

О.В. РАДАЙКИН^{1,2}, А.И. САЛИМХАНОВА¹¹Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия²Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К НОРМИРОВАНИЮ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БЕТОНА ПРИ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Аннотация. В статье рассматривается актуальная проблема перехода от детерминированных методов проектирования железобетонных конструкций к вероятностным моделям, требующим строгой конкретики в задании исходных механических характеристик бетона. Для этого предложен научно обоснованный подход к нормированию прочностных и деформационных параметров бетона, позволяющий проводить валидацию конечно-элементного моделирования в условиях ограниченного минимума экспериментальных данных. Представлен алгоритм трансформации нормативных значений в средние величины, необходимые для численного анализа в программных комплексах (на примере ПК «Ansys»). Предложенный подход показал свою работоспособность при сравнении результатов моделирования железобетонной балки с экспериментальными данными. Установлено, что расхождение по разрушающей нагрузке и максимальному прогибу не превышает 5,54%, что свидетельствует о высокой достоверности подхода. Работа вносит вклад в развитие методов валидации численных моделей железобетонных конструкций.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, конечно-элементное моделирование, механические характеристики бетона, метод предельных состояний, валидация моделей, прочность бетона, деформационные свойства.

Для цитирования: Радайкин О.В., Салимханова А.И. Вероятностный подход к нормированию механических характеристик бетона при конечно-элементном моделировании железобетонных конструкций // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 130-138. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-130-138. EDN: VUTAKO

© Радайкин О.В., Салимханова А.И., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

O.V. RADAIKIN^{1,2}, A.I. SALIMKHANOVA¹¹Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia²Kazan Federal University, Kazan, Russia**PROBABILISTIC APPROACH TO RATING THE MECHANICAL CHARACTERISTICS OF CONCRETE IN FINITE ELEMENT MODELING OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES**

Abstract. The article addresses the pressing issue of transitioning from deterministic design methods for reinforced concrete structures to probabilistic models that require high precision in defining the initial mechanical characteristics of concrete. The authors propose a scientifically grounded approach to standardizing the strength and deformation parameters of concrete, which minimizes subjectivity during data preparation for finite element modeling. The paper presents an algorithm for transforming standard values into the mean values required for numerical analysis in software packages (using Ansys as an example). The proposed approach was verified by comparing the simulation results of a reinforced concrete beam with experimental data. It was found that the discrepancy in ultimate load and maximum deflection does not exceed 5.54%, indicating the high reliability of the proposed methodology. This approach allows design engineers to more accurately account for the actual variability of material properties, thereby increasing the reliability and cost-effectiveness of constructed facilities. The work contributes to the development of numerical model validation methods in structural mechanics.

Keywords: reinforced concrete structures, finite element modeling, mechanical properties of concrete, limit state method, model validation, concrete strength, deformation properties.

For citation: Radaikin O.V., Salimkhanova A.I. Probabilistic approach to rating the mechanical characteristics of concrete in finite element modeling of reinforced concrete structures. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 130-138. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-130-138. VUTAKO

Введение

Современное проектирование строительных конструкций всё чаще опирается на численные методы, в первую очередь метод конечных элементов (МКЭ), позволяющие детально анализировать напряженно-деформированное состояние (НДС). Одновременно с этим наблюдается переход от традиционных детерминированных подходов к вероятностным методам расчёта, учитывающим реальную изменчивость свойств материалов. В этой связи строгость и конкретность задания исходных данных о механических характеристиках бетона становится критическим фактором, определяющим достоверность получаемых результатов. Существующие нормативные документы, например, [1] описывают эти характеристики, как показано в работах [2, 3], не вполне корректно, что создаёт разрыв между теоретическими моделями и реальным поведением железобетонных конструкций. В частности, нет определённости, какие именно значения характеристик вводить в программный комплекс при выполнении процедуры валидации конечно-элементной компьютерной модели конструкции, которая предполагает сравнение результатов численного расчёта с экспериментом. Обычно принимаются средние значения свойств – это вытекает из логики документов [4, 5, 6, 7]. Но практически всегда, за редким исключением, в экспериментальных работах, опубликованных в научных и технических изданиях, освещается не полный перечень опытных значений механических характеристик бетона, которые необходимы для построения модели. Инженер вынужден в таких случаях обращаться к нормам для восполнения недостающей информации, но в современных нормах

не приводятся ни сами средние величины, ни пути перехода к ним от нормативных либо расчётных значений.

