

Научная статья

М.В. БЕРЛИНОВ¹

¹ Национальный Исследовательский Московский Государственный Строительный Университет, г. Москва, Российская Федерация

ОСТАТОЧНЫЙ РЕСУРС ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ В УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО ИЗНОСА

Аннотация. Разработана усовершенствованная методика расчета железобетонных конструкций, опирающаяся на фундаментальные положения современной феноменологической теории нелинейно деформируемого упруго-ползучего тела, учитывающей тензорную нелинейность и реологию деформирования вместе с несиловыми эксплуатационными факторами. Проанализировано влияние арматурных стержней при трёхосном напряжённостно-деформированном состоянии с условием совместности деформаций бетона и арматуры. Выведены математические соотношения, позволяющие сформулировать уравнения для расчётных напряжений в армированных элементах. Представлены базовые феноменологические уравнения, описывающие вибрационные воздействия, дающие возможность определять работу железобетонных элементов как без трещинообразования, так и при его наличии. Предложен алгоритм линеаризации задачи на основе интегральных оценок, предусматривающий фиксацию коррозионных процессов и виброползучести.

Ключевые слова: железобетон, модели деформирования бетона, феноменологические уравнения, нелинейная деформация, напряжения, динамические нагрузки, ползучесть, процессы виброползучести, эксплуатация.

Для цитирования: Берлинов М.В. Остаточный ресурс железобетонных конструкций при динамических воздействиях в условиях эксплуатационного износа // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 88-99. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-89-99. EDN: DNGNPR

© Берлинов М.В., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

M.V. BERLINOV¹¹ National Researcher Moscow State University of Civil Engineering (NRU MSUCE), Moscow, Russian Federation**RESIDUAL RESOURCE OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES UNDER DYNAMIC LOADS IN CONDITIONS OF OPERATIONAL WEAR**

Abstract. An improved method for calculating reinforced concrete structures has been developed, based on the fundamental principles of the modern phenomenological theory of a non-linearly deformable elastic-creeping body, which takes into account tensor nonlinearity and rheology of deformation together with non-force operational factors. The influence of reinforcement in a three-axis stress-strain state with the condition of joint deformations of concrete and reinforcement is analyzed. Mathematical relations are derived that make it possible to formulate equations for design stresses in reinforced elements. The basic phenomenological equations describing vibration effects are presented, which make it possible to determine the operation of reinforced concrete elements both without cracking and in its presence. An algorithm for linearization of the problem based on integral estimates is proposed, which provides for the fixation of corrosion processes and vibration.

Keywords: reinforced concrete, concrete deformation models, phenomenological equations, nonlinear deformation, stress, dynamic loads, creep, vibro-creep processes, exploitation.

For citation: Berlinov M.V. Residual resource of reinