

Г.И. ШАПИРО¹¹ООО «Техрекон», г. Москва, Россия

СВЯЗЬ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ПОВЕРХНОСТИ РАЗРУШЕНИЯ БЕТОНА С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

Аннотация. Ранее было установлено, что поверхность разрушения бетона образованная от растяжения, описывается методами фрактальной геометрии. Показано, что величина фрактальной размерности связана с градиентом растягивающих напряжений φ_i , с крупностью заполнителя и как было показано ранее не зависит от прочности бетона, кроме того фрактальная размерность зависит от размера образца только до тех пор, пока его размер не достигнет величины, к которой применима линейная механика разрушения. Коэффициент интенсивности напряжений связан с фрактальной размерностью, и обе характеристики связаны с крупностью заполнителя. Предложена связь для критического коэффициента интенсивности напряжений $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$ характеризующего трещиностойкость материала в нелинейной механике разрушения с размерами трещины ℓ и образца. Коэффициент интенсивности напряжений для фрактальной трещины $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$ может быть использован для расчетов конструкций методами нелинейной механики разрушения.

Ключевые слова: поверхность разрушения, профилограммы, структура бетона, фрактальная размерность, механика разрушения.

G.I. SHAPIRO¹¹LLC Techrecon, Moscow, Russia

CONNECTION BETWEEN FRACTAL DIMENSION OF THE CONCRETE FRACTURE SURFACE AND MECHANICS OF DESTRUCTION CHARACTERISTICS

Abstract. As it was found previously, the concrete fracture surface formed from tensile force is described by fractal geometry methods. It is shown that the fractal dimension value is related to the tensile stress gradient φ_i , to the aggregate size and, as shown earlier, does not depend on the strength of concrete. Moreover, the fractal dimension depends on the size of the sample only until its size reaches a value to which linear fracture mechanics is applicable. The stress intensity factor is related to the fractal dimension, and both characteristics are related to the aggregate size. A connection for the critical stress intensity factor $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$ characterizing the crack resistance of the material in nonlinear fracture mechanics with the crack size ℓ and the specimen is proposed.

The stress intensity factor for a fractal crack $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$ can be used to calculate structures using nonlinear fracture mechanics.

Keywords: fracture surface, profilograms, concrete structure, fractal dimension, fracture mechanics.

Введение

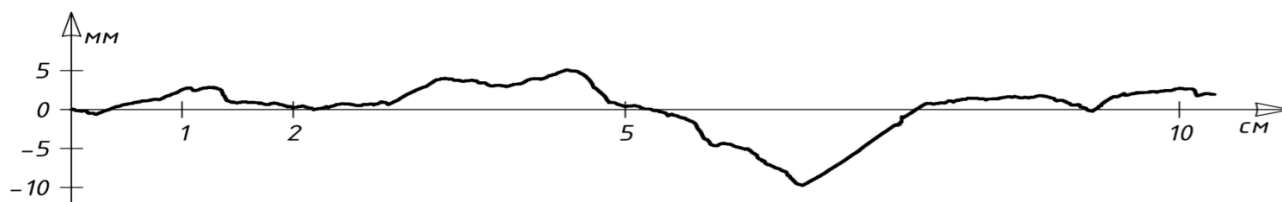
При разрушении конструкций из бетона (как и из других материалов) на поверхности обрушения образуется характерная шероховатость, рельефность, зависящая от структуры материала, соотношения прочности, его матрицы и зерен, скорости нагружения и многих других факторов, которые видны при изучении различных материалов.

На фотографии (рисунок 1) видна поверхность разрушения бетонного образца, а на рисунке 2 - снятая с этой поверхности профилограмма поверхности разрушения образованная от силовых воздействий. В работе [1] подробно описаны проведенные эксперименты.



Рисунок 1 - Снятие профилограммы с поверхности образца

Эти поверхности не соответствуют тем идеальным представлениям, которые заложены в наших расчетных моделях. В работе показано, что поверхность разрушения бетона образованная, вследствие воздействия растягивающих напряжений описывается свойствами фрактальной геометрии [2, 3]. Причем методика снятия профилограммы позволяет трактовать полученные кривые как функции типа Вейерштрассе [2, 3] (кривая типа 2 на рисунке 3), хотя зачастую ее пытаются описать кривой Коха (кривая типа 1 на рисунке 3), что некорректно.



*Рисунок 2- Профилограмма разрушенной поверхности образца
(измерения шага и высоты, выполнялись с точностью до 0.1 мкм).*

Методика снятия профилограммы предполагает взаимно однозначное соответствие между абсциссой и ординатой графика профилограммы, поэтому невозможно получить моделирующую поверхность разрушения, с использованием кривых типа Коха, да и механизм разрушения не предполагает разделение берегов трещины по такой кривой (см. рисунок 3) из-за зацепления берегов трещины между собой.

В [1] экспериментально показано, что фрактальная поверхность имеет многомасштабную иерархическую структуру. В измерениях получено, что структура сохраняется при изменении масштаба от 0,01 мм до 100 мм.

По-видимому, в пластической зоне, где из пор и контактов заполнителя могут образовываться различного типа фрактальные микротрещины, однако при образовании магистральной трещины они будут частично, разрушаться по поверхностям зацепления.

Однако при изучении структуры еще не разрушенного материала зоны контактов могут описываться кривыми типа Коха, что связано с процессом образования структуры цементного камня в процессе набора его прочности.

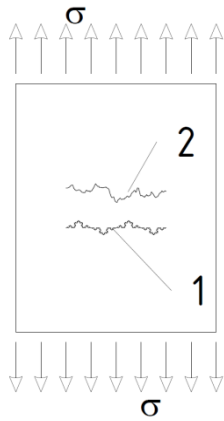


Рисунок 3 - Поверхность трещины
1 - кривая Коха; 2- кривая функции типа Вейерштрассе

При разгрузке образцов наблюдаются остаточные деформации, которые могут быть связаны с разрушением берегов трещины из-за зацепления при нагружении частичек, а также невозможностью плотного слияния противоположных берегов фрактальных поверхностей магистральной трещины и огромного количества фрактальных трещин на микроуровне, которые находятся в псевдопластической области перед магистральной трещиной, вдоль нее в зоне, прилегающей к магистральной трещине, а если она еще не образовалась, то просто в псевдопластической области. С этим процессом и возможно частично будет связан каскадный процесс переноса упругой энергии с больших масштабов на микромасштабы [4,5].

