cross" - enhanced non-linear (discrete) deformation model, adopted by SP 63.13330 with some significant clarification of the author; level 3 - material - analysis model of standard samples of concrete and rebar subject to action of the axial compressive or tensile static short-term load or under static short-time load, pure shear (to describe proposed Jenny more deformation curve of concrete). A detailed algorithm for the relationship of models at all three levels is described.

Keywords: reinforced concrete, nonlinear deformation model, theory, diagram method, deformation diagrams.

Введение

Основным результатом расчёта, обеспечивающего требования конструктивной безопасности и эксплуатационной пригодности для любой конструкции или элемента является получение их напряжённо-деформированного состояния (НДС). Это требует достоверного определения усилий и перемещений (напряжений и деформаций) во всех точках элемента в зависимости от нагрузки. При этом армированный бетон с определённого

уровня нагружения начинает проявлять физическую нелинейность, как вследствие пластичности бетона и арматуры, так и из-за трещинообразования, а также других факторов (геометрическая и конструктивная нелинейности, ползучесть и усадка в данной работе не рассматриваются). В связи с этим для описания НДС в какой-либо точке или сечении обычно используют соответствующие диаграммы деформирования материалов (бетона и стали). Эти диаграммы в составе нелинейной деформационной модели, включающей также уравнения равновесия, совместности деформаций и граничные условия составляют суть того или иного диаграммного метода расчёта армированного бетона. У каждого из них есть свои особенности в зависимости от типа применяемой диаграммы и алгоритма решения, но всем им присуще то, что каждый из них является единым для расчета конструкции как по первой, так и по второй группам предельных состояний, и, кроме того, позволяет оценить НДС на всех этапах её нагружения – от нуля вплоть до разрушения. Это всё определяет преимущество диаграммных методов по сравнению с традиционными расчётами по предельным усилиям и допускаемым напряжениям, поскольку последние включают в себя полуэмпирические упрощения и дают недопустимую погрешность (обычно в запас), имеют ограниченную область применения, содержат массу опытных коэффициентов с не вполне понятным физическим смыслом.

В самом общем виде, однако, применение диаграммных методов аналитически трудно реализуемо. В связи с этим на практике прибегают к решению задач в численном виде, что может быть автоматизировано на ЭВМ. Для этого используют соответствующие дискретные деформационные модели.

При этом отметим, что наиболее распространённым средством автоматизации расчётов на сегодняшний день является метод конечных элементов (МКЭ). Однако в ряде случаев при решении нелинейных задач механики железобетона его использование не всегда удобно по следующим причинам:

- необходимо осваивать специализированный программный комплекс и в ряде случаев не один, а несколько – в зависимости от круга решаемых задач;
- зачастую пользователь не имеет возможности вносить свои изменения в расчётный аппарат программного комплекса как в силу закрытости программного кода, так и из-за незнания специальных языков программирования (например, языка APDL в Ansys);
- в большинстве случаев проектировщик на практике имеет дело с конструкциями, работа под нагрузкой которых определяется одним (максимум двумя) опасными сечениями (например, для шарнирно опёртой балки – одним нормальным сечением в середине пролёта и одним наклонным в приопорной зоне), поэтому в более детальной оценке НДС остальных сечений нет необходимости (а это бы сократило время и трудозатраты на моделирование и анализ результатов).

Поэтому наилучшим вариантом будет использовать МКЭ в качестве основы для получения усилий в рассматриваемом сечении, оставаясь в границах линейной теории. Для этого подойдёт любой программный комплекс, реализующий МКЭ и предназначенный для расчёта строительных конструкций.

А непосредственно для нелинейного расчёта железобетонного сечения наиболее подходящим, на взгляд автора, является численный диаграммный метод на основе так называемой нелинейной деформационной модели, принятый в СП 63.13330 (и ранее в СНиП 52-01-2003). Тем не менее, область применения этого метода на сегодняшний день весьма ограничена, попытки распространить его на более широкий класс стержневых конструкций и элементов, находящихся в различных условиях нагружения, носят лишь рекомендательный и весьма условный характер. Нормативные документы, в которые включен данный метод в качестве альтернативы для метода предельных усилий, не учитывают многие существенные факторы, влияющие на работу стержней из армированного бетона, и, кроме того, не

содержат конкретных числовых примеров, наглядно демонстрирующих алгоритм методик на его основе.

Перечисленные недостатки и несовершенства численного диаграммного метода обусловлены в первую очередь отсутствием единой целостной теории. В данной работе предпринята попытка заложить её основы.

Модели и методы

Введём ряд определений для более глубокого понимания излагаемого материала.

Теория – это совокупность специфических для данной конкретной области исследований и конкретной научной дисциплины взаимосвязанных понятий (как абстрактных, так и конкретных), а также алгоритмов, позволяющая: а) спрогнозировать (например, решить задачу о максимально достоверной оценке конструктивной безопасности и эксплуатационной пригодности здания, конструкции, элемента или узла), б) объяснить и в) описать какое-либо явление (процесс).

Структура любой теории, по мнению автора, должна включать следующее:

1. *Совокупность специфических понятий в чистом виде:*

- а) концепция – суть, основная идея теории;
- б) объект исследований и область распространения теории (определение общих и частных случаев применения);
- в) первичный эмпирический базис, полученный на основе измерений с использованием приборной базы либо умозрительно;
- г) исходные предпосылки, допущения, гипотезы, аксиомы, постулаты и т.п.
- д) терминология.

2. *Совокупность специфических алгоритмов в чистом виде:* методы, методики, принципы, правила, каноны.

3. *Пересечение специфических понятий и алгоритмов* – это модели.

Модель – это совокупность образа (информации) моделируемого объекта и алгоритмики его поведения и преобразования при взаимодействии с другими объектами, запечатлённые на материальном носителе отличном от объекта-оригинала (определение введено автором впервые).

При этом:

- 1 – модель обеспечивает более удобное и доступное изучение объекта-оригинала, чем его непосредственное рассмотрение (идеализация);
- 2 – степень детализации образа и алгоритмики объекта-оригинала зависит от условий задачи (абстрагирование);
- 3 – переход от объекта-оригинала к модели осуществляется по правилам теории подобия (проявление масштабных эффектов);
- 4 – образ и алгоритмика объекта-оригинала и модели имеют однозначное соответствие и описываются на удобном для понимания языке (в системе кодирования), например, языком математики, логики, строительной механики и др.;
- 5 – в качестве материального носителя могут выступать помимо прочего листок бумаги (чертежи, схемы), нейроны головного мозга человека (психика), кристаллы микросхем и дисплея компьютера и др.

В механике твёрдого деформированного тела и в теории железобетона в частности модель чаще всего используют так называемые независимые (иначе «идеальные» – независимые от материала носителя) модели, которые принято представлять в виде расчётной схемы моделируемого объекта (т.е. его образа) и математического аппарата, описывающего алгоритмику изменения и преобразования этой расчётной схемы во взаимодействии с внешней средой. При этом расчётная схема включает в себя геометрическую схему в виде чертежа, идеализирующего объект, схемы нагрузок, внутренних усилий, напряжений и деформаций. Математический аппарат традиционно

состоит из уравнений равновесия, условий совместности деформаций, физических соотношений, а также граничных и краевых условий.

Моделирование – это исследование моделируемого объекта-оригинала путём 1) построения его модели, 2) изучения её свойств при взаимодействии с другими объектами и 3) переноса полученных сведений (информации и алгоритмики) на моделируемый объект.

Как уже было сказано выше основой разрабатываемой теории, как, впрочем, и любой другой, должна служить модель, в рамках принятой в работе [1] терминологии, в условиях рассматриваемого вопроса — это будет расчётная модель.

