

ТЕЛИЧКО В.Г., ЗОЛОТОВ Н.В.

ПРОЧНОСТЬ МНОГОЭТАЖНОГО ЗДАНИЯ ИЗ МОНОЛИТНОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОНА С УЧЕТОМ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЕМОСТИ И ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МАТЕРИАЛА

Рассмотрено построение конечно-элементной модели для определения напряженно-деформированного состояния многоэтажного здания из монолитного железобетона. При этом учитывается зависимость механических характеристик бетона от вида напряженного состояния, развитие пластических деформации в арматуре, трещинообразование. В качестве определяющих соотношений были приняты уравнения состояния для нелинейных изотропных материалов, предложенных в рамках теории А.А. Трещева, которая базируется на параметрах нормированных пространств напряжений. Характеристики материала определены из опытов на одноосное растяжение и сжатие в условиях простого нагружения. Специально для решения указанной задачи была разработана модификация треугольного гибридного конечного элемента для плиты средней толщины произвольной формы с пятью степенями свободы в узле. Получены необходимые уравнения метода конечных элементов для решения задачи о расчете напряженно-деформированного состояния здания с учетом трещинообразования, разносопротивляемости бетона и пластических деформаций в арматуре. Приведено описание способов моделирования фиктивных слоев элемента, соответствующих различным вариантам напряженно-деформированного состояния железобетона: бетонные слои без трещин, бетонные слои с трещинами, железобетонные слои без трещин и железобетонные слои с трещинами в одном и двух направлениях. Получены результаты решения задачи в виде графиков распределения отдельных перемещений в плитах перекрытия здания. Подтверждено, что учёт усложнённых свойств материала необходим для получения корректных оценок напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций в условиях прогрессирующего трещинообразования.

Ключевые слова: метод конечных элементов, железобетон, монолитный железобетон, многоэтажное здание, разносопротивляемость, трещинообразование, гибридный конечный элемент.

Введение

Интенсивное развитие технологий и науки о материалах в последнее десятилетие, а также всё повышающиеся требования к экономичности и надёжности строительных конструкций предъявляют серьёзные требования к развитию механики и методов расчета. При детальном изучении деформирования некоторых широко используемых в инженерной практике материалов, таких как бетон, было установлено, что их поведение значительно отличается от привычных представлений. Деформационные и прочностные характеристики таких материалов проявляют чувствительность к виду реализуемого в точке напряжённого состояния, причём при эксплуатационных нагрузках зависимости между напряжениями и деформациями оказываются существенно нелинейными. Для определения напряженно-деформированного состояния нелинейных разносопротивляющихся материалов был предложен ряд определяющих соотношений [1 – 6]. Однако, большинство указанных моделей имеют существенные недостатки, ограничивающие их применение для расчета конструкций, находящихся в сложном напряженном состоянии [2]. В данной работе используется вариант уравнений состояния изотропных разносопротивляющихся материалов, базирующийся на методике нормированных пространств напряжений [1].

Важно, что для учета всего комплекса эффектов, связанных с моделированием поведения нелинейных разносопротивляющихся материалов, трещинообразования, пластических деформаций в армировании, необходимо совершенствовать соответствующую вычислительную базу, так как, существующие пакеты прикладных программ, а также известные матема-

тические модели далеко не всегда удовлетворяют требованиям для проведения расчетов с необходимой точностью [1, 2, 7 – 11, 16]. Создание новых математических моделей для описания механического поведения конструкций из железобетона с наиболее полным учетом специальных свойств, а также совершенствование вычислительных моделей, является актуальной задачей строительной отрасли и механики твердого тела [9].

Модели и методы

Как показано в работах [2, 9, 10] эффективными для расчета железобетонных конструктивных элементов являются конечные элементы [12]. Р.Куком получены две модификации гибридных КЭ с тремя различными степенями свободы в узле. Применение указанных элементов к расчету железобетонных конструкций показало, что они не учитывают продольные усилия и перемещения в срединной поверхности, а также затрудняют определение вектора обобщенных сил в центре КЭ [2, 8]. Авторами была разработана модификация треугольного КЭ с пятью степенями свободы в узле на основе теории деформирования изотропных разносопротивляющихся материалов А.А. Трещева, учитывающая продольные усилия и деформации поперечного сдвига, позволяющая просто и эффективно исследовать прочность конструкций. Процедуры связанные с получением матрицы жесткости данного конечного элемента описаны в работах [2, 12, 13].