В связи с этим целью настоящей работы является разработка научно обоснованного подхода к нормированию прочностных и деформационных характеристик бетона, и последующая интеграция этого подхода в конечно-элементные модели для повышения достоверности расчётов железобетонных конструкций. В качестве объекта верификации выбраны железобетонные балки – типовая конструкция, позволяющая наглядно продемонстрировать влияние точности задания свойств материала на результаты моделирования. Реализация поставленной цели предполагает создание методики подготовки исходных данных, которая минимизирует субъективность и учитывает реальную вариативность свойств бетона, что в итоге должно повысить надёжность и экономичность проектных решений.

Модели и методы

В статьях [2, 3] был представлен следующий подход к нормированию механических характеристик бетона:

- Нормирование данного параметра P (механической характеристики бетона):

$$\text{марка} = \bar{P}, p_n, p_l, p_{II}, \alpha, V, n. \quad (1)$$

- Трансформация P для расчётов по первой группе предельных состояний:

$$P_I = \frac{\bar{P}}{\gamma_{PI}}. \quad (2)$$

- Трансформация P для расчётов по второй группе предельных состояний:

$$P_{II} = \frac{\bar{P}}{\gamma_{PII}}. \quad (3)$$

В формулах (1-3) P – определённый параметр зависимости « $\sigma - \varepsilon$ », подлежащий нормированию и используемый в расчётах: например, это прочность бетона на сжатие или растяжение, начальный модуль деформаций, предельные относительные деформации на сжатие или растяжение и т. п., $\bar{P}$ – марка бетона по данному параметру, то есть среднее значение P , которое, по сути, является эталонным значением параметра; P_I, P_{II} – расчётные значения параметра P соответственно для расчетов по первой и второй группам предельных состояний; вероятности перцентиля: $p_n = 5\%$ – для нормативных (базовых) значений параметров « $\sigma - \varepsilon$ »; $p_l = 0,4$ – для расчётных значений в расчетах по первой группе предельных состояний; $p_{II} = (0,4\%; 5\%)$ – для расчётных значений в расчетах по второй группе ($p_{II} = 5\%$, если нет иных указаний проекта либо требований норм); $\alpha = 0,95$ – доверительная вероятность одностороннего доверительного интервала – одинаковая для нормативных и расчётных значений; V – коэффициент вариации параметра, характеризующего данное физико-механическое свойство бетона ($V_c = 0,135$ при сжатии и $V_t = 0,1757$ при растяжении), $n = 30$ шт. – количество образцов для контроля данного параметра согласно ГОСТ; $\gamma_{PI}, \gamma_{PII}$ – коэффициенты статистической трансформации эталонного значения рассматриваемого параметра:

$$\gamma_{PI} = \frac{1}{1 - z_{PI} V - \frac{t_{\alpha, n-1}}{\sqrt{n}} k_{PI} V}, k_{PI} = \sqrt{1 + 0,5 z_{PI}^2}, \gamma_{PII} = \frac{1}{1 - z_{PII} V - \frac{t_{\alpha, n-1}}{\sqrt{n}} k_{PII} V}, k_{PII} = \sqrt{1 + 0,5 z_{PII}^2}, \quad (4)$$

где z_{PI}, z_{PII} – перцентиль нормального распределения для вероятностей p_l и p_{II} соответственно;

$t_{\alpha, n-1}$ – квантиль распределения Стьюдента ($t_{0,95; 30-1} = 1,699$);

k_{PI}, k_{PII} – параметры, уточняющие коэффициент вариации при переходе от интервальных оценок среднего к интервальным оценкам перцентиля.