Принято в зависимости от исходных предпосылок все расчетные модели силового сопротивления железобетона делить на интегральные и дискретные, которые являются основой соответственно аналитической и численной разновидности той или иной теории (метода). Как отмечает В.М. Бондаренко [2], «объективно по содержанию и хронологически по времени дискретные модели наследственны по отношению к интегральным».

Анализ особенностей моделей обоих типов можно извлечь из работы В.С. Федорова, В.Е. Левитского [3], частично этот анализ приведён ниже с дополнениями и уточнениями автора данной работы.

Итак, в интегральных моделях сечения железобетонного элемента представляются в виде набора относительно небольшого числа компонентов, в пределах которых задаётся некая функция изменения напряжений или деформаций. К таким моделям можно отнести модель интегральных оценок В.М. Бондаренко [2], в которой вводится интегральный модуль деформации бетона. Она эффективна только для расчёта относительно простых сечений, внесение же дополнительных компонент, например, стальной оболочки, или усложнение НДС, например, до косоугольного изгиба, существенно «утяжеляет» модель до невозможности её аналитического использования. Известны также интегральные модели А.Б. Голышева и В.Я. Бачинского [4], Б.С. Расторгуева [5], А.В. Боровских и В.Г. Назаренко [6], В.И. Колчунова и А.И. Никулина [7] и др. Они основаны на задании напряженного состояния бетона путем подстановки закона изменения деформаций по высоте сечения в физическое соотношение. В результате интегрирования эпюры напряжений определяются равнодействующие усилий в сжатой и растянутой зонах, которые участвуют затем в уравнениях равновесия. Этот подход не позволяет учитывать градиентные эффекты силового сопротивления бетона при неоднородном напряженном состоянии.

Интегральный подход получил существенное развитие в так называемых блочных моделях, в которых железобетонные элементы с трещинами представляются в виде системы упругих блоков, взаимодействующих между собой по сжатой зоне и растянутой арматуре. Такие модели рассматриваются в работах Н.М. Westergaard, А.А. Гвоздева, Ю.В. Зайцева, Е.Н. Пересыпкина, Вл.И. Колчунова и др. Блочные модели позволяют существенно расширить диапазон решаемых задач, однако их численная реализация затрудняется из-за недостаточной изученности процесса трещинообразования бетона. Отдельно заслуживает внимания модель, изложенная в [8].

В дискретных моделях сечение представлено в виде набора достаточно большого числа компонентов, в пределах каждого из которых напряжения, деформации и свойства материала принимаются постоянными. Считается, что каждый компонент работает в условиях осевого сжатия или растяжения, и его поведение характеризуется соответствующей диаграммой деформирования. Такой подход дает возможность достаточно простым путем учесть конструктивную неоднородность, физическую нелинейность материалов, образование и развитие трещин, и реализовать, таким образом, общий случай расчета различных типов стержневых элементов из армированного бетона с произвольной конфигурацией поперечного сечения, при различных условиях внецентренного приложения нагрузки и т. д.

При этом отметим, что интегральные модели предполагают только аналитический расчёт конструкций, а дискретные – только численный, что, конечно, удобнее с точки зрения автоматизации и программирования.

В качестве управляющих и контрольных параметров в моделях того и другого типа могут выступать усилия, напряжения, деформации, перемещения. Так, например, нормативный метод предельных усилий в качестве управляющих и контрольных параметров использует усилия, ранее применяемый метод по допускаемым напряжениям – напряжения. Модели, где в качестве таковых параметров используются деформации называются деформационными. Так, современный диаграммный метод в СП 63.13330 основан на дискретной деформационной модели. Её историческое название – нелинейная деформационная модель. Интегральные деформационные модели используются, например, в деформационной теории пластичности (теории малых упругопластических деформаций по А.А. Ильюшину) и теории течения.

Развитию дискретных деформационных моделей сопротивления железобетона в нашей стране посвящены исследования В.Н. Байкова, М.И. Додонова, Б.С. Расторгуева [9]; Н.И. Карпенко [10], [11]; А.С. Залесова, Т.А. Мухамедиева, Е.А. Чистякова [12] и др. Модели этого типа включены в нормы проектирования железобетонных конструкций в ЕС, США, Японии, России, Украины и Белоруссии.

Как уже было сказано, с целью развития и совершенствования нормативной дискретной деформационной модели необходимо создать определённую теорию, базирующуюся, так или иначе, на постулатах, принципах и гипотезах механики твёрдого деформируемого тела. При этом, конечно, в каких-то случаях исследователь может воспользоваться другим теоретическим базисом – из какого-либо смежного направления физики – электродинамики, гидравлики и т.п. Это возможно в силу подобия рассматриваемых процессов деформирования твёрдых тел и, например, процессов взаимодействия полей напряжений электрического тока. Этот случай в настоящем исследовании не рассматривается.

Механика твёрдого деформируемого тела с учётом специфики армированного бетона использует следующие основные гипотезы и принципы, которые в том числе применены для разработки предлагаемой теории:

1 – гипотеза о малости «элементарного» объёма тела по сравнению с общими его размерами; в границах этого объёма свойства материала, а также параметры силового взаимодействия его с другими объёмами тела и внешней средой можно считать однородными (неизменными по объёму); гипотеза позволяет применять как аналитический, так и численный аппарат дифференциального и интегрального исчисления для решения задач механики;

2 – гипотеза о сплошности и непрерывности материала, используемая часто в виде условия о совместности деформаций компонентов армированного бетона; согласно ей, материал занимает объём тела сплошь – без разрывов и пустот, что позволяет использовать теорию непрерывных функций;

3 – гипотеза плоских сечений (Я. Бернулли): сечения, плоские и нормальные к оси стержня до деформации, остаются плоскими и нормальными к его оси и после деформации – упрощает взаимосвязь между компонентами поля деформаций в сечении стержня до линейного закона;

4 – допущение о малости размеров поперечного сечения стержня в сравнении с его длиной; позволяет применять механику стержневых систем для отыскания внутренних усилий в сечении стержня;

5 – осевая линия стержня считается нерастяжимой;

6 – справедлив принцип Сен-Венана, который утверждает, что различные, но статически эквивалентные, локальные нагрузки вызывают в стержне (если не учитывать

местные напряжения вблизи точки приложения нагрузки) одно и то же напряжённое состояние;

7 – гипотеза о ненапряженном начальном состоянии; в соответствии с этой гипотезой в ненагруженном теле внутренних сил нет;

8 – законы сохранения энергии и массы для замкнутых систем (изолированных тел);

9 – фундаментальные вариационные принципы механики твёрдого деформированного тела, которые определяют истинное напряжённо-деформированное состояние нагруженного тела среди всех возможных его состояний по критерию минимума либо максимума определённой физической величины (например, энергии деформирования);

10 – общие принципы расчёта и конструирования элементов конструкций из армированного бетона:

10.1 – соответствие конструкции условиям эксплуатации;

10.2 – наименьшая трудоемкость изготовления;

10.3 – наименьшая скорость монтажа;

10.4 – экономия материалов (бетона и стали);

10.5 – совмещение функций: экономия достигается, если один элемент выполняет несколько функций;

10.6 – концентрации материала (например, это – использование криволинейной формы стержня в соответствии с распределением усилий и напряжений в нём);

10.7 – принцип дискретизации расчетной схемы и представление ее в виде совокупности элементов, разделенных на несколько иерархических уровней; в частности, В.М. Бондаренко [2] предлагает рассматривать 4 взаимосвязанных структурных уровня: материал, сечение, конструкция (элемент), конструктивная система здания (сооружения);

10.8 – рассмотрение так называемого характерного объёма, свойства которого определяют поведение всей конструкции или отдельного её элемента; это – участок стержня некоторой длины, соответствующей расстоянию между трещинами l_{crc} или назначаемой условно.

Поперечное сечение выбранного таким способом характерного объёма разделяется на элементарные участки (площадки), или компоненты сечения, совместность деформирования которых устанавливается гипотезой плоских сечений (возможно, скорректированной с учетом деформации [2]). При таком подходе изменение изгибающих моментов по длине конструкции приводит к разрыву в значениях кривизн соседних элементов стержня.

Этот недостаток устраняется при использовании метода конечных элементов на ЭВМ, в котором отдельные сечения не рассматриваются, а вся конструкция задается в виде набора элементов, обладающих определенными свойствами. Гипотеза плоских сечений не используется, а совместность деформаций обеспечивается условием равенства перемещений узлов соседних элементов, благодаря чему удается получить непрерывное поле деформаций по длине конструкции.

Тем не менее, МКЭ имеет свои недостатки, описанные выше, совокупность которых перевешивает чашу весов в пользу применения численного диаграммного метода (на основе дискретной деформационной модели) с учётом принципов 6.7 и 6.8 в нелинейных расчётах. При этом заметим, что этот метод является сильно упрощенным аналогом МКЭ, в том числе потому, что в нём изменением изгибающих моментов и продольных сил по длине элемента пренебрегают, а наличие поперечных сил в большинстве случаев не учитывают.

Результаты исследования и их анализ

Результатом настоящих исследований является трёхуровневая расчётная модель, иерархически выстроенная по принципу дискретизации расчётной схемы (по принципу акад. В.М. Бондаренко [2]):

Уровень 1 – «элемент» – расчётная модель стержня, построенная по известным правилам строительной механики (например, согласно методу конечных элементов [13]); в результате расчётов на этом уровне получают усилия во всех сечениях стержня;

Уровень 2 – «сечение» – усовершенствованная нелинейная (дискретная) деформационная модель (УНДМ), принятая по СП 63.13330 с рядом существенных уточнений автора;

Уровень 3 – «материал» – расчётная модель стандартных образцов бетона и арматуры при действии на них центральной осевой сжимающей либо растягивающей статической кратковременной нагрузки, либо при действии статической кратковременной нагрузки чистого сдвига; поведение образцов описывается усовершенствованными диаграммами растяжения/сжатия проф. Н.И. Карпенко [14] либо принципиально новыми диаграммами деформирования для соответствующего нагружения, полученные автором с учётом накопления повреждений [15]. При этом диаграммы деформирования бетона при сдвиге строятся на основе теоретических результатов, полученных автором совместно с проф. Б.С. Соколовым [16], [17].

В наиболее общем виде алгоритм взаимодействия этих трёх разноуровневых расчётных моделей следующий:

1. Строят геометрическую схему стержневого элемента, накладывают связи, прикладывают нагрузки, записывают необходимые уравнения механики – получают модель 1 уровня – «элемент».

2. На уровне 3 – «материал» – задаются свойствами применяемых материалов. Строят для них три диаграммы: осевого сжатия и растяжения, а также сдвига.

3. На уровне 2 – «сечение» – задаются начальными характеристиками всех поперечных сечений, расположенных по длине стержня (геометрией, схемой армирования и т.п.).

4. С помощью модели уровня 1 выполняют статический линейный расчёт стержня одним из методов строительной механики (с целью автоматизации удобно для этого использовать МКЭ). Получают усилия в сечениях.

5. По найденным усилиям с использованием УНДМ уровня 2 вычисляют фактическую жёсткость всех сечений элемента. При этом нелинейность обуславливается физическими соотношениями модели уровня 3, а также появлением и развитием трещины в данном сечении.

6. Для статически неопределимых конструкций с учётом новой жёсткости выполняют перерасчёт усилий в сечениях на 1-м уровне моделирования. Расчёт при этом, как и ранее в п. 3, – линейный.

7. Вновь, как и в п. 5, на 2-м уровне нелинейным расчётом уточняют жёсткости сечений.

8. Пункты 6, 7 повторяют до тех пор, пока разница между усилиями (деформациями) на текущей и предыдущей итерациях не будет меньше 5%.

9. После проверок с использованием соответствующих критериев наступления того или иного предельного состояния либо прекращают расчёт, либо при необходимости возвращаются к п. 1 и 2 для изменения начальных свойств материалов и характеристик сечений соответственно. И повторяют алгоритм.

При этом модель 3-го уровня может быть использована самостоятельно при исследовании свойств материала. Модель 2-го уровня – только в купе с предыдущей – для расчёта сечений. А модель 1-го уровня включает в себя 2 и 3 уровень, используется для расчёта конструктивного элемента в целом.

Расчётная модель 1-го уровня – «элемент»

Расчётная модель стержневого элемента 1-го уровня строится по общим правилам МКЭ в следующей последовательности:

1. Пусть дан стержень длиной L , находящийся под действием произвольной системы сил (рисунок 1, а). Связи, наложенные на его концах, могут быть любыми, при этом на одном из концов связи могут вообще отсутствовать, тогда на втором конце обязательно будет жёсткая заделка. Сечение стержня и схема его армирования – также произвольные.

2. Задаёмся глобальной системой координат $Oxyz$ с началом на левом конце стержня: ось z вдоль стержня, оси x и y – размещаются в поперечном сечении (рисунок 1, б), так что оси $Oxyz$ будут являться главными центральными осями. Стержневой элемент разбивается узлами на конечные элементы (КЭ): рекомендуется не менее $n=7$ узлов, включая крайние, таким образом получается шесть КЭ. Узлы нумеруем слева направо.

3. Нагрузка, действующая на данный КЭ, приводится к узловым R_i и R_j (силы и моменты), $i, j=1 \dots n$ (i, j – соответственно номер первого и второго узла). Для этого стержень считаем упругим линейно-деформируемым, что позволяет применить принцип суперпозиции (принцип независимости действия сил): результат действия системы сил равен сумме результатов, полученных от действия каждой силы в отдельности.

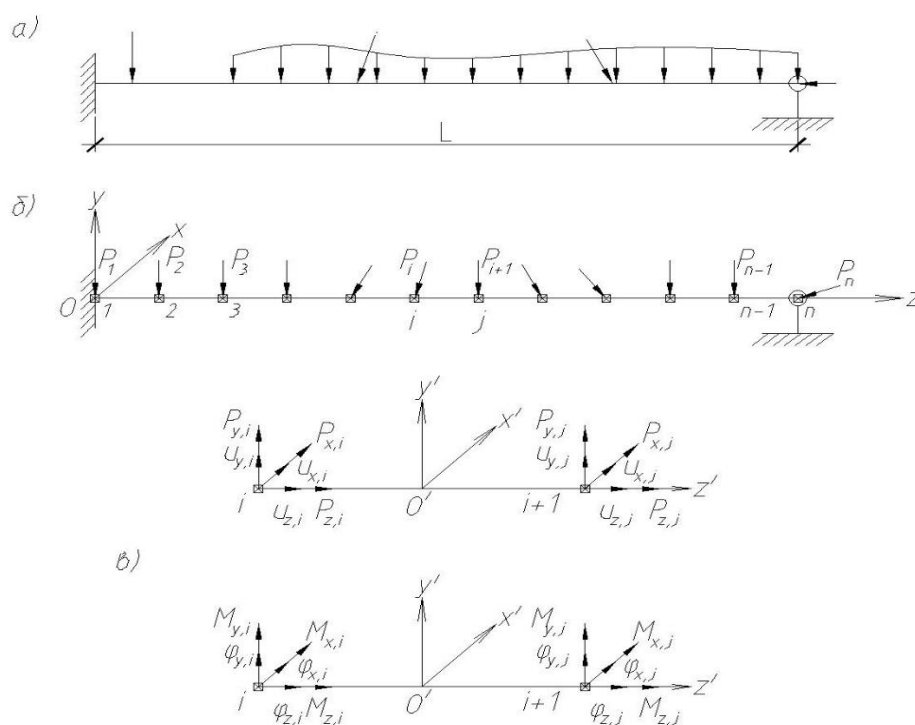


Рисунок 1 - Модель 1-го уровня – «элемент»

4. Перемещение каждого i -го узла u_i осуществляется по направлению действующей на него силы R_i , по величине оно зависит как от R_i , так и от действия сил в соседних узлах P_j . Перемещение u_i определяется формулой:

$$u_i = \sum_{j=1}^{n-1} \delta_{i,j} R_j, \quad i, j=1 \dots n, \quad (1)$$

где δ_{ij} – перемещение i -го узла от действия единичной силы $\bar{R}_j = 1$.

