

А.И. ДЕМЬЯНОВ^{1, 2}¹ФГБОУ «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия²ФГБУ «Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН», г. Москва, Россия

РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ В ЗДАНИЯХ И СООРУЖЕНИЯХ ПРИ КРУЧЕНИИ С ИЗГИБОМ

Аннотация. Предложена расчетная модель сложного сопротивления железобетонных конструкций в зданиях и сооружениях при кручении с изгибом, состоящая из приопорного блока (образованного пространственной трещиной и замыкаемой на нее сжатой зоной бетона, – пространственное сечение k) и второго блока, образуемого вертикальным сечением $I-I$, проходящим перпендикулярно к продольной оси железобетонного элемента по краю сжатой зоны, замыкающей пространственную спиралеобразную трещину. Рассмотрены случаи, когда наибольшее влияние на напряженно-деформированное состояние конструкций оказывает действие крутящего момента. Имеем расчетную схему A сопротивления железобетонной конструкции при совместном действии изгибающего момента, крутящего момента и поперечной силы для спиралеобразной пространственной трещины, а также расчетную схему B для пространственной X -образной трещины. При этом в качестве расчетных усилий в пространственном сечении учитываются: нормальные и касательные усилия в бетоне сжатой зоны; составляющие осевых и нагельных усилий в рабочей арматуре, пересекаемой пространственной трещиной. Построены разрешающие уравнения, образующие замкнутую систему и записана функция Лагранжа их объединяющая. Используя частные производные построенной функции по всем входящим в нее переменным и приравнивая их нулю, составлена дополнительная система уравнений, из которой после соответствующих алгебраических преобразований, получена зависимость, позволяющая отыскивать проекцию опасной пространственной трещины C_{inc} .

Ключевые слова: расчетная модель, схемы, методика расчета, кручение, напряженно-деформированное состояние, железобетонные конструкции, прочность, расстояние между трещинами, пространственная трещина, функция Лагранжа, пространственные трещины и их проекцию.

A.I. DEMYANOV^{1, 2}¹South-West State University, Kursk, Russia²Research Institute of Building Physics RAACS, Moscow, Russia

CALCULATED MODELS OF DEFORMATION OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES IN BUILDINGS AND STRUCTURES DURING BENDING

Abstract. A computational model of the complex resistance of reinforced concrete structures in buildings and structures under torsion with bending is proposed, consisting of a support block (formed by a spatial crack and a compressed concrete zone closed on it, - spatial section k) and a second block formed by a vertical section $I-I$, passing perpendicular to the longitudinal axis of the reinforced concrete element along the edge of the compressed zone, closing the spatial spiral-shaped crack. Cases are considered when the torque effect has the greatest influence on the stress-strain state of structures. We have a design diagram A of the resistance of a reinforced concrete structure under the combined action of a bending moment, torque and shear force for a spiral-shaped spatial crack, as well as a design diagram B for a spatial X -shaped crack. In this case, as the design forces in the spatial section, the following are taken into account: normal and tangential forces in the concrete of the compressed

zone; components of axial and thrust forces in the working reinforcement crossed by a spatial crack. Resolving equations are constructed that form a closed-loop system and the Lagrange function that unites them is written. Using the partial derivatives of the constructed function with respect to all the variables included in it and equating them to zero, an additional system of equations is compiled, from which, after the appropriate algebraic transformations, a dependence is obtained that allows one to find the projection of a dangerous spatial crack.

Keywords: *design model, diagrams, calculation method, torsion, stress-strain state, reinforced concrete structures, strength, distance between cracks, spatial crack, Lagrange function, spatial cracks and their projection.*

Введение

Известно, что в любом конструктивном элементе, работающем на изгиб, возникает кручение за счет случайного эксцентриситета, обусловленного асимметрией сечения, неоднородностью материалов или внецентренным приложением вертикальной нагрузки, например обвязочные ригели контура каркасов зданий. Существует целый класс железобетонных конструкций (ядра жесткости высотных зданий, балки различного назначения с боковыми консолями, наклонные арки, Г-образные рамы при действии ветровой нагрузки, и т.п.), в которых отсутствии учета кручения в расчетах может привести к снижению их надежности, а в крайних случаях, и к обрушению отдельных конструкций сооружений, а в отдельных случаях, и всего здания.

За последние несколько лет выполнен ряд отечественных и зарубежных исследований по рассматриваемой тематике посвященные как развитию и экспериментальной проверке существующих расчетных моделей для различных типов железобетонных и фибробетонных конструкций, например исследования [1-10] в статической и динамической постановке, так и созданию расчетных моделей нового поколения для отдельных видов сложного сопротивления, наиболее полно отражающего особенности деформирования, трещинообразования и разрушения при сложном сопротивлении - кручении с изгибом. Однако эти и другие работы этого направления носят пока еще фрагментарный характер.

Поэтому построение расчетных моделей сложного сопротивления – кручении с изгибом максимально приближенных к реальной работе железобетонных конструкций при рассматриваемом напряженном состоянии становится все более актуальным [11, 12], во-первых, потому, что таких исследований проведено сравнительно мало [2, 3, 13], во-вторых, оно вызвано назревшей необходимостью учета пространственной работы подавляющего большинства железобетонных конструкций все более оригинальных зданий и сооружений, существенно изменяющих архитектурный облик современных городов.

Поэтому целью настоящих исследований является разработка общей расчетной модели сопротивления железобетонных конструкций при кручении с изгибом любых поперечных сечений, наиболее полно отражающей особенности их действительной работы [4, 7, 15, 16].

Для расчетных усилий составлены разрешающие уравнения равновесия и деформаций. При этом проекция опасной пространственной трещины определяется как функция многих переменных с использованием множителей Лагранжа [10, 16-19].

Расчетная модель. Определяющие уравнения.

Случай 1. Схемы «а» и «в» в определяющих уравнениях

Предлагаемая расчетная модель для анализа напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов при сложном сопротивлении -кручении с изгибом [20, 22] строится на принятом в отечественной практике в работах А.А. Гвоздева, Н.И. Карпенко и других ученых подходе, заключающемся в том, что рассматриваются независимо друг от друга прочность элемента по пространственным сечениям, проходящим по пространственной трещине, и прочность элемента между спиральными трещинами. Пространственное сечение образуется спиральной трещиной, располагающейся по трем сторонам элемента, и сжатой зоной, располагающейся по четвертой стороне и замыкающей

концы спиральной трещины. При этом сжатая зона, в зависимости от соотношения изгибающего и крутящего моментов, может располагаться по горизонтальным и вертикальным (боковым) граням элемента. Расчет производится исходя из равновесия моментов внешних и внутренних сил в пространственном сечении. При этом в пространственном сечении учитываются усилия в продольной и поперечной арматуре, пересекающей пространственное сечение у грани, противоположной сжатой зоне. Усилия в продольной и поперечной арматуре вводятся в расчет со своими расчетными сопротивлениями при определенном соотношении установленном из анализа опытных данных.

Составление последующих здесь уравнений требует некоторых пояснений. Верхняя, нижняя и боковая продольная арматура (при наличии многоярусной арматуры), на рисунке 1, а (схема А) и рисунке 2, а (схема В) условно не показаны, чтобы исключить громоздкость изображения расчетной схемы. В условиях же равновесия напряжения, возникающие в отмеченной арматуре, учитываются. Исключение составляет лишь уравнение равновесия моментов внутренних и внешних сил, действующих в сечении I–I относительно оси x , перпендикулярной к этому сечению и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне ($T_{b,I}=0$) (нагельные усилия во всей арматуре в среднем сечении I–I принимаются равными нулю).

В пространственном сечении $k-k$ для блока 2 отсеченного сложным сечением проходящим, по спиралеобразной пространственной трещине и по ломаному сечению сжатой зоны учитывается вся арматура, попадающая в это сечение (см. рисунок 1). При этом сжатая верхняя продольная арматура, отсекаемая в сечении I–I и III–III (в сжатой арматуре нагельный эффект не учитывается), а во всей остальной продольной и поперечной арматуре, составляющие нагельные эффекты, учитываются, – они определяются с привлечением специальной модели второго уровня [12, 16,17,23].

