

С.Н. КРИВОШАПКО<sup>1</sup><sup>1</sup> ФГБОУ ВО «Российский университет дружбы народов (РУДН)», г. Москва, Россия

## МНОГОГРАННИКИ И КВАЗИМНОГОГРАННИКИ В АРХИТЕКТУРЕ ГРАЖДАНСКИХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ

*Аннотация.* Инновационные пространственные формы возникают и развиваются на стыке науки и искусства, инженерии и архитектуры. Геометрия является важнейшей, фундаментальной составляющей архитектурного формообразования. В настоящее время, пройдя этапы увлечения большепролетными оболочками, небоскребами, типовыми дешевыми зданиями, архитектурной бионикой и эргономикой, пневматическими, мембранными, тросовыми и вантовыми сооружениями, архитекторы и дизайнеры обратили внимание на аналитически не задаваемые формы сооружений и многогранники. Это особенно заметно в последние 10-15 лет. В статье анализируются проблемы применения многогранников и их модификаций в архитектуре, строительстве и технике. Рассматриваются призмы, пирамиды, призматойды, тела Платона, Архимеда, квазимногогранники и некоторые фигуры, составленные на их основе, а также многогранные купола, зонтичные оболочки и складки из плоских однотипных фрагментов. Для подтверждения возросшего интереса к этим структурам приводится большое количество иллюстраций по архитектуре зданий и сооружений, по объектам малой архитектуры и скульптурным композициям. Приведено 31 наименование использованной литературы.

*Ключевые слова:* многогранники, тела Платона, призмы, пирамиды, призматойды, архитектура, архитектурные композиции, геодезический купол, многогранный купол, зонтичная оболочка, складки.

S.N. KRIVOSHAPKO<sup>1</sup><sup>1</sup>Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia

## POLYHEDRA AND QUASI-POLYHEDRA IN ARCHITECTURE OF CIVIL AND INDUSTRIAL ERECTIONS

*Abstract.* Innovative spatial forms appear and develop at the joint of science, art, and architecture. Geometry is the most important, fundamental components of architectural forming. Now, having passed the stages of passion for the large-span shells, the sky-scrappers, typical inexpensive buildings, architectural bionics and ergonomics; pneumatic, membrane, wire rope and shrouds erections, the architects and designers payed attention at analytically non-given forms of erections and at the polyhedron. It is noticeably especially at the last 10-15 years. In a paper, the problems of application of the polyhedron and their modifications in architecture, building, and technics are analyzed. They consider prisms, pyramids, prismatoids, Platonic and several Archimedean solids, quasi-polyhedrons, and some figures constituted on their base. Polyhedral domes, umbrella shells, and hipped plate constructions are presented too. Large quantity of the illustrations devoted to the architecture of buildings and erections, to the landscape architecture and to the sculptural compositions is presented for the confirmation of increasing interest to these structures. 31 titles of the used original sources are given.

*Keywords:* polyhedron, Platonic solids, Archimedean solids, prism, pyramid, prismatoid, architecture, architectural compositions, geodesic dome, polyhedral dome, umbrella shell, hipped plate construction.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время известны 75 однородных многогранников, большое число их звездчатых форм и 9 квазимногогранников.

Более подробная информация о многогранниках содержится в книге М. Веннинджера [1].

*Многогранником* называют фигуру, ограниченную плоскими *многоугольниками*. *Квазимногогранником* называют фигуру, ограниченную неплоскими равными кусками поверхностей. А.В. Коротич [2] вводит в оборот новые формы «*линейчатых квазимногогранников*», которые могут значительно расширить возможности классических многогранников.

В научно-технической литературе имеется много работ о применении аналитических поверхностей в выборе форм для гражданских и промышленных сооружений, изделий промышленности, для конфигураций различного рода малых архитектурных форм. Например, широко используются поверхности вращения [3], в том числе, конические поверхности [4] и параболоиды вращения [5], эллиптические параболоиды [6], циклические поверхности [7] и др. Немного реже применяются зонтичные поверхности и поверхности зонтичного типа, торсовые поверхности [8] и поверхности, не задаваемые аналитически [9]. Очень редко, но всё же применяются велароидальные поверхности [10] и псевдосферы [11].

Некоторые выдающиеся современные архитекторы считали, что прямоугольные формы и наличие плоскостей в конфигурациях сооружений придают им унылый вид и однообразие. Они всячески пропагандировали применение криволинейных оболочечных форм, поэтому, в 1960-2000 годах практически не было серьезных работ, где бы анализировались вопросы применения многогранников в архитектуре или в машиностроении, несмотря на то, что в математической литературе эти фигуры были представлены очень широко [12, 13]. Но в последнее десятилетие у архитекторов, проектировщиков и строителей сильно возрос интерес к многогранникам и аналитически не задаваемым поверхностям [9], аналогично у математиков [14, 15]. Появился даже термин – «архитектура многогранников» [16]. Было построено большое количество зданий в форме многогранников, складок, сложных поверхностей. По-видимому, инновационное формообразование большепролетных тонкостенных оболочек, очерченных по каноническим поверхностям, и зданий простой прямоугольной формы себя исчерпало, любое новое сооружение стало повторением уже построенных аналогов. Проявить свои творческие концепции стало возможным, в основном, используя арсенал новых оболочек и стержневых структур в форме аналитически не задаваемых поверхностей [9], многогранников и складок. Однако, по-прежнему, публикуется мало аналитических обзоров и научных статей по рассматриваемой теме. Исключение составляют пирамиды, применению которых посвящены работы [17,18]. В работе [17] представлены четырехгранные, шестигранные и многогранные пирамиды; в работе [18] даны описания 225 пирамид, находящихся на территории Англии и Ирландии. На сайте «*Современные пирамиды*» приводятся сведения о 10 самых уникальных пирамидах [<https://www.vrsamara.ru/theme/21831/> (дата обращения 27.07.2020)].

## 2. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ МНОГОГРАННИКОВ И КВАЗИМНОГОГРАННИКОВ

Определения многогранных структур возьмем из энциклопедии [19].