В матричном виде формула (1) представляется как $\{u\} = [\delta] \times \{R\}$. Формально можно записать:

$$\{R\} = [\delta]^{-1} \times \{u\}, \quad \{R\} = [K] \times \{u\},$$

где $[K] = [\delta]^{-1}$ – матрица жёсткости, коэффициенты которой $k_{i,j}$ имеют следующий физический смысл: это сила P_i , возникающая в i -ом узле под действием силы в j -ом узле, вызывающей в этом узле единичное перемещение $\bar{\delta}_j = 1$, $k_{ij} = \frac{R_i}{\delta_j}$. При этом сама сила в j -ом узле равна $k_{j,j}$.

Матрица жёсткости $[K]$ является симметричной. Математически это означает $[K] = [K]^T$.

5. Выделим произвольный КЭ с номерами узлов i (левый) и j (правый). Введём для него локальную систему координат $O'x'y'z'$ с началом в середине стержня (рисунок 1, в). Узловые силы и перемещения разложим на проекции. Получаем соответствующие вектор-столбцы нагрузки и перемещений:

$$\begin{aligned} \{R\}^T &= \{P_{z,i} \quad P_{x,i} \quad P_{y,i} \quad M_{x,i} \quad M_{y,i} \quad M_{z,i} \quad P_{z,i+1} \quad P_{x,i+1} \quad P_{y,i+1} \quad M_{x,i+1} \quad M_{y,i+1} \quad M_{z,i+1}\}^T, \\ \{u\}^T &= \{u_{z,i} \quad u_{x,i} \quad u_{y,i} \quad \varphi_{x,i} \quad \varphi_{y,i} \quad \varphi_{z,i} \quad u_{z,i+1} \quad u_{x,i+1} \quad u_{y,i+1} \quad \varphi_{x,i+1} \quad \varphi_{y,i+1} \quad \varphi_{z,i+1}\}^T. \end{aligned}$$

Данный КЭ имеет 12 степеней свободы: по три перемещения u_x , u_y , u_z и по три поворота φ_x , φ_y , φ_z в каждом узле. При этом силы P_x , P_y вызывают срез, P_z – растяжение либо сжатие, моменты M_x , M_y – изгиб, M_z – кручение.

Матрица жёсткости элемента рисунок 1 имеет размерность 12×12 и включает в себя следующие величины (саму матрицу для сокращения объёма статьи не приводим, для этого см. [13]): D_z – осевую жёсткость элемента; D_x – изгибную жёсткость относительно оси Ox ; D_y – изгибную жёсткость относительно оси Oy ; D_k – крутильную жёсткость; l – длину конечного элемента.

6. Полагаем, что по длине конечного элемента его физико-механические свойства не меняются (с оговоркой для поперечной арматуры, о чём ниже) и определяются свойствами только одного какого-то из поперечных сечений. Формулы для определения жесткостей в матрице жёсткости в самом общем случае для армированного бетона имеют вид:

$$D_z = \nu_b E_b A_b + k_{b,ad} \nu_{b,ad} E_{b,ad} A_{b,ad} + k_s \nu_s E_s A_s + k_{s,ad} \nu_{s,ad} E_{s,ad} A_{s,ad} + k_{r1} \nu_{s,r1} E_{s,r1} A_{s,r1} + k_{r2} \nu_{s,r2} E_{s,r2} A_{s,r2}, \quad (2)$$

$$D_x = \nu_b E_b I_{bx} + k_{b,ad} \nu_{b,ad} E_{b,ad} I_{bx,ad} + k_s \nu_s E_s I_{sx} + k_{s,ad} \nu_{s,ad} E_{s,ad} I_{sx,ad} + k_{r1} \nu_{s,r1} E_{s,r1} I_{sx,r1} + k_{r2} \nu_{s,r2} E_{s,r2} I_{sx,r2}, \quad (3)$$

$$D_y = \nu_b E_b I_{by} + k_{b,ad} \nu_{b,ad} E_{b,ad} I_{by,ad} + k_s \nu_s E_s I_{sy} + k_{s,ad} \nu_{s,ad} E_{s,ad} I_{sy,ad} + k_{r1} \nu_{s,r1} E_{s,r1} I_{sy,r1} + k_{r2} \nu_{s,r2} E_{s,r2} I_{sy,r2}, \quad (4)$$

$$D_k = \nu_b G_b I_{bk} + k_{b,ad} \nu_{b,ad} G_{b,ad} I_{bk,ad} + k_s \nu_s G_s I_{sk} + k_{s,ad} \nu_{s,ad} G_{s,ad} I_{sk,ad} + k_{r1} \nu_{s,r1} G_{s,r1} I_{sk,r1} + k_{r2} \nu_{s,r2} G_{s,r2} I_{sk,r2}, \quad (5)$$

$$D_Q = \nu_b G_b A_b + k_{b,ad} \nu_{b,ad} G_{b,ad} A_{b,ad} + k_s \nu_s G_s A_s + k_{s,ad} \nu_{s,ad} G_{s,ad} A_{s,ad} + k_{r1} \nu_{s,r1} G_{s,r1} A_{s,r1} + k_{r2} \nu_{s,r2} G_{s,r2} A_{s,r2}, \quad (6)$$

где E_b , $E_{b,ad}$, E_s , $E_{s,ad}$, $E_{s,r1}$, $E_{s,r2}$ и G_b , $G_{b,ad}$, G_s , $G_{s,ad}$, $G_{s,r1}$, $G_{s,r2}$ – начальные модули деформаций и модули сдвига соответственно основного бетона, добавленного бетона усиления, основной гибкой стержневой арматуры, добавленной гибкой стержневой арматуры усиления, жёсткой центральной арматуры (стального ядра), жёсткой внешней

стальной арматуры (трубной оболочки); $A_b, A_{b,ad}, A_s, A_{s,ad}, A_{s,r1}, A_{s,r2}$ – площади соответствующих компонент сечения; $I_{bx}, I_{bx,ad}, I_{sx}, I_{sx,ad}, I_{sx,r1}, I_{sx,r2}$ и $I_{by}, I_{by,ad}, I_{sy}, I_{sy,ad}, I_{sy,r1}, I_{sy,r2}$ – моменты инерции соответствующих компонент сечения относительно осей Ox и Oy ; $I_{bk}, I_{bk,ad}, I_{sk}, I_{sk,ad}, I_{sk,r1}, I_{sk,r2}$ – крутильные моменты инерции соответствующих компонент сечения; $\nu_b, \nu_{b,ad}, \nu_s, \nu_{s,ad}, \nu_{s,r1}, \nu_{s,r2}$ – коэффициенты секущего модуля (иначе коэффициенты упругопластической деформации) соответствующих компонент сечения; $k_{b,ad}, k_s, k_{s,ad}, k_{r1}, k_{r2}$ – коэффициенты совместной работы.