Необходимость использования сложного ломанного сечения сжатой зоны бетона обусловлено тем, что ее разрушение происходит (как показали экспериментальные исследования) в некотором объеме, расположенном не по всей длине между точками а и в (см. рисунок 1), а лишь в некотором объеме расположенном в средней части. При этом разрушение происходит в средней части не вдоль линии ab , а под углом близким к 45° к верхней грани железобетонной конструкции, что и предопределило направление средней части ломанного сечения, где достигается предельное напряженно-деформированное состояние.

На участках сжатой зоны расположенных по краям ломанного сечения напряженно-деформированного состояния изменяется от сечений I–I и III–III до средней зоны по линейным зависимостям, соответственно. При этом высота сжатой зоны уменьшается с увеличением изгибающего момента. Такая расчетная схема в наибольшей степени соответствует действительному сопротивлению, параметры которого находят экспериментальное подтверждение [2, 4-7, 14].

Боковые поверхности ломанного сечения в сжатом бетоне совпадают с плоскостями расположения оси (или «размазанной» плоскости) рабочей продольной арматуры. При этом угловая арматура при пересечении ломанном сечением считается расположенной слева для сечения I–I и справа для сечения III–III. Таким образом, она пересекается плоскостями I–I, III–III, соответственно на концевых участках сложного ломаного сечения (см. рисунок 1 – схема А и рисунок 2 – схема В).

Схемы распределения усилий от крутящих моментов в сжатой и растянутой зоне в среднем сечении I–I показано на рисунках 1 и 2. При оценке сопротивления железобетонных конструкций прямоугольного и сложных поперечных сечений (состоящих из набора прямоугольников) используется предложенная в [24] методика, которая строится на том, что прямоугольное сечение разбивается на ряд квадратов.

Общее решение рассматриваемой задачи строится следующим образом. Из уравнения

равновесия моментов внутренних и внешних сил в сечении $I-I$ относительно оси z , проходящей относительно через точку приложения равнодействующей усилий в растянутой арматуре ($\sum M_{O,I}=0$) находится неизвестное $\sigma_{b,x,I}$. Здесь $\varphi_{10,*}$ – параметр, учитывающий проецирование составляющих напряжений в плоскости k на плоскость $I-I$, перпендикулярную продольной оси железобетонного элемента; * – означает обратный переход от сечения k , в верхней фибре которого срабатывает деформационный критерий прочности, к сечению $I-I$ через переходные соотношения проецирования диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$ на направление перпендикулярное плоскости k (см. рисунок 1).

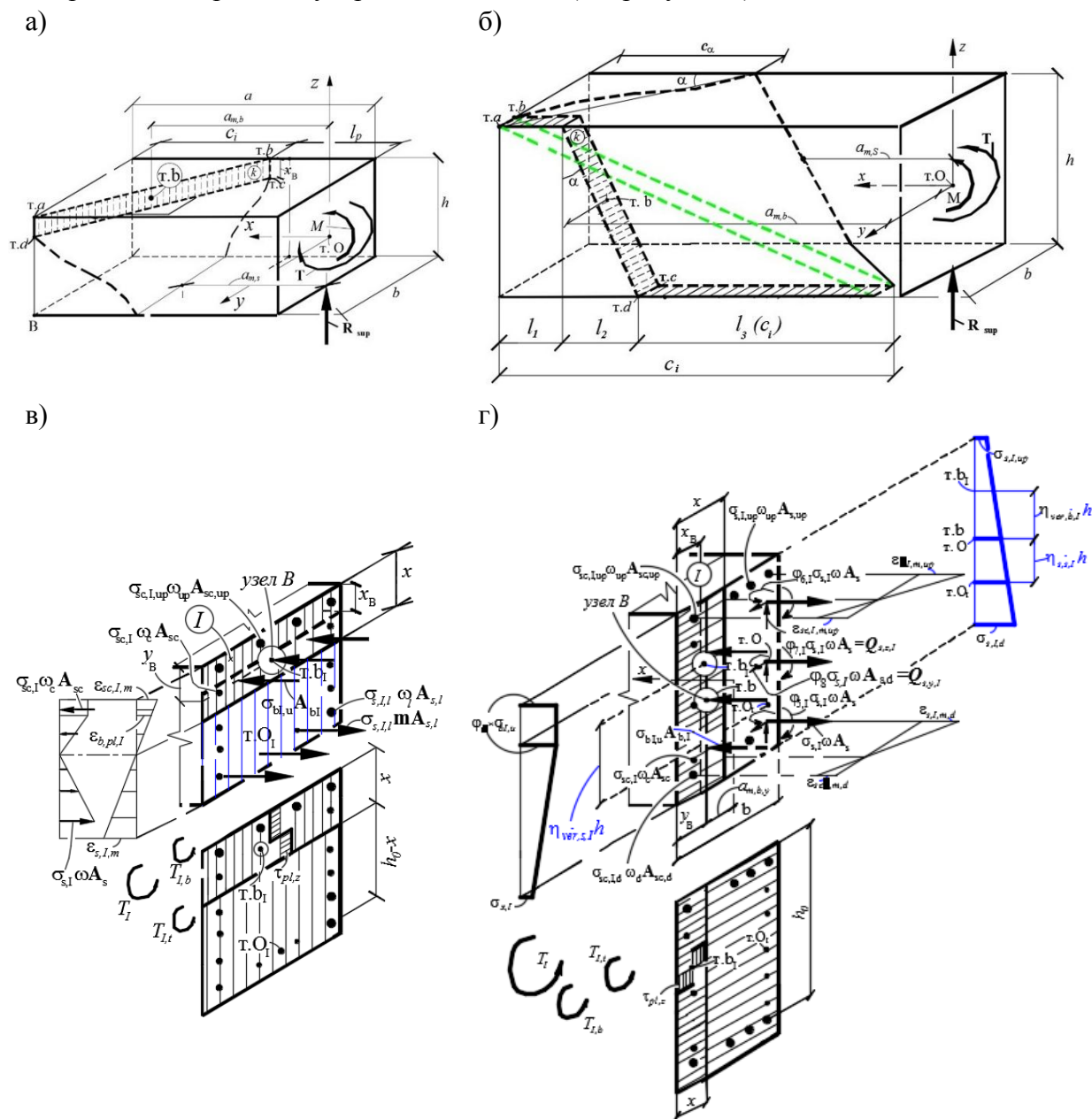
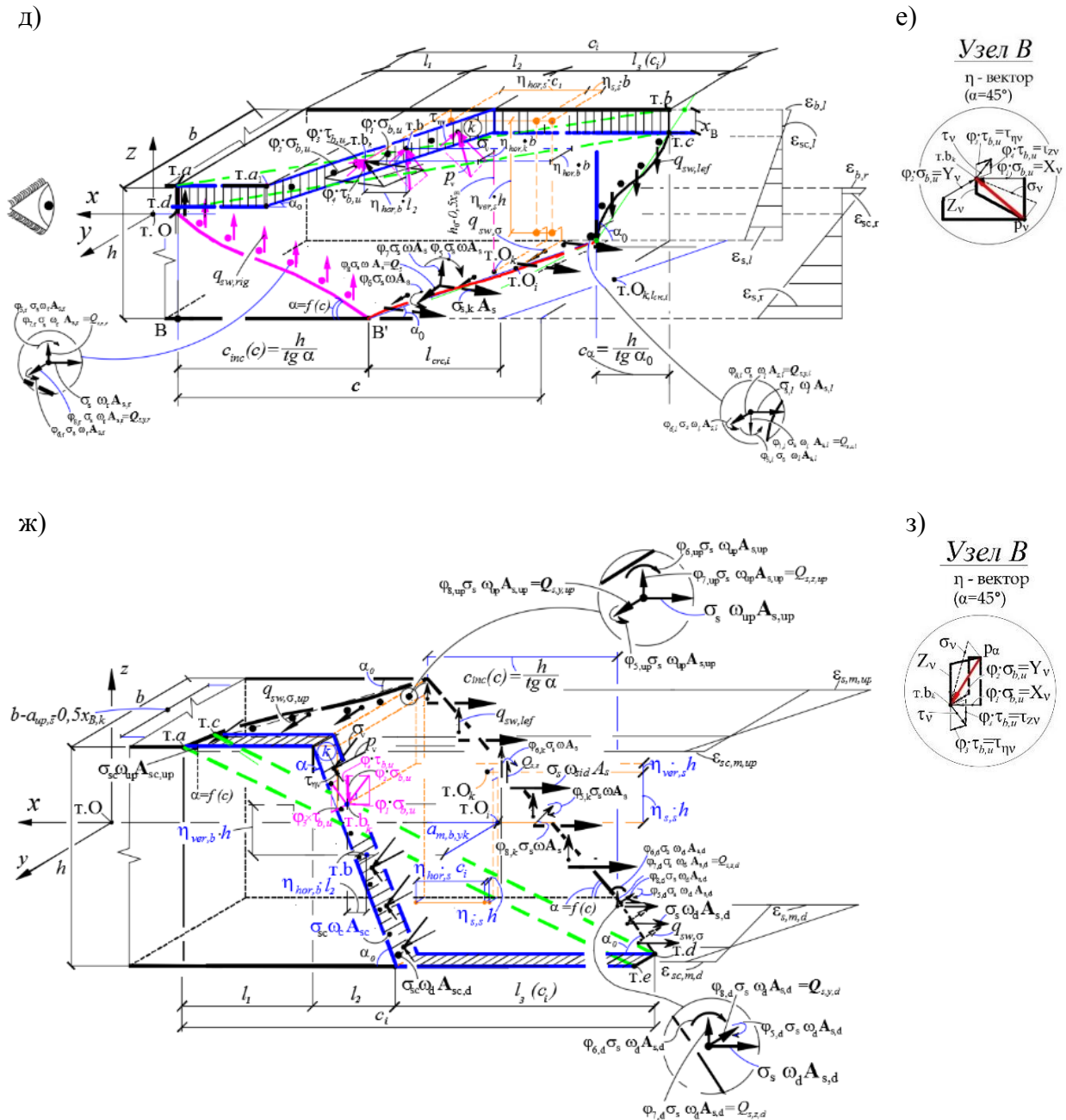