Из многогранников наибольший практический интерес для архитекторов и машиностроителей представляют призмы, пирамиды, призматойды, правильные и полуправильные выпуклые многогранники. Правильные выпуклые многогранники, то есть *тела Платона*, это тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. В дословном переводе с греческого «тетраэдр», «октаэдр», «гексаэдр», «додекаэдр», «икосаэдр» означают «четырёхгранник», «восьмигранник», «шестигранник», «двенадцатигранник», «двадцатигранник». Многогранник называют *правильным*, если его грани представляют собой правильные и равные многоугольники, а многогранные углы при вершинах равны. Если вершины и ребра многогранника будут находиться по одну сторону плоскости любой из его граней, то многогранник называется *выпуклым*.

*Тела Архимеда* – это полуправильные многогранники, получаемые из правильных срезанием вершин. Существует 13 типов тел Архимеда: *кубооктаэдр*, *икосододекаэдр*, *усечённый тетраэдр*, *усечённый октаэдр*, *усечённый икосаэдр*, *усечённый куб*, *усечённый додекаэдр*, *кубооктаэдр*, *ромбоикосододекаэдр*, *ромбокубооктаэдр*, *ромбоусечённый икосододекаэдр*, *курносый куб*, *курносый додекаэдр*. В научно-популярной литературе встречаются и другие названия одних и тех же тел Архимеда.

*Призма* – многогранник, у которого два основания, суть  $n$ -угольники, а остальные  $n$  боковых граней – параллелограммы. Призмы бывают треугольные, четырехугольные и т. д., смотря по тому, лежит ли в основании треугольник, четырехугольник и т. д. Кроме того их разделяют на прямые и наклонные призмы.

*Пирамида* – многогранник, основанием которого служит многоугольник, а остальные боковые грани суть треугольники с общей вершиной.

*Призматойд* – многогранник, две грани которого (основания) лежат в параллельных плоскостях, а остальные являются треугольниками или трапециями. Причем у треугольников одна сторона, а у трапеций оба основания являются сторонами оснований призматойда. Призматойд называют *антипризмой*, если основаниями его будут равные правильные многоугольники, центры которых принадлежат общей нормали к ним, но один повернут относительно другого вокруг нормали на угол  $\varphi = 180^\circ/n$  ( $n$  – число сторон многоугольника).

*Тетраэдр* – правильный четырехгранник, состоящий из четырех равносторонних и равных треугольников. Треугольники соединены по три около каждой вершины. Тетраэдр представляет собой частный случай пирамиды.

*Гексаэдр* – правильный шестигранник (*куб*), состоящий из шести равных квадратов. Куб представляет собой частный случай призмы.

*Октаэдр* – правильный восьмигранник, состоящий из восьми равносторонних и равных треугольников, соединенных по четыре около каждой вершины. Октаэдр представляет собой многогранник, составленный из двух четырехугольных пирамид, соединенных между собой своими квадратными основаниями.

*Додекаэдр* – правильный двенадцатигранник, состоит из двенадцати правильных и равных пятиугольников, соединенных по три около каждой вершины. Если принять два параллельных пятиугольника за основания додекаэдра, то остальные десять пятиугольников образуют его боковую поверхность.

*Икосаэдр* – правильный двадцатигранник, состоящий из двадцати равносторонних и равных треугольников, соединенных по пять около каждой вершины. Середины граней икосаэдра являются вершинами додекаэдра.

Шестиугольник является правильным многоугольником. Однако если соединить три шестиугольника в одной точке, то получается плоскость, то есть, из одних только одинаковых шестиугольников нельзя построить объемную фигуру. Любые другие правильные многоугольники выше шестиугольника не могут образовывать тел вообще.

Доказано, что существуют три невыпуклых правильных додекаэдра (тела Пуансо): 1) малый звездчатый додекаэдр; 2) большой додекаэдр; 3) большой звездчатый додекаэдр [20].

В архитектуре пространственных систем часто встречаются складчатые (многогранные) купола [21] и зонтичные оболочки из плоских однотипных фрагментов. Эти формы тоже можно причислить к многогранникам.

### 3. МНОГОГРАННИКИ В АРХИТЕКТУРЕ ГРАЖДАНСКИХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ

#### 3.1. Призмы

Прямые призмы – самые распространённые многогранники в архитектуре любого города. С определенным приближением можно видеть многоугольные призмы в формах аппроксимированных вертикальных цилиндрических зданий или их фрагментов и в формах горизонтальных сборных или монолитных призматических железобетонных покрытиях промышленных зданий.

Призматическая форма сооружений применяется с древних времен. Например, Башня ветров в Севастополе была построена в 1849 году (рисунок 1), являлась частью комплекса здания Морской библиотеки. Это 8-гранное призматическое сооружение из инкерманского камня с шатровой крышей. Авторы – инженер-конструктор Дикорев и инженер-полковник Джон Уптон за аналог проекта башни ветров взяли башню ветров в Афинах, сооруженную в глубокой древности архитектором Андроником. В 1979 году Башня ветров была включена в число памятников архитектуры республиканского значения. Большой популярностью у архитекторов пользуются башни и башенки в виде призм как добавление к основному сооружению (рисунок 2).



*Рисунок 1 - Башня ветров,  
г. Севастополь*



*Рисунок 2 - Восьмиугольные призмы с вертикальными осями и с восьмиугольными пирамидальными крышами,  
г. Краснодар*

Легко убедиться, что наибольшее распространение получили квадратные призмы.

В Мадриде есть примечательный архитектурный объект, который называют «Ворота в Европу». Он состоит из двух наклонных четырехугольных призм (рисунок 3). Небоскрёбы в 26 этажей и высотой 114 м наклонены к вертикали под углом  $15^\circ$ . Американские архитекторы Ф. Джонсон и Дж. Берджи решили сломать стереотипное представление о привычном облике высотных зданий и башни «Ворота в Европу» стали первыми наклонными железобетонными гигантами в мире. Несмотря на то, что они являются одной из достопримечательностей Мадрида, реакция специалистов на эти сооружения диаметрально противоположна.



*Рисунок 3 - Башни-близнецы «Ворота в Европу»*

### 3.2. Призматойды

К призматойдам относят призматойдные многогранники, антипризмы и усеченные пирамиды.

Призматойд был взят за основу при проектировании внешней формы Ледового дворца «Синяя птица», Отрадное, Москва (рисунок 4). Внешняя форма формируется треугольниками и прямоугольниками, что значительно упрощает возведение внешней тонколистовой металлической скорлупы.

Призматойды с трапециевидными гранями получаются при аппроксимации некоторых торсовых поверхностей складками (рисунок 5). Теоретически этот вопрос решен [22], но возможно в будущем будет и практическое применение.