Основным определяющим параметром для связи моделей 1 и 2 уровней является жёсткость сечения, поэтому в публикациях автора закономерности её изменения в зависимости от всевозможных факторов рассматриваются подробно. При этом:

1 – все геометрические характеристики сечения для бетонной части сечения определяются с учётом развития трещин (т.е. за вычетом площади повреждённой части);

2 – коэффициенты секущего модуля ν дифференцировано определяются для сжатой и растянутой зоны сечения, а также для случая сдвига по соответствующим диаграммам деформирования бетона и арматуры (на основе модели 3-го уровня);

3 – наличие поперечной арматуры учитывается осреднением модуля деформации бетона по формуле:

$$E_{bw} = E_b(1 - \mu_{vw}) + E_s \mu_{vw},$$

где $\mu_{vw} = \frac{n_{sw} \pi d_{sw}^2 l_{sw}}{4 s_w A_{b0}}$ – коэффициент поперечного армирования по объёму.

7. После того, как построены выражения для одного конечного элемента переходят к стержневому элементу в целом: формируют глобальную матрицу жёсткости $[K_g]$. Задают граничные условия. Решение задачи заключается в нахождении вектора перемещений $\{u\}$, что сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений матричным методом:

$$\{u\} = [K_g]^{-1} \{R\},$$

$[K_g]^{-1}$ – матрица обратная к $[K_g]$.

8. По найденным перемещениям далее определяются все необходимые для расчёта компоненты НДС: деформации, напряжения и усилия.

Ещё раз отметим: представленный расчётный аппарат модели 1-го уровня в целом известен, научную новизну в нём составляет связующее звено между моделями 1-го и 2-го уровней – жёсткость сечения: формулы (2)-(6).

Расчётная модель 2-го уровня – «сечение»

Расчётная модель 2-го уровня – «сечение» – представляет собой усовершенствованную нелинейную деформационную модель нормального сечения СП 63.13330 с рядом уточнений (рисунок 2):

1 – рассматриваются все шесть компонент внешних силовых факторов, действующих на элемент (в СП 63.13330 их только три: N_z, M_x, M_y): у главного вектора сил R – три (N_z, Q_x, Q_y), у главного момента M – три (M_x, M_y, M_z);

2 – в расчётах учтена работа растянутой зоны бетона над трещиной;

3 – для описания взаимосвязи между напряжениями и деформациями бетона помимо диаграмм деформирования на одноосное растяжение/сжатие используются диаграммы сдвига « τ - γ » [16], [17];

4 – при рассмотрении сталежелезобетонного элемента учитывается контактное взаимодействие между сталью жёсткой арматуры и бетоном (степень нарушения контактного взаимодействия ещё остаётся малоизученной, в первом приближении вопрос рассмотрен в работе [18]);

5 – в случае усиления железобетонного элемента сталефибробетонной рубашкой учитывается контактное взаимодействие между новым бетоном и старым и различие их реологических свойств [19]-[21].

Благодаря п. 3 возникает возможность рассчитывать сечения изгибаемых элементов в зоне совместного действия M и Q на основе диаграммного метода.

Для перехода к сечению вначале рассмотрим прямолинейный стержень произвольной длины l . Акцентируем на этом особое внимание: **НДМ – это не модель сечения, а модель стержня произвольной длины l** , просто в ходе преобразования расчётных величин длина стержня сокращается. Тем не менее условно приняли название для модели 2-го уровня – «сечение».

Итак, в полюсе O стержня положим правую систему координат $Oxyz$: ось z – вдоль стержня, ось x – из плоскости чертежа, ось y – вверх. При этом пусть оси являются главными центральными осями. В этом полюсе также положим систему сил:

$$\{P\}^T = \{N_z \quad Q_y \quad Q_x \quad M_z \quad M_y \quad M_x\}^T. \quad (7)$$

Эти силы вызовут соответствующие перемещение полюса:

$$\{u\}^T = \{u_z \quad u_y \quad u_x \quad \varphi_z \quad \varphi_y \quad \varphi_x\}^T.$$

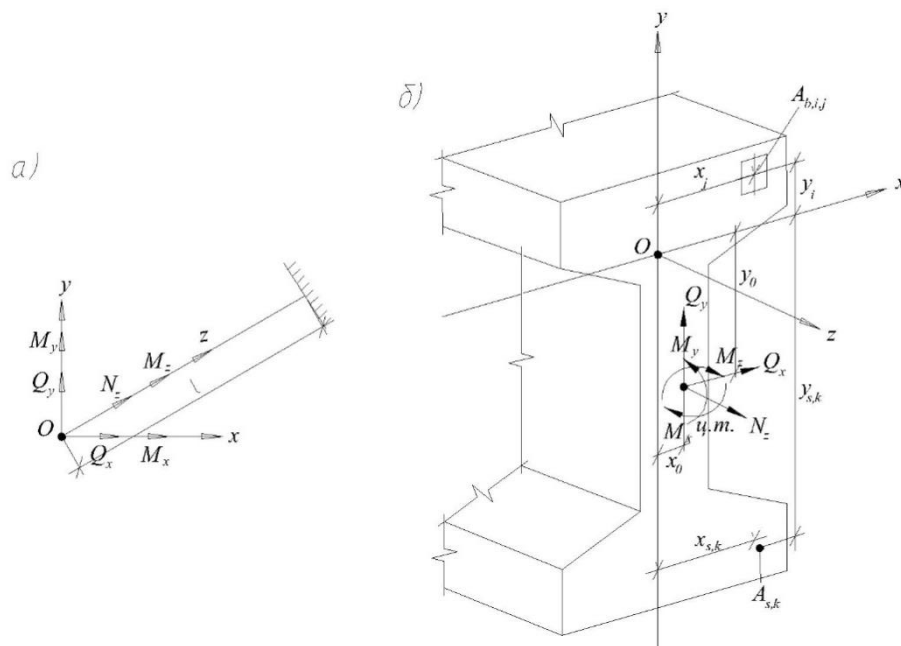


Рисунок 2 - Модель 2-го уровня – «сечение»: а – стержень; б – сечение

Усилия в формуле (7) принимаются по результатам расчёта элемента на предыдущем уровне моделирования.

Разрешающие уравнения для модели 2-го уровня с целью сокращения текста запишем без вывода:

$$\varepsilon_z = \frac{N_z}{D_z}, \quad \theta_z = \frac{M_z}{D_k}, \quad \chi_x = \frac{M_x + M_y}{D_y}, \quad \chi_y = \frac{-M_y + M_x}{D_x},$$

где ε_z – продольные относительные деформации сечения на уровне центра выбранных осей;
 θ_z – относительный угол закручивания;
 χ_x, χ_y – кривизны относительно соответствующих главных центральных осей.
 Выводу этих выражений будет посвящена отдельная публикация.

Расчётная модель 3-го уровня – «материал»

В качестве расчётной модели арматуры принят стержневой образец согласно ГОСТ 12004, поведение которого под нагрузкой описывается двухлинейной диаграммой Прандтля по СП 63.13330, которую здесь не приводим.

Расчётная модель бетона при сжатии, растяжении и при сдвиге имеет свои отличительные особенности. При сжатии модель бетона представляет собой призму размерами 150×150×600 мм, при растяжении – призму с галтелями, сечение призмы 100×100 мм. Поведение бетона под нагрузкой описывается усовершенствованными диаграммами акад. Н.И. Карпенко (их можно найти в [14]) либо авторскими криволинейными диаграммами, учитывающими накопление повреждений [15]. При сдвиге модель бетона представляет собой призму размерами 150×150×600 мм, поведение которой под нагрузкой описывается криволинейной диаграммой, полученной автором совместно с проф. Б.С. Соколовым на основе его теории [16], [17].