Рисунок 1 - Расчетная схема A сопротивления железобетонной конструкции при совместном действии изгибающего момента, крутящего момента и поперечной силы для спиралевидной пространственной трещины: а) и б) – припорный блок (образованный пространственным сечением k) случай 1 и 2; в) и г) – блок, образуемый вертикальным сечением $I-I$, проходящим перпендикулярно к продольной оси железобетонного элемента по краю сжатой зоны, замыкающей пространственную спиралевидную трещину случай 1 и 2.

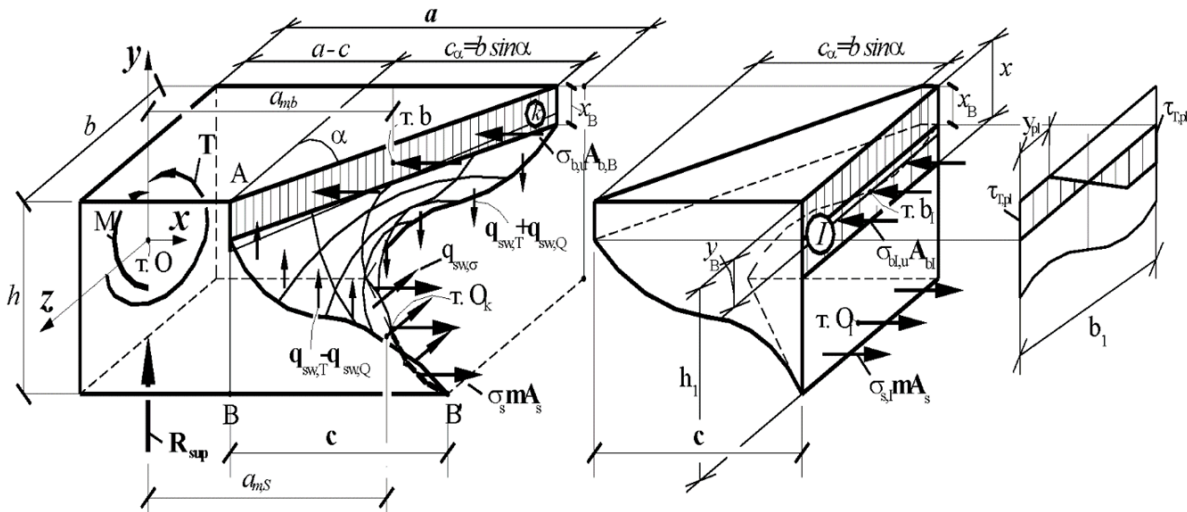


Окончание рисунка 1 - Расчетная схема A сопротивления железобетонной конструкции при совместном действии изгибающего момента, крутящего момента и поперечной силы для спиралевидной пространственной трещины: д) и ж) – составляющие напряжений бетона сжатой зоны, приложенных в точке b случай 1 и 2; е) и з) – схема усилий для пространственного сечения k случай 1 и 2.

В рассматриваемые расчетные уравнения входят следующие параметры: K_M – числовой коэффициент, учитывающий статическую схему нагружения с позиций дополнительных изгибающих моментов по длине стержня; $K_{pr,M}$ – коэффициент, соотношения между R_{sup} и M ; $\varphi_y(x_b, x) = const$ – статико-геометрический параметр, учитывающий расположение центра тяжести сжатой зоны бетона в сечении I–I (на участке x_B эпюра сжимающих напряжений прямоугольная, на участке $x - x_B$ – треугольная); R_{sup} – опорная реакция в первом блоке (см. рисунок 1). Для второй группы предельных состояний этот параметр известен ($R_{sup} a = M_I$), причем в M_I , а следовательно и в $R_{sup} a$ включена

составляющая Δ_m , учитывающая влияние поля местных напряжений; a – расстояние по горизонтали от опоры до сечения I–I.

а)



б)

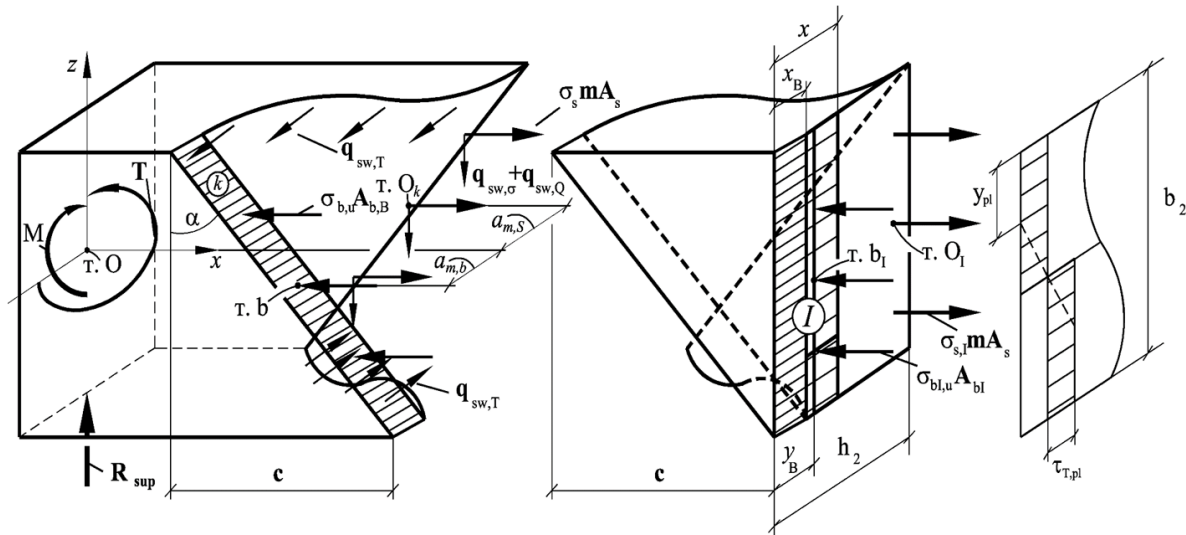


Рисунок 2 - Расчетная схема В сопротивления железобетонной конструкции при совместном действии изгибающего момента, крутящего момента для X-образной пространственной трещины:

a – расчетная схема сопротивления железобетонной конструкции при совместном действии изгибающего момента, крутящего момента и поперечной силы, в случае 1; b – то же, в случае 2;

$\textcircled{k}$ – сжатая зона пространственного сечения; $\textcircled{I}$ – сжатая зона сечения I–I

Из уравнения равновесия проекций всех сил, действующих в сечении I–I на ось x определяется высота сжатой зоны бетона x в этом сечении ($\sum X=0$). Здесь $\varphi_{y,1}(x_b, x)$ – параметр, равный с точностью до числового коэффициента параметру $\varphi_y(x_b, x)$.

Из уравнения суммы крутящих моментов относительно точки приложения равнодействующей усилий в сжатом бетоне b_1 ($\sum T_{b,I} = 0$) получим величину $x \cdot \lambda_{II}$, характеризующую высоту сжатой зоны, где касательные напряжения от крутящего момента достигают предела текучести.

Из уравнения равновесия проекций внутренних и внешних сил, действующих в сечении I–I на ось Y ($\sum Y = 0$) (нагельные усилия в рабочей арматуре в среднем сечении I–I равны

нулю) может быть определен параметр $\psi_{R,Q}$, учитывающий наличие смежных пространственных трещин на напряженно-деформированное состояние растянутой зоны среднего сечения I-I:

$$\psi_{R,Q} = \frac{Q - Q_{I,b}}{\gamma_{Q,t} \cdot \tau_{pl,x} (h_0 - x) \cdot b}. \quad (1)$$

Здесь $\tau_{pl,x}$ – касательное напряжение, определяемое на второй стадии НДС. Значение

$$\gamma_{Q,t} = \frac{K_M \cdot R_{sup} - \tau_{pl,x} \cdot x \cdot b}{\tau_{pl,x} \cdot \psi_{R,Q} \cdot (h_0 - x) \cdot b}; \quad Q_{I,b} = \tau_{pl,x} \cdot x \cdot b - \text{поперечная сила, воспринимаемая}$$

бетоном сжатой зоны $Q_{I,b} = \tau_{pl,x} \cdot x \cdot b$. Поперечная сила, воспринимаемая бетоном растянутой зоны определяется из выражения:

$$Q_{II,T} = \gamma_{Q,t} \cdot \tau_{pl,x} \cdot \psi_{R,Q} (h_0 - x) \cdot b, \quad (2)$$

или иначе может быть записана как $Q_{II,T} = Q - Q_{I,b}$.

Выполняя суммирование всех $M_{t,j}$ для всех j -ых квадратов m на которые, для вычисления суммарного крутящего момента разбивается сжатая зона сечения I-I [24], определяется суммарный крутящий момент, воспринимаемый сжатой зоной бетона

$$M_{t,c} = \sum_{j=1}^m M_{t,j}. \quad (3)$$

В свою очередь, крутящий момент, воспринимаемый бетоном растянутой зоны определяется из выражения

$$M_{t,R} = M_t - M_{t,c}. \quad (4)$$

Параметр $\psi_{R,T}$, учитывающий наличие смежных пространственных трещин на напряженно-деформированное состояние, обусловленное кручением растянутой зоны среднего сечения I-I может быть найден из уравнения равновесия моментов внутренних и внешних сил, действующих в сечении I-I относительно оси x , перпендикулярной к этому сечению и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне ($T_{b,I}=0$):

$$\psi_{R,T} = \frac{(M_t - M_{t,c}) \sqrt{y^2 + z^2}}{\tau_{sum,A} \cdot I_{t,j}}. \quad (5)$$

Здесь, составляющие суммарных напряжений $\tau_{sum,A}$, напряжения $\tau_{t,xy,ul}$, $\tau_{t,zx,ul}$, $\tau_{dep,xy,ul}$, $\tau_{dep,zx,ul}$ известны. Они находятся на горизонтальных участках диаграмм связи «деформации–напряжения» (см. рисунок 3), так как пластическое состояние наступает одновременно для касательных и нормальных напряжений.

Из гипотезы плоских сечений находится среднее значение напряжений в арматуре $\sigma_{s,m,I}$.

Второй припорный блок отделяем от железобетонного элемента пространственным сечением $k-k$, образуемым спиралеобразной трещиной и вертикальным сечением, проходящим по сжатой зоне бетона через конец фронта пространственной трещины (см. рисунок 2).

Равновесие этого блока обеспечивается выполнением следующих условий.

Сумма моментов всех внутренних и внешних сил, действующих в вертикальной продольной плоскости относительно оси z , проходящей через точку приложения

равнодействующей усилий в сжатой зоне равна нулю ($\sum M_{b,k}=0$, блок II). Из этого уравнения определяется неизвестное напряжение в продольной арматуре $\sigma_{s,k}$. Здесь $a_{m,b}$ – расстояние по горизонтали от опоры до центра тяжести сжатой зоны бетона в сечении k ; $C_{i-1} = \text{const}$ на каждом шаге итерации; сжатая поперечная арматура расположенная у боковых граней сечения балки арматура не учитывается в виду малости ее плеч относительно точки b_k (из-за малости параметра x_B); φ_5 , $\varphi_{5,r}$, $\varphi_{5,l}$, $\varphi_{7,r}$, φ_8 – параметры, учитывающие составляющие «нагельного» эффекта в арматуре (на каждом шаге итерации учитываются как константы, а не как функции и определяются на основании модели второго уровня).

Сумма проекций всех сил, действующих в пространственном сечении k на ось x равна нулю ($\sum X=0$, блок II). Из этого уравнения находится неизвестное x_B . Здесь коэффициент наполнения эпюры бетона ω_b принимается на каждой итерации в виде констант.

Сумма проекций всех сил, действующих в пространственном сечении k на ось y равна нулю ($\sum Y=0$, блок II). Здесь $\varphi_{7,lef}$, $\varphi_{7,rig}$ – параметры, учитывающие составляющие «нагельного» эффекта в арматуре (на каждом шаге итерации) также учитываются как константы, а не как функции и определяются на основании модели второго уровня. Из этого уравнения находится неизвестное $Q_{sw,rig}$.

Сумма моментов внутренних и внешних сил в вертикальной поперечной плоскости относительно оси x , проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне равна нулю ($\sum T_{b,k}=0$, блок II). Из этого уравнения отыскивается неизвестное $Q_{sw,lef}$. Здесь $\varphi_{7,lef}$, $\varphi_{7,rig}$, $\varphi_{8,lef}$, $\varphi_{8,rig}$ – параметры, учитывающие составляющие «нагельного» эффекта в арматуре (на каждом шаге итерации) учитываются как константы, а не как функции и определяются на основании модели второго уровня; α_0 – угол наклона среднего участка сжатой зоны бетона к горизонтали (близкий к 45°); $M_{T,K,l1}$, $M_{T,K,l2}$, $M_{T,K,l3}$ – крутящие моменты, воспринимаемые бетоном сжатой зоны в пространственном сечении k на первом, втором и третьем участках ломанного сечения, соответственно, при этом $M_{T,K,l3}$ зависит и от переменной C ; τ_{rig} и τ_{lef} касательное напряжение, вызванные кручением и поперечной силой, в сжатом бетоне, действующая в правой и левой её частях соответственно (их целесообразно усреднить в пределах высоты сжатой зоны, т.е. $\tau_T = \tau_{pl,z} \cdot \omega$, $\tau_Q = \tau_{pl,y} \cdot \omega$, но лучше их разделять на левую и правую части, относительно точки b_k (см. рисунок 1); при дифференцировании геометрические параметры Z_{sw} принимаются в виде констант на каждом шаге итерации; ω – коэффициент наполнения эпюры касательных напряжений кручения в сжатом бетоне при учете упруго-пластической работы; $q_{sw,T}$ – погонное усилие в хомутах, возникающее на боковых гранях железобетонного элемента от крутящего момента T ; $q_{sw,\sigma}$ – погонное усилие в хомутах, возникающее на нижней грани железобетонного элемента от крутящего момента T (см. рисунок 1).

Сумма проекций всех сил, действующих в пространственном сечении k на ось z равна нулю ($\sum Z=0$, блок II). Здесь φ_{8*} – параметр, учитывающий составляющие «нагельного» эффекта арматуры. Из этого уравнения определяется неизвестное $q_{sw,\sigma}$. «Нагельный» эффект в рабочих продольных и поперечных стержнях арматуры учитывается специальной моделью второго уровня и вычисляется итерационно [2, 10, 17], т.е. при подстановке в уравнения они являются дискретными константами.

При составлении функции многих переменных учитывается, что $A_b = \varphi(x)$, $a_{m,s} = \varphi(c)$, $a_{m,b} = \varphi(c)$, $a = const$, $c_\alpha = const$; $\sigma_{b,u} = const$; $\sigma_{b,I}$ является неизвестной, а $M_k = const$, $M_I = f(c)$. Переходные коэффициенты φ_{10} и др. являются дискретными константами и вычисляются итерационно.

Случай 2. Схемы «а» и «в» в определяющих уравнениях

Составление последующих уравнений требует некоторых предварительных пояснений. Верхняя, нижняя и боковая продольная арматура (при наличии многоярусной), на рисунке 1, б (схема А) и рисунке 2, б (схема В) условно не показаны. В условиях же равновесия напряжения, возникающие в отмеченной арматуре, учитываются. Исключение составляет лишь уравнение равновесия моментов внутренних и внешних сил, действующих в сечении I–I относительно оси x , перпендикулярной к этому сечению и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне ($T_{b,I}=0$). Нагельные усилия во всей арматуре в среднем сечении I–I принимаются равными нулю).

Для случая 2 в блоке 1, отсекаемом поперечными сечениями I–II и III–III в сжатой зоне имеются трапециевидные участки, которые уменьшаются с увеличением изгибающего момента, а средний прямоугольный участок этой эпюры имеет вид прямоугольника (см. рисунок 1).

В пространственном сечении $k-k$ для блока 2, отсеченного сложным сечением проходящим, по спиралеобразной или X-образной пространственной трещине и по ломаному сечению сжатой зоны учитывается вся арматура попадающая в это сечение (см. рисунок 1 и рисунок 2). При этом в растянутой верхней продольной арматуре, отсекаемой в сечении $k-k$ учитывается “нагельный” эффект, – они определяются с привлечением специальной модели второго уровня [12, 17, 18].

Боковые поверхности ломанного сечения в сжатом бетоне совпадают с плоскостями расположения «размазанной» плоскости рабочей продольной арматуры. Здесь сложная поверхность сжатой зоны бетона обусловлена тем, что, согласно опытным данным, ее разрушение происходит в некотором объеме, расположенном не по всей боковой длине между точками а и b (см. рисунки 1, б и 2, б), а лишь в некотором объеме расположенном в средней части.

Для рассматриваемого случая составляется уравнение равновесия моментов внутренних и внешних сил в сечении I–I относительно оси z , относительно точки O_1 , проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в растянутой арматуре ($\sum M_{O,I}=0$). Из этого уравнения отыскивается неизвестное $\sigma_{b,x,I}$. В этом уравнении также присутствует и имеет те же параметры числовой коэффициент K_M , учитывающий статическую схему нагружения с позиций дополнительных изгибающих моментов по длине стержня; $K_{pr,M}$ – коэффициент, определяемый как соотношения между R_{sup} и M ; a – расстояние по горизонтали от опоры по направлению оси z до центра тяжести рабочей продольной арматуры в сечении I–I (точка O_1); R_{sup} – опорная реакция в первом блоке (см. рисунок 1 и 2).

Из уравнения равновесия проекций всех сил, действующих в сечении I–I на ось x определяется высота сжатой зоны бетона x в этом сечении ($\sum X=0$).

Уравнение суммы крутящих моментов относительно точки приложения равнодействующей усилий в сжатом бетоне b_I ($\sum T_{b,I} = 0$). Из этого уравнения находится параметр λ_{II} , характеризующий ту часть высоты сжатой зоны где касательные напряжения от крутящего момента достигают предела текучести.

Из уравнения равновесия проекций внутренних и внешних сил, действующих в сечении

$I-I$ на ось Z ($\sum Z = 0$). Из этого уравнения находится параметр $\psi_{R,Q}$, учитывающий наличие смежных пространственных трещин на напряженно-деформированное состояние растянутой зоны среднего сечения $I-I$, аналогично формуле (1). В этом уравнении (см. рисунок 2) $\tau_{pl,x}$ – касательное напряжение, определяемое на второй стадии НДС;

$$\gamma_{Q,t} = \frac{K_M \cdot R_{sup} - \tau_{pl,x} \cdot x \cdot (b - x)}{\tau_{pl,x} \cdot \psi_{R,Q} \cdot h_0 \cdot (b - x)}$$
. В это уравнение равновесия входит также поперечная сила, воспринимаемая бетоном сжатой зоны $Q_{I,b} = \tau_{pl,x} \cdot x \cdot h_0$ и поперечная сила, воспринимаемая бетоном растянутой зоны $Q_{I,t} = \gamma_{Q,t} \tau_{pl,x} \cdot \psi_{R,Q} \cdot h_0 \cdot (b - x)$, которые иначе могут быть представлены как $Q_{I,t} = Q - Q_{I,b}$.

Выполняя суммирование всех $M_{t,j}$ для всех j -ых квадратов m расположенных в сжатой зоне сечения $I-I$ суммарный крутящий момент, воспринимаемый сжатой зоной бетона вычисляется как $M_{t,c} = \sum_{j=1}^m M_{t,j}$. Здесь $\psi_{R,T}$ – параметр, учитывающий наличие смежных пространственных трещин на напряженно-деформированное состояние, обусловленное кручением растянутой зоны среднего сечения $I-I$.

С другой стороны, вновь возвращаясь к построению общих разрешающих уравнений, здесь может быть использовано уравнение равновесия моментов внутренних и внешних сил, действующих в сечении $I-I$ относительно оси X , перпендикулярной к этому сечению и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне ($T_{b,I}=0$) $M_{t,R} = M_t - M_{t,c}$ (см. рисунок 1). Из этого уравнения определяется параметр $\psi_{R,T}$, учитывающий наличие смежных пространственных трещин на напряженно-деформированное состояние обусловленное кручением растянутой зоны среднего сечения $I-I$, аналогично формуле (2). Из гипотезы плоских сечений находим среднее значение напряжений в арматуре $\sigma_{s,m,I}$.

Второй приопорный блок отделяем от железобетонного элемента пространственным сечением $k-k$, образуемым спиралеобразной трещиной и вертикальным сечением, проходящим по сжатой зоне бетона через конец фронта пространственной трещины.

Равновесие этого блока обеспечивается выполнением следующих условий.

Сумма моментов всех внутренних и внешних сил, действующих в вертикальной продольной плоскости, по отношению к оси y относительно точки приложения равнодействующей усилий в сжатой зоне равна нулю ($\sum M_{b,k}=0$, блок II). Из этого уравнения равновесия определяется неизвестное напряжение в арматуре k -того сечения $\sigma_{s,k}$. В это уравнение входят следующие расчетные параметры: $a_{m,b}$ – расстояние по горизонтали от опоры до центра тяжести сжатой зоны бетона в сечении k ; φ_5 , $\varphi_{6,up}$, $\varphi_{6,d}$, $\varphi_{6,k}$, $\varphi_{7,up}$, $\varphi_{7,d}$, – параметры, учитывающие составляющие «нагельного» эффекта в арматуре. В уравнении присутствуют также геометрические параметры, показанные на рис. 1б: $z_{i,up}$ – расстояние от боковой арматуры, которая расположена выше т. b_k ; $z_{i,d}$ – расстояние от боковой арматуры, которая расположена ниже т. b_k ; $z_{i,up,sw}$ – расстояние от центра тяжести (отыскивается через $\omega_{sw,i,lef}$) погонного усилия в хомутах, расположенных на боковой грани, выше т. b_k ; $z_{i,d,sw}$ – расстояние от центра тяжести (отыскивается через $\omega_{sw,i,lef}$)

№4 (90) 2020

$$- \text{случай 2: } c_{inc}(c) = \frac{\sin \alpha(c) + a_4 \cdot a_9 \cdot \cos \alpha(c)}{a_8 \cdot a_{12} \cdot a_9 \cdot \sin^2 \alpha(c)}. \quad (8)$$

Коэффициенты, входящие в уравнения (6)-(8), включают в себя практически все расчетные параметры предложенной расчетной модели (рисунок 1 и 2).

Прочность

Следствием из полученного результата является необходимость привлечения диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$ для описания напряженно-деформированного состояния бетона при сложных напряженных состояниях. С величинами σ_i и ε_i , а также $\gamma_{окт}$ и $\tau_{окт}$, так как совпадают с точностью до числовых коэффициентов.

Распространение этой характеристики на случай сложного сопротивления при совместном действии изгибающего момента, кручения момента и поперечной силы выполнено в работе [17]. Здесь уже в качестве критерия прочности предложен следующий критерий:

$$\varepsilon_i \leq \varepsilon_{bu}, \quad (9)$$

где ε_i — интенсивность деформаций укорочения бетона.

Зависимость $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ включает в себя как частный случай теорию прочности Мора, соответствует гипотезе Надаи и вписывается в критерий прочности Г. А. Гениева, [25] отвечает второй форме разрушения от сдвига, замеченной в опытах.

Обработка результатов испытаний и проведенный анализ позволили выполнить аппроксимацию диаграмм $\sigma_i - \varepsilon_i$ и $\mu(\lambda) - \varepsilon_i$ (рисунок 3, а).

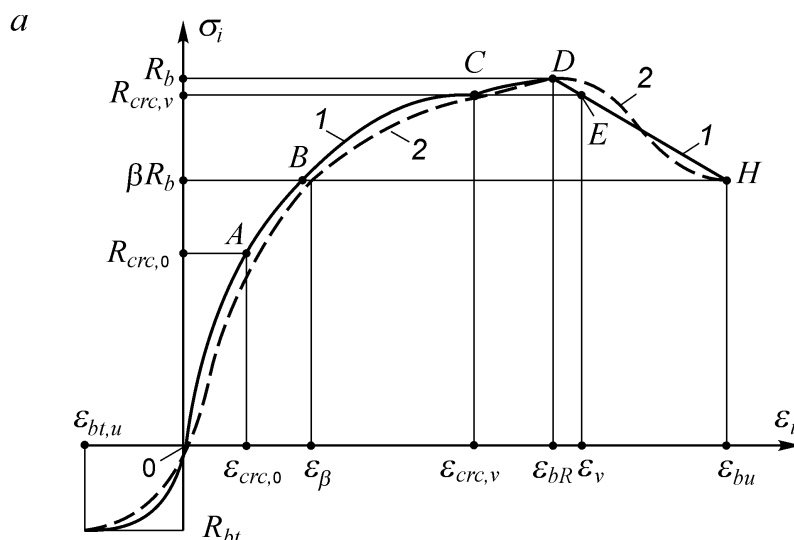


Рисунок 3 - Диаграмма связи «напряжения — деформации» для бетона:

1 — расчетная; 2 — построенная по опытным данным

б

Криволинейный участок диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$ (рисунок 3, а) наиболее просто описывается [2] квадратной параболой:

$$\sigma_i = \frac{R_b - E_b \varepsilon_{br}^2}{\varepsilon_{br}^2} \varepsilon_i^2 + E_b \varepsilon_i \quad (10)$$

а прямолинейный — в виде линейной функции:

$$\sigma_i = R_b - \frac{R_b(1 - \beta)}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_{br}} (\varepsilon_i - \varepsilon_{br}). \quad (11)$$

С учетом вышеизложенного для построения варианта деформационной теории пластичности бетона были использованы следующие предпосылки.

1. Макротрещины в бетоне появляются из-за отрыва перпендикулярно главным деформациям удлинения бетона.

2. Образование трещин в бетоне и его разрушение описывается различными теориями прочности, так как причиной образования трещин всегда являются главные деформации отрыва, а причиной разрушения могут быть также и сдвиговые деформации и ε_I — интенсивность деформаций укорочения бетона.

В качестве критерия образования трещин, согласно принятым предпосылкам, будем иметь:

$$\varepsilon_1 \leq \varepsilon_{bt,ul}, \quad (12)$$

где $\varepsilon_{bt,ul}$ — предельные деформации бетона.

Расстояние между трещинами.

Случай 1. После образования трещин сплошность бетона нарушается и применение формул механики твердого деформированного тела уже не правомерно. Тем не менее, для определения действительного напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций возникает необходимость в определении полной картины трещинообразования в процессе нагружения. При этом важно располагать не только различными уровнями трещинообразования пространственных трещин, но и иметь их полную картину.

Вначале необходимо нанести весь веер пространственных трещин всех типов [19]. После определения опасной пространственной трещины по критерию образования или наибольшей ширины их раскрытия, необходимо нанести всю картину пространственных трещин.

При этом, как показала практика расчетов и проектирования железобетонных конструкций, расстояние между пространственными трещинами первого вида для первого уровня трещинообразования, $l_{crc,1}$, расположенными вдоль поперечной или продольной арматуры могут быть определены из следующего выражения:

$$l_{crc,1} = \frac{a \cdot (\sigma_{s,I} - \sigma_{s,crc})}{\sigma_{s,I}}. \quad (13)$$

Для определения расстояния между пространственными трещинами второго уровня их образования используется соотношение между напряжениями в арматуре в сечении I—I и в сечении с опасной пространственной трещиной, определяемой по критерию максимальной ширины их раскрытия.

Отсюда

$$l_{crc,2} = \frac{a \cdot (\sigma_{s,I} - \sigma_{s,c})}{\sigma_{s,I}}. \quad (14)$$

При этом появление нового уровня трещинообразования соответствует уровню нагрузки, при котором соблюдается следующее неравенство

$$l_{crc,i} \leq \eta \cdot l_{crc,i-1}, \quad (15)$$

где η вдоль поперечной арматуры от опасной наклонной трещины определяется из следующих соотношений:

$$\frac{\sigma_{sw,crc,d}}{\sigma_{sw,crc,up}} = \frac{l_{crc,2,up}}{l_{crc,2,d}} = \eta_w; \quad (16)$$

$$l_{crc,2,up} + l_{crc,2,d} = l_{crc,1}. \quad (17)$$

При этом за пределы участка, ограниченного $l_{crc,1}$ не выходим.

Таким образом, трещинообразование продолжается до момента разрушения. При этом выделяется не один, а несколько уровней трещинообразования [16]:

$$\left. \begin{aligned} l_{crc} &> l_{crc,1} - \text{трещин нет;} \\ l_{crc,1} &\geq l_{crc} > l_{crc,2} - \text{первый уровень;} \\ l_{crc,2} &\geq l_{crc} > l_{crc,3} - \text{второй уровень;} \\ &\dots\dots\dots \\ l_{crc} &\geq 6t_* - \text{последний уровень.} \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

Сравнивая функциональное и уровневое значение l_{crc} выполняется анализ возможной реализации появления последующих уровней трещинообразования.

Случай 2 может быть рассмотрен аналогично, с использованием формул (13) - (18)

Значение ψ_s , вычисляется до проведения по методике норм и специальных исследований.