Рисунок 4 - Ледовый дворец «Синяя птица», Отрадное, г. Москва

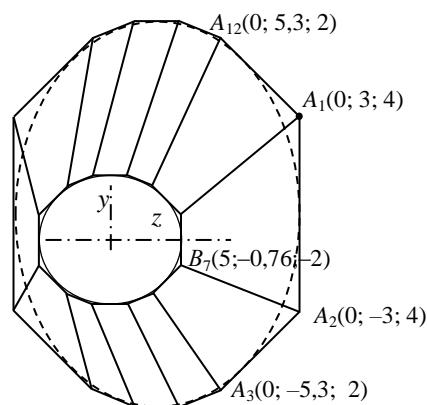


Рисунок 5 - Аппроксимация тора с окружностью и эллипсом на противоположных торцах призматойдом

В качестве примера антипризмы можно привести несколько зданий, у которых основание и покрытие повернуты относительно друг друга на угол  $90^\circ$  (рисунок 6).

Примеры усеченных пирамид даны в статье [17].



Рисунок 6 - На втором плане – здание в форме четырехугольной антипризмы, США

### 3.3. Тела Платона

Тела Платона тела или правильные многогранники в архитектуре в чистом виде встречаются крайне редко.

**Тетраэдр** (4 грани)

Тетраэдры находят применение в архитектуре. Часто их называют пирамидами, что оправдано, так как тетраэдр – частный случай пирамиды. Возможности этой формы продемонстрируем одним интересным проектом (рисунок 7) и одним реальным сооружением (рисунок 8).

Модульное жилище «Y-Bio» для путешественников, сконструированное украинским дизайнером А. Шелестом обладает достаточной прочностью и надежностью в эксплуатации. Эксплуатируются одно и двухуровневые структуры.



Рисунок 7 - Проект города-тетраэдра в Новом Орлеане, США



Рисунок 8 - Модульное жилище «Y-Bio»

### Гексаэдр (6 граней)

Гексаэдр, или просто куб, часто используется в архитектуре, как в единственном числе (рисунок 9), так и в качестве повторяющегося фрагмента сооружения (рисунок 10).



Рисунок 9 - Офис в форме куба, Гонконгский научный парк  
[<https://www.liveorganic.ru/blog/lifestyle/green-city/eko-kub/>]



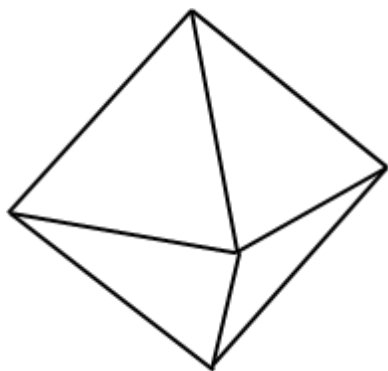
Рисунок 10 - Необычный дом из однотипных гексаэдров с наклоном 45°, Роттердам, арх. Piet Blom, 1984

Гексаэдры (кубы) и параллелепипеды являются основными элементами архитектурного стиля «кубизм». Считается, что этот стиль создается минималистическими формами и лаконичным дизайном.

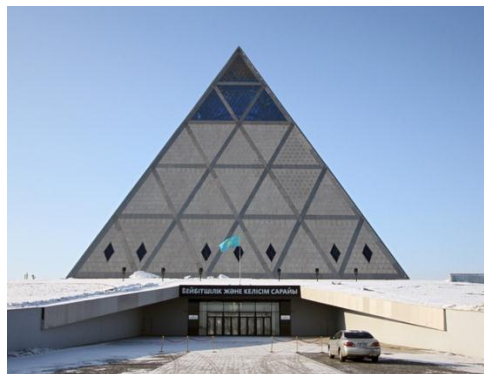
В Китае построен оригинальный комплекс Cube Tube, основным элементом которого является офисное здание в форме куба. Архитекторы бюро Sako Architects за счет применения большого количества оконных проемов различных размеров придали зданию простой формы запоминающийся вид. Несколько гексаэдров образуют Национальный музей науки в Таиланде.

Декоративные металлические конструкции в форме двух больших кубов, состоящих из серии малых кубов, на кровле, скрывающие трубы вытяжек, лифтовые шахты, антенны и ресторан, создали из двух квадратных зданий Президиума РАН высотную доминанту юго-запада Москвы-реки.

**Октаэдр** (8 граней)



*Рисунок 11 - Октаэдр*



*Рисунок 12 - Дворец мира и согласия, Нур-Султан, Казахстан*

У октаэдра все 8 граней – равные равносторонние треугольники (рисунок 11). В большинстве архитектурных сооружений используется половина октаэдра, то есть пирамида с четырьмя треугольными гранями и четырехугольным основанием (рисунок 12). В качестве иллюстрации можно взять Дворец мира и согласия, возведенный в 2006 году. Основание этой одной из самых узнаваемых построек Казахстана – 62 м × 62 м, архитектор – Н. Фостер.

**Додекаэдр** (12 граней)

Во множестве стран Западной и Центральной Европы при раскопках поселений эпохи Римской империи (I-IV века н.э.) находят небольшие, от 4 до 10 сантиметров в поперечнике, пустотелые предметы, изготовленные из бронзы или камня.

Каждый такой предмет имеет форму геометрически правильного многогранника – додекаэдра – 12 равных пятиугольных сторон. Додекаэдр считался пифагорейцами священной фигурой, олицетворявшей Вселенную. Додекаэдр имеет 15 плоскостей симметрии. Любая из плоскостей симметрии проходит в каждой грани через вершину и середину противоположного ребра.

Считается довольно известной математической фигурой. Додекаэдру установлен памятник в Бельгии (рисунок 13), в музее математики под открытым небом «Математический парк» в г. Майкон, Адыгея, (рисунок 14) и других городах мира.



*Рисунок 13 - Памятник додекаэдру, г. Тонгерен, Бельгия*



*Рисунок 14 - Додекаэдр в «Математическом парке», г. Майкон, 2018 г.*



*Рисунок 15 - Проект 3-х этажного жилого дома высотой 9 м в форме додекаэдра*

Имеются вазы для флорариума «Додекаэдр», детские скалодромы «Додекаэдр» в Новосибирской области, в г. Фролово Волгоградской области, беседки «Додекаэдр» и много моделей додекаэдра различного размера из разнообразного материала, но каких либо объектов гражданского или промышленного назначения не найдено, кроме медицинского колледжа (WeillCornellMedicalCollege, Doha, Qatar) в Дохе, Катар, построенного в 2011 году и интересных проектов жилых зданий (рисунок 15)[дополнительная информация: cadeins.de]. Фрагменты додекаэдра использованы архитектором Зви Хекером (ZviHecker) при создании фасада жилого дома в Иерусалиме (Израиль), 1985 г.