В экспериментах [1] получено, напряженно-деформированное состояние в образце перед разрушением слабо влияет на фрактальную размерность снятых профилограмм. Их обработка показала, что фрактальная размерность - D , полученная в опытах на раскалывание ($D=1,061$), и фрактальная размерность, полученная в экспериментах на изгиб ($D=1,057$) разнятся, и в среднем равна $D=1,060$. Эксперименты проводились на образцах сечением 100×100 мм в области прочностей на сжатие от $R_b=7,5 \div 37,5$ МПа. Установлено, что прочность бетона не влияет на величину фрактальной размерности. Величины фрактальных размерностей в исследуемых образцах вдоль развития трещины и поперек практически не различаются.

Таким образом, из экспериментов следует, что поверхность разрушения описывается методами фрактальной геометрии, и фрактальная размерность в бетоне слабо зависит от напряженно-деформируемого состояния перед разрушением и подчиняется законам теории подобия и размерности (законам скайлинга) [6].

В работе [7] проводится измерение с помощью снятых профилограмм фрактальные размерности поверхности разрушения бетонных образцов. Однако в работе не приводятся никаких данных ни по прочности исследуемых бетонных образцов, ни по составу, в статье отсутствуют описания физико-механических характеристик материалов бетонов, единственная характеристика бетона, указанная в статье, - максимальный размер крупного заполнителя для каждого из испытанных образцов. На рисунке 4 по описанию, приведенном в статье, изображена схема испытания и приведены размеры образца – это куб с размером ребер $91,44$ см. Нагружение образца создается сжатым воздухом, подаваемым в отверстие.

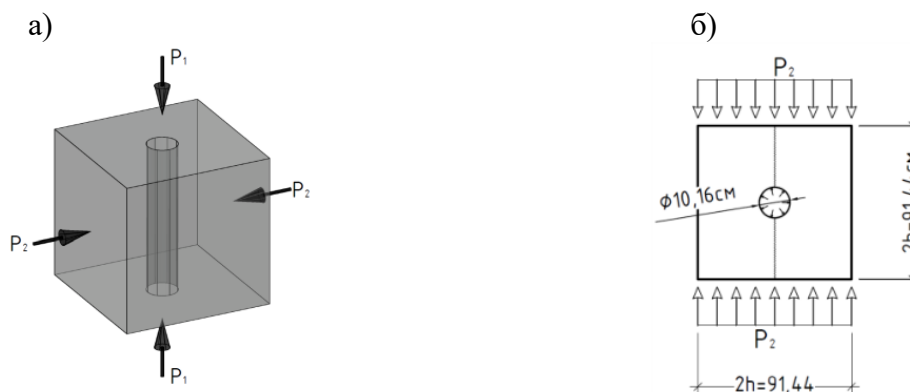


Рисунок 4 - Схема испытания и размеры образца.

P_1 – подача сжатого воздуха в отверстие; P_2 – обжатие плоскостей сжимающими силами.
а) – Общий вид образца; б) – план со схемой разрушения;

Однако анализ схемы испытания и образца позволяет сделать предположение, что размеры исследуемого образца не позволяли выполнить необходимые условия для реализации аппарата линейной механики разрушения [8]. Силы, сжимающие образец, дают направление для прямолинейного развития магистральной трещины.

Длина трещины* перед разрушением соизмерима с габаритными размерами образца, таким образом, линейная механика разрушения в данном испытании не реализована, а реализовано нелинейное разрушение, т.е. критический коэффициент интенсивности напряжений, полученный в эксперименте занижен по отношению, к истинной величины K_{Ic} для испытанных бетонов, однако авторы статьи отмечают, что размеры исследуемых образцов «на разрушение являются частью исследования механики разрушения бетона, используемого в плотинах».

Однако для таких исследований, по-видимому, нужны характеристики бетонов, которые можно использовать в аппарате линейной механики разрушения критический коэффициент интенсивности напряжений - K_{Ic} , величину которого на данных образцах получить нельзя и это будет показано ниже. В статье, как указано выше, не приведено никаких характеристик кроме описанных здесь – максимальная фракция испытанного бетона и размеры образцов. Для удобства дальнейшего анализа, полученные в работе [7] результаты, приведены ниже в таблице 1.

В опытах [1] как и в [7] реализовано пластическое разрушение образцов. По-видимому, разность размеров образцов явилось решающим фактором, в различии величин фрактальных размерностей полученных, с профилограмм в [1] и [7].

Кроме указанных работ рассмотрим профилограмму, приведенную в [9], снятую после испытания по определению величины критического коэффициента интенсивности напряжений (K_{Ic}) в образце размером 200*220 см по схеме, приведенной на рисунке 5, растяжение пластины двумя противоположно направленными друг другу силами.

Такое испытание позволяет в одном эксперименте получать несколько десятков результатов, поскольку развитие трещины проходит устойчиво. Размер образца и результаты испытаний позволяет утверждать, что к нему применимы методы линейной механики разрушения и значение искомой величины K_{Ic} не зависит от длины трещины для испытываемого образца. Причем как это было показано в [10] толщина образца не влияет на величину K_{Ic} в бетоне, то есть, разницы между плоским напряженным состоянием и плоской деформацией в бетоне нет.

Это существенное отличие развитие «пластического» разрушения в бетоне и металле и является следствием природы нелинейности пластических деформаций в этих материалах.

Обработка этой профилограммы показала, что величина фрактальной размерности поверхности трещины для данного испытания равна $D=1,108$. Профилограмма снималась вдоль развития трещины.