Формулы для описания диаграмм деформирования бетона при растяжении и сжатии имеют вид [15]:

$$\sigma_{bt} = a_t (1 - b_t D_{bt})^{c_t} E_{bt} \varepsilon_{bt}, \quad \sigma_b = a_c (1 - b_c D_b)^{c_c} E_b \varepsilon_b, \quad (8)$$

где $\sigma_{bt}, \varepsilon_{bt}$ и σ_b, ε_b – текущие напряжения и относительные деформации при растяжении и сжатии;

a_t, b_t, c_t и a_c, b_c, c_c – расчётные коэффициенты при растяжении и сжатии;

$D_{bt} = \frac{\varepsilon_{bt}}{\varepsilon_{bt2}}, D_b = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b2}}$ – соответствующие деформационные критерии повреждаемости;

$\varepsilon_{bt2}, \varepsilon_{b2}$ – предельные деформации при растяжении и сжатии.

Для расчётных коэффициентов аналитически получены следующие выражения:

$$a_t = \frac{2,7 R_{bt}}{E_b \varepsilon_{bt0}}, \quad a_c = \frac{2,7 R_b}{E_b \varepsilon_{b0}}, \quad b_t = \frac{1}{50 R_{bt}}, \quad b_c = \frac{1}{50 R_b}, \quad c_t = 50 R_{bt} \frac{\varepsilon_{bt2}}{\varepsilon_{bt0}} - 1, \\ c_c = 50 R_b \frac{\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b0}} - 1,$$

где $\varepsilon_{bt0}, \varepsilon_{b0}$ – относительные деформации, соответствующие вершинным напряжениям;

R_{bt}, R_b – расчётные сопротивления бетона при растяжении и сжатии.

Если для кратковременного нагружения принять параметрические точки диаграмм согласно СП 63.13330, а именно: $\varepsilon_{bt0} = 0,0001$, $\varepsilon_{bt2} = 0,00015$, $\varepsilon_{b0} = 0,001$, $\varepsilon_{b2} = 0,0035$, то можно получить следующие кривые диаграмм деформирования бетонов различного класса при одноосном сжатии и растяжении (показаны обычные бетоны В7,5–В60, для высокопрочных бетонов В65–В100 графики будут подобными):

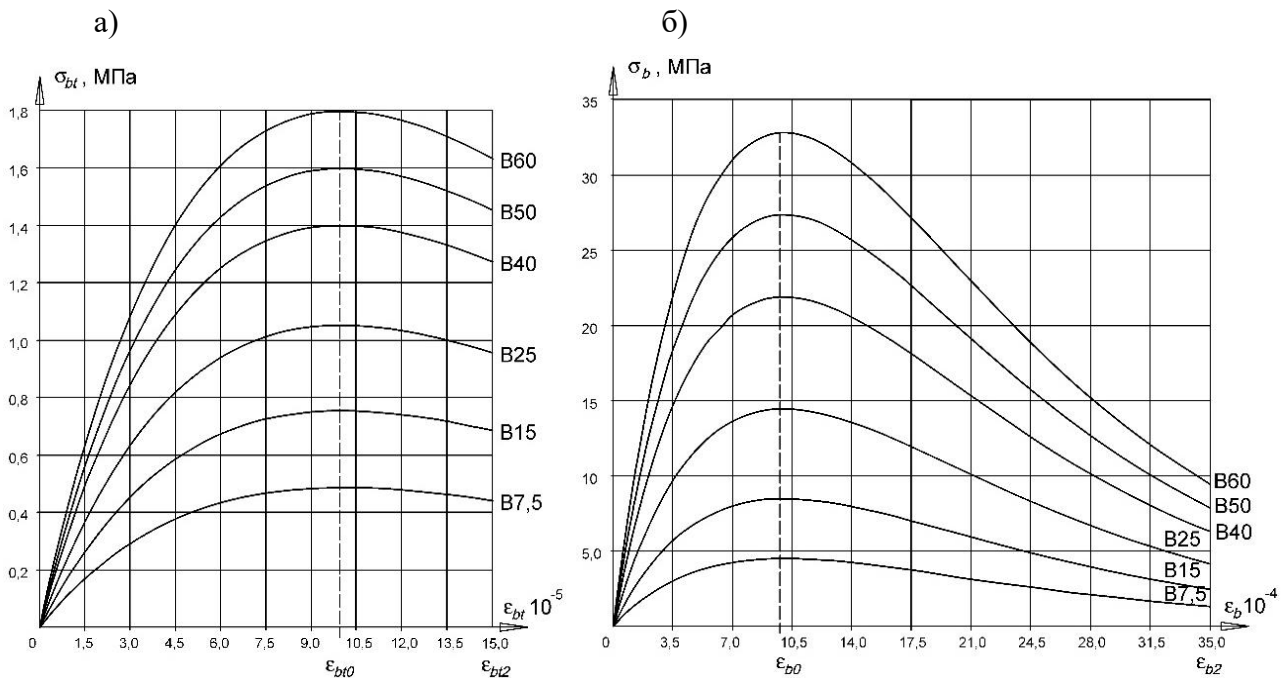


Рисунок 3 - Диаграммы деформирования бетонов различных классов прочности при одноосном растяжении (а) и сжатии (б), построенные по формулам (8)

На рисунке 3 показаны расчетные диаграммы, которые можно использовать при расчетах по I группе предельных состояний. Нормативные диаграммы строятся по тем же формулам (8), но с заменой расчетных характеристик бетона на нормативные.

Для описания диаграмм деформирования бетона при сдвиге на основе теории силового сопротивления анизотропных материалов сжатию проф. Б.С. Соколова [16], [17]. Получены выражения для параметрических точек диаграммы $\tau_b - \gamma_b$:

$$\gamma_{b1} = \frac{(\varepsilon_{b1} - 0,5k_1\varepsilon_{bt2}\text{ctg}\alpha)\sin\alpha}{0,4k_2}, \quad \tau_{b1} = 0,4E_b\gamma_{b1};$$

$$\gamma_{b0} = \frac{\varepsilon_{b0}\sin\alpha}{0,4k_2}, \quad \tau_{b0} = R_{sh};$$

$$\gamma_{b2} \approx \frac{\varepsilon_{b2}\sin\alpha}{0,4k_2}, \quad \tau_{b2} = \tau_{b0} = R_{sh}.$$

где $\varepsilon_{b1} = \frac{0,6R_b}{E_b}$ – граница упругой стадии работы сжатого бетона.

Для выявления взаимосвязи диаграмм деформирования бетона при сжатии, растяжении и сдвиге друг с другом, наложим все их три графика на одну координатную плоскость (рисунок 4). Для этого для каждой диаграммы примем свой масштаб оси напряжений, а деформации растяжения и сдвига выразим через деформации сжатия:

$$\varepsilon_{bt} = \mu\varepsilon_b \approx 0,2\varepsilon_b, \quad \gamma_b = \frac{\varepsilon_b\sin\alpha}{0,4k_2}. \quad \text{Тогда получим график на рисунке 4.}$$

На этом рисунке для диаграмм 1 и 2 параметрические точки обозначены деформациями, которые определяются с помощью выше введенных зависимостей: $\bar{\varepsilon}_{bt} = \frac{\varepsilon_{bt}}{0,2}$,