#### **Икосаэдр (20 граней)**

Икосаэдр лежит в основе большинства геодезических куполов. Каждая грань его представляет собой равносторонний треугольник. Икосаэдр задает первичное равномерное деление сферы на 20 одинаковых сферических треугольников. Эта фигура разворачивается на плоскость. Основываясь на параметрах стороны икосаэдра, сфера делится в зависимости от выбранного класса и частоты деления. Частота разбиения показывает, с какой точностью геодезическая конструкция приближается к форме идеального купола. Теоретически, чем выше частота разбиения, тем прочнее конструкция. Частота разбиения обозначается буквой  $V$ . В 1942 году Р.Б. Фуллер получил патент на пространственную конструкцию «геодезического купола».



Рисунок 16 - Детский аттракцион в форме правильного многоугольника, г. Москва

Геодезические купола, их геометрическое строение и реальные сооружения на основе икосаэдров можно найти на сайтах в интернете или в научно-технических статьях [23, 24] в широком ассортименте. Геодезический купол на основе икосаэдра после второй процедуры дублирования в форме 320-гранника показан на рисунке 16.

#### **3.4. Тела Архимеда**

Древнегреческому ученому Архимеду принадлежит открытие 13 многогранников. В его честь их назвали «архимедовы тела». Их так же именуют полуправильными многогранниками.

#### **Усеченный тетраэдр (8 граней)**

В статье [25] представлены формы, получаемые на основе тетраэдра путем отсечения его разнообразных частей. Классический усеченный тетраэдр получается путем срезания всех его 4-х углов. Впервые форма усеченного тетраэдра была использована архитекторами в создании двух одинаковых тематических блоков «Человек - производитель» и «Человек - потребитель» на Всемирной выставке «Ехро 67», Монреаль, Канада (рисунок 17).

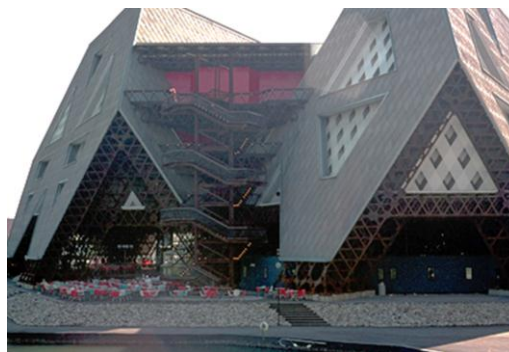


Рисунок 17 - Тематические павильоны на Всемирной выставке «Экспо-67», Монреаль. Канада

#### **Усеченный октаэдр (14 граней)**

Если срезать все шесть углов у октаэдра, то можно получить многогранник, имеющий восемь одинаковых шестиугольных граней и шесть одинаковых квадратных (рисунок 18).

Форма усеченного октаэдра вдохновила архитектора М. Вилла (Manuel Villa) на создание домика – летней беседки (рисунок 19).





Рисунок 18 - Образование усечённого октаэдра



Рисунок 19 - Летняя беседка, г. Богота, Колумбия

**Усеченный икосаэдр (32 грани)**

Многогранник получается при последовательном срезании каждой из вершин икосаэдра. Все грани новой поверхности являются правильными многоугольниками: 12 правильных пятиугольников и 20 правильных шестиугольников (рисунок 20).

Есть примеры использования этой формы в качестве фрагментов застекленных фасадов (рисунок 21).

Данная форма была взята за основу при проектировании домиков для временного проживания людей, запроектированных фирмой «Кимидори Кенчику», Япония (рисунок 22).

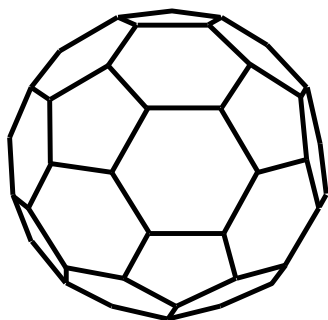


Рисунок 20 - Усеченный икосаэдр



Рисунок 21 - Фрагмент фасада в виде усеченного икосаэдра



Рисунок 22 - Домик фирмы «Кимидори Кенчику» (The Barrier house by «Kimidori Kenchiku»)

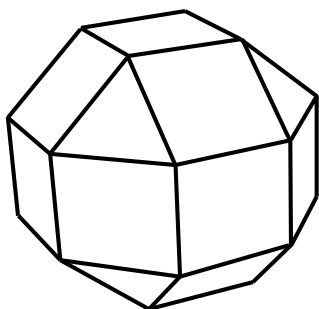
**Усеченный куб (14 граней)**

Усечённый куб можно получить из обычного [куба](#), срезав с того 8 правильных треугольных [пирамид](#). Усеченный куб имеет 8 правильных треугольных и 6 правильных восьмиугольных граней. Форма усеченного куба была использована в уличной скульптуре (рисунок 23) города Вюрцбурга (Würzburg), ФРГ.



Рисунок 23 - Скульптура в форме усеченного куба, г. Вюрцбург, 2008

*Ромбокубооктаэдр*



*Рисунок 24 - Ромбокубооктаэдр*



*Рисунок 25 - Национальная библиотека Беларуси, г. Минск, 2006*



*Рисунок 26 - Офисное здание в Мали с крышей из пальмовой древесины в форме ромбокубооктаэдра*

*Ромбокубооктаэдр* – полуправильный многогранник, гранями которого являются 18 квадратов и 8 треугольников (рисунок 24). Является одним из тел Архимеда. Допускает построение непрерывной развертки на плоскость.

Архитекторы В. Крамаренко и М. Виноградов выбрали именно эту форму для Национальной библиотеки Беларуси высотой 75 м (рисунок 25). Эту форму можно встретить даже в Мали (рисунок 26).

*Ромбоикосододекаэдр*

Ромбоикосододекаэдр (ромбоусечённый икосододекаэдр) можно представить либо как [додекаэдр](#), усечённый по вершинам и рёбрам (при этом треугольники соответствуют вершинам додекаэдра, а квадраты – рёбрам), либо как [икосаэдр](#), усечённый таким же образом (при этом пятиугольники соответствуют вершинам икосаэдра, а квадраты – рёбрам), либо же как усечённый [икосододекаэдр](#). Его поверхность формируется 12 пятиугольниками, 30 квадратами и 20 треугольниками. Ромбоикосододекаэдр воплощен в объектах парковой архитектуры (рисунок 27).

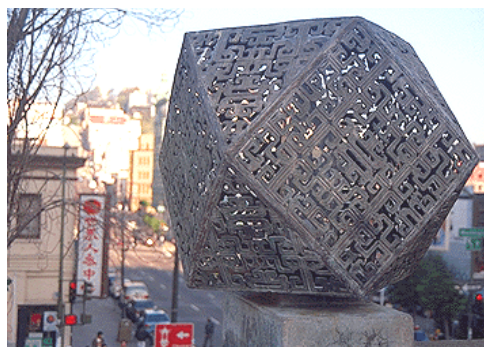


*Рисунок 27 - Объект парковой архитектуры*

*Кубооктаэдр*



*Рисунок 28 - Два кубооктаэдра на трубе, Израиль*



*Рисунок 29 - Фрагмент скульптуры в форме кубооктаэдра [http://www.rodsweb.org/3d/hcub1.htm]*

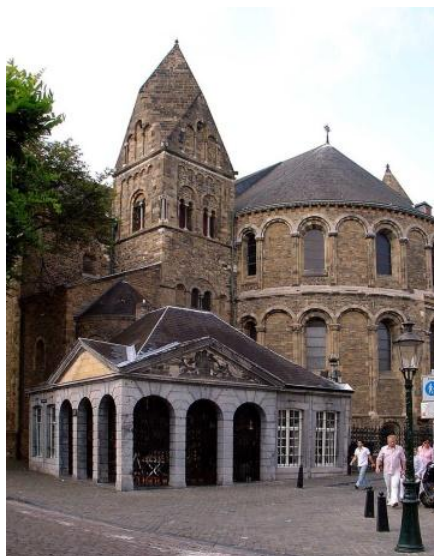


*Рисунок 30 - Фрагмент ограждения лестницы*

Очень практичный многогранник с 8 правильными треугольниками и 6-ю квадратами. Лёгк в изготовлении. Его используют, как в промышленности (рисунок 28), так и в публичной скульптуре (рисунок 29). Бетонный многогранник, показанный на рисунке 30, установлен на перилах лестницы в городе Хиамен, Китай.

### ***Ромбододекаэдр***

Ромбододекаэдр – двенадцатигранник, составленный из одинаковых ромбов. У ромбододекаэдра 14 [вершин](#), 6 из которых являются вершинами меньших углов 4 ромбов, а 8 – вершинами 3 ромбов при их больших углах. Отсекая определенные его части можно получить девятигранник - эннеандр (enneahedra) – неправильный многоугольник. Эта форма имеет 9 граней: прямоугольник, 4 ромба и 4 равносторонних треугольника. Она появилась в 12-м веке и была использована для перекрытия 4-х угольных квадратных башен базилик (рисунок 31).



*Рисунок 31 -БазиликаДевыМарии (“Basilica of Our Lady (Maastricht)”*

### **3.5. Невыпуклый многогранник**

Архитекторы-новаторы ломают стереотипное представление о красоте зданий, используя в своих проектах теперь уже невыпуклые многогранные тела, все точки которых лежат по разные стороны от каждой грани, что позволяет, как считают архитекторы, достигнуть ошеломляющего эффекта. Типичным примером является Публичная библиотека Сиэтла. Архитектор Р. Кулхаас постарался сделать максимально футуристичное здание. Ломаные формы одиннадцатизэтажного здания из стекла и стальной сетки понравились не всем жителям города, а у многих они просто вызвали возмущение.

В московской области возвели здание торгово-развлекательного центра, внешняя форма которого формируется хаотичными плоскими гранями, поэтому эту форму можно назвать невыпуклым многогранником (рисунок 32). Здание – необычное, но его форма будет вызывать как восхищение у одних, так и недоумение у других.



*Рисунок 32 - Торгово-развлекательный центр, Дмитровское шоссе, Московская область*

#### 4. МНОГОГРАННИКИ И КВАЗИМНОГОГРАННИКИ В МАШИНОСТРОЕНИИ

В машиностроении гранным геометрическим телом, или многогранником, называют часть пространства, ограниченную совокупностью конечного числа плоскостей. Из множества многогранников в этой отрасли используются призмы и пирамиды, намного реже - правильные многогранники. Таким образом, как и в архитектуре, наибольшее применение из многогранников в машиностроении нашли многогранные призмы. Это и шестигранные головки болтов, и многогранные стержни, и квадратные и прямоугольные прутки. На интернет-сайте <http://mathworld.wolfram.com/HyperbolicPolyhedron.html> приведена модель гиперболического тетраэдра. На рисунке 33 показан настенный тетраэдр Delto, который по форме очень напоминает гиперболический тетраэдр.



Рисунок 33 – Настенный тетраэдр Delto—аппарат, шагающий с людьми и грузами по стенам многоэтажек [<http://experiment.ru/technologies/delto-wall-climber/>]

Концепт настенного тетраэдра Delto победил на одном конкурсе и стал любимым детищем своего создателя — студента Кёльской международной школы дизайна Кристиана Маевски, который идею обещает развивать и дорабатывать.

#### 5. КВАЗИМНОГОГРАННИКИ В АРХИТЕКТУРЕ ГРАЖДАНСКИХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ

Хотя математическое описание квазимногогранников появилось в XX веке, их применение в архитектуре началось намного раньше (рисунок 34). Математическое описание куполов старых зданий не обнаружено, по-видимому, их проектировали интуитивно или строили «по месту». Форму купола на рисунке 34 можно приближенно назвать синусоидальный октаэдр.



Рисунок 34 - Купол церкви Большого дворца в Петергофе



Рисунок 35 - Цветочная пирамида на основе октаэдра, 1982-2015, the Long Island City, США

По-видимому, дизайнер за основу цветочной пирамиды в LongIslandCity, США, взял половину октаэдра и создал квазимногогранник (рисунок 35).

