

А. Г. ТАМРАЗЯН¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, Россия

ДЕМПФИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Аннотация. В данной статье рассматриваются свободные колебания железобетонной конструкции с нелинейной изгибной жёсткостью, обусловленной образованием и закрытием нормальных трещин, и с диссипацией энергии, представленной вязким демпфированием. Расчётная схема представляет собой консольный стержень, нагруженный постоянной продольной силой N и мгновенно удаляемой поперечной нагрузкой S . Задача разделена на три этапа. На первом этапе численно решается нелинейная статическая задача прогиба стержня с переменной по длине жёсткостью, зависящей от уровня изгибающего момента; для описания работы растянутого бетона используется коэффициент ψ_s . На втором этапе в рамках линейно-жёсткой динамической модели с внешними вязкими демпферами методом пространства состояний определяются критическое демпфирование и логарифмический декремент колебаний. На третьем этапе решается нелинейная динамическая задача, в которой матрица жёсткости зависит от текущего прогиба оголовья, а матрица демпфирования формируется с учётом наличия трещин. Расчёты выполнены в программном комплексе MATLAB. Установлено, что при малых и умеренных значениях поперечной нагрузки коэффициент демпфирования практически не зависит от образования трещин, однако при приближении нагрузки к предельной величине наблюдается резкое, близкое к степенному, увеличение диссипативных свойств конструкции. Полученная зависимость позволяет уточнить оценку демпфирования в железобетонных элементах при расчёте на динамические воздействия.

Ключевые слова: железобетонная конструкция, консольный стержень, жёсткость, диссипация энергии, матрица демпфирования, образованием трещин.

Для цитирования: Тамразян А.Г. Демпфирование железобетонных конструкций при свободных колебаниях // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 110-121. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-110-121. EDN: HURBBH

© Тамразян А.Г., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

A. G. TAMRAZYAN¹¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia**DAMPING OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES
UNDER FREE VIBRATIONS**

Abstract. This article considers the free vibrations of a reinforced concrete structure with nonlinear flexural stiffness due to the formation and closure of normal cracks and with energy dissipation represented by viscous damping. The calculation model is a cantilever bar loaded with a constant longitudinal force N and an instantly removed transverse load S . The problem is divided into three stages. In the first stage, a nonlinear static problem of bar deflection with a length-varying stiffness dependent on the bending moment level is numerically solved; the coefficient ψ_s is used to describe the behavior of tensile concrete. In the second stage, the critical damping and logarithmic decrement of vibrations are determined within the framework of a linearly rigid dynamic model with external viscous dampers using the state-space method. In the third stage, a nonlinear dynamic problem is solved, in which the stiffness matrix depends on the current headwall deflection, and the damping matrix is generated taking into account the presence of cracks. The calculations were performed using the MATLAB software package. It was found that for small and moderate transverse loads, the damping coefficient is virtually independent of crack formation. However, as the load approaches its limit, a sharp, power-law-like increase in the dissipative properties of the structure is observed. The resulting relationship allows for a more accurate assessment of damping in reinforced concrete elements when calculating dynamic loads.

Keywords: reinforced concrete structure, cantilever rod, rigidity, energy dissipation, damping matrix, crack formation

For citation: Tamrazyan A.G. Damping of reinforced concrete structures under free vibrations. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 110-121. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-110-121. EDN: HURBBH

Введение

В современном строительстве наблюдается устойчивая тенденция к увеличению этажности и сложности архитектурно-конструктивных решений зданий. Высотные здания предъявляют повышенные требования к обеспечению их надёжности и комфортности при динамических нагрузках, возникающих вследствие ветровых и сейсмических воздействий. Ключевым фактором, определяющим реакцию здания на эти воздействия, является демпфирование — способность конструкции рассеивать колебательную энергию [1-6].

Отечественные строительные нормы регламентируют использование фиксированных значений коэффициента демпфирования (например, 5% от критического для железобетонных конструкций). Однако анализ научно-технической литературы и данные натурных испытаний, свидетельствуют о том, что реальные диссипативные свойства железобетонных конструкций существенно зависят от их напряжённо-деформированного состояния [7-9]. В частности, наличие и раскрытие трещин, высота здания, уровень напряжений приводят к значительному изменению коэффициента демпфирования, что не учитывается действующими нормами [10-11]. Игнорирование этого факта может приводить к недооценке усилий в элементах конструкций и, как следствие, к завышению их несущей способности, что создаёт потенциальную угрозу безопасности высотных зданий при динамических воздействиях.

Модели и методы

При решении задачи о собственных и вынужденных колебаниях железобетонной колонны с диссипацией примем следующую расчётную схему: в монолитном железобетонном каркасе колонна обычно закреплена с обоих концов (в уровне перекрытий). Для упрощения, следуя стандартным допущениям практики расчёта строительных конструкций, заменим закреплённый с двух концов стержень стержнем, у которого один край закреплён (заделка), а другой край свободен (оголовье), данную схему (рис. 1) в рамках работы будем именовать «полуколонна» (длина консольного стержня l равна половине от исходной колонны $2l$). Такая замена корректна для определения усилий в конструкции и позволяет рассматривать простую статически определимую расчётную схему.