Математическая модель определения НДС армированных элементов, из которых состоит здание, должна достаточно точно учитывать специфические особенности взаимодействия сложной среды «бетон-арматура» на различных стадиях, быть вполне обозримой и практически реализуемой. Модель не может свободной от дополнительных технических гипотез, принимается справедливым следующее [8, 9], в частности: 1) арматура моделируется «размазанным» слоем с учетом коэффициентов армирования в соответствующих направлениях; 2) элементы разбиваются на ряд фиктивных слоев по толщине: а) бетонные слои без трещин; б) железобетонные слои без трещин; в) бетонные слои с трещинами; г) железобетонные слои с трещинами; д) железобетонные слои с пересекающимися трещинами, 3) критерий прочности бетона применяется П.П.Баландина [8]; 4) влияние растянутого бетона учитывается коэффициентом В.И.Мурашева и характеристикой поврежденности бетона [8, 15].

Рассмотрим моделирование фиктивных слоев.

Неармированные слои без трещин. Связь между деформациями и напряжениями имеет следующий вид:

$$\{e\} = [A]\{\sigma\}, \quad (1)$$

где $[A]$ – симметричная квадратная матрица размером 5×5 (при расчете пренебрегаем напряжениями σ_{33}) [2].

Матрица $[B]$ для каждого из бетонных слоев КЭ выражается через матрицу податливости:

$$[B] = [A]^{-1}. \quad (2)$$

Армированные слои без трещин. Напряжения в железобетонном слое принимаются как сумма напряжений в бетоне и арматуре [8], откуда вытекает матрица упругости для армированных слоев без трещин:

$$[B] = [A]^{-1} + [B_s], \quad (3)$$

где

$$[B_S] = \begin{bmatrix} \frac{E_s \mu_{11}}{1 - \nu_s^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{E_s \mu_{22}}{1 - \nu_s^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_s}{1 + \nu_s \mu_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{E_s}{1 + \nu_s \mu_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E_s}{1 + \nu_s \mu_{11}} + \frac{E_s}{1 + \nu_s \mu_{22}} \end{bmatrix};$$

E_s – модуль упругости арматуры, ν_s – коэффициент Пуассона; $\mu_{11} = A_{si} / S_{i11} h_s$, $\mu_{22} = A_{si} / S_{i22} h_s$ – коэффициенты армирования в направлении осей X_1 и X_2 исходной системы координат; A_{si} – площадь сечения арматурного стержня; S_{i11} , S_{i22} – шаг стержней, параллельных соответственно осям X_1 и X_2 ; h_s – суммарная толщина армированных слоев.

Неармированные слои с трещиной. Трещины будут образовываться, если выполняется условие:

$$\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + 3 \cdot (\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2) - (\sigma_{11} \sigma_{22}) - (R_{bt} - R_b)(\sigma_{11} + \sigma_{22}) - R_{bt} R_b > 0, \quad (4)$$

где $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23}$ – напряжения в бетоне в момент трещинообразования, рассчитанные для центра слоя. Здесь R_{bt}, R_b – предел прочности бетона при осевом растяжении и сжатии.

При выполнении (4) в бетонном слое образуется трещина вдоль площадок, ортогональных к направлению наибольшего из главных растягивающих напряжений, рассчитываемого по формуле для плоского напряженного состояния:

$$\sigma_{tr} = [\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau_{12}^2}] / 2.$$

Направление развития трещин задается величиной угла между нормалью к трещине и осью x_1 :

$$\chi_1 = \arctg[(\sigma_{tr} - \sigma_{11}) / \tau_{12}].$$

Отметим, что при возникновении параллельных друг другу трещин в области слоя начально-изотропный бетон приобретает свойства ортотропии, утрачивается приемлемость потенциальных определяющих соотношений, принятых для нелинейного разносопротивляющегося изотропного материала. Соответственно, считаем справедливой приемлемость выбранных потенциальных соотношений только для направлений вдоль трещин. В указанном направлении нелинейные свойства бетона аппроксимировались секущим модулем упругости E_B и секущим коэффициентом поперечных деформаций ν_B , определяемыми из

$$e_{22}^* = A_{12}^* \sigma_{11}^* + A_{22}^* \sigma_{22}^* = (\sigma_{22}^* - \nu_B \sigma_{11}^*) / E_B,$$

т.е.

$$E_B = 1 / A_{22}^*; \nu_B = -A_{12}^* / A_{22}^*,$$

где A_{12}^* , A_{22}^* – компоненты матрицы податливости, рассчитываемые по формулам для неармированных слоев [2,8]; σ_{ij}^* – напряжения в бетоне, рассчитанные в системе координат $X_1^*OX_2^*$, повернутой относительно исходной системы X_1OX_2 на угол χ_1 .