Рассмотрим зависимость фрактальной размерности от габаритов образца. Причем для экспериментов из [1] примем высоты образцов ($h=10$ см), а для [7 и 9] половину высоты образца ($h=45,74$ см и $h=100$ см соответственно). Это позволяет рассматривать: – в первом случаев работе [1] напряженное состояние соответствующее чистому изгибу; - во втором случае, в работах [7 и 9] балка стенка с растяжением, как и в случае чистого изгиба у одной

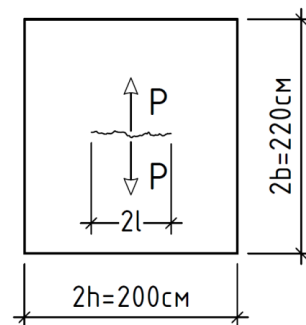


Рисунок 5 - Растяжение пластины двумя силами

*Длина трещины, перед разрушением образца, складывается из диаметра, через который передается давление, с двумя пластическими зонами, образующимися перед разрушением.

стороны наличие градиента напряжений. У образца с $h=45,72$ см осредненные величины фрактальных размерностей взяты из [7] и приведены в таблице 1. Испытания образцов проводились по схеме, приведенной на рисунке 4.

Таблица 1 – Осредненные величины фрактальных размерностей

Направление снятия профилограммы	Параллельно разрушению			Перпендикулярно разрушению			
Максимальный размер заполнителя - in (мм)	0,75 (19)	1,5 (38,1)	3 (76,2);	0,75 (19)	1,5 (38,1)	3 (76,2)	1,5 (38,1)
Фрактальная размерность - D	1,11	1,075	1,11	1,12	1,08	1,08	1,17
Длина профилограммы in (мм)	8 (203,2)	8 (203,2)	8 (203,2)	8 (203,2)	24 (609,6)	24 (609,6)	1 (25,4)

Примечание. Длина снятия профилограммы в последнем образце таблицы 1 in (25,4 мм) - меньше размера крупного заполнителя, поэтому его в дальнейшем не рассматриваем, здесь требуется значительный объем выборок. Остальные длины профилограмм от 8 или 24 in (203,2, 609,6 мм соответственно) вполне представительны – на порядок больше размера крупного заполнителя.

Из таблицы видно, что фрактальная размерность не зависит от направления снятия профилограммы, что было подтверждено в [1], поэтому в дальнейшем все имеющиеся данные усредним. Получим, что в среднем фрактальная размерность для этих испытаний равна $D=1,1$.

На рисунке 6 приведены экспериментальные значения величин фрактальной размерности в зависимости от «высоты» образца h . В экспериментах [1 и 9] максимальная фракция бетона 20 мм. У образцов с $h=10$ см взятых из [1], величина фрактальной размерности – $D=1,057$, для образцов испытанных на изгиб. У образца с $h=100$ см взятого из [8], величина фрактальной размерности – $D=1,108$.

На рисунке 6 построена экспериментальная функция – связь фрактальной размерности D с размерами образца h (в см) при изгибе, при этом понимаем, что эксперименты из [7] с натяжкой можно отнести к изгибаемым, здесь учитываем наличие градиента напряжений (см. ниже). Через точки $x_1=(h=10 \text{ см}, D=1,057)$ и $x_2=(h=45,72 \text{ см}, D=1,1)$ проведена линия 1 - это степенная кривая*, описываемая функцией:

$$D^f = 0.95h^{0.026} \quad (1)$$

Через экспериментальное значение, соответствующее $h=100$ см и $D=1,108$, полученное из [9], проведена горизонтальная прямая 2, поскольку, точка, нанесенная на график, получена из экспериментов по определению характеристик линейной механики разрушения†, фрактальная размерность поверхности разрушения не зависит от размера образца, до тех пор пока, соблюдены требования выполнения условий линейной механики разрушения. На прямой 2 лежат значения фрактальной размерности для бетонов с максимальной фракцией заполнителя 20 мм, для напряженно-деформируемого состояния сопоставимым с изгибом образца. Размеры образца позволяют проводить расчеты методами линейной механики разрушения.

Граничная точка лежащая на пересечение прямых 1 и 2, определяет переход от расчетов нелинейной к линейной механикам разрушения, для данного напряженного состояния и максимальной фракции бетона 20 мм.

* График на рисунке 6 построен в двойных логарифмических осях, причем для наглядности масштаб по вертикальной оси увеличен в пять раз.

†Это было подтверждено экспериментально, поскольку испытания проведены по схеме, приведенной на рисунке 5 с устойчивым развитием трещины. Результаты показали, что критический коэффициент интенсивности напряжений K_{Ic} не зависит от длины трещины l

От точки - пересечения кривой 1 и горизонтальной линии 2 с координатой $h_0=60,04$ см вправо располагаются высоты балок, к которым применимы расчеты, использующие линейную механику разрушения, влево расположены точки, к которым применимы расчеты, использующие нелинейную механику разрушения.

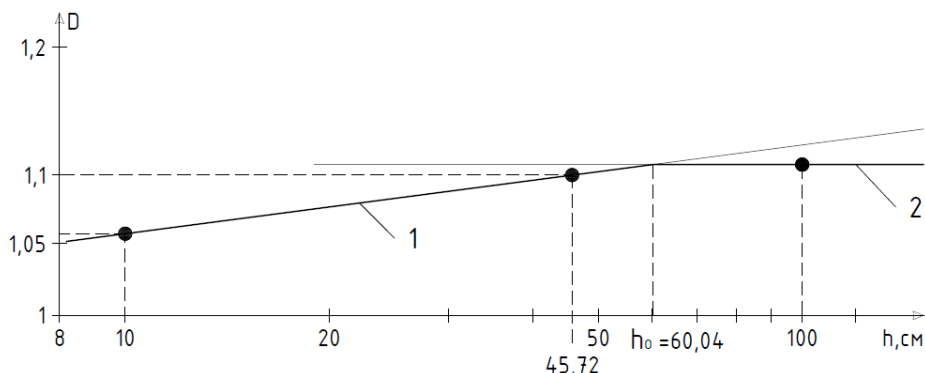


Рисунок 6 - Зависимость фрактальной размерности D от размера образца h

То есть для бетонов с максимальной фракцией заполнителя 20 мм в испытаниях изгиб точка перехода от одного метода расчета к другому соответствует габаритному размеру h_0 примерно 60 см.