На оголовье стержня приложены продольная сжимающая нагрузка N (нагрузка, воспринимаемая от вышележащих конструкций) и поперечное усилие S . Усилие S является следствием воздействия динамической нагрузки (ветровая, сейсмическая). В данной работе рассматриваются собственные колебания железобетонной полуколонны, возникающие при мгновенном удалении нагрузки S .

Стержень обладает нелинейной жёсткостью, обусловленной раскрытием-закрытием трещин по длине элемента: по достижении в заделке величины изгибающего момента M_{cpc} в заделке возникают нормальные трещины, и при дальнейшем увеличении поперечной нагрузки S увеличивается и длина участка, на котором раскрываются трещины — l_{cpc} . Данный участок, в силу образования трещин, будет обладать пониженной жёсткостью.

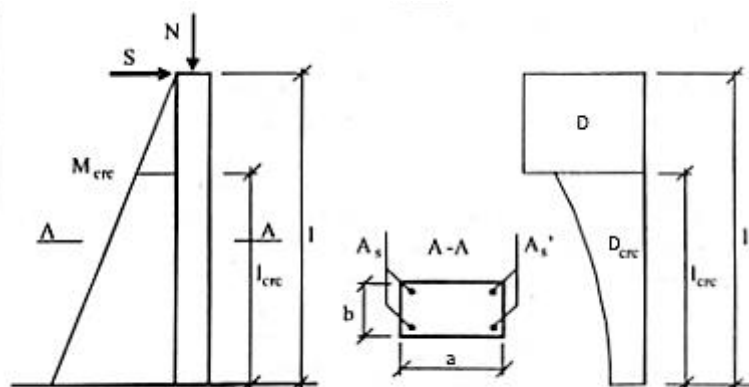


Рисунок 1 — Расчётная схема полуколонны с переменной жёсткостью

После мгновенного удаления нагрузки S стержень начинает совершать свободные колебания. При этом период свободных колебаний конструкции не является постоянной величиной в силу зависимости от жёсткости конструкции: по мере закрытия трещин в процессе возврата стержня к положению равновесия жёсткость железобетонной конструкции возрастает, соответственно, это приводит к уменьшению периода собственных колебаний. При этом по достижении положения равновесия жёсткость становится наибольшей и период колебаний становится минимальным, после чего, вследствие возникновения сил инерции, стержень отклоняется от положения равновесия, трещины вновь раскрываются, жёсткость железобетонного стержня падает, период колебаний увеличивается. Таким образом, период колебаний конструкции перманентно изменяется в процессе собственных колебаний и напрямую зависит от обобщённой координаты положения конструкции

Диссипативные свойства конструкции задаются посредством введения в систему вязкого трения. Изменение периода собственных колебаний неизбежно сказывается на диссипативных свойствах конструкции. К тому же следует добавить, что железобетон с нормальными трещинами обладает большей диссипативностью, чем бетон без трещин.

На основании вышеописанных исходных данных исходных данных введём следующее допущение: наибольшее влияние на процесс колебаний стержня с демпфированием оказывает первая форма. В таком случае в процессе колебаний стержень

принимает форму, подобную той, которую принимает при ранее описанном воздействии сосредоточенного усилия S в оголовье полуколонны. Тогда мы можем избежать трудоёмкого определения абсолютной координаты каждого узла балки в каждый момент времени. Вместо этого предлагается рассматривать оголовье колонны и на основании положения оголовья определять значение жёсткости для каждого участка стержня, в соответствии с результатами решения нелинейной статической задачи.

В таком случае, на основании ранее изложенных исходных данных и допущений, задача о собственных колебаниях нелинейно-жёсткого стержня с демпфированием разбивается на три подзадачи:

1. Решение задачи статического прогиба нелинейного-жёсткого стержня под воздействием поперечного усилия S
2. Решение линейно-жёсткой динамической задачи с диссипацией с целью определения диссипативных параметров системы
3. Решение нелинейно-жёсткой динамической задачи с демпфированием

Реализация трёх подзадач выполняется численными методами в программном комплексе MATLAB.

В рамках работы рассмотрим поведение полуколонн, характеристики которых представим в табл. 1.

Таблица 1 - Характеристики полуколонн, рассматриваемых в работе

№	Наименование типа	Длина, м	Размеры поперечного сечения, см	Класс бетона, В	Класс арматуры	Армирование с стороны ($A_s=A_s'$)	Площадь армирования, см ²
1	ПК.Т1	1,5	40×80	15	А500	5Ø20	15,71
2	ПК.Т2			30		5Ø25	25,60
3	ПК.Т3			30		5Ø32	32,10

Результаты исследования и их анализ

Решение задачи статического прогиба нелинейного-жёсткого стержня под воздействием поперечного усилия S

Зависимость между прогибом оголовья полуколонны w_{end} и горизонтальной нагрузкой S является нелинейной по ряду причин. Во-первых, из-за действия продольного усилия N , которое приводит к образованию дополнительного изгибающего момента в заделке с ростом прогиба (т. н. P – Δ эффект). Во-вторых, жёсткость железобетонной конструкции непостоянна по протяжённости: имеется участок с пониженной жёсткостью (l_{crc}) и участок с изначальной жёсткостью ($l-l_{crc}$). В-третьих, по мере увеличения усилия S увеличивается и участок l_{crc} .