Алгоритм предлагаемого подхода к формированию исходных данных о механических свойствах бетона для построения МКЭ-модели в условиях неполного их определения заключается в следующем:

1. Экспериментально должна быть определена одна из следующих двух величин:

- среднее значение призмной прочности бетона на сжатие R_{bm} по методике [8], либо
- фактический класс бетона по прочности кубов на сжатие B_{ϕ} по методике [9].

В первом случае среднее значение R_{bm} приводится к нормативному (базовому) по формуле $R_{bn} = \frac{R_{bm}}{\gamma_{RbII}}$, где коэффициент γ_{RbII} определяется по формуле (4), причём количество образцов и коэффициент вариации принимают не фактическое значение, а нормируемое: $n = 30$ шт., $V_c = 0,135$. После этого по R_{bn} , интерполируя по табл. 6.7 [1], определяется B_{ϕ} .

Результатом данного шага алгоритма в конечном счёте является величина B_{ϕ} .

2. По B_{ϕ} , интерполируя значения по таблицам Раздела 6 [1], вычисляются все необходимые нормативные параметры физико-механических свойств бетона, например, предел прочности бетона на растяжение R_{bt} и др.

3. От полученных нормативных значений переходим к средним, например, $R_{btm} = \gamma_{RbtII} R_{bt}$, их и вводим в компьютерную программу.

Оценку достоверности предлагаемого подхода выполним путём сравнения результатов компьютерного моделирования в ПК «Ansys» с данными экспериментов для балок [10]. Ниже на рисунках показаны схемы нагружения и армирования, конечно-элементная модель образца-балки размером 2000x230x300 мм. Модель в силу симметрии построена только для левой половинки балки, а действие правой заменено соответствующими связями.

Бетон моделируется КЭ *Solid186*. Для него принята теория пластического течения с элементами механики разрушения (разупрочнение) *Menetrey-Willam*, параметры которой сведены в табл. 1 и 2.

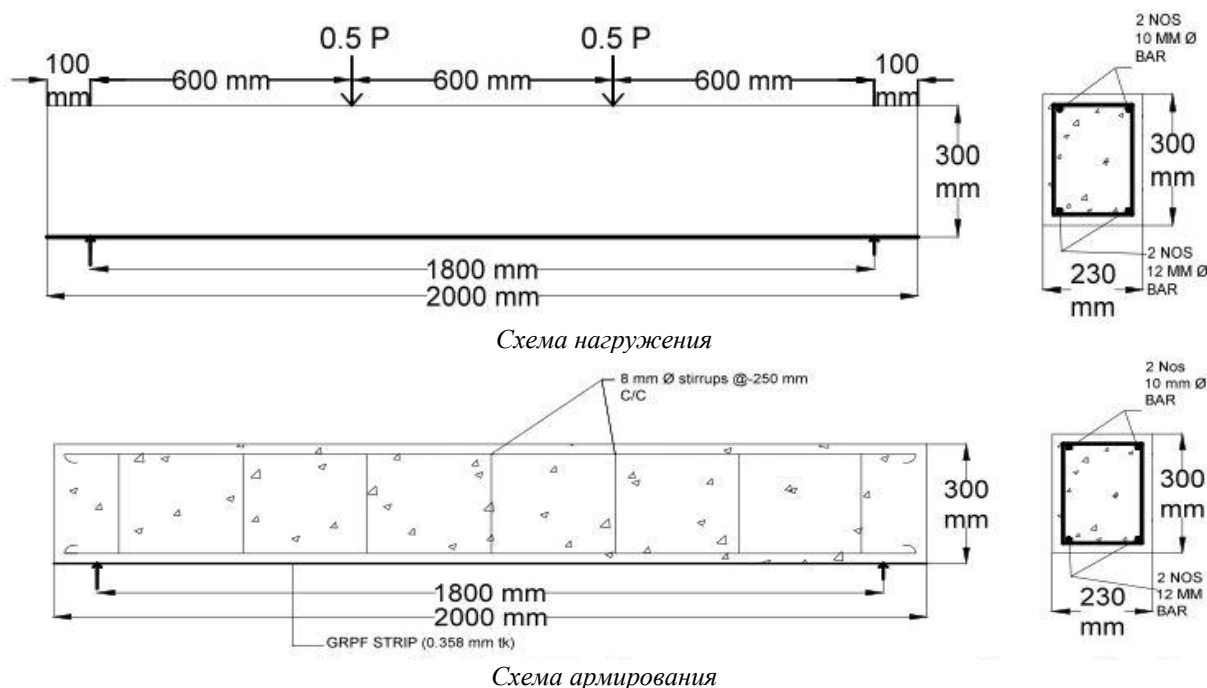


Рисунок 1 – Схемы нагружения и армирования образца-балки (источник: [10])

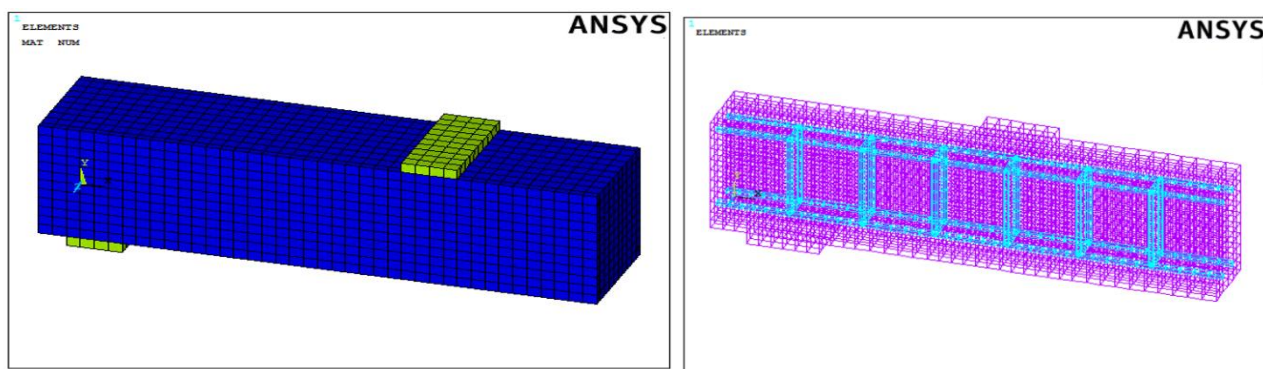


Рисунок 2 – МКЭ-модель балки-образца в ПК «Ansys»