В итоге, общий алгоритм расчета сводится к следующему:

1. Определяют в соответствии с разработанной методикой параметры напряженно-деформированного состояния расчетного сечения.
2. Определяют функциональное значение расстояния между трещинами l_{crc} . Затем из неравенства (18) находят уровневое значение l_{crc} .
3. Определяем ширину раскрытия трещин.

Выводы

1. В работе предложена общая расчетная модель сложного сопротивления железобетонных конструкций в зданиях и сооружениях при кручении с изгибом. В состав модели входят приопорный блок (образуемый пространственной трещиной и замыкаемой на нее сжатой зоной бетона, – пространственное сечение k) и второй блок, образуемый вертикальным сечением I–I, проходящим перпендикулярно к продольной оси железобетонного элемента по краю сжатой зоны, замыкающей пространственную трещину. При этом используется расчетная схема А сопротивления железобетонной конструкции при совместном действии изгибающего момента, крутящего момента и поперечной силы для спиралеобразной пространственной трещины, а также расчетная схема В для пространственной X-образной трещины.

2. В рассмотрение общей модели взяты первый и второй случаи, когда из трех внешних воздействий при кручении с изгибом (Q , M , T) наибольшее влияние на напряженно-деформированное состояние конструкции оказывает действие крутящего момента T . При рассмотрении нормального сечения I–I (III–III) и пространственного сечения k учитываются: предельная опорная реакция R_{sup} , высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении $x_{B,1}$, коэффициент для определения поперечной силы $\gamma_{Q,t}$, напряжение продольной арматуры в нормальном сечении $\sigma_{s,I}$, напряжение в арматуре у боковых граней сечения конструкции в пространственном сечении $\sigma_{s,sid,k}$, высота сжатой зоны пространственного сечения $x_{B,k}$, погонное усилие в поперечной арматуре, расположенной у боковых, верхней и нижней граней $q_{sw,\sigma,up}$, $q_{sw,\sigma}$, $q_{sw,lef}$ нормальные напряжения в бетоне $\sigma_{bu,x,I}$, составляющие осевых напряжений в рабочей арматуре, пересекаемой пространственной трещиной $\sigma_{s,up}$, $\sigma_{sc,up}$, $\sigma_{s,d}$, $\sigma_{sc,d}$, касательные усилия в бетоне $\omega_1 \tau_{yz}$, $\omega_2 \tau_z$; составляющие нагельных

усилий в рабочей арматуре, пересекаемой пространственной трещиной k , а также длины проекций участков пространственной трещины на горизонтальную ось $l_1, l_2, l_3(c_i)$.

3. Составлены разрешающие уравнения для предложенной модели, образующие замкнутую систему и записана функция Лагранжа их объединяющая. Используя частные производные построенной функции по всем входящим в нее переменным и приравнивая их нулю, составлена дополнительная не распадающаяся система уравнений, из которой строится зависимость, позволяющая отыскивать проекцию опасной пространственной трещины.

4. Следствием из полученных результатов является необходимость привлечения диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$ для описания напряженно-деформированного состояния бетона при сложных напряженных состояниях при совместном действии изгибающего момента, кручения момента и поперечной силы. В качестве критерия прочности здесь использован критерий интенсивность деформаций укорочения бетона $\varepsilon_i \leq \varepsilon_{bu}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Vishnu H. Jariwalaa, Paresh V. Patel, Sharadkumar P. Purohit. Strengthening of RC Beams subjected to Combined Torsion and Bending with GFRP Composites. *Procedia Engineering*. 2013. Vol. 51. Pp. 282–289.
2. Adheena Thomas, Afia S Hameed. An Experimental Study On Combined Flexural And Torsional Behaviour Of RC Beams. *International Research Journal of Engineering and Technology*. 2017. Vol. 04. Issue 05. Pp. 1367–1370.
3. Khaldoun Rahal. Combined Torsion and Bending in Reinforced and Prestressed Concrete beams Using Simplified Method for Combined Stress-Resultants. *ACI Structural Journal*. 2007. Vol. 104. No. 4. Pp. 402–411.
4. Колчунов В.И., Сальников А.С. Экспериментальные исследования трещинообразования железобетонных конструкций при кручении с изгибом // *Строительство и реконструкция*. 2016. №3(65). С. 24–32.
5. Демьянов А.И., Наумов Н.В., Колчунов В.И. Некоторые результаты экспериментальных исследований составных железобетонных конструкций при кручении с изгибом // *Строительство и реконструкция*. 2018. №5(79). С. 13–23.
6. Демьянов А.И., Сальников А.С., Колчунов В.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // *Строительство и реконструкция*. 2017. №4(72). С. 17–26.
7. Демьянов А.И., Покусаев А.А., Колчунов В.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом // *Строительство и реконструкция*. 2017. №5(73). С. 5–14.
8. Santhakumar R., Dhanaraj R., Chandrasekaran E. Behaviour of retrofitted reinforced concrete beams under combined bending and torsion: A numerical study. *Electronic Journal of Structural Engineering*. 2007. No. 7. Pp. 1–7.
9. Ilker Kalkan, Saruhan Kartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969–972.
10. Salnikov A., Kolchunov V.I., Yakovenko I. The computational model of spatial formation of cracks in reinforced concrete constructions in torsion with bending. *Applied Mechanics and Materials*. Vols. 725–726. 2015. Pp. 784–789.
11. Голышев А.Б., Колчунов В.И. Соппротивление железобетона. К.: Основа, 2009. 432 с.
12. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: АСВ, 2004. 472 с.
13. Колчунов В.И., Демьянов А.И., Яковенко И.А. Проблема приведения в соответствие опытных данных трещиностойкости железобетонных конструкций их теоретическим значениям. *Гарба* // *Наука та будівництво*. 2018. №1(15). С. 42–49.
14. Демьянов А.И., Колчунов В.И., Покусаев А.А. Экспериментальные исследования деформирования железобетонных конструкций при кручении с изгибом // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2017. №6. С. 37–44.
15. Nahvi H., Jabbari M. Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2005. Vol. 47. Pp.1477–1497.
16. Kolchunov, V.I., Dem'yanov, A.I. The modeling method of discrete cracks in reinforced concrete under the torsion with bending. *Magazine of Civil Engineering*. 2018. 81(5). Pp. 160–173. doi: 10.18720/MCE.81.16.

17. Демьянов А.И., Колчунов В.И., Сальников А.С., Михайлов М.М. Расчетные модели статико-динамического деформирования железобетонной конструкции при кручении с изгибом в момент образования пространственной трещины / Строительство и реконструкция. 2017. №3(71). С. 13–22.
18. Iakovenko I., Kolchunov V.I. (2017). The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. *Journal of Applied Engineering Science*, vol. 15(2017)3, article 455, pp. 366–375. (In English) doi:10.5937/jaes15-14662
19. Iakovenko I., Kolchunov V., Lyman I. (2017). Rigidity of reinforced concrete structures in the presence of different cracks. *MATEC Web of Conferences*. 6th International Scientific Conference «Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings». Transbud-2017. Kharkiv, Ukraine, April 19–21. 2017. Vol. 0216. 12 p.
20. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 410 с.
21. Методическое пособие «Статически неопределимые железобетонные конструкции. Диаграммные методы автоматизированного расчета и проектирования». Федеральный центр нормирования, стандартизации и оценки соответствия в строительстве, М.: 2017, 197 с.
22. Чистова Т.П. Экспериментальное исследование деформаций обычных железобетонных элементов коробчатого и сплошного прямоугольного сечения при чистом кручении. В сб. «Прочность и жесткость железобетонных конструкций» под редакцией С.А. Дмитриева и С.М. Крылова. М., Стройиздат, 1971.
23. Демьянов А.И., Колчунов В.И., Яковенко И.А. Разработка универсального короткого двухконсольного элемента к сопротивлению железобетонных конструкций при кручении с изгибом // Известия ВУЗов. Технология текстильной промышленности. 2017. №4(367). С. 258–263.
24. Kolchunov V.I., Dem'yanov A.I., Naumov N.V. The Second Stage of the Stress-Strain State of Reinforced Concrete Constructions under the Action of Torsion with Bending (Theory) International science and technology conference "FarEastCon-2019" IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 753 (2020) 032056 IOP Publishing doi:10.1088/1757-899X/753/3/032056
25. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А.. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 316 с.