Условием раскрытия трещин является превышение действующего изгибающего момента в сечении M над моментом трещинообразования M_{crc} :

$$M \leq M_{crc} = R_{bt,ser} W_{pl} + N e_x, \quad (1)$$

где W_{pl} — упругопластический момент сопротивления сечения для крайнего растянутого волокна в железобетонном сечении, и связывается с упругим моментом сопротивления W_{red} коэффициентом пластичности γ :

$$W_{pl} = \gamma W_{red}. \quad (2)$$

Коэффициент γ позволяет учитывать псевдотекучую работу бетона при раскрытии трещин. Однако, раскрытие трещин с реализацией псевдотекучести бетона справедливо только для первичного раскрытия трещин, при повторном раскрытии трещин бетон в сечении сопротивляется абсолютно упруго, поскольку раскрываются уже ранее

образованные трещины. Поскольку данный раздел необходим для дальнейшего решения задачи динамики, предлагается на данном этапе принимать $\gamma = 1$.

При раскрытии трещин жёсткость железобетонного стержня изменяется, и бетон растянутой зоны сечения частично выключается из работы. Оставшийся в работе растянутый бетон в участках между трещинами традиционно учитывают посредством применения коэффициента Мурашева ψ_s . В соответствии с актуальными строительными нормами, данный коэффициент для изгибаемых железобетонных конструкций равняется:

$$\psi_s(M) = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M} . \quad (3)$$

Отметим, что коэффициенту $\psi_s = 1$ (полное выключение растянутой зоны бетона из работы) соответствует изгибающий момент:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M} = 1 . \quad (4)$$

Отсюда заключаем, что вне зависимости от действующего в железобетонном элементе изгибающего момента, в растянутой зоне всегда остаётся бетон, включённый в работу конструкции. Тогда одна из предпосылок расчёта конструкции по предельным состояниям первой группы (выключение бетона растянутой зоны сечения из работы) выполняется для конкретного малого железобетонного сечения с трещиной, в окрестностях которой бетон растянутой зоны элемента остаётся включённым в работу. Однако подобное справедливо только для железобетонных элементов, рассматриваемых в континуальной постановке, но для того, чтобы решить поставленную задачу о нелинейном прогибе стержня численными методами, потребуется переход к кусочно-дискретной модели стержня. Тогда при постоянной длине конструкции $l = const$ и числе участков $n \rightarrow \infty$ (приближение к континуальной модели) на i -ом участке протяжённостью $h \rightarrow 0$ при $M = M_{ult}$ бетон растянутой зоны остаётся включённым в работу, что приводит к противоречию с предпосылкой расчёта по первой группы предельных состояний.

По причине описанных рассуждений наиболее целесообразным в рамках работы представляется применение коэффициента Мурашева, определяемого по формуле:

$$\psi_s(M) = 1,3 - S_\psi \frac{M_{crc}}{M} . \quad (5)$$

где S_ψ — коэффициент, зависящий от сцепления арматуры с бетоном и характера нагружения конструкции (для конструкций с арматурой с периодическим профилем при длительной нагрузке $S_\psi = 0,8$, для динамической нагрузки $S_\psi = 0,3$).

Формулу (5) модифицируем на основании ранее описанных рассуждений. Поскольку при $M = M_{ult}$ коэффициент $\psi_s = 1$, получим:

$$\frac{0,3}{S_\psi} = \frac{M_{crc}}{M_{ult}} . \quad (6)$$

Таким образом, автор данной работы предлагает следующую модификацию формулы (5): вместо статического коэффициента 1,3 перейти к подвижному $1 + k_\psi$, в таком случае придём к следующей записи:

$$\begin{cases} k_\psi = S_\psi \frac{M_{crc}}{M} \\ \psi_s(M) = (1 + k_\psi) - S_\psi \frac{M_{crc}}{M} \end{cases} . \quad (7)$$

Вслед рассмотрим жёсткость железобетонного элемента без раскрытия нормальных трещин. Традиционно (и в соответствии с требованиями актуальных строительных норм) жёсткость железобетонного стержня определяется на основании стандартных формул теории сопротивления материалов. Однако подобная оценка является тривиальной и негативно сказывается на дальнейшем решении динамической задачи. Для начала следует отметить, что подобный подход принуждает рассматривать, что по мере приближения величины изгибающего момента в сечении к величине M_{crc} в бетоне конструкции не возникает неоднородностей в распределении напряжений и, как следствие, постепенного изменения жёсткости. Вместо этого подразумевается, что жёсткость конструкции изменяется скачкообразно — вслед за образованием трещин возникает мгновенное уменьшение изгибной жёсткости [12]. Если при рассмотрении статической задачи можно допустить, что

данный подход имеет место, то при знакопеременной нагрузки, когда бетон уже обладает неоднородностями в силу уже ранее образовавшихся трещин, важно учитывать постепенное изменение жёсткости системы. Ко всему стандартный подход с «отскоком» на эпюре изгибной жёсткости приводит к негативным эффектам при решении динамической задачи (возникновение «шумов» на графике $w_{end}(t)$). Поэтому в рамках работы жёсткость бетона в растянутой зоне железобетонного сечения учитывается посредством коэффициента ψ_s при $M < M_{crc}$, определяемый в соответствии с формулой [13]:

$$\begin{cases} \psi_s(M) = a_{bc} + b_{bc} \left(\frac{M}{M_{ult}} \right)^{c_{bc}} \\ a_{bc} = \psi_s(0) = \frac{1}{1 + \frac{E_b I_b}{E_s I_s}} \\ c_{bc} = \frac{a_{ac} c_{ac}}{\psi_s(M_{crc}) - \psi_s(0)} \left(\frac{M}{M_{ult}} \right)^{c_{ac}} \\ b_{bc} = \frac{\psi_s(M_{crc}) - \psi_s(0)}{\left(\frac{M}{M_{ult}} \right)^{c_{ac}}} \end{cases} \quad (8)$$

Для примера представлен график зависимости $\psi_s(M)$ для образца ПК.Т1 на рис. 2.