Таблица 1 – Параметры бетона, вводимые в компьютерную модель

Наименование	Формула [Источник]
Среднее значение призмной прочности на сжатие	$R_{bm} = \gamma_c \times R_{bn} = 1,401 \times R_{bn}$ [2,3], R_{bn} по [1]
Среднее значение предела прочности на растяжение	$R_{btm} = \gamma_t \times R_{btn} = 1,533 \times R_{btn}$ [2,3], R_{btn} по [1]
Среднее значение предела прочности на двухосное сжатие равной интенсивности	$R_{2bm} = R_{bm} \frac{1+3,65\alpha}{(1+\alpha)^2}$, $\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$, при $\sigma_1 = \sigma_2$ $R_{2bm} = 1,1625 R_{bm}$ [11]
Угол дилатансии при одноосном сжатии	$\psi = \frac{R_{bm} \cdot (1-2\nu) \cdot \sqrt{2}}{ 2 \cdot R_{bm} \cdot (1+\nu) - 3 \cdot \varepsilon_{b0} \cdot E_{bm} }$ [12] $\varepsilon_{b0} = -\frac{B}{E_b} \lambda \frac{1 + \left(0,8 - 0,15 \frac{B^2}{10000}\right) \frac{\lambda B}{60} + 0,2 \frac{\lambda}{B}}{0,12 + 1,03 \frac{B}{60} + \frac{0,2}{B}}$ [13]
Пластическая деформация при пиковых напряжениях	$k_{cm} = \varepsilon_{b0m} \frac{R_{bm}}{E_{bm}}$
Пластическая деформация в точке перехода к экспоненциальному разупрочнению	$k_{cu} = \varepsilon_{b2} - \Omega_{cu} \frac{R_{bm}}{E_{bm}}$, ε_{b2} и $\Omega_{cu} = 0,85$ по [1]
Относительное напряжение начала нелинейного упрочнения	$\Omega_{ci} = 1 - \exp(-0,052 \cdot R_{bm}^{0,642})$ [12]
Остаточное относительное напряжение при осевом сжатии	$\Omega_{cr} = 0,2$ [14]
Остаточное относительное напряжение при осевом растяжении	$\Omega_{tr} = 0,1$ [15]
Энергия разрушения на единицу площади	$G_f = 1041 [(1 - \exp(-0,07 f_c))] [16]$
Среднее и начальное значение модуля деформаций	E_{bm} по табл. 3.1 [17], E_b по табл. 6.11 [1]
Коэффициент Пуассона	$\nu = 0,2$ [1]

Таблица 2 – Параметры стальной арматуры, вводимые в компьютерную модель

Наименование	Формула [Источник]
Средний предел текучести	$R_{sm} = R_s + s = 570$ МПа [18]
Модуль упругости и коэффициент Пуассона	$E = 200\,000$ МПа, $\nu = 0,3$ [1]
Предельные деформации при разрыве	$\varepsilon_{s2} = 0,02$ [1]

Примечание к табл. 1 и 2: параметры, устанавливаемые из нормативных документов (СП, ГОСТ и т.д.), принимаются по своему среднему значению, то есть без учёта всех коэффициентов надёжности и статистических оценок; в связи с этим в нижних индексах обозначений параметров добавлен дополнительный «m», означающий «medium» – средний.

Арматура моделируется КЭ *Reinf26*. Для неё принята теория Мизеса с билинейным изотропным упрочнением. Стальные опорные пластины деформируются упруго.

Результаты исследования и их анализ

В результате компьютерного моделирования получены следующие данные (рис. 3, 4).

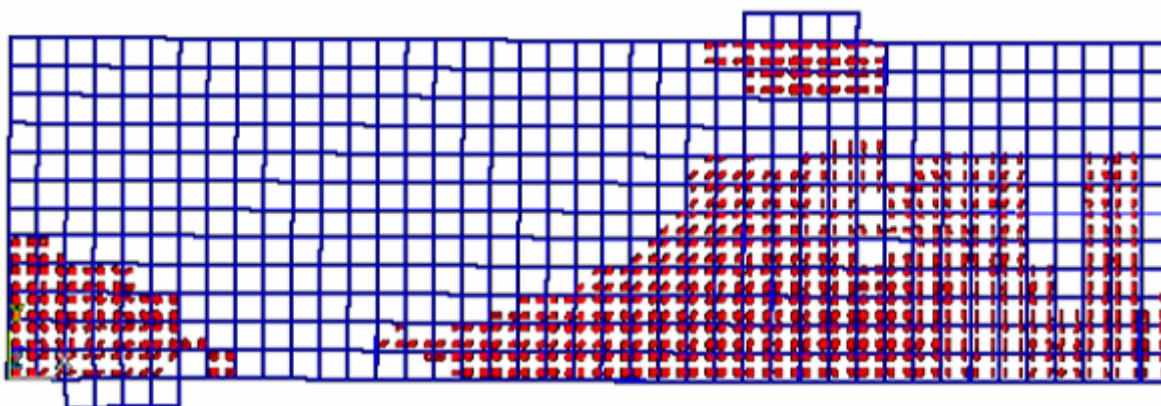


Рисунок 3 – Картина развития трещин в бетоне балки на стадии, близкой к разрушению