## 6. МНОГОГРАННЫЕ КУПОЛА, ЗОНТИЧНЫЕ ОБОЛОЧКИ И СКЛАДКИ ИЗ ПЛОСКИХ ОДНОТИПНЫХ ФРАГМЕНТОВ

Алюминиевые многогранные фонари часто применяют для освещения внутреннего пространства здания. Компания «ПК Алюминиевые Конструкции» проектирует, изготавливает, монтирует и обслуживает зенитные фонари любых типов и размеров, применяя последние инновационные разработки отрасли (рисунок 36).

Некоторые технические решения ребристых многогранных куполов признаны изобретениями. Например, изобретение [26] относится к области строительства, в частности к купольным покрытиям вертикальных цилиндрических резервуаров. Купольная крыша образована путем сопряжения двух конических поверхностей с различными углами наклона образующих к горизонтальной плоскости, содержит верхние и нижние меридиональные прямолинейные ребра, которые опираются на нижнее, верхнее и промежуточное опорные кольца.

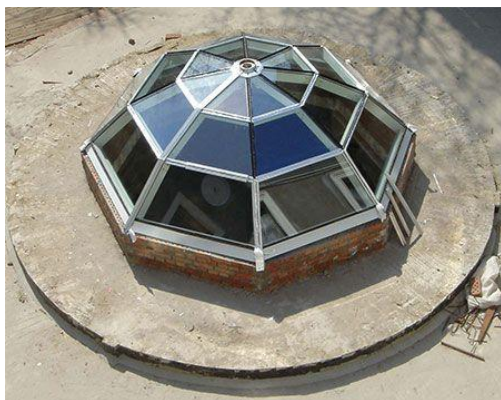


Рисунок 36 - Светопрозрачный зенитный фонарь в форме многогранного купола

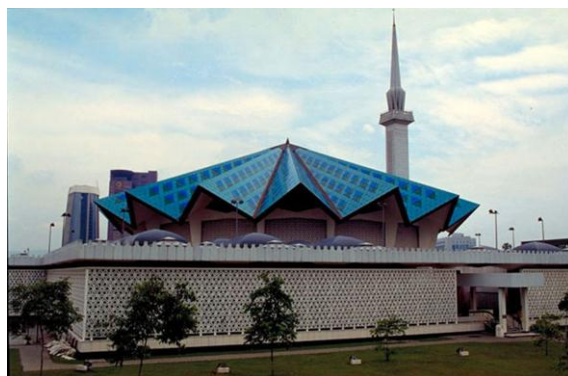


Рисунок 37 - Часовня кадетов Академии ВВС США

Германн Рюле в своей книге «Пространственные покрытия» (1973 г.) даёт следующее определение складок: «Складчатая конструкция представляет собой систему пространственно связанных между собой тонких (обычно плоских) пластин - граней». Следовательно, поверхность складчатой структуры – тоже является многогранной. Одной из самых интересных складок является сводчатая перекрёстная складка, разворачиваемая из плоскости. В качестве примера форм этого типа можно привести складчатую форму церкви для курсантов Академии Военно-воздушных сил США, ColoradoSprings, 1959-1962 (рисунок 37). Это здание стало классическим примером модернистской архитектуры, архитектор W. Netsch, инженер-конструктор R.E. McKee.

В последние десятилетия складчатые формы сооружений в виде набора плоскостей получили широкое распространение. С учетом того, что к ним можно причислить невыпуклые многогранники, таких известных знаковых сооружений наберется несколько десятков. К хорошо известным сооружениям этого типа можно отнести церковь Христа Дитера Оестерлена (DieterOesterlen'sChristChurch) в Бохуме (Bohum), ФРГ, 1957-1959; Центр передовых энергетических технологий (CentreforSustainableEnergyTechnology) в Нингбо (Ningbo), Китай, арх. М. CucinellaArchitects, 2008; музей шоколада в Мексике (NestleChocolateMuseum, Toluca), 2007, арх. М. Rojking, А. Pereyra и др.; KirishimaInternationalConcertHall (MiyamaConseru), Aira-gun, Япония, арх. Фумихико Маки (FumihikoMaki), 1994 и др.

Зонтичным куполом (umbrelladome) называется циклически симметричная пространственная конструкция, образованная из нескольких тождественных элементов, в результате пересечения срединных поверхностей которых получаются кривые, являющиеся образующими некоторой куполообразной поверхности вращения. Зонтичные купола известны с древних времен, например, вилла в Тиволи (Италия, 134 г.). Расположенный в Жамбылском районе, вблизи мавзолея Айша Биби, мавзолей Бабаджа Хатун является уникальным архитектурным памятником XI-XII веков.



*Рисунок 38 - Хасан-Уддин Ха, мечеть Куала-Лумпур, Малайзия, 1994 [archnet.org]*

Мавзолей знаменит своим оригинальным шестнадцатиреберным зонтичным куполом на конической круговой контурной поверхности. Очень близок по замыслу, но решен иначе, зонтичный купол Святой Божьей Матери (The Harichavank Monastery. Province of Shirak. Republic of Armenia). Старинная форма зонтичных оболочек на конической круговой контурной поверхности используется и в настоящее время (рисунок 38) [27].

## **7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ**

Как пишет Н.В. Касьянов [28]: «Подавляющее большинство инженерных и архитектурных объектов – утилитарные и невзрачные ортогональные «коробки» или «пластины». Уход от рутины традиционного мышления – удел новаторов архитектуры и инженерного искусства. Это порождает перспективы в инновационном формообразовании общественных зданий и технических сооружений, которые могут быть более художественно осмысленными». Можно соглашаться или нет с Н.В. Касьяновым, но очевидно, что сейчас структуры и сооружения, запроектированные с применением инновационных пространственных форм, считаются знаковыми для района, города или страны. За инновационные формы принимают аналитически незадаваемые поверхности, созданные архитекторами согласно их профессиональной интуиции и технических требований, и стержневые правильные и полуправильные многогранные структуры.

В статье рассматриваются современные здания, сооружения, структуры и скульптурные композиции в форме многогранников, так как исторические очерки геометрических исследований многогранников и их новых модификаций даны в статье [28], книгах [29, 30] и в других источниках.

Как видно из приведенных иллюстраций, только призмы, призматоиды, пирамиды, гексаэдры (кубы) берутся за основу проектирования крупных архитектурных объектов. Существует несколько десятков объектов в форме антипризм и ромбокубооктаэдров. Наклонная призма, тетраэдр, октаэдр, тетраэдр, икосаэдр, усеченный тетраэдр, усеченный октаэдр используются в единичных случаях, а остальные правильные и полуправильные многогранники используются, в основном, как малые архитектурные формы или скульптурные композиции. Всё остальное существует только в виде концепт-проектов.