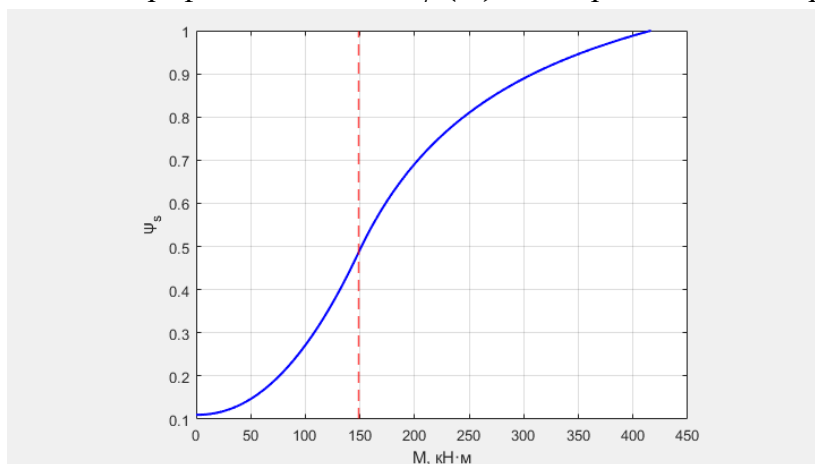


Рисунок 2 — График зависимости $\psi_s(M)$ для образца ПК.Т1

На основании изложенных выкладок решим задачу нелинейного прогиба полуколонны под действием нагрузки S с помощью численных методов. При решении возьмём за основу дифференциальное уравнение Эйлера-Бернулли с учётом граничных условий:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} \left(D(x) \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + N \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \\ \left. \begin{aligned} w(0) = 0 \\ \frac{dw}{dx}(0) = 0 \end{aligned} \right\} - \text{кинематические граничные условия} \\ \left. \begin{aligned} \frac{d^2 w}{dx^2}(l) = 0 \\ \frac{d^3 w}{dx^3}(l) = S \end{aligned} \right\} - \text{статические граничные условия} \end{cases}, \quad (9)$$

где $D(x)$ — переменная по протяжённости полуколонны жёсткость.

Уравнение (9) решается с применением встроенных решателей MATLAB. Для решения нагрузка S прикладывается пошагово, на каждом шаге приложения уточняется распределение изгибной жёсткости по длине конструкции $D(x)$ в зависимости от величины изгибающего момента в сечении $M(x)$. На каждом шаге нагружения жёсткость принимается линейной.

На данном этапе расчёта получены:

– зависимость прогиба оголовья колонны w_{end} от поперечного усилия S при постоянном усилии $N = 400 \text{ кН}$ для каждого из рассматриваемых типов колонн (см. рис. 3)

– величина изгибной жёсткости на протяжении колонны при определённых значениях w_{end} (см. рис. 4)

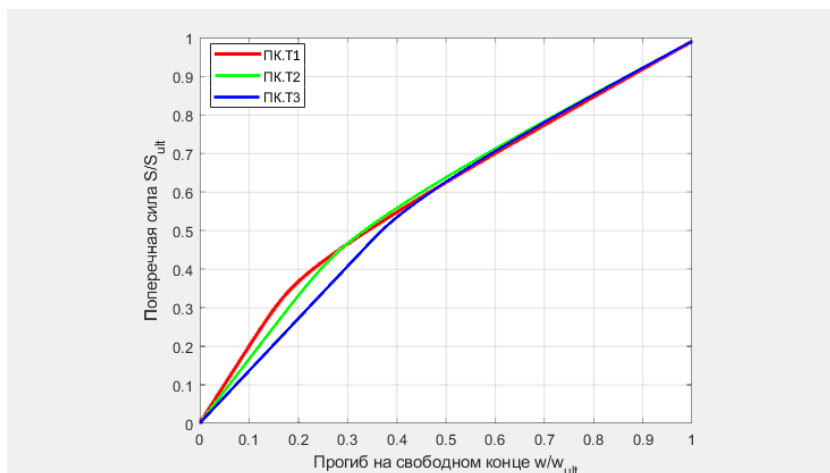


Рисунок 3 — Зависимость прогиба оголовья колонны w_{end} от действующего поперечного усилия S для 3 типов полуколонн в относительных величинах