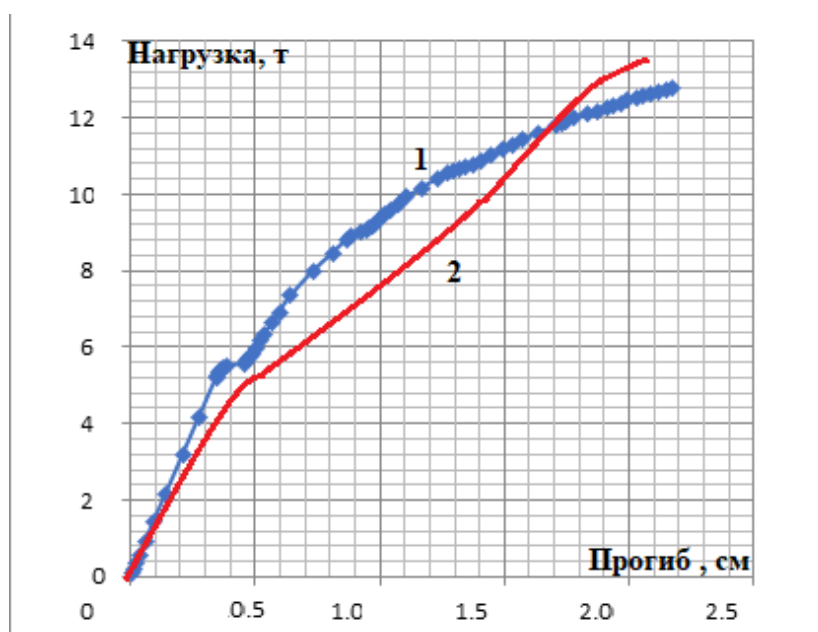


Рисунок 4 – Зависимость «Нагрузка-прогиб»: 1 – численный расчёт, 2 – эксперимент [10]

Сравнение результатов компьютерного моделирования с экспериментом приведено в таблице 3.

Таблица 3 – Сравнение результатов расчёта с экспериментом

Параметр НДС	Модель	Эксперимент [10]	Сравнение
Разрушающая нагрузка, т	12,81	13,52	5,54 %
Максимальный прогиб, см	2,2	2,08	5,45 %

Из таблицы 3 видно, что отличие в определении разрушающей нагрузки и прогиба между данными компьютерного моделирования и экспериментом не превышают 5,54%. Считаем такой процент приемлемым для расчёта железобетонных конструкций, поэтому предлагаемый подход подготовки исходных данных для компьютерного моделирования рекомендуется для внедрения.

Заключение

1. Разработан научно обоснованный алгоритм подготовки исходных данных для конечно-элементного моделирования, позволяющий переходить от нормативных значений характеристик бетона к их средним величинам с учетом статистической вариативности.

2. Подтверждена эффективность предложенного подхода на примере численного анализа железобетонной балки в ПК «Ansys»: расхождение между расчетными данными и результатами натурного эксперимента по разрушающей нагрузке составило 5,54%, по прогибу — 5,45%.