Таким образом, как и предполагалось у всех образцов из работы [7] размеров h недостаточно для получения критического коэффициента интенсивности напряжений K_{Ic} , то есть к этим образцам не применимы расчеты линейной механики разрушения. Все образцы должны рассчитываться, методами нелинейной механики, а использование в оценках результатов из работы [7] приводит к некорректным результатам.

Из полученной экспериментальной функции, которая подчиняется законам теории подобия и размерности (законам скайлинга - автомодельность или как принято в физике - масштабной инвариантности) можно получить, опираясь теорию подобия оценки величин фрактальной размерности для бетонов с различными размерами фракций.

На рисунке 7 по графику изменения фрактальной размерности D в зависимости от h получены величины h_0 для различных значений максимальной фракции.

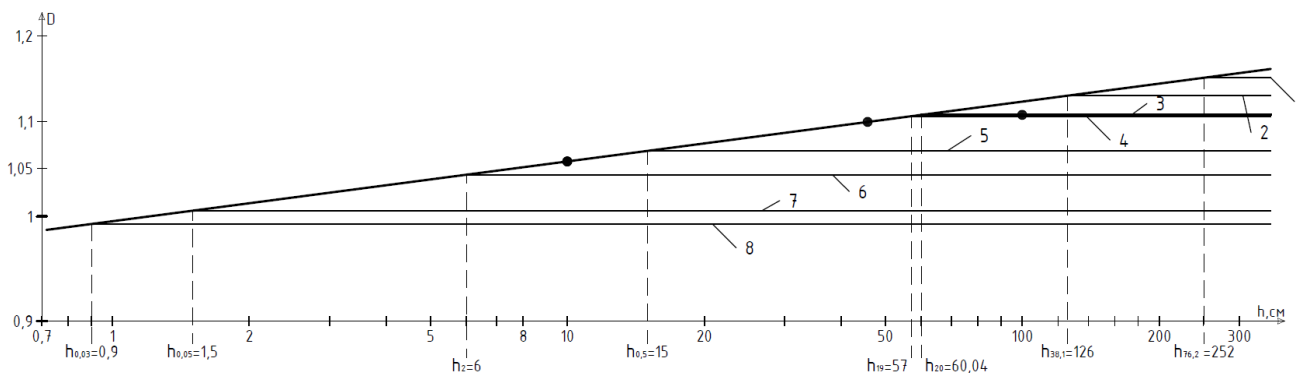


Рисунок 7 - Граница применимости линейной механики разрушения h_0 , в зависимости от максимальной фракции заполнителя в бетоне, по результатам испытаний на изгиб

Значения для h_0 получены из подобия при рассмотрении образца с максимальной фракцией 2,0 см и высотой балки $h_0=60,04$ см к рассматриваемой фракции материала.

Из рисунка видно, что размер максимальной фракции определяет величину h_0 , которая является граничной точкой применимости линейной механики разрушения в образце:

1. 3in (76,2 мм) $h_0=252$ см;
2. 1,5 in (38,1 мм) $h_0=126$ см;
3. 20 мм $h_0=60,04$ см;
4. 0,75 in (19 мм) $h_0=57$ см;
5. 5 мм $h_0=15$ см;
6. 0,5 мм $h_0=1,5$ см;
7. 0,3 мм $h_0=0,9$ см.

Таким, образом, как и предполагалось выше, в работе [7] ни один из образцов не соответствует размерам годным для определения критического коэффициента интенсивности напряжений K_{Ic} . На всех образцах определялись критические коэффициенты интенсивности напряжений $K_{Ic}(l)$, зависящий, от длины трещины и не являющийся постоянной материала.

Следует отметить, что в работе [7] для всех величин фракций бетона величина фрактальной размерности одинакова, то есть в нелинейной механике разрушения фрактальная размерность определяется размером образца и как будет показано ниже, зависит от напряженно-деформируемого состояния, в условиях линейной механики разрушения фрактальная размерность - постоянная материала, как и критический коэффициент интенсивности напряжений.

Фракция 5 мм – соответствует мелкозернистому бетону и минимальный размер для определения K_{Ic} - $h_0=15$ см. для цементного камня более, чем достаточно образец с размером высоты 4 см – стандартная призма для испытания на изгиб сечением 4*4 см.

Интересно как понимать фрактальную размерность, меньшую 1, которая возникает у цементного камня. По-видимому, она соответствует, например функции типа Кантора – всюду дырявая прямая, при этом фрактальная размерность, будет меньше 1 и, по-видимому, фрактальная размерность, будет коррелировать размерами пор порового пространства цементного камня, либо каким либо другим параметром, описывающим структуру цементного камня. Это поровое пространство определяет зарождение микротрещин и формирует, магистральную трещину [11], что и определяет различия в пластических свойств бетона и металла. Однако сегодня экспериментального материала для анализа этой проблемы недостаточно. Различные модели капиллярно-пористой гидратации цементного камня при твердении бетона анализируются в [12]. Модель бетона может быть представлена в виде, приведенном на рисунке 8,а, где условно изображена структура бетона, а цементный камень, обладающий пористой структурой, изображен пружинками, вообще говоря, ветвистыми пружинами, которые заполняют все свободное пространство. На рисунке 8,б изображен плоский кластер. Кластер - это новый класс физических объектов [13], обладающий фрактальными свойствами, на малых размерах, но однородный на больших размерах.