REFERENCES

1. Vishnu H. Jariwalaa, Paresh V. Patel, Sharadkumar P. Purohit. Strengthening of RC Beams sub-jected to Combined Torsion and Bending with GFRP Composites. *Procedia Engineering*. 2013. Vol. 51. Pp. 282–289.
2. Adheena Thomas, Afia S Hameed. An Experimental Study On Combined Flexural And Torsional Behaviour Of RC Beams. *International Research Journal of Engineering and Technology*. 2017. Vol. 04. Issue 05. Pp. 1367–1370.
3. Khaldoun Rahal. Combined Torsion and Bending in Reinforced and Prestressed Concrete beams Using Simplified Method for Combined Stress-Resultants. *ACI Structural Journal*. 2007. Vol. 104. No. 4. Pp. 402–411.
4. Kolchunov V.I., Sal'nikov A.S. Eksperimental'nyye issledovaniya treshchinoobrazovaniya zhelezobetonnyye konstruktsiy pri kruchenii s izgibom [Experimental studies of cracking of reinforced concrete structures during torsion with bending]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2016. No 3(65). Pp. 24– 32.
5. Dem'yanov A.I., Naumov N.V., Kolchunov V.I. Nekotoryye rezul'taty eksperimental'nykh issledovaniy sostavnykh zhelezobetonnykh konstruktsiy pri kruchenii s izgibom [Some results of experimental studies of composite reinforced concrete structures under torsion with bending]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2018. No 5(79). Pp. 13– 23.
6. Dem'yanov A.I., Sal'nikov A.S., Kolchunov V.I. Eksperimental'nyye issledovaniya zhelezobetonnykh konstruktsiy pri kruche-nii s izgibom i analizikh rezul'tatov [Experimental research of reinforced concrete structures during torsion with bending and analysis of their results]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2017. No 4(72). P. 17– 26.
7. Dem'yanov A.I., Pokusayev A.A., Kolchunov V.I. Eksperimental'nyye issledovaniya zhelezobetonnykh konstruktsiy pri kruche-nii s izgibom [Experimental studies of reinforced concrete structures during torsion with bending] *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2017. No 5(73). P. 5– 14.
8. Santhakumar R., Dhanaraj R., Chandrasekaran E. Behaviour of retrofitted reinforced concrete beams under combined bending and torsion: A numerical study. *Electronic Journal of Structural Engineering*. 2007. No. 7. Pp. 1–7.
9. Ilker Kalkan, Saruhan Kartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. Vol. 11. No.7. Pp. 969–972.
10. Salnikov A., Kolchunov V.I., Yakovenko I. The computational model of spatial formation of cracks in reinforced concrete constructions in torsion with bending (2015), *Applied Mechanics and Materials Vols.* 725-726 (2015). Pp. 784–789.
11. Golyshhev A.B., Kolchunov V.I. Soprotivleniye zhelezobetona [Resistance of reinforced concrete]. Kiev: Osnova, 2009. 432 p.
12. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Raschetnyye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona [Calculation models of the strength resistance of reinforced concrete]. Moscow: ASV, 2004. 472 p.

13. Kolchunov V.I., Dem'yanov A.I., Yakovenko I.A., Garba M.O. Problema privedeniya v sootvetstviye opytnykh dannykh treshchinostoykosti zhelezobetonnykh konstruktсий ikh teoreticheskim znacheniyam // Nauka ta budivnitstvo. 2018. No1(15). Pp. 42-49.
14. Dem'yanov A.I. Eksperimental'nyye issledovaniya deformirovaniya zhelezobetonnykh konstruktсий pri kruchenii s izgibom [The problem of bringing the experimental data on the crack resistance of reinforced concrete structures into line with their theoretical values]. Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktсий i sooruzheniy. 2017. No 6. Pp. 37– 44.
15. Nahvi H., Jabbari M. Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model. International Journal of Mechanical Sciences. 2005. Vol. 47. Pp.1477–1497.
16. Kolchunov, V.I., Dem'yanov, A.I. The modeling method of discrete cracks in reinforced concrete under the torsion with bending. Magazine of Civil Engineering. 2018. 81(5). Pp. 160–173. doi: 10.18720/MCE.81.16.
17. Dem'yanov A.I., Kolchunov V.I., Sal'nikov A.S., Mikhaylov M.M. Raschetnyye modeli statiko-dinamicheskogo deformirovaniya zhelezobetonnoy konstruktсий pri kruchenii s izgibom v moment obrazovaniya prostranstvennoy treshchiny // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. 2017. №3(71). S. 13–22.
18. Iakovenko I., Kolchunov V.I. (2017). The development of fracture mechanics hypotheses applicable to the calculation of reinforced concrete structures for the second group of limit states. Journal of Applied Engineering Science, vol. 15(2017)3, article 455, pp. 366–375. (In English) doi:10.5937/jaes15-14662
19. Iakovenko I., Kolchunov V., Lymar I. (2017). Rigidity of reinforced concrete structures in the presence of different cracks. MATEC Web of Conferences. 6th International Scientific Conference «Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings». Transbud-2017. Kharkiv, Ukraine, April 19–21. 2017. Vol. 0216. 12 p.
20. Karpenko N.I. Obshchiye modeli mekhaniki zhelezobetona [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow: Stroyizdat, 1996. 410 p.
21. Metodicheskoye posobiye «Staticheski neopredelimyye zhelezobetonnyye konstruktсий. Diagrammnyye metody avtomatizirovannogo rascheta i proyektirovaniya». [Methodical manual “Statically indeterminate reinforced concrete structures. Diagrammatic methods of computer-aided calculation and design ”]. Federal Center for Rationing, Standardization and Conformity Assessment in Construction, M. 2017, 197 p.
22. Chistova T.P. Eksperimental'noye issledovaniye deformatsiy obychnykh zhelezobetonnykh elementov korobchatogo i sploshnogo pryamougol'nogo secheniya pri chistom kruchenii [Experimental study of deformations of conventional reinforced concrete elements of box-shaped and solid rectangular cross-section with pure torsion.]. Proceedings “Prochnost' i zhestkost' zhelezobetonnykh konstruktсий” under ed. S.A. Dmitriyev and S.M. Krylov. Moscow: Stroyizdat, 1971.
23. Dem'yanov A.I., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Razrabotka universal'nogo korotkogo dvukhkonsol'nogo elementa k sopro-tivleniyu zhelezobetonnykh konstruktсий pri kruchenii s izgibom [Development of a universal short double-cantilever element to the resistance of reinforced concrete structures during torsion with bending]. Izvestiya vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti. 2017. No4(367). Pp. 258–263.
24. Kolchunov V.I., Dem'yanov A.I., Naumov N.V. The Second Stage of the Stress-Strain State of Reinforced Concrete Structures under the Action of Torsion with Bending (Theory) International science and technology conference "FarEastCon-2019" IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 753 (2020) 032056 IOP Publishing doi:10.1088/1757-899X/753/3/032056
25. Geniyev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin G.A. Teoriya plastichnosti betona i zhelezobetona [Theory of plasticity of concrete and reinforced concrete]. Moscow: Stroyizdat, 1974. 316 p.

Информация об авторах:

Демьянов Алексей Иванович

ФГБОУ «Юго-Западный государственный университет», г. Курск, Россия,

доцент кафедры уникальных зданий и сооружений

ФГБУ «Научно-исследовательский институт строительной физики РААСН», г. Москва, Россия, инженер.

E-mail: speccompany@gmail.com

Information about authors:

Demyanov Alexey I.

South-Western State University, Kursk, Russia,

associate Professor of the Department of Unique Buildings and Structures.

Research Institute of Building Physics RAACS, Moscow, Russia, engineer.

E-mail: speccompany@gmail.com