3. Доказано, что использование предложенной методики существенно снижает субъективность при выборе параметров бетона в условиях неполной экспериментальной информации, что повышает достоверность прогнозирования напряженно-деформированного состояния конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения : свод правил : утверждён Приказом Минстроя России от 19.12.2018 № 810/пр : введён в действие 20.06.2019. М.: Стандартинформ, 2018. 52 с.
2. Радайкин О.В. Уточнение положений метода предельных состояний в части нормирования зависимостей « $\sigma - \varepsilon$ » бетона при сжатии и растяжении. Часть 1 // Бетон и железобетон. 2025. № 3(628). С. 69–79. DOI: 10.37538/0005-9889-2025-3(628)-69-79. EDN: XMUZPX.
3. Радайкин О.В. Уточнение положений метода предельных состояний в части нормирования зависимостей « $\sigma - \varepsilon$ » бетона при сжатии и растяжении. Часть 2 // Бетон и железобетон. 2025. № 4(629). С. 58–66. DOI: 10.37538/0005-9889-2025-4(629)-58-66. EDN: JPLNAM.
4. ГОСТ Р 57700.25-2020. Компьютерные модели и моделирование. Процедуры валидации. М.: Стандартинформ, 2020. 16 с.
5. ГОСТ Р 57700.10-2018. Численное моделирование физических процессов. Определение напряженно-деформированного состояния. Верификация и валидация численных моделей сложных элементов конструкций в упругой области. М.: Стандартинформ, 2018. 24 с.
6. ASME V&V 10-2006. Guide to Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2006. 88 p.
7. ASME V&V 10.1-2012. An Illustration of the Concepts of Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2012. 46 p.
8. ГОСТ 24452-2023. Бетоны. Методы определения призмочной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. Введ. 2024-01-01. М.: Стандартинформ, 2023. 24 с.
9. ГОСТ 18105-2018. Бетоны. Правила контроля и оценки прочности. Введ. 2019-01-01. М.: Стандартинформ, 2018. 16 с.
10. Viradiya S.R., Vora T.P. Comparative study of experimental and analytical results of FRP strengthened beams in flexure // International Journal of Research in Engineering and Technology. 2014. Vol. 03. No. 04. P. 555–561. DOI: 10.15623/ijret.2014.0304097.
11. Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rüschi H. Behavior of concrete under biaxial stresses // Journal of the American Concrete Institute. 1969. Vol. 66. No. 8. P. 656–666.
12. Бударин А.М., Ремпель Г.И., Камзолкин А.А., Алехин В.Н. Деформационно-прочностная модель бетона с двойным независимым упрочнением и повреждением // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. № 4. С. 527–543. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.4.527-543. EDN: ПJBPRQ.
13. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // Строительство и реконструкция. 2012. № 2 (40). С. 11–19. EDN: OZMBYX.
14. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
15. Bazant Z.P., Oh B.H. Crack band theory for fracture of concrete // Materials and Structures. 1983. Vol. 16. P. 155–177. DOI: 10.1007/bf02486267. EDN: VSKHLA.
16. Kim J.-K. The fracture characteristics of crushed limestone sand concrete.

17. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings : EN 1992-1-1:2004+A1:2014 / CEN.
18. ГОСТ Р 52544-2006. Прокат арматурный свариваемый периодического профиля классов А500С и В500С для армирования железобетонных конструкций. Технические условия. М.: Стандартинформ, 2006. 20 с.