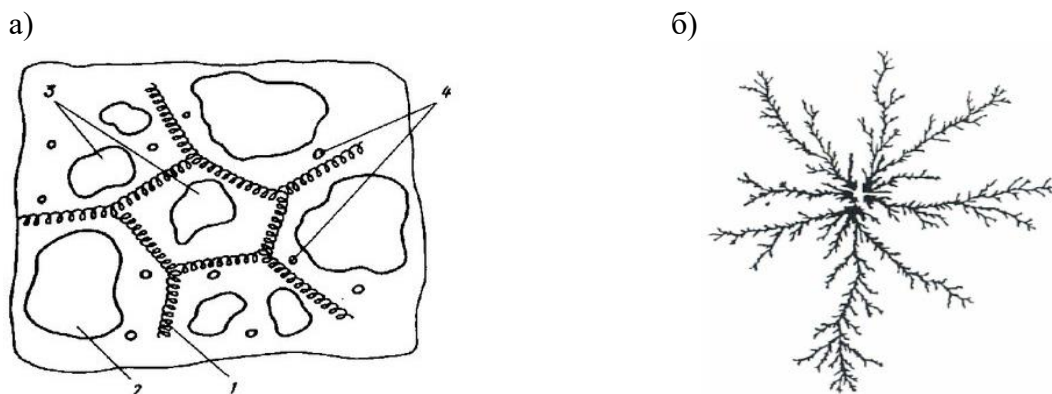


Рисунок 8 – Структура бетона: модель (а), плоский кластер (б)

1 - цементный камень изображен пружинками; 2 - щебень; 3 - песок; 4 - поры, заполненные воздухом и водой.

Между рисунками 8,а и 8,б прослеживается сходство. По-видимому, цементный камень по своим свойствам и структуре может быть отнесен к классу кластеров. В работе [13, С.73] описано экспериментальное исследование образца со штукатуркой, в котором в потоке воды, вымывались частицы цемента. Было показано, что оставшееся вещество обладает фрактальными свойствами. В нашем случае показано, что поверхность разрушения, в соответствии с проведенными экспериментами на уровне цементного камня (по размерам фракций) обладает фрактальными свойствами. По-видимому, пористая структура цементного камня является кластером, и исследования его с этих позиций позволит получить дополнительные свойства и связи с его физико-механическими характеристиками, что важно для определения его прочности, трещиностойкости, а также пористости, плотности, водопроницаемости и других свойств.

На рисунке 9 приведена зависимость масштабного коэффициента k для испытания на изгиб от фрактальной размерности D . Причем k и D принимались как функции от высоты образца h , для тех значений, что приведены в [14]. В ГОСТе стандартный образец высотой 15 см является граничным, и масштабные коэффициенты увеличиваются непропорционально больше, чем для меньших размеров. Образцы, испытываемые на изгиб после высоты 15 см, имеют масштабные коэффициенты самые высокие среди различных методов испытания на растяжение, для этих размеров масштабные коэффициенты значительно отклоняются от $k=1$, по-видимому, это связано с относительным изменением пластических свойств у этих образцов и понижением относительной прочности при увеличении размера в испытаниях на изгиб, в сравнении с испытанием на осевое растяжение и раскалывание.

Последнее связано с наличием сжатой зоны в образцах испытываемых изгиб и возникновением градиента напряжений в растянутой зоне, что препятствует развитию пластической зоны, заставляя ее расширяться в поперечном направлении, а не вдоль формирования магистральной трещины. Еще большее стеснение пластической зоны наблюдается при нагружении образцов при внецентренном сжатии.

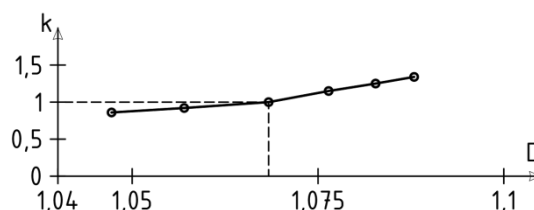


Рисунок 9 - Зависимость масштабного коэффициента k от фрактальной размерности D

При определении K_{Ic} [15, 16] в этом случае градиент напряжения еще выше, что позволяет иметь размеры образцов для определения K_{Ic} меньше, чем при изгибе и тем более при растяжении и раскалывании.

Для оценки зависимости величины фрактальной размерности D от градиента напряжений из-за приложения различных видов нагрузок при разрушении образца (осевое испытание образца R_p , раскалывание R_{pp} , изгиб R_{pi} , внецентренное сжатие R_{pvc} , отнесенных к величине прочности на растяжение, при осевом нагружении образца R_p) эти величины примем равными*:

- при осевом растяжении и близкое к осевому растяжению раскалывании – 1;
- при изгибе - 1,75;
- при внецентренном сжатии - 4,5.

* Очевидно, что при осевом растяжении $R_p/R_p=1$; при изгибе $R_{pi}/R_p=1,75$, это устоявшаяся величина приведена еще в учебнике Столярова Я.В. «Введение в теорию железобетона» (М.-Л.: Стройиздат Наркомстроя 1941). О.Я. Берг, подтверждая это значение, указывает на значительный разброс этой величины от 1,5 до 3; при внецентренном сжатии $R_{pvc}/R_p=4,5$. Эту не утвердившуюся в исследованиях величину примем для определенности проводимых оценок, памятуя, что в работе «Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций» (М.: Стройиздат, 1978) А.А. Гвоздев отмечал, что при внецентренном сжатии «... трещины становятся менее опасными и к оценке момента их образования можно подходить более смело...»

Из рисунка 10 видно, что для величины градиента 4,5 величина фрактальной размерности $D=1,0423$, а полученный на рисунке 10 график можно аппроксимировать следующим образом:

$$D_{\text{градиент}}^f = -0,00533 (R_i/R_p) + 1,06633, \quad (2)$$

где R_i – прочность на растяжение при рассматриваемом напряженном состоянии.