Зависимости между деформациями и напряжениями в повернутой системе координат примем в виде:

$$\{e^*\} = [A^*]\{\sigma_B^*\},$$

где

$$\{e^*\} = \begin{Bmatrix} e_{11}^* \\ e_{22}^* \\ \gamma_{12}^* \\ \gamma_{13}^* \\ \gamma_{23}^* \end{Bmatrix}; [A^*] = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ & A_{22}^* & 0 & 0 & 0 \\ & & A_{66}^* & 0 & 0 \\ Sim & & & A_{44}^* & 0 \\ & & & & A_{55}^* \end{bmatrix}; \{\sigma_B^*\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{B11}^* \\ \sigma_{B22}^* \\ \tau_{B12}^* \\ \tau_{B13}^* \\ \tau_{B23}^* \end{Bmatrix};$$

или для случая с образованием трещины в направлении оси X_1^* :

$$[B^*] = [A^*]^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11}^* & B_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ & B_{22}^* & 0 & 0 & 0 \\ & & B_{66}^* & 0 & 0 \\ Sim & & & B_{44}^* & 0 \\ & & & & B_{55}^* \end{bmatrix};$$

где – $B_{11}^* = 0$; $B_{12}^* = 0$; $B_{22}^* = E_B$; $B_{44}^* = B_{66}^* = 0$; $B_{55}^* = E_B / [2(1+\nu)]$.

Тогда, выполнив преобразование координат из системы $X_1^*OX_2^*$ в исходную, получим матрицу жесткости для треснувшего бетона $[B^c]$:

$$[A^c]^{-1} = [B^c] = \begin{bmatrix} B_{11}^c & B_{12}^c & B_{16}^c & 0 & 0 \\ & B_{22}^c & B_{26}^c & 0 & 0 \\ & & B_{66}^c & 0 & 0 \\ sim & & & B_{44}^c & 0 \\ & & & & B_{55}^c \end{bmatrix}.$$

где

$$B_{11}^c = B_{22}^* \sin^4 \chi_1; B_{22}^c = B_{22}^* \cos^4 \chi_1; B_{12}^c = B_{22}^* \sin^2 \chi_1 \cos^2 \chi_1;$$

$$B_{16}^c = B_{22}^* \cos \chi_1 \sin^3 \chi_1; B_{26}^c = B_{22}^* \cos^3 \chi_1 \sin \chi_1;$$

$$B_{66}^c = 4B_{22}^* \sin^2 \chi_1 \cos^2 \chi_1; B_{44}^c = B_{55}^* \sin^2 \chi_1; B_{55}^c = B_{55}^* \cos^2 \chi_1.$$

Армированные слои с трещиной. Появление трещин определяется из условия Баландина в пределах фиктивного слоя КЭ:

$$\sigma_{B11}^2 + \sigma_{B22}^2 + 3 \cdot (\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2) - (\sigma_{B11} \sigma_{B22}) - (R_{bt} - R_b)(\sigma_{B11} + \sigma_{B22}) - R_{bt} R_b > 0, \quad (5)$$

где σ_{Bij} – напряжения в бетоне армированного слоя. Направление развития трещин определяется аналогично случаю с неармированными слоями. Учитывая рассуждения, приведенные выше, получим:

$$e_{22}^* = A_{12}^* \sigma_{B11}^* + A_{22}^* \sigma_{B22}^* = (\sigma_{B22}^* - \nu_B \sigma_{B11}^*) / E_B, \quad (6)$$

т. е. $E_B = 1 / A_{22}^*$; $\nu_B = -A_{12}^* / A_{22}^*$, где A_{12}^* , A_{22}^* – компоненты матрицы податливости, рассчитываемые по формулам [2], в которых σ_{11} и σ_{22} необходимо заменить напряжениями, рассчитанными в ортогональной системе координат $X_1^*O X_2^*$, повернутой относительно исходной $X_1O X_2$ на угол χ_1 ; σ_{B11}^* , σ_{B22}^* – напряжения в бетоне в этой системе координат.