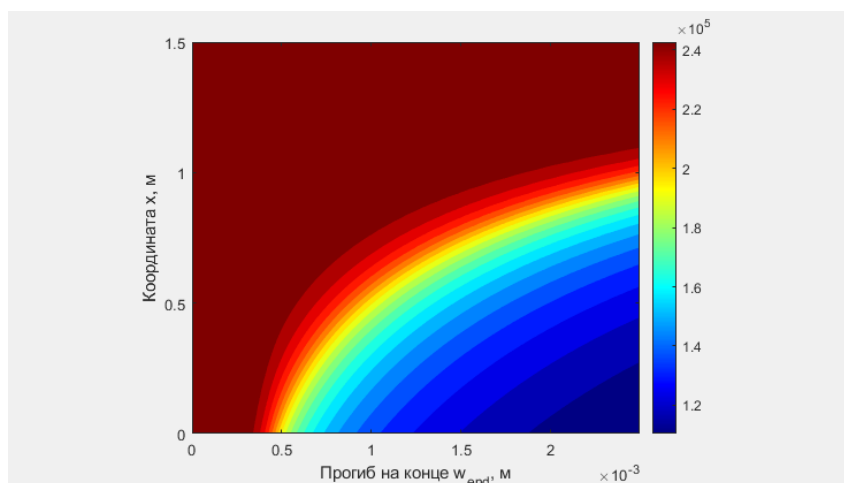


Рисунок 4 — Распределение изгибной жёсткости D по длине элемента x на основании в зависимости от прогиба оголовья колонны w_{end} для полуколонны ПК.Т1

Решение линейно-жёсткой динамической задачи с диссипацией с целью определения диссипативных параметров системы

В рамках решения данной задачи требуется определить диссипативные свойства конструкции без учёта образования трещин и изменения изгибной жёсткости. Уравнение собственных колебаний континуального железобетонного стержня с учётом демпфирования описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0. \quad (10)$$

При решении задачи численными методами осуществляется переход к кусочно-линейной постановке, тогда дифференциальное уравнение приобретает следующий вид:

$$M\ddot{W} + C\dot{W} + KW = 0. \quad (11)$$

Полуколонна разбивается на n -ое число узлов, каждый из которых обладает собственной массой m_i . Демпфирование в данной модели воссоздаётся с помощью совокупности внешних вязких демпферов с величиной вязкости c_i , один конец демпфера соединяется с узлами.

В рамках решения рассматриваемой задачи необходимо принять, что величина вязкого трения в демпферах с не зависит ни от инерционных, ни от жёсткостных свойств конструкции, а является независимой характеристикой материалов конструкции. Потому неприменимыми являются подходы описания демпфирования по Рэлею, а также

гистерезисное демпфирование. В связи с этим для решения уравнения (11) требуется произвести замену и перейти к пространству состояний (state space formulation) [14]. Произведём следующие замены:

$$z = \begin{bmatrix} W \\ \dot{W} \end{bmatrix}; \dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{W} \\ \ddot{W} \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где A — матрица состояний. В таком случае уравнение (11) сводится к уравнению:

$$\dot{z} = Az. \quad (13)$$

Таким образом, метод пространства состояний является переходом от n -ого числа линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка к $2n$ -ому числу дифференциальных уравнений первого порядка, что позволяет произвести вычисления и получить решение. По причине увеличения числа требуемых вычислений в два раза данный метод редко применяется на практике при решении задач динамики строительных систем с большим числом степеней свободы. Однако в рамках поставленной задачи, где краеугольным является вопрос диссипативных свойств конструкции, данный метод является наиболее целесообразным.

Необходимо определить величину вязкости c_i в демпферах. В соответствии с действующими строительными нормами, величина демпфирования в железобетонных конструкциях напрямую связана с критическим демпфированием. Критическому демпфированию будет соответствовать такое значение величины вязкости c_{crit} , при которой решение уравнения (11) перестаёт быть колебательным. В одномассовых осцилляторах с одним вязким демпфером (модель Фойгта) справедливым оказывается данное равенство [15]:

$$c_{crit} = 2\sqrt{mk}, \quad (14)$$

где

m — обобщённая инертность системы

k — обобщённая жёсткость системы

Но для системы с множеством числом степеней свободы (каковым является рассматриваемая полуколонна) равенство (14) неприменимо напрямую, требуется определить величину c_{crit} . Для этого примем, что величина вязкости всех демпферов одинакова и найдём величину с помощью численных методов. Решение дифференциального уравнения (13) принимает следующий вид [16]:

$$W(t) = e^{At}W(0). \quad (15)$$

Значение функции e^{At} находится через матрицу собственных векторов Φ и матрицу собственных значений Λ матрицы A :

$$e^{At} = \Phi e^{\Lambda t} \Phi^{-1}, \quad (16)$$

где

$$e^{\Lambda t} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & & \\ & e^{\lambda_2 t} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Если хоть один член λ_i матрицы собственных значений будет обладать мнимой частью — уравнение движения (которое и является решением уравнения (13)) будет обладать периодичностью, уравнение будет колебательным. Но если все члены λ_i будут действительными, то уравнение движения становится аperiodическим, система является передемпфированной. Таким образом, с помощью метода половинного деления (метод бисекции) можно подобрать значение c_{crit} — минимальное значение вязкости, при котором все члены λ_i матрицы (17) будут действительными и уравнение движения становится аperiodическим. Реализация данного алгоритма выполняется в программном комплексе MATLAB.