Приведенные выводы подтверждаются результатами исследования С. Красич (Sonja Krasić) [31].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веннинджер М. Модели многогранников. Пер. с англ. М.: «Мир», 1974. 238 с.
2. Коротич А.В. Новые архитектурные формы линейчатых квазимногогранников // Архитектон: Известия вузов. Июнь 2015. № 50. С. 31-46 [ISSN 1990-4126].
3. Кривошапко С.Н. Оболочки вращения неканонических форм // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2018. № 7(715). С. 66-79.
4. Мамиева И.А., Разин А.Д. Знаковые пространственные сооружения в форме конических поверхностей// Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 10. С. 5-11.
5. Кривошапко С.Н. К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000-2017 годах// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 4-14.
6. Krivoshapko S.N., G.L. Gbaguidi Aissè. Geometry, static, vibration and buckling analysis and applications to thin elliptic paraboloid shells// The Open Construction and Building Technology Journal. 2016. 10(1). P. 576-602 (DOI: 10.2174/1874836801610010576).
7. Nyeng Christian A. Bock, Yamb Emmanuel B. Application of cyclic shells in architecture, machine design, and bionics// Int. J. of Modern Engineering Research. 2012. Vol. 2. Iss. 3. Pp. 799-806.
8. Lawrence S. Developable surfaces: their history and application // Nexus Network Journal. 2011. Vol. 13 (3). Pp. 701–714.
9. Кривошапко С.Н. Оболочки и стержневые структуры в форме аналитически задаваемых поверхностей в современной архитектуре// Строительство и реконструкция. 2020. № 3. С. 20-30.
10. Tupikova E., Berdiev M. The comparison of velaroidal shell structures of square plane load bearing properties// IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020. 883 012218, 10 p. [doi:10.1088/1757-899X/883/1/012218]
11. Kenneth Brecher. Mathematics, Art and Science of the Pseudosphere// Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture. Pp. 469-472.
12. Wunderlich Walter. Wackeldodekaeder// Ber. Math.-statist. Sek. Forschungszent. Graz. 1980. № 140-150. – 149/1-149/8.
13. Никитенко О.П. Моделирование гранных структур на основе плоских полипаркетов// Прикладная геометрия и инж. графика. Киев, 1991. Вып. 51. С.52-55.
14. Бараненко В.А., Перчаник Н.Е. Моделирование трехмерной структуры многогранных форм и их применение в стереологии// Современные проблемы геометрического моделирования. Материалы Украино – Российской научно-практической конференции. 19-22 апр. 2005 г., Харьков, 2005. С. 137- 143 (библ.: 7 назв.).
15. Романова В.А. Визуализация правильных многогранников в процессе их образования // Геометрия и графика. 2019.Т. 7 №1. С. 55-67 [DOI: 10.12737/article 5c91ff d0916d52/90296375].
16. Zvi Hecker. The cube and the dodecahedron in my polyhedral architecture // Leonardo. 1980. Vol. 13. Pp. 272-275.
17. Мамиева И.А., Разин А.Д. Пирамиды в современной архитектуре // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 5. С. 40-45
18. Winpenny David. Up to a point. In search of pyramids in Britain and Ireland. 2009. 400 p.
19. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. 560 с.
20. Станиславская Л.А. О построении звездчатых додекаэдров// Начертательная геометрия и ее приложения. Л.: ЛИИЖТ, 1963. Вып. 213. С. 89-97 (библ.: 6 назв.).
21. Цвингман Г.А. Основные типы куполов, их конструкция и архитектура// Проблемы архитектуры: Сб. материалов/ Под ред. А.Я. Александрова. Том 1, книга 2. М.: Изд-во Всесоюзной Академии архитектуры, 1936. С. 25-385.
22. Кривошапко С.Н. Построение разверток торсов и складок// Известия вузов. Строительство и архитектура. 1987. № 11. С. 114-116.
23. Михеенкова Е.С., Смирнова В.И. Актуальность Платоновых тел в современной архитектуре и строительстве// Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2017. № 5-1. С. 80-84.
24. Евтушенко А.И., Самсонова А.Н., Скуратов С.В. Формообразование конструктивных сетей многогранных непологих куполов// Инженерный вестник Дона: Эл. научный журнал. 2017. № 1. 13 с.
25. Stan Schein, Alexander J. Yeh, Kris Coolsaet and James M. Gayed. Decoration of the Truncated Tetrahedron—An Archimedean Polyhedron—To Produce a New Class of Convex Equilateral Polyhedra with Tetrahedral Symmetry// Symmetry. 2016, 8, 82; 10 p. [doi:10.3390/sym8080082].
26. Порываев И.А., Сафиуллин М.Н., Семенов А.А. Конический ребристый купол покрытия вертикального цилиндрического резервуара: Изобретение. – № охранного документа 0002502850 от 27.12.2013.
27. Slivnik Lara. The Distinction between Mushroom and Umbrella Structures in Slovene Architecture// IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 471 (2019). 082058 IOP Publishing. 10 p. [doi:10.1088/1757-899X/471/8/082058].

28. Касьянов Н.В. К проблеме эволюции пространственных форм архитектуры в контексте научно-технологических достижений // Academia. Архитектура и строительство. 2019. № 3. С. 34-43 [DOI 10.22337/2077-9038-2019-3-34-43].
29. Gökhan Kiper. Polyhedra. A Historical Review. Ankara. 2007. 42 p.
30. Cromwell P.R. Polyhedra. Cambridge University Press. 1999. 451 p.
31. Krasic Sonja. Geometrijske Površi u Arhitekturi. – Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerzitet u Nišu, 2012. 238 p.