Зависимости в повернутой системе координат примут вид:

$$\{e^*\} = [A^*] \{\sigma_B^*\}, \quad (7)$$

где

$$\{e^*\} = \begin{Bmatrix} e_{11}^* \\ e_{22}^* \\ \gamma_{12}^* \\ \gamma_{13}^* \\ \gamma_{23}^* \end{Bmatrix}; [A^*] = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ & A_{22}^* & 0 & 0 & 0 \\ & & A_{66}^* & 0 & 0 \\ & Sim & & A_{44}^* & 0 \\ & & & & A_{55}^* \end{bmatrix}; \{\sigma_B^*\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{B11}^* \\ \sigma_{B22}^* \\ \tau_{B12}^* \\ \tau_{B13}^* \\ \tau_{B23}^* \end{Bmatrix};$$

$$A_{11}^* = 1 / (E_B \omega); A_{12}^* = -\nu_B / E_B; A_{22}^* = 1 / E_B; A_{44}^* = A_{66}^* = 2(1 + \nu_B) / (E_B \omega); A_{55}^* = 2(1 + \nu) / E_B,$$

где в направлении оси X_1^* секущий модуль упругости бетона определяется величиной $E_B \omega$ (ω – функция, которая учитывается степень повреждения $0 < \omega \leq 1$). Тогда в исходной системе координат матрица податливости для треснувшего бетона $[A^c]$:

$$[A^c] = \begin{bmatrix} A_{11}^c & A_{12}^c & A_{16}^c & 0 & 0 \\ & A_{22}^c & A_{26}^c & 0 & 0 \\ & & A_{66}^c & 0 & 0 \\ & sim & & A_{44}^c & 0 \\ & & & & A_{55}^c \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Матрица упругости для арматуры треснувшего слоя в исходной ортогональной системе координат $X_1O X_2$ имеет вид, аналогичный используемому в формуле (3), с учетом направления армирования и пластического деформирования арматуры [2,8].

Матрицу упругости армированного слоя представим в виде

$$[B] = [B_B^c] + [B_S^c], \quad (9)$$

где $[B_B^c] = [A^c]^{-1}$.

Для уточнения модели треснувшего армированного слоя задается функция поврежденности ω , определяемая с помощью параметра В.И.Мурашева ψ_s , который учитывает работу растянутого бетона на участках между трещинами:

$$\psi_s = E_{sn} / (E_B \omega + E_{sn}), \quad (10)$$

где E_{sn} – модуль упругости арматуры в направлении вдоль нормали к трещине:

$$E_{sn} = E_{s11} \mu_{11} \cos^4 \chi_1 + E_{s22} \mu_{22} \sin^4 \chi_1. \quad (11)$$

Решая совместно уравнения (11) и (12) относительно функции поврежденности и учитывая рекомендации Гениева Г.А., Киссюк В.Н. и Тюпина Г.А. [15], с учетом правил преобразования координат для напряжений σ_{Bij} получим нелинейное уравнение относительно ω [8]:

$$\begin{aligned} & (B_{B11}^C e_{11} + B_{B12}^C e_{22} + B_{B16}^C \gamma_{12}) \cos^2 \chi_1 + (B_{B12}^C e_{12} + B_{B22}^C e_{22} + B_{B26}^C \gamma_{12}) \sin^2 \chi_1 + \\ & + (B_{B16}^C e_{11} + B_{B26}^C e_{26} + B_{B66}^C \gamma_{12}) \sin 2\chi_1 = 0,7 R_{bt}. \end{aligned} \quad (12)$$

Армированные слои с пересекающимися трещинами. С учетом принятой модели армированного слоя с трещинами и введенных ранее гипотез матрицу упругости в пределах фиктивного слоя получим в виде:

$$[B] = [B_s^C], \quad (13)$$

где матрица $[B_s^C]$ определяется согласно (3).