В завершении отметим, что матрицу демпфирования C можно представить в следующей форме:

$$C = c_{crit}Z, \quad (18)$$

где Z — диагональная матрица коэффициентов демпфирования в долях от критического (например, если всем вязким демпферам соответствует демпфирование ζ от критического $Z = \zeta \cdot I$).

Другой важной характеристикой, описывающей диссипативные свойства конструкции, является логарифмический декремент колебаний. В физическом смысле логарифмический декремент — натуральный логарифм отношения соседних амплитуд свободных колебаний с демпфированием:

$$\delta = \ln \frac{A_j}{A_{j+1}}. \quad (19)$$

Для одномассового осциллятора с вязким демпфированием величина δ с величиной ζ связана следующим соотношением:

$$\delta = 2\pi\zeta. \quad (20)$$

Данное соотношение часто применяется и в отечественных строительных нормах, однако на практике в системах с большим числом степеней свободы данное отношение тоже может не выполняться. В рамках данной работы определение величины δ производится на основании осциллограммы свободных колебаний оголовья полуколонны $w_{end}(t)$ (рис. 5). При этом вместо формулы (19) на основании численных методов применяется иной алгоритм: вместо того, чтобы определять по отдельности значение логарифмического декремента для соседних амплитуд колебаний производится определение амплитуд, которые объединяются экспоненциальной функцией следующего вида:

$$w_{end}(t) = w_{end}(0)e^{-\beta T}, \quad (21)$$

где β — декремент колебаний. Значение декремента колебаний подбирается с помощью численных методов (метод наименьших квадратов), после чего логарифмический декремент определяется на основании следующей связи с декрементом колебаний:

$$\delta = \beta T. \quad (22)$$

Так нам удастся добиться наиболее точного вычисления величины δ железобетонной конструкции. Затем, в соответствии с формулой, обратной формуле (20), можно определить фактический коэффициент демпфирования в долях от критического ζ_{fact} , который может применяться в дальнейшем при решении задач динамики строительных конструкций.

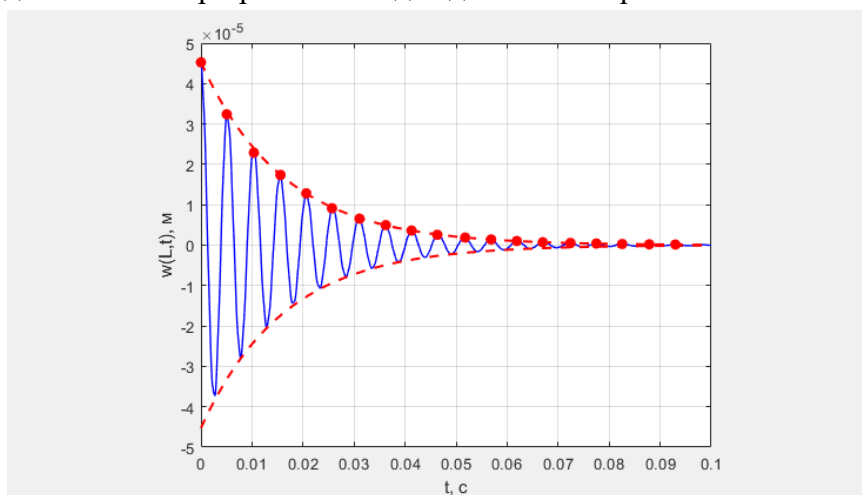


Рисунок 5 — К определению δ на примере полуколонны ПК.Т1

В качестве примера проанализируем образцы полуколонн из табл. 1, определим величину критической вязкости и зададимся вязкостью в долях от критического, на основании которого определим логарифмический декремент.

Решение нелинейно-жесткой динамической задачи с демпфированием

В предыдущем разделе была определена величина критической вязкости для каждого узла расчётной схемы. Значение критической вязкости является величиной, зависимой от

Таблица 2— Диссипативные характеристики полуколонн

№	Наименование типа	Критическая вязкость демпферов C_{crit} , кН·с/м ²	ζ , %	δ	ζ_{fact} , %
1	ПК.Т1	1949,70	5	0,317	5,04
2	ПК.Т2	2296,30		0,315	5,02
3	ПК.Т3	2423,40		0,316	5,03

жёсткости конструкции, после образования трещин жёсткость конструкции меняется, соответственно, меняется и критическая вязкость в демпферах. Примем следующее допущение: величина критической вязкости является исключительно характеристикой материалов конструкции (бетона и арматуры), а потому после изменения изгибной жёсткости вследствие трещинообразования будем принимать, что критическая вязкость демпферов остаётся неизменной и полностью соответствует ранее рассмотренной линейной задаче.

Так же необходимо отметить определение матрицы Z по формуле (18). Традиционно строительные нормы РФ рассматривают, что для железобетонных конструкций соответствует демпфирование, равное 5% от критического. Однако, как показывают результаты натурных испытаний, данная оценка является чересчур оптимистичной: зачастую 5% демпфирования от критического соответствует для железобетонных конструкций с трещинами, без трещин же демпфирование соответствует 2% от критического. На основании данных натурных испытаний в рассматриваемой железобетонной полуколонне с демпфированием предлагается следующий алгоритм формирования матрицы Z : после приложения нагрузки S первые n_{crc} узлов полуколонны попадают в зону с образованием трещин, соответственно, в матрице Z членам с 1-ого по n_{crc} присваиваются значения 0,05, оставшемуся же числу $n - n_{crc}$ членов присваивается значение 0,02.