## REFERENCES

1. Wenninger M. Polyhedron Models. Cambridge Univ. Press. 1971. 220p.
2. Korotich A.V. New architectural forms of ruled quasipolyhedrons. Architekton: Izvestiya Vuzov. June 2015. № 50. Pp. 31-46 [ISSN 1990-4126].
3. Krivoschapko S.N. Shells of revolution of non-canonic forms. Izvestiya Vysshih Uchebnih Zavedeniy. Stroitelstvo. 2018. № 7(715). Pp. 66-79.
4. Mamieva I.A., Razin A.D. Landmark spatial structures in the form of conic surfaces. Promyshlennoe i Grazhdanskoe Stroitelstvo [Industrial and Civil Engineering]. 2017. No. 10. Pp. 5-11 (in Russ.).
5. Krivoschapko S.N. On application of parabolic shells of revolution in civil engineering in 2000-2017. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2017. 4. Pp. 4-14.
6. Krivoschapko S.N. and G.L. Gbaguidi Aissè. Geometry, static, vibration and buckling analysis and applications to thin elliptic paraboloid shells. The Open Construction and Building Technology Journal. 2016. 10(1). Pp. 576-602 [DOI: 10.2174/1874836801610010576].
7. Hyeng Christian A. Bock, Yamb Emmanuel B. Application of cyclic shells in architecture, machine design, and bionics. Int. J. of Modern Engineering Research. 2012. Vol. 2. Iss. 3. Pp. 799-806.
8. Lawrence S. Developable surfaces: their history and application. Nexus Network Journal. 2011. Vol. 13 (3). Pp. 701-714.
9. Krivoschapko S.N. Shells and rod structures in the form of analytically non-given surfaces in modern architecture. Building and Reconstruction. 2020. № 3. Pp. 20-30 (in Russ.).
10. Tupikova E., Berdiev M. The comparison of velaroidal shell structures of square plane load bearing properties. IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020. 883 012218, 10 p. [doi:10.1088/1757-899X/883/1/012218]
11. Kenneth Brecher. Mathematics, Art and Science of the Pseudosphere. Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture. Pp. 469-472.
12. Wunderlich Walter. Wackeldodekaeder. Ber. Math.-statist. Sek. Forschungszent. Graz. 1980. № 140-150. 149/1-149/8.
13. Nikitenko O.P. Modelling of face structures on the base of plane polyparquet. Prikladnaya Geometriya i Inzhenernaya Grafika. Kiev, 1991. Vip. 51. Pp. 52-55 (in Russ.).
14. Baranenko V.A., Perchanik N.E. Modelling 3D structures of polyhedron forms and their application in stereology. Sovremennye Problemy Geometricheskogo Modelirovaniya. Materiali Ukraino-Rossiyskoy Nauchno-Prakt. Konferentsii. April 19-22, 2005. Harkiv, 2005. Pp. 137-143.
15. Romanova V.A. Visualization of regular polyhedrons in the process of their forming. Geometriya i Grafika [Geometry and Graphics]. 2019. 7(1). Pp. 55-67 [DOI: 10.12737/article\_5c91ff\_d0916d52/90296375].
16. Zvi Hecker. The cube and the dodecahedron in my polyhedric architecture. Leonardo. 1980. Vol. 13. Pp. 272-275.
17. Mamieva I.A., Razin A.D. Pyramids in modern architecture. Promyshlennoe i Grazhdanskoe Stroitelstvo [Industrial and Civil Engineering]. 2018. № 5. Pp. 40-45 (in Russ.).
18. Winpenny David. Up to a point. In search of pyramids in Britain and Ireland. 2009. 400 p.
19. Krivoschapko S.N., Ivanov V.N. Encyclopedia of Analytical Surfaces. Moscow: "LIBROKOM", 2010, 560 p. (in Russ.).
20. Stanislavskaya L.A. On construction of the star dodecahedrons. Nachertatelnaya Geometriya i eyo Prilozeniya. L.: LIIZhT, 1963. Vip. 213. Pp. 89-97 (in Russ.).
21. Tsvingman G.A. Types principaux des domes, leur construction et l'architecture. Problèmes D'Architecture: Recueil des Matériaux. Redacteur A.J. Alexandrov. Vol. 1, livre 2, Academie D'Architecture De L'Union des R.S.S. 1936. Pp. 25-385 (in Russ.).
22. Krivoschapko S.N. The construction of development of torsos and folds. Izvestiya Vuzov. Stroitelstvo i Arhitektura. 1987. № 11. Pp. 114-116 (in Russ.).
23. Miheyenkova E.S., Smirnova V.I. Actuality of Platonic solids in modern architecture and building. Aktualnie Problemy Gumanitarnich i Estestvennich Nauk. 2017. № 5-1. Pp. 80-84 (in Russ.).



24. Evtushenko A.I., Samsonova A.N., Skuratov S.V. On one method of shaping constructive networks of polytopic inconspicuous domes. *Injenerniy Vestnik Dona: Elect. Journal*. 2017. № 1. 13 p.
25. Stan Schein, Alexander J. Yeh, Kris Coolsaet and James M. Gayed. Decoration of the Truncated Tetrahedron—An Archimedean Polyhedron—To Produce a New Class of Convex Equilateral Polyhedra with Tetrahedral Symmetry. *Symmetry*. 2016, 8, 82; 10 p. [doi:10.3390/sym8080082].
26. Porivaev I.A., Safiullin M.N., Semenov A.A. The conic rib dome of covering of a vertical cylindrical reservoir: *Invention*. № 0002502850. 27.12.2013.
27. Slivnik Lara. The Distinction between Mushroom and Umbrella Structures in Slovene Architecture. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 471 (2019). 082058 IOP Publishing. 10 p. [doi:10.1088/1757-899X/471/8/082058].
28. Kasyanov N.V. To the problem of the evolution of architectural spatial forms in the context of scientific and technological achievements. *Academia. Architecture and Construction*. 2019. № 3. Pp. 34-43 (in Russ.) [DOI 10.22337/2077-9038-2019-3-34-43].
29. Gökhan Kiper. *Polyhedra. A Historical Review*. Ankara. 2007. 42 p.
30. Cromwell P.R. *Polyhedra*. Cambridge University Press. 1999. 451 p.
31. Krasic Sonja. *Geometrijske Površi u Arhitekturi*. Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerzitet u Nišu, 2012. 238 p.

**Информация об авторах:**

**Кривошапко Сергей Николаевич**

ФГБОУ ВО «Российский университет дружбы народов (РУДН)», г. Москва, Россия,  
доктор технических наук, профессор, профессор департамента строительства Инженерной академии РУДН.  
E-mail: [sn.krivoshapko@mail.ru](mailto:sn.krivoshapko@mail.ru)

**Information about authors:**

**Krivoshapko Sergey N.**

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russia,  
doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Construction of the Engineering Academy of the RUDN University.  
E-mail: [sn.krivoshapko@mail.ru](mailto:sn.krivoshapko@mail.ru)