Результаты исследования

Для демонстрации особенностей разработанной авторами модели была решена задача об определении напряженно-деформированного состояния здания. Здание содержит 7 этажей имеющих одинаковую планировку, высота этажей и внешний вид здания показаны на рис. 1. Размеры здания в плане 18,55x13,26 м, расчетная модель здания состояла только из горизонтальных и вертикальных несущих элементов монолитного остова; толщина всех междуэтажных перекрытий принята 250 мм, толщина всех пилонов по высоте здания равнялась 350 мм, влияние физико-механических свойств основания не учитывалось, деформирование несущего остова происходило вплоть до начала процессов разрушения при малых перемещениях. В качестве основного материала здания использовался бетон с пределом прочности на сжатие $R^c = 28,4$ МПа [1, 3]. Армирование плит перекрытия принято стержнями А400 диаметром 14 мм в виде сетки расположенной симметрично в сечении плиты (защитный слой 35 мм, предел текучести $\sigma_p = 400$ МПа), армирование пилонов принято стержнями А400 диаметром 12 мм в виде двух сеток симметрично расположенных в сечении пилон (защитный слой 30 мм, предел текучести $\sigma_p = 400$ МПа). Величины ветрой нагрузки и нагрузки на перекрытия показаны на рис. 2. На рис. 3 приведены результаты расчета вертикальных прогибов w в перекрытиях здания показанных на рис. 1, в точках, где наблюдаются максимальные прогибы, дано сравнение с аналогичными расчетами, выполненными в STARK ES, ANSYS и LIRA-SAPR.

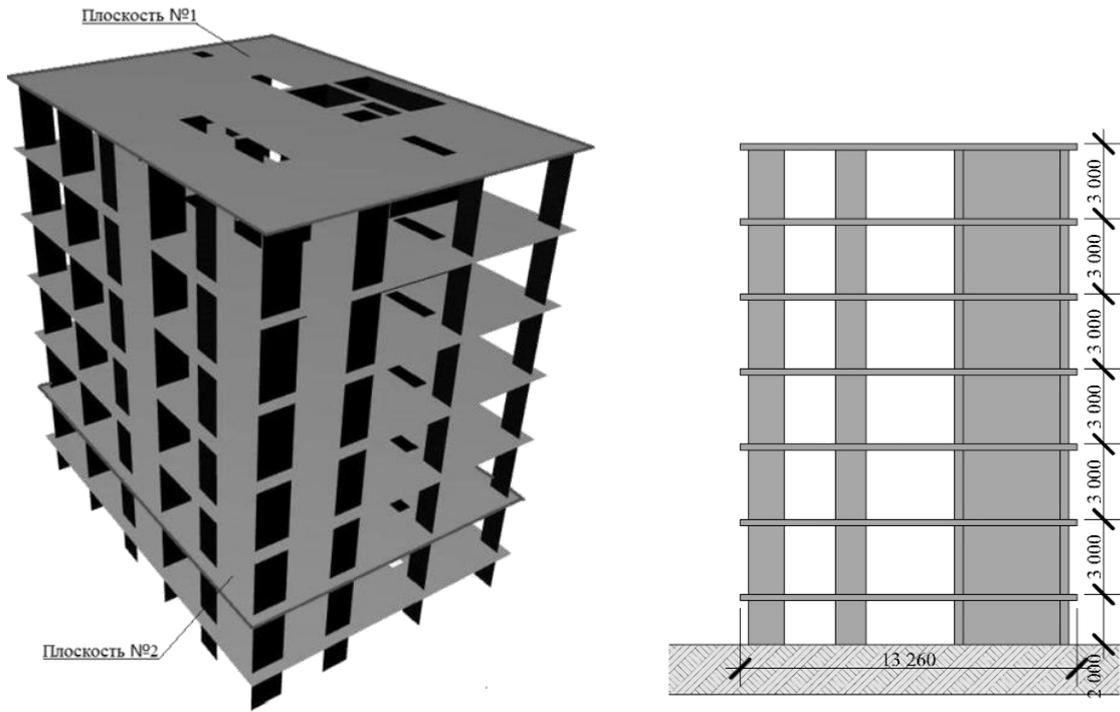


Рисунок 1 – Общий вид и южный фасад рассматриваемого здания

| Нагрузка | Шаг нагрузки | | Максимальная величина нагрузки | |
|------------------------|--------------|-------|--------------------------------|------|
| | кПа | кН/м | кПа | кН/м |
| Единицы измерения: | кПа | кН/м | кПа | кН/м |
| На покрытие - q_{rf} | 7 | - | 70 | - |
| На этаж - q_{fl} | 6,8 | - | 68 | - |
| Ветровая - q_{w_1} | 1,4 | 0,35 | 14 | 3,5 |
| Ветровая 2 - q_{w_2} | 1,8 | 0,45 | 18 | 4,5 |
| Ветровая 3 - q_{w_3} | 0,9 | 0,225 | 9 | 2,25 |