В соответствии со всеми ранее приведёнными выкладками мы получаем следующее уравнение свободных колебаний конструкции с учётом кусочно-постоянного вязкого демпфирования и нелинейной жёсткостью в матричном виде:

$$M\ddot{W} + C\dot{W} + K(w_{end})W = 0, \quad (23)$$

где $K(w_{end})$ — матрица жёсткости, зависящая от величины прогиба оголовья полуколонны w_{end} .

Решим уравнение (23) с помощью программного комплекса MATLAB. При этом для расчёта дополнительно реализуем алгоритм вычисления изгибной жёсткости $D(x)$ для промежуточных значений w_{end} (рис.6).

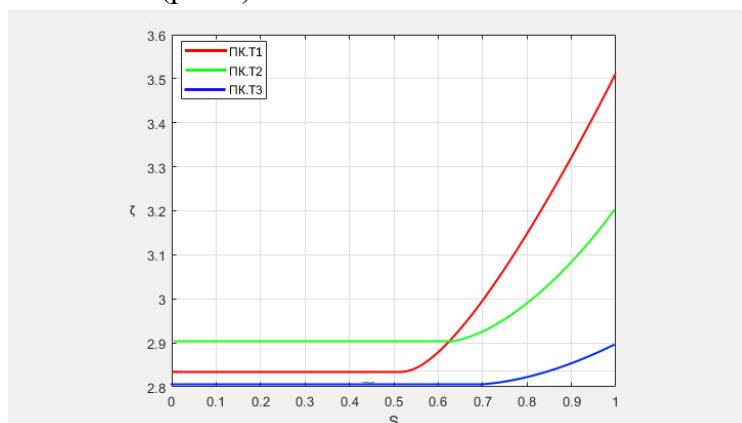


Рисунок 6 — Установленная зависимость между демпфированием в долях от критического ζ от приложенного безразмерного усилия S/S_{ult}

Заключение

1. В ходе работы получена зависимость диссипативных свойств железобетонной конструкции от приложенной нагрузки S .
2. Получено, что на большом промежутке величина S не оказывает прямого воздействия на диссипативные свойства конструкции, однако после некоего значения возникает зависимость, близкая к степенной с резким увеличением диссипативных свойств железобетонной конструкции.
3. Величина M_{ult} железобетонных конструкций сказывается на стадии резкого увеличения диссипативных характеристик конструкции.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания в сфере научной деятельности Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект по теме «Оценка технического состояния зданий на основе параметров живучести и риска», номер темы FSWG 2024-0003 (госзадание НИУ МГСУ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shein A., Zaitsev M., Tamrazyan A., Matseevich T. Damping Seismic Vibrations in High-Rise Buildings Using Controlled Reactive Dampers // Architecture and Engineering. 2025. Т. 10. № 3. С. 86–95. DOI: 10.23968/2500-0055-2025-10-3-86-95. EDN: SPIQNO.
2. Tamrazyan A.G., Chernik V.I., Matseevich T.A., Manaenkov I.K. Analytical Model of Deformation of Reinforced Concrete Columns Based on Fracture Mechanics // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2022. Т. 18. № 6. С. 573–583. DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-6-573-583. EDN: PBNUKS.
3. Ghahari F., Sargsyan K., Taciroglu E. Quantification of modeling uncertainty in the Rayleigh damping model // Earthquake Engineering & Structural Dynamics. 2024. Vol. 53.
4. Ahmed M., Mohamed H., Hassan H., Zaghlal M. Rubberized reinforced concrete columns under axial and cyclic loading // Frattura ed Integrità Strutturale. 2024. Vol. 18. P. 286–309. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.70.17.
5. Elmenshawi A., Brown T. Hysteretic energy and damping capacity of flexural elements constructed with different concrete strengths // Engineering Structures. 2010. Vol. 32. No. 1. P. 297–305. DOI: 10.1016/j.engstruct.2009.09.016.
6. Velani P., Dasari H., Bhalkikar A., Ramancharla P. Damping of RC tall buildings in India by ambient vibration test // 18th World Conference on Earthquake Engineering (WCEE2024). Milan, Italy. 2024.
7. Тамразян А.Г., Кудрявцев М.В. Влияние коррозионных повреждений арматуры на динамическое состояние сжатых железобетонных конструкций // Строительство и реконструкция. 2025. № 2 (118). С. 81–93. DOI: 10.33979/2073-7416-2025-118-2-81-93. EDN: LQAKKV.
8. Тамразян А.Г., Орлова М.А. Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния железобетонных изгибаемых элементов с трещинами // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 6 (53). С. 98–105. EDN: VAVKYX.
9. Мин Ко Ко, Тарануха Н.А., Сысоев О.Е. Математическая модель определения коэффициента демпфирования для конструкционных материалов // Вестник ИШ ДВФУ. 2024. № 3 (60).
10. Тамразян А.Г. К расчету железобетонных элементов с учетом ползучести и старения на основе реологической модели бетона // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 7. С. 26–27. EDN: PAVQEX.
11. Царева А.Д., Байдин О.В., Бондаренко В.М. Некоторые вопросы диссипации силового сопротивления деформированию железобетона // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 6. С. 31–38. EDN: PJQXYH.
12. Бондаренко В.М. Элементы диссипативной теории силового сопротивления железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 2. С. 24–31.
13. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1968. 323 с.
14. Гордеев Б.А., Ерофеев В.И., Плехов А.С. Математические модели адаптивных виброизоляторов мобильных и стационарных объектов. Нижний Новгород: Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 2017. 123 с.
15. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / пер. с англ. Я.Г. Пановко ; перераб. Д.Х. Янгом. 2-е изд., стер. М.: URSS, КомКнига, 2006. 439 с.
16. Prevosto M. State Space Formulation: A Solution to Modal Parameter Estimation // Journal of Sound and Vibration. 1991.