$$\bar{\gamma}_b = \frac{0,4k_2}{\sin\alpha} \gamma_b.$$

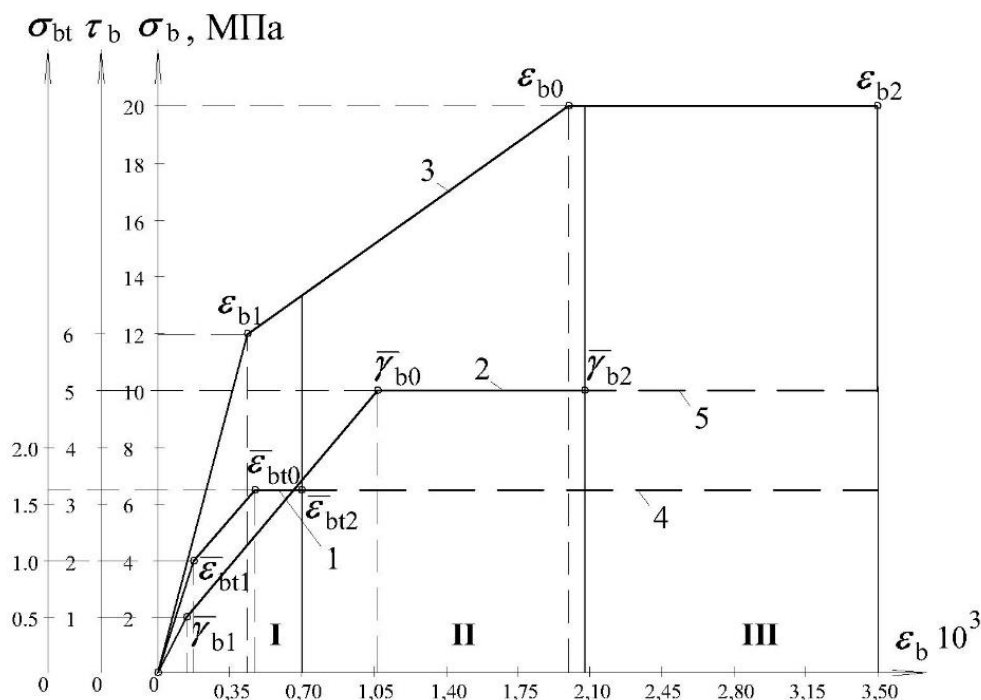


Рисунок 4 - Диаграммы деформирования цилиндрического образца серии 5.1 [22] из бетона класса В30 при растяжении – 1, сдвиге – 2 и сжатии – 3; 4 – участок раскрытия вертикальных трещин; 5 – участок сопротивления за счёт сил трения и зацепления бетонных поверхностей; I, II, III – области характерной работы элемента на различных этапах нагружения

На диаграмме сжатия 3 можно выделить три характерных области:

- I – область совместного сопротивления сжатию зон отрыва, сдвига и раздавливания;
- II – область выключения зоны отрыва из работы и дальнейшего совместного сопротивления сжатию зон сдвига и раздавливания;
- III – область выключения зоны сдвига из работы и дальнейшего сопротивления сжатию только зоны раздавливания.

Из рисунке 4 также видно, что абсциссы большинства параметрических точек трёх диаграмм деформирования практически совпадают (кроме $\bar{\gamma}_{b0}$):

- $\bar{\varepsilon}_{bt1} = \bar{\gamma}_{b1}$ – начало неупругих деформаций в зоне отрыва;
- $\bar{\varepsilon}_{bt0} = \varepsilon_{b1}$ – зарождение вертикальных трещин поперечного отрыва, их развитие,

продолжающееся вплоть до деформаций $\bar{\varepsilon}_{bt2}$, после чего зона растяжения выключается из работы (граница между областями I и II);

- $\bar{\gamma}_{b2} = \varepsilon_{b0}$ – после полного выключения зон сдвига начинается раздавливание бетонного ядра (граница между областями II и III).

При этом после достижения в растянутой зоне деформаций величины $\varepsilon_{bt} = \varepsilon_{bt2}$ диаграмма растяжения 1 продолжается в виде пунктирного участка 4, который характеризует раскрытие вертикальных трещин. Кроме того, для диаграммы сдвига 2 после деформаций $\gamma_b = \gamma_{b2}$ пунктирный участок 5 характеризует работу сил трения и зацепления бетонных поверхностей по наклонным площадкам.

В конце отметим, модели всех трёх уровней являются дискретными, что удобно для их автоматизации и программирования на ЭВМ.

Выводы

1. Введены новые понятия о теории, моделях и моделировании, позволяющие глубже осмыслить проблематику. Разработана наиболее общая структура создаваемой теории диаграммного метода расчёта стержневых элементов из армированного бетона.

2. Предложена трёхуровневая расчётная модель, иерархически выстроенная по принципу дискретизации расчётной схемы: уровень 1 – «элемент» – расчётная модель стержня, построенная по известным правилам строительной механики; уровень 2 – «сечение» – усовершенствованная нелинейная (дискретная) деформационная модель (УНДМ), принятая по СП 63.13330 с рядом существенных уточнений автора; уровень 3 – «материал» – расчётная модель стандартных образцов бетона и арматуры при действии на них центральной осевой сжимающей либо растягивающей статической кратковременной нагрузки, либо при действии статической кратковременной нагрузки чистого сдвига. Изложен подробный алгоритм взаимосвязи моделей на всех трёх уровнях.

3. Для модели 1-го уровня предложены выражения для оценки жёсткости, в которых учтены многокомпонентность сечения, включая сталефибробетонную обойму усиления, стальное ядро и оболочку, а также условия совместной работы компонент.

4. В расчётной модели 2-го уровня – «сечение»: 1 – рассматриваются все шесть компонент внешних силовых факторов, действующих на элемент (в СП 63.13330 их только три); 2 – в расчётах учтена работа растянутой зоны бетона над трещиной; 3 – для описания взаимосвязи между напряжениями и деформациями бетона помимо диаграмм деформирования на одноосное растяжение/сжатие используются диаграммы сдвига « τ - γ » (Благодаря этому возникает возможность рассчитывать сечения изгибаемых элементов в зоне совместного действия M и Q на основе диаграммного метода); 4 – при рассмотрении сталежелезобетонного элемента учитывается контактное взаимодействие между сталью жёсткой арматуры и бетоном; 5 – в случае усиления железобетонного элемента сталефибробетонной рубашкой учитывается контактное взаимодействие между новым бетоном и старым и различие их реологических свойств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко В.М., Федоров В.С. Модели в теориях деформации и разрушения строительных материалов // АСАDEMIA. АРХИТЕКТУРА И СТРОИТЕЛЬСТВО. 2013. №2. С. 103-105.
2. Бондаренко В.М. Диалектика механики железобетона // Бетон и железобетон. 2002. №1. С. 24-27.
3. Федоров В.С., Левитский В.Е. Расчетные модели в теории железобетона // Перспективы развития строительного комплекса. 2014. С. 268-279.
4. Голышев А.Б., Бачинский В.Я. К разработке прикладной теории расчета железобетонных конструкций // Бетон и железобетон. 1985. № 6. С. 16–18.
5. Расторгуев Б.С. Упрощенная методика получения диаграмм деформирования стержневых элементов в стадии с трещинами // Бетон и железобетон. 1993 № 3. С. 16–19.
6. Боровских А.В., Назаренко В.Г. Теория силового сопротивления сжатых железобетонных конструкций. М.: Отдел информационно-издательской деятельности РААСН, 2000. 112 с.
7. Гениев Г.А., Колчунов В.И., Ключева Н.В., Никулин А.И., Пятикрестовский К.П. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях. М.: Изд-во АСВ, 2004. 216 с.
8. Федоров В.С., Колчунов В.И., Покусавев А.А., Наумов Н.В. Расчетные модели деформирования железобетонных конструкций с пространственными трещинами // Научный журнал строительства и архитектуры. 2019. №4. С. 11-28.
9. Байков В.Н., Додонов М.И., Расторгуев Б.С. [и др.] Общий случай расчета прочности элементов по нормальным сечениям // Бетон и железобетон. 1987. № 5. С. 16–18.
10. Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А., Сапожников М.А. К построению методики расчета стержневых элементов на основе диаграмм деформирования материалов // Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций. 1987. С. 4–24.
11. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
12. Звездов А.И., Залесов А.С., Мухамедиев Т.А., Чистяков Е.А. Расчет прочности железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил по новым нормативным документам // Бетон и железобетон. 2002. № 2. С. 21–25.