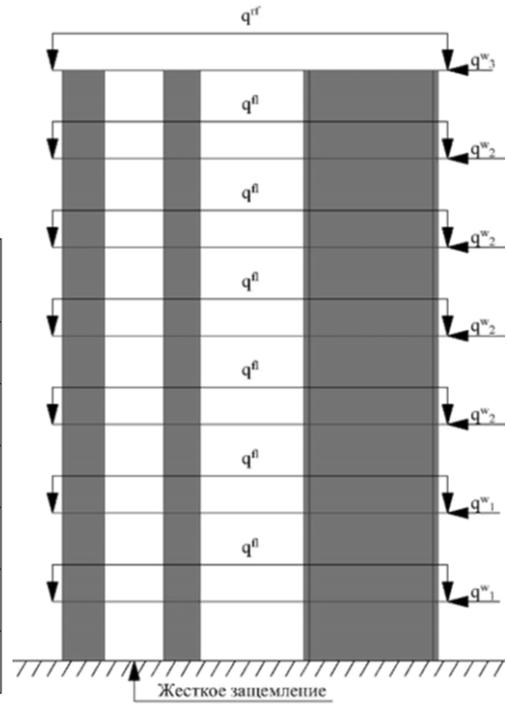


Рисунок 2 – Используемые нагрузки и восточный фасад здания

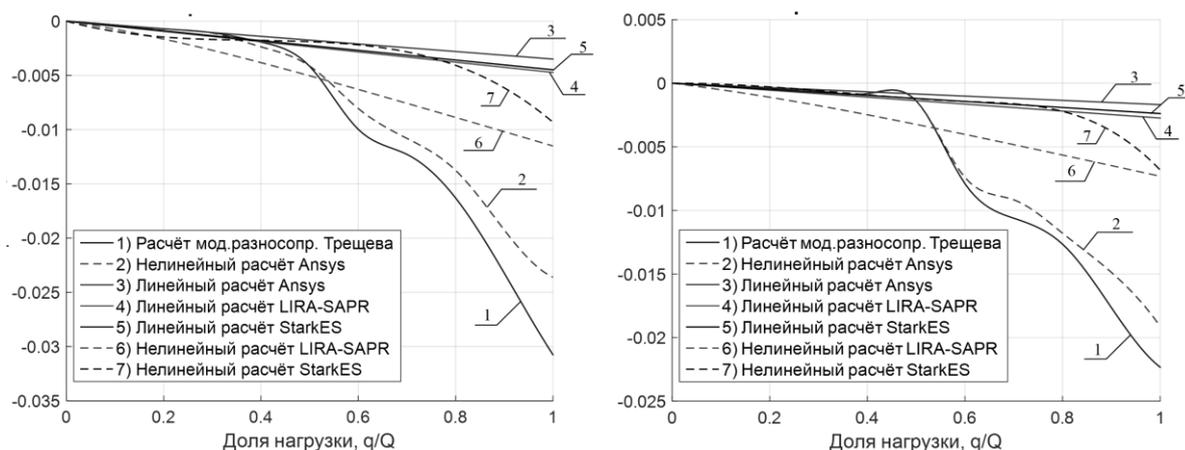


Рисунок 3 – Максимальные вертикальные перемещения в плите, лежащей в плоскостях 1 (слева) и 2 (справа), м

Выводы

1. Модель разнородности, в принятая в соответствии с теорией А.А.Трещева показала хорошие результаты в части определения перемещений, полученные результаты отличается от аналогичных, полученных в результате нелинейного расчета в программе ANSYS и др., в точке экстремума всего лишь на 18%.

2. Различия по напряжениям по экстремальным значениям, с другими пакетами прикладных программ обусловлено использованием упрощенных математических моделей, а также отсутствием критического анализа.