REFERENCES

1. Shein A., Zaitsev M., Tamrazyan A., Matseevich T. Damping Seismic Vibrations in High-Rise Buildings Using Controlled Reactive Dampers. *Architecture and Engineering*. 2025. Vol. 10. No. 3. Pp. 86–95. (In Russ.) DOI: 10.23968/2500-0055-2025-10-3-86-95 EDN: SPIQNO
2. Tamrazyan A.G., Chernik V.I., Matseevich T.A., Manaenkov I.K. Analytical Model of Deformation of Reinforced Concrete Columns Based on Fracture Mechanics. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. Vol. 18. No. 6. Pp. 573–583. (In Russ.) DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-6-573-583 EDN: PBNUKS
3. Ghahari F., Sargsyan K., Taciroglu E. Quantification of modeling uncertainty in the Rayleigh damping model. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 2024. Vol. 53.
4. Ahmed M., Mohamed H., Hassan H., Zaghlal M. Rubberized reinforced concrete columns under axial and cyclic loading. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2024. Vol. 18. Pp. 286–309. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.70.17.
5. Elmenshawi A., Brown T. Hysteretic energy and damping capacity of flexural elements constructed with different concrete strengths. *Engineering Structures*. 2010. Vol. 32. No. 1. Pp. 297–305.
6. Velani P., Dasari H., Bhalkikar A., Ramancharla P. Damping of RC tall buildings in India by ambient vibration test. *Proceedings of the 18th World Conference on Earthquake Engineering (WCEE2024)*. Milan, Italy. 2024.
7. Tamrazyan A.G., Kudryavtsev M.V. Effect of corrosion damage of reinforcement on the dynamic state of compressed reinforced concrete structures. *Building and Reconstruction*. 2025. No. 2 (118). Pp. 81–93. (In Russ.) DOI: 10.33979/2073-7416-2025-118-2-81-93 EDN: LQAKKV
8. Tamrazyan A.G., Orlova M.A. Experimental studies of the stress-strain state of reinforced concrete bending elements with cracks. *Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. 2015. No. 6 (53). (In Russ.) Pp. 98–105. EDN: VAVKYX
9. Min Ko Ko, Taranukha N.A., Sysoev O.E. Mathematical model for determining the damping coefficient for structural materials. *Bulletin of the School of Engineering of FEFU*. 2024. No. 3 (60).
10. Tamrazyan A.G. On the calculation of reinforced concrete elements considering creep and aging based on the rheological model of concrete. *Industrial and Civil Engineering*. 2012. No. 7. Pp. 26–27. (In Russ.) EDN: PAVQEX
11. Tsareva A.D., Baidin O.V., Bondarenko V.M. Some issues of dissipation of force resistance to deformation of reinforced concrete. *Structural Mechanics and Analysis of Structures*. 2012. No. 6. Pp. 31–38. (In Russ.) EDN: PJQXYH
12. Bondarenko V.M. Elements of dissipative theory of force resistance of reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2014. No. 2. Pp. 24–31. (In Russ.)
13. Bondarenko V.M. *Some Problems of the Nonlinear Theory of Reinforced Concrete*. Kharkiv: Kharkiv University Press, 1968. 323 p. (In Russ.)
14. Gordeev B.A., Erofeev V.I., Plekhov A.S. Mathematical Models of Adaptive Vibration Isolators for Mobile and Stationary Objects. Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, 2017. 123 p. (In Russ.)
15. Timoshenko S.P. *Vibration Problems in Engineering*. (Revised by D.H. Young; translated from the 3rd American edition by Ya.G. Panovko). 2nd ed. Moscow: URSS, KomKniga, 2006. 439 p. (In Russ.)
16. Prevosto M. State Space Formulation: A Solution to Modal Parameter Estimation. *Journal of Sound and Vibration*. Elsevier BV. 1991. (In Russ.)

Сведения об авторе:

Тамразян Ашот Георгиевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 55975413900, SPIN-код: 2636-2447, AuthorID: 447901, ResearcherID: T-1253-2017, <https://orcid.org/0000-0003-0569-4788>. Email: tamrazian@mail.ru.

About the author:

Ashot G. Tamrazyan, Corresponding Member of the RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 55975413900, SPIN-code: 2636-2447, AuthorID: 447901, ResearcherID: T-1253-2017, <https://orcid.org/0000-0003-0569-4788>. Email: tamrazian@mail.ru.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор утвердил окончательный вариант статьи.

The author declares no conflict of interest.

The author has approved the final version.

Статья поступила в редакцию 25.07.2026

Одобрена после рецензирования 02.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 25.07.2026

Approved after reviewing 02.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026