13. Окопный Ю.А., Радин В.П., Чирков В.П. Механика материалов и конструкций. 2. изд., доп. М.: Машиностроение, 2002. 435 с.
14. Карпенко Н.И., Радайкин О.В. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // Строительство и реконструкция. 2012. №3(41). С. 10-17.
15. Радайкин О.В. К построению диаграмм деформирования бетона при одноосном кратковременном растяжении/сжатии с применением деформационного критерия повреждаемости // Вестник гражданских инженеров. СПб: Издательство: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет. 2017. №6. С. 71-78.
16. Соколов Б.С., Радайкин О.В. К построению диаграмм деформирования бетона при сдвиге на основе авторской теории силового сопротивления анизотропных материалов сжатию и деформационной теории пластичности // Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций. 2019. Т. 15. № 3. С. 149-160.
17. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. Проектирование бетонных, железобетонных, каменных и армокаменных элементов и конструкций с применением диаграммных методов расчёта: монография. М.: Изд-во АСВ, 2019. 194 с.
18. Сабитов Л.С., Коноплёв Ю.Г., Радайкин О.В. Компьютерное моделирование системы «комбинированная башня - железобетонный фундамент - грунт основания» ветроэлектрической установки для оценки ее эффективности // Вестник волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. серия: строительство и архитектура. 2020. № 1(78). С. 345-355.
19. Радайкин О.В., Шарафутдинов Л.А. К оценке прочности, жесткости и трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов, усиленных сталефибробетонной «рубашкой», на основе компьютерного моделирования в пк «Ansys» // Известия КГАСУ. 2017. №1(39). С. 111-120.
20. Радайкин О.В., Шарафутдинов Л.А. К оценке совместного влияния начальных напряжённо-деформированного состояния и силовых трещин на прочность, жесткость и трещиностойкость железобетонных балок, усиленных сталефибробетонной «рубашкой», на основе компьютерного моделирования в пк «Ansys» // Известия КГАСУ. 2019. №1(47). С. 155-165.
21. Радайкин О.В., Шарафутдинов Л.А. Экспериментальные исследования железобетонных балок, усиленных сталефибробетонной рубашкой // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2020. №3. С. 34-45.
22. Соколов Б.С. Теория силового сопротивления анизотропных материалов сжатию и её практическое применение. М.: Изд-во АСВ, 2011. 160 с.

REFERENCES

1. Bondarenko V.M., Fedorov V.S. Models in the theories of deformation and destruction of building materials // ACADEMIA. ARCHITECTURE AND CONSTRUCTION. 2013. No. 2. Pp. 103-105. (rus).
2. Bondarenko V.M. Dialectics of reinforced concrete mechanics // Concrete and reinforced concrete. 2002. No. 1. Pp. 24-27.(rus).
3. Fedorov V.S., Levitsky V.E. Computational models in the theory of reinforced concrete // Prospects for the development of the construction complex. 2014. Pp. 268-279. (rus).
4. Golyshev A. B., Bachinsky V. Ya. To the development of the applied theory of calculation of reinforced concrete structures // Concrete and reinforced concrete. 1985. No. 6. Pp. 16-18.(rus).
5. Rastorguev B.S., a Simplified method of obtaining the deformation diagrams for core elements in stage checked // Concrete and reinforced concrete. 1993. № 3. P. 16-19. (rus).
6. Borovskikh A.V., Nazarenko V.G. Theory of the power resistance of compressed concrete structures. M.: Information-publishing activities of RAACS, 2000. 112 p. (rus).
7. Geniev G.A., Kolchunov V.I., Klyueva N.V., Nikulin AI., Pyatikrestovsky K.P. Strength and deformability of reinforced concrete structures under beyond design impacts. Moscow: Publishing house of the ASV, 2004. 216 p. (rus).
8. Fedorov V.S., Kolchunov V.I., Pokusaev A.A., Naumov N.V. Computational models of deformation of reinforced concrete structures with spatial cracks // Scientific journal of construction and architecture. 2019. No. 4. Pp. 11-28. (rus).
9. Baykov V.N., Dodonov M.I., Rastorguev B.S. [et al.] General case of calculating the strength of elements by normal cross-sections // Concrete and reinforced concrete. 1987. No. 5. Pp. 16-18. (rus).
10. Karpenko N.I., Mukhamediev T.A., Sapozhnikov M.A. On the construction of a method for calculating rod elements based on material deformation diagrams // Improvement of methods for calculating statically indeterminate reinforced concrete structures. 1987. Pp. 4-24. (rus).
11. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics. M.: Stroyizdat, 1996. 416 p. (rus).

12. Zvezdov A.I., Zalesov A.S., Mukhamediev T.A., Chistyakov E.A. Calculation of strength of reinforced concrete structures under the action of bending moments and longitudinal forces according to new normative documents // Concrete and reinforced concrete. 2002. No. 2. Pp. 21-25. (rus).
13. Okopny Yu.A., Radin V.P., Chirkov V.P. Mechanics of materials and structures. 2. ed., add. M.: Mashinostroenie, 2002. 435 p. (rus).
14. Karpenko N.I., Radaykin O.V. improvement of concrete deformation diagrams for determining the moment of crack formation and the breaking moment in bent reinforced concrete elements // Construction and reconstruction. 2012. No. 3 (41). Pp. 10-17. (rus).
15. Radaykin O.V. On the construction of concrete deformation diagrams under uniaxial short-term tension / compression using the deformation criterion of damage // Bulletin of civil engineers. - Saint Petersburg: Publishing house: Saint Petersburg state University of architecture and civil engineering. 2017. No. 6. Pp. 71-78. (rus).
16. Sokolov B.S., Radaykin O.V. Construction of diagrams of concrete deformation under shear based on the author's theory of force resistance of anisotropic materials to compression and deformation theory of plasticity // International journal for the calculation of civil and building structures. 2019. Vol. 15 No. 3. Pp. 149-160. (rus).
17. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radaykin O.V. Design of concrete, reinforced concrete, stone and reinforced stone elements and structures using diagram calculation methods: monograph. M.: publishing house of ASV, 2019. 194 p. (rus).
18. Sabitov L.S., Konoplev Yu.G., Radaykin O.V. Computer modeling of the system "combined tower-reinforced concrete Foundation - ground base" of a wind power plant for evaluating its efficiency // Bulletin of the Volgograd state University of architecture and civil engineering. series: construction and architecture. 2020. No. 1 (78). Pp. 345-355. (rus).
19. Radaikin O.V., Sharafutdinov, L.A., To the assessment of strength, stiffness and crack resistance of bendable concrete elements reinforced by steel fiber reinforced concrete "shirt", on the basis of computer simulation in a PC "Ansys" // Izvestiya KGASU. 2017. No. 1(39). Pp. 111-120. (rus).
20. Radaikin O.V., Sharafutdinov, L.A., To the assessment of the joint influence of initial stress-strain state and strength of cracks on the strength, stiffness and crack resistance of reinforced concrete beams, reinforced steel fiber concrete "shirt", on the basis of computer simulation in a PC "Ansys" // Izvestiya KGASU. 2019. No. 1(47). Pp. 155-165. (rus).
21. Radaykin O.V., Sharafutdinov L.A. Experimental studies of reinforced concrete beams reinforced with a steel-fiber concrete jacket // Bulletin of BSTU named after V. G. Shukhov. 2020 No. 3. Pp. 34-45. (rus).
22. Sokolov B.S. Theory of force resistance of anisotropic materials to compression and its practical application. Moscow: Publishing house of the ASV, 2011. 160 p. (rus).

Информация об авторе:

Радайкин Олег Валерьевич

ООО Инженерный центр «Энергопрогресс», г. Казань, Россия,
кандидат технических наук, начальник отдела НИР.
E-mail: olegxxii@mail.ru

Information about author:

Radaykin Oleg V.

Energoprogress Engineering center LLC, Kazan, Russia,
candidate of technical sciences, head of research Department.
E-mail: olegxxii@mail.ru