3. Проведенное исследование напряженно-деформированного состояния здания позволяет объективно утверждать, что разработанная данная модель обладает рядом преимуществ перед существующими, реализованными в популярных САПР. Модель позволяет учесть разнородность материала, образование трещин, пластические деформации в арматуре, построенный конечный элемент получен в форме удобной для его программной реализации, что и было продемонстрировано в данной работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов, чувствительных к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения. М.; Тула: РААСН; ТулГУ. 2008. 264 с.
2. Теличко В.Г., Трещев А.А. Гибридный конечный элемент для расчета плит и оболочек с усложненными свойствами // Известия вузов. Строительство. 2003. № 5. С. 17-23.
3. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной и наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения. М.; Тула: РААСН; ТулГУ. 2016. 326 с.
4. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. М.: Наука. 1982. 320 с.
5. Jones R.M. Stress-Strain Relations for Materials with Different Moduli in Tension and Compression // AIAA Journal. 1977. Vol. 15. №1. Pp. 16-25.
6. Трещев А.А., Бобрышев А.А. Теория деформирования и прочности материалов, чувствительных к виду напряженного состояния. Упругопластические деформации. М.; Тула: РААСН; ТулГУ. 2017. 140 с.
7. Карпенко, Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. М.: Стройиздат. 1976. 208 с.
8. Артемов А.Н., А.А. Трещев. Поперечный изгиб железобетонных плит с учетом трещин // Известия вузов. Строительство. 1994. №9-10. С. 7-12.
9. Jendele L, Červenka J. On the solution of multi-point constraints – application to FE analysis of reinforced concrete structures // Computers & Structures. 2009. Vol. 87. Pp. 970-980.
10. Bathe K.J., Walczak J., Welch A., Mistry N. Nonlinear analysis of concrete structures // Computers & Structures. 1989. Vol. 32. Pp. 563-590.

11. Bathe K. J. Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 1037 p.
12. Cook R.D. Two hybrid elements for analysis of thick thin and sandwich plates // Int. J. num. Meth. Engng. 1972. Vol. 5. Pp. 277-288.
13. Tong P. A., Т.Н.Н. Pian Variation principle and the convergence of a finite-element method based on assumed stress distribution // Int. J. Solids Struct. 1969. Pp. 463-472.
14. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals 7th Edition. Butterworth-Heinemann. 2013. 756 p.
15. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Г.А. Тюпин. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат. 1974. 316 с.
16. Карпенко С.Н., Палювина С.Н., Петров А.Н., Карпенко Н.И. Модель деформирования железобетона в приращениях и расчет железобетонных балок-стенок и изгибаемых плит с трещинами. Петрозаводск: Петрозаводский гос. ун-т, 2013. 153 с.

Теличко Виктор Григорьевич

ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», г. Тула, Россия,
канд. техн. наук, доцент кафедры строительства, строительных материалов и конструкций,
E-mail: katranv@yandex.com

Золотов Никита Владимирович

ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет», г. Тула, Россия,
аспирант кафедры строительства, строительных материалов и конструкций,
E-mail: nikita.v.zolotov@gmail.com

TELICHKO V.G., ZOLOTOV N.V.

**THE STRENGTH OF HIGH-RISE BUILDINGS FROM
MONOLITHIC REINFORCED CONCRETE TAKING INTO ACCOUNT
DIFFERENT RESISTANCE AND DAMAGE OF MATERIAL**

The derivation of a finite element model to determine the stress-strain state of a multi-storey building made of monolithic reinforced concrete is considered. This takes into account the dependence of the mechanical characteristics of concrete on the type of stress state, the development of plastic deformation in the reinforcement, cracking. The equations of state for the nonlinear isotropic materials proposed in the framework of the theory of A.A. Treschev, based on the parameters of the normalized stress spaces, accepted as defining relations. The characteristics of the material are determined from experiments on uniaxial tension and compression under simple loading conditions. Especially for the solution of this problem, a modification of the triangular hybrid finite element was developed for a plate of medium thickness of an arbitrary shape with five degrees of freedom in the node. The necessary equations of the finite element method for solving the problem of calculating the stress-strain state of the building taking into account the cracking, the different resistance of concrete and plastic deformations in the reinforcement obtained. The description of the methods of modeling the fictitious layers of the element corresponding to different variants of the stress-strain state of reinforced concrete: concrete layers without cracks, concrete layers with cracks, concrete layers without cracks and reinforced concrete layers with cracks in one and two directions. The results of solving the problem in form of graphs of the distribution of individual displacements in the slabs of the building. Confirmed, that taking into account the complicated properties of the material are necessary to obtain correct estimates of the stress-strain state of reinforced concrete structures under conditions of progressive cracking.