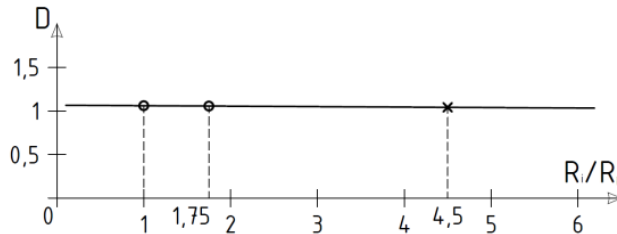


Рисунок 10 - Зависимость фрактальной размерности D от градиента напряжений

Разделим в (2) величину $D_{\text{градиент}}^f$ на значение фрактальной размерности для растяжения $D_{R_p}^f=1,061$ при $h=10$ см, и обозначив через φ_i коэффициент равный $\varphi_i = D_{\text{градиент}}^f / D_{R_p}^f$ получим поправку на градиент напряжений, равный:

$$\varphi_i = -0,00502 (R_i/R_p) + 1,00502. \quad (3)$$

Учитывая автомодельность результатов приведенных на рисунке 6, через точки со значениями ($h=10$ см, $D=1,061$) и ($h=10$ см, $D=1,0423$), соответствующие осевому растяжению и внецентренному сжатию, проведем прямые параллельные прямой 1. На рисунке 11 приведены, полученные таким образом графики функций, которые устанавливают связь между фрактальной размерностью D поверхности разрушения при осевом растяжении - 1, изгибе - 2 и внецентренном сжатии - 3, в зависимости от размера образца h .

Для внецентренного сжатия размер образца, достаточный для получения характеристик линейной механики разрушения, равен примерно $h=45$ см, для этой величины фрактальная размерность будет $D=1,0423$. Через эту точку и точку соответствующую значению h , для которой применима линейная механика разрушения при изгибе, проведем прямую до пересечения с прямой соответствующей одноосному растяжению.

Получим, что минимальный размер образца для применимости линейной механики разрушения при одноосном растяжении равен $h_0=64,6$ см.

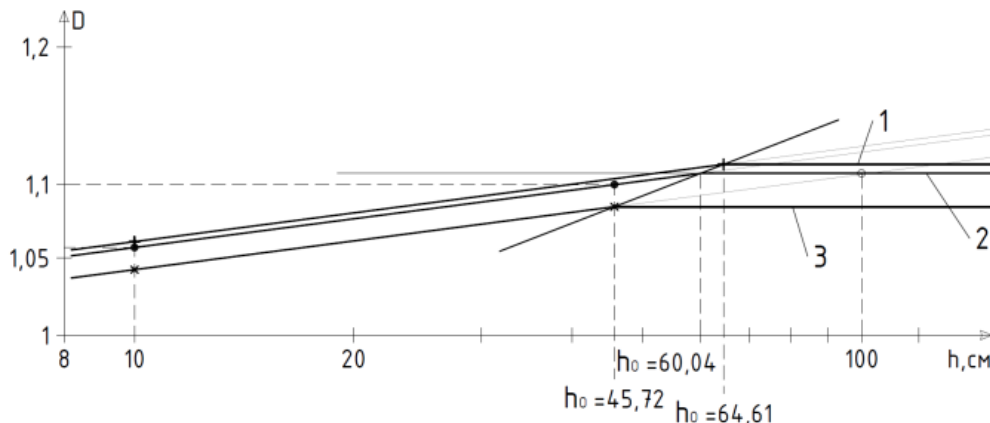


Рисунок 11 - Зависимость фрактальной размерности D от размера образца h при различных градиентах напряжений. 1 - осевое растяжение; 2 – изгиб; 3 – внецентренное сжатие.

Таким образом, при максимальной фракции крупного заполнителя в бетоне 20 мм, линейная механика разрушения применима для образцов с их высотой h при осевом растяжении, изгибе и внецентренном сжатии соответственно равными 64, 60 и 45 см. Можно используя, построенные графики функций, получить оценки границ применимости линейной механики разрушения для различных напряженных состояний и других максимальные фракции заполнителя в бетоне.

Используя полученные зависимости рассмотрим связь критического значения и коэффициента интенсивности напряжений для фрактальной трещины $K_{Ic}^f(\ell)$ с критическим значением коэффициента интенсивности напряжений K_{Ic} , определяемый в линейной механике разрушения для «гладких» трещин. Фактически необходимо установить связь между структурной механикой обладающей фрактальными свойствами структурных характеристик прочности со свойствами материалов в традиционной механике, где фактически отсутствуют структурные характеристики материала.

Размер образца h и длина трещины ℓ перед разрушением пропорциональны ($h \sim \ell$). Учитывая, что

$$K_{Ic} = \alpha R_p \sqrt{\ell}, \quad (4)$$

где α – коэффициент, определяемый схемой испытания, формой, размерами образца и структурой материала, в том смысле, что свойства материала в объеме, считающимся однородным, распространяются на весь образец (гипотеза сплошности в механике сплошной среды).

Учитывая подобие в процессах разрушения, и то, что константа трещиностойкости K_{Ic} коррелирует с фрактальной размерностью D^f , при этом масштаб однородности бетона исчисляется десятками сантиметров, можно оценить, используя значения, полученные из формул (1) – (4), значение коэффициента интенсивности напряжений, зависящего от градиента напряженного состояния, для фрактальной трещины $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$, равно:

$$K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i) \cong K_{Ic} (D^f / D_{h_0}^f) \varphi_i = \alpha * R_p * \sqrt{\ell} (D^f / D_{h_0}^f) \varphi_i, \quad (5)$$

где для напряженного – деформированного состояния вызванного изгибом:

$$K_{Ic}^f(\ell, \varphi_{R_{pu}}) \cong 0.857 * (h)^{0,026} * K_{Ic}, \quad (6)$$

Величина $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$, полученная в (5), справедлива для $h \leq h_0$; для $h > h_0$ $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i) = K_{Ic}$. Оценка, полученная в (6) справедлива для бетона с максимальной фракцией крупного заполнителя 20 мм и напряженного состояния вызванного изгибом.