REFERENCES

1. SP 63.13330.2018. Concrete and Reinforced Concrete Structures. Basic Provisions. Set of rules: approved by Order of the Ministry of Construction of Russia No. 810/pr dated December 19, 2018; put into effect on June 20, 2019. Moscow: Standartinform, 2018. 52 p. (In Russ.)
2. Radaikin O.V. Refinement of the provisions of the limit state method regarding the standardization of " σ – ε " relationships of concrete under compression and tension. Part 1. *Concrete and Reinforced Concrete*. 2025. No. 3 (628). Pp. 69–79. DOI: 10.37538/0005-9889-2025-3(628)-69-79. (In Russ.) EDN: XMUZPX
3. Radaikin O.V. Refinement of the provisions of the limit state method regarding the standardization of " σ – ε " relationships of concrete under compression and tension. Part 2. *Concrete and Reinforced Concrete*. 2025. No. 4 (629). Pp. 58–66. DOI: 10.37538/0005-9889-2025-4(629)-58-66. (In Russ.) EDN: JPLHAM
4. GOST R 57700.25-2020. Computer Models and Simulation. Validation Procedures. Moscow: Standartinform, 2020. 16 p. (In Russ.)
5. GOST R 57700.10-2018. Numerical Simulation of Physical Processes. Determination of Stress-Strain State. Verification and Validation of Numerical Models of Complex Structural Elements in the Elastic Region. Moscow: Standartinform, 2018. 24 p. (In Russ.)
6. ASME V&V 10-2006. Guide to Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2006. 88 p.
7. ASME V&V 10.1-2012. An Illustration of the Concepts of Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2012. 46 p.
8. GOST 24452-2023. Concretes. Methods for Determining Prism Strength, Elastic Modulus and Poisson's Ratio. Effective from January 1, 2024. Moscow: Standartinform, 2023. 24 p. (In Russ.)
9. GOST 18105-2018. Concretes. Rules for Strength Control and Assessment. Effective from January 1, 2019. Moscow: Standartinform, 2018. 16 p. (In Russ.)
10. Viradiya S.R., Vora T.P. Comparative study of experimental and analytical results of FRP strengthened beams in flexure. *International Journal of Research in Engineering and Technology*. 2014. Vol. 3. No. 4. Pp. 555–561. DOI: 10.15623/ijret.2014.0304097
11. Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rüschi H. Behavior of concrete under biaxial stresses. *Journal of the American Concrete Institute*. 1969. Vol. 66. No. 8. Pp. 656–666.
12. Budarin A.M., Rempel G.I., Kamzolkin A.A., Alekhin V.N. Deformation-strength model of concrete with double independent hardening and damage. *Vestnik MGSU*. 2024. Vol. 19. No. 4. Pp. 527–543. (In Russ.) DOI: 10.22227/1997-0935.2024.4.527-543 EDN: IJBPQ
13. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radaikin O.V. On the determination of deformations of bent reinforced concrete elements using deformation diagrams of concrete and reinforcement. *Building and Reconstruction*. 2012. No. 2 (40). Pp. 11–19. (In Russ.) EDN: OZMBYX
14. Karpenko N.I. General Models of Reinforced Concrete Mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996. 416 p. (In Russ.)
15. Bazant Z.P., Oh B.H. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*. 1983. Vol. 16. Pp. 155–177. DOI: 10.1007/bf02486267 EDN: VSKHLA
16. Kim J.-K. The fracture characteristics of crushed limestone sand concrete.
17. Eurocode 2: Design of concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings: EN 1992-1-1:2004+A1:2014. CEN.
18. GOST R 52544-2006. Weldable Ribbed Reinforcing Bars of Classes А500С and В500С for Reinforcement of Reinforced Concrete Structures. Specifications. Moscow: Standartinform, 2006. 20 p. (In Russ.)

Сведения об авторах:

Радайкин Олег Валерьевич, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Энергообеспечение предприятий, строительство зданий и сооружений», Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия; профессор кафедры «Конструктивно-дизайнерское проектирование», Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия. Scopus AuthorID: 57213829424, SPIN-код: 7598-2215, AuthorID: 552243, ResearcherID: G-9111-2019, orcid.org/0000-0002-5575-450X. Email: olegxxii@mail.ru.

Салимханова Алина Игоревна, аспирант, Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия. <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. Email: salimhanova.alina@yandex.ru.

About the authors:

Oleg V. Radaikin, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Power Supply of Enterprises, Construction of Buildings and Structures, Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia; Professor of the Department of Structural Design, Kazan Federal University, Kazan, Russia. Scopus AuthorID: 57213829424, SPIN-код: 7598-2215, AuthorID: 552243, ResearcherID: G-9111-2019, orcid.org/0000-0002-5575-450X. Email: olegxxii@mail.ru.

Alina I. Salimkhanova, Postgraduate Student, Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia. <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. Email: salimkhanova.alina@yandex.ru.

Вклад авторов: Радайкин О.В. – концепция публикации, постановка цели, научное руководство; Салимханова А.И. – проведение компьютерного моделирования, анализ результатов и получение выводов, подготовка текста статьи.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The authors declare no conflict of interest.

The authors have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 22.07.2026
Одобрена после рецензирования 02.08.2026
Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 22.07.2026
Approved after reviewing 02.08.2026
Accepted for publication 14.08.2026