Keywords: *finite element method reinforced concrete, monolithic reinforced concrete, multi-storey building, multimodulus behavior, cracking, hybrid finite element.*

REFERENCES

1. Treschev A.A. Teoriya deformirovaniya i prochnosti materialov, chuvstvitel'nyh k vidu na-pryazhennogo sostoyaniya. Opredelyayushchie sootnosheniya [Theory of deformation and strength of materials sensitive to the type of stress state. Determining relations]. Moscow; Tula: RAACS; TulGU. 2008. 264 p. (rus)
2. Telichko V.G., Treschev A.A. Gibridnyj konechnyj ehlement dlya rascheta plit i obolochek s uslozhnennymi svoystvami [Hybrid finite element for the calculation of plates and shells with complicated properties]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo*. 2003. No 5. Pp. 17-23. (rus)
3. Treschev A.A. Teoriya deformirovaniya i prochnosti materialov s iznachal'noj i navedennoj chuvstvitel'nost'yu k vidu napryazhennogo sostoyaniya. Opredelyayushchie sootnosheniya [The theory of deformation and strength of materials with the initial and induced sensitivity to the type of stress state. Determining relations]. Moscow; Tula: RAACS; TulGU. 2016. 326 p. (rus)
4. Ambarcumyan S.A. Raznomodul'naya teoriya uprugosti [Multimodule theory of elasticity]. Moscow: Nauka. 1982. 320 p. (rus).
5. Jones R.M. Stress-Strain Relations for Materials with Different Moduli in Tension and Compression. *AI-AA Journal*. 1977. Vol. 15. No 1. Pp. 16-25.
6. Treschev A.A., Bobryshev A.A. Teoriya deformirovaniya i prochnosti materialov, chuvstvitel'nyh k vidu napryazhennogo sostoyaniya. Uprugoplasticheskie deformacii [Theory of deformation and strength of materials sensitive to the type of stress state. Elastoplastic deformations]. Moscow; Tula: RAACS; TulGU. 2017. 140 s. (rus).
7. Karpenko N.I. Teoriya deformirovaniya zhelezobetona s treschinami [The theory of deformation of reinforced concrete with cracks]. Moscow: Strojizdat. 1976. 208 p. (rus).
8. Artemov A.N., Treschev A.A. Poperechnyj izgib zhelezobetonnykh plit s uchetom treschin [Transverse bending of reinforced concrete slabs with consideration of cracks]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo*. 1994. No 9-10. Pp. 7-12. (rus)
9. Jendele L, Červenka J. On the solution of multi-point constraints – application to FE analysis of reinforced concrete structures. *Computers & Structures*. 2009. Vol. 87. Pp. 970-980.
10. Bathe K.J., Walczak J., Welch A., Mistry N. Nonlinear analysis of concrete structures. *Computers & Structures*. 1989. Vol. 32. Pp. 563-590.
11. Bathe K. J. Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 1037 p.
12. Cook R.D. Two hybrid elements for analysis of thick thin and sandwich plates. *Int. J. num. Meth. Engng*. 1972. Vol. 5. Pp. 277-288.
13. Tong P. A., Pian T.H.H. Variation principle and the convergence of a finite-element method based on assumed stress distribution. *Int. J. Solids Struct*. 1969. Pp. 463-472.
14. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals 7th Edition. Butterworth-Heinemann. 2013. 756 p.
15. Geniev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin G.A. Teoriya plastichnosti betona i zhelezobetona [The theory of plasticity of concrete and reinforced concrete]. Moscow: Strojizdat. 1974. 316 p. (rus)
16. Karpenko S.N., Palyuvina S.N., Petrov A.N., Karpenko N.I. Model' deformirovaniya zhelezobetona v prirashcheniyakh i raschet zhelezobetonnykh balok-stenok i izgibayemykh plit s treschinami [Model of deformation of jelly-zobeton in increments and calculation of reinforced concrete beams-walls and bent plates with cracks]. Petrozavodsk: Petrozavodsk State Univ. 2013. 153 p. (rus).

Telichko Victor G.

Tula State University, Tula, Russia,
candidate in tech. sc., associated prof. of the dep. construction, building materials and structures
E-mail: katranv@yandex.ru

Zolotov Nikita V.

Tula State University, Tula, Russia,
postgraduate of the dep. of civil and industrial engineering
E-mail: nikita.v.zolotov@gmail.com