Аналогичные оценки связи $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$ с K_{Ic} нетрудно получить и для других напряженно-деформируемых состояний и иных величин максимальных фракций бетона, подставляя в (5), соответствующие значения параметров фрактальной размерности и градиента напряжений.

При этом трещиностойкость материала в масштабах от нескольких сантиметров до размера h_0 , позволяет использовать для расчетов нелинейную механику разрушения, а величина $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$ будет коррелировать с фрактальной размерностью поверхности разрушения образца, в габаритах которого в макро масштабах развивалась значительная по размерам магистральная трещина. Развитие теории железобетона сегодня практически связано с теорией пластичности, однако состояние методов расчета нелинейной механики разрушения, позволяет применять ее аппарат, которой благодаря многочисленным исследованиям во второй половины XX века был построен.

Таким образом, коэффициент интенсивности напряжений для фрактальной трещины $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$ характеризует трещиностойкость при разрушении образца (конструкции), которое описывается методами нелинейной механики разрушения и зависит от градиента напряжений и размера максимальной фракции бетона (структурной характеристики материала).

Учитывая, что при сжатии поверхность разрушения обладает фрактальными свойствами [17, 18 и др.], представляет интерес получить аналогичные оценки для бетонных образцов (конструкций), разрушившихся от сжатия.

Пример.

Рассмотрим экспериментальные данные нагружения призматических балок с трещиной, испытанных на чистый изгиб. Эксперименты проведены параллельно экспериментам, описанным в [1]. Образцы изготавливались из бетонных балок сечением 10*10 см длиной 40 см, те, что использовались в испытаниях на изгиб. Начальная трещина создавалась искусственно длиной до 15 мм при формировании образцов. Состав бетона, его прочностные характеристики приведены в работе [1]. На рисунке 12 приведены отношения величин критических значений интенсивности напряжений для образцов с искусственной трещиной $K_{IC}^{сит}$ полученных из экспериментов к величинам $K_{IC}^f(\ell, \varphi_i)$ полученных в результате обработки по формуле (6) значений K_{IC} , взятых для соответствующих бетонов из [10, 19].

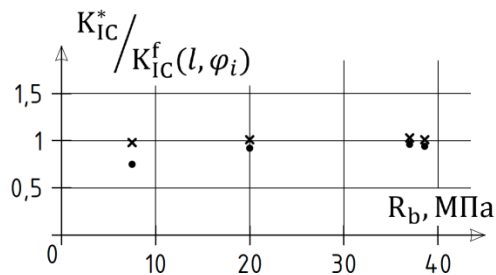


Рисунок 12 - Зависимость отношения $K_{IC}^* / K_{IC}^f(\ell, \varphi_{R_{пр}})$ от прочности бетона R_b ,

где $K_{IC}^* = K_{IC}^{сит}$ — (•) с искусственной трещиной; $K_{IC}^* = K_{IC}^{бт}$ — (×) без трещины;

$K_{IC}^f(\ell, \varphi_{R_{пр}})$ — фрактальный критический коэффициент интенсивности напряжений для $h=10$ см.

Обработка экспериментальных данных проводилась по формуле для испытаний на чистый изгиб [20, стр. 27]. За расчетную длину трещины в экспериментах с искусственной трещиной принималась величина равная длине искусственной трещины плюс половина длины пластической зоны формируемой в образце (от конца искусственной трещины до нейтральной оси ~ 35 мм). Там же приведены результаты обработки балок разрушенных на изгиб без искусственной трещины, здесь за расчетную длину трещины принималась величина равная половине длины пластической зоны равная 2,5 см, критический коэффициент интенсивности напряжений $K_{IC}^{бт}$ получали, используя те же формулы. Полученные значения $K_{IC}^* / K_{IC}^f(\ell, \varphi_i)$ построены в зависимости от прочности бетона на сжатие R_b .

Из рисунка видно, что экспериментальные значения полученных значений $K_{IC}^{сит}$ с искусственной трещиной лежат на графике на 5-21 % ниже, чем значения, полученные на целых балках без трещины. Это связано с тем, что при переходе от искусственной гладкой трещины к фрактальной трещине, иначе формируется поверхностная энергия [4, 5], возможно и подрастание трещины в испытаниях связано с этим процессом. При одинаковой высоте балок и прочности бетона, экспериментально полученные значения $K_{IC}^{бт}$ совпадают по величине с фрактальной величиной $K_{IC}^f(\ell, \varphi_i)$ полученной по формуле (5).

Вывод. Поверхность разрушения бетона образованная от растяжения, описывается методами фрактальной геометрии, величина фрактальной размерности связана с градиентом растягивающих напряжений, крупности заполнителя и как показано ранее не зависит от прочности бетона. Коэффициент интенсивности напряжений для фрактальной трещины $K_{IC}^f(\ell, \varphi_i)$ характеризует трещиностойкость при нелинейном развитии трещины в образце

(конструкции), зависит от фрактальной размерности, которая связана с градиентом напряжений при растяжении и размером максимальной фракции бетона.

При соблюдении условий линейной механики разрушения фрактальная размерность - постоянная материала, как и критический коэффициент интенсивности напряжений.

Коэффициент интенсивности напряжений для фрактальной трещины $K_{Ic}^f(\ell, \varphi_i)$ позволяет проводить расчеты конструкций методами нелинейной механики разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шапиро Г.И., Шапиро А.Г., Логинов Б.А. К вопросу о фрактографии бетона // Строительство и реконструкция. 2018. №3. С.31-38.
2. Мальдеброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.-Ижевск, 2010. 656 с.
3. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 254 с.
4. Гольдштейн Р.В., Мосолов А.Б. Трещины с фрактальной поверхностью. ДАН, 1991. Том 319. № 4. С. 840-844.
5. Бородич Ф.М. Энергия разрушения фрактальной трещины, распространяющейся в бетоне или горной породе. ДАН, 1992. Том 325. № 6. С. 1138-1141.
6. Баренблатт Г.И. Автомодельные явления - анализ размерностей и скейлинг. Изд. Дом «Интеллект», 2009. 216 с.
7. Saouma V.E., Barton C.C., Gamaleldin N.A. Fractal characterization of fracture surfaces in concrete // Engineering Fracture Mechanics. 1990. Vol.35. No. 1/2/3. Pp. 47-53.
8. Ягуст В.И. О границах области применимости линейной механики разрушения к бетону // Бетон и железобетон. 1982. №6. С. 25-26.
9. Шапиро Г.И., Ягуст В.И. Способ определения зерна структуры строительных материалов. Авторское свидетельство № 593146. Бюллетень изобретений № 6, 1978. 2 с.
10. Ягуст В.И. Сопротивление развитию трещин в бетонных конструкциях с учетом влияния макроструктуры материала. Диссертация на соискание ученой степени канд. тех. наук. М., 1982. 258 с.
11. Хатчинсон Дж. Основы феноменологической теории нелинейной механики разрушения. В сб. статей Успехи прикладной механики. М.: Мир, 1986. № 38. С. 130-157.
12. Шейкин А.Е., Чеховский Ю.В., Бруссер М.И. Структура и свойства цементных бетонов. М.: Стройиздат, 1979. С. 344.
13. Смирнов Б.М. Физика фрактальных кластеров. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 136 с.
14. ГОСТ 10180-2012 Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. М.: АО "Кодекс" М.: Стандартиформ, 2018. 36 с.
15. Шапиро Г.И., Ягуст В.И. Об одной схеме испытания на вязкость разрушения хрупких материалов. Заводская лаборатория № 10. 1973.
16. Шапиро Г.И., Ягуст В.И. О сопротивлении мелкозернистого бетона развитию трещин при кратковременном нагружении. В кн.: Исследование и применение мелкозернистых бетонов, вып. 35, М.:Стройиздат, 1978.
17. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. О разрушении при сжатии. Физическая мезомеханика. 21, 3 (2018) С. 86-102.
18. Мосолов А.Б., Бородич Ф.М. Фрактальное разрушение хрупких тел при сжатии. ДАН, 1992. Том 324. № 3. С. 546-549.
19. Пособие по проектированию жилых зданий. Вып.3. Конструкции жилых зданий (к СНиП 2.08.01-85). Стройиздат. М., 1989. 304 с.
20. Браун У., Сроули Дж. Испытания высокопрочных металлических материалов на вязкость разрушения при плоской деформации. Мир. М., 1972. 246 с.

REFERENCES

1. Shapiro G.I., Shapiro A.G., Loginov B.A. To the question of concrete fractography. // Construction and reconstruction No. 3, 2018, p.31-38.
2. Maldebrot B. Fractal geometry of nature. M.-Izhevsk., 2010. 656 p.
3. Feder E. Fractals. M.: Mir, 1991. 254 s.
4. Goldstein R.V., Mosolov A.B. Cracks with a fractal surface. DAN, 1991. Volume 319. No. 4. Pp. 840-844.
5. Borodich F.M. The fracture energy of a fractal crack propagating in concrete or rock. DAN, 1992. Volume 325. No. 6. Pp. 1138-1141/

6. Barenblatt G.I. Self-similar phenomena - dimensional analysis and scaling. Ed. House "Intellect", 2009. 216 p.
7. Saouma V.E., Barton C.C., Gamaleldin N.A. Fractal characterization of fracture surfaces in concrete // Engineering Fracture Mechanics. 1990. Vol.35. No. 1/2/3. Pp. 47-53.
8. Yagust V.I. On the boundaries of the field of applicability of linear fracture mechanics to concrete // Concrete and reinforced concrete. 1982. No. 6. Pp. 25-26.
9. Shapiro G.I., Yagust V.I., Method for determining the grain structure of building materials. Copyright certificate No. 593146. Bulletin of inventions No. 6, 1978. 2 p.
10. Yagust V.I. Resistance to crack development in concrete structures, taking into account the influence of the macrostructure of the material. Thesis for the degree of Cand. those. sciences. M., 1982. 258 p.
11. Hutchinson, J. Fundamentals of the phenomenological theory of nonlinear fracture mechanics. On Sat Articles Successes in Applied Mechanics. M.: Mir, 1986. No. 38. Pp.130-157.
12. Sheikin A.E., Chekhovsky Yu.V., Brusser M.I. The structure and properties of cement concrete. M.: Stroyizdat, 1979. p. 344.
13. Smirnov B.M. Physics of fractal clusters. M.: Science, Ch. ed. Phys.-Math. lit., 1991. 136 p.
14. GOST 10180-2012 Concrete. Methods for determining the strength of the control samples. M., Codex JSC M.: Standartinform, 2018. 36p.
15. Shapiro G.I., Yagust V.I. About one test scheme for fracture toughness of brittle materials. Factory Laboratory No. 10, 1973.
16. Shapiro G.I., Yagust V.I. On the resistance of fine-grained concrete to crack development during short-term loading. In the book: Research and application of fine-grained concrete, vol. 35, M.: Stroyizdat, 1978.
17. Goldstein R.V., Osipenko N.M. On the destruction of compression. Physical mesomechanics. 21, 3 (2018) p. 86-102.
18. Mosolov A.B., Borodich F.M. Fractal fracture of brittle bodies during compression. DAN, 1992. Vol. 324. No. 3. p. 546-549.
19. Manual for the design of residential buildings. Issue 3. Designs of residential buildings (to SNiP 2.08.01-85). Stroyizdat. M., 1989. 304 p.
20. Brown W., Srowley J. Tests of high-strength metallic materials for fracture toughness under plane deformation. World. M., 1972. 246 p.

Информация об авторе:

Шапиро Геннадий Исаакович

ООО «Техрекон», г. Москва, Россия,
главный конструктор ООО «Техрекон», инженер.
E-mail: g-shapiro@mail.ru

Information about author:

Shapiro Gennady I.

LLC Techrecon, Moscow, Russia,
chief constructor Techrecon LLC, engineer.
E-mail: g-shapiro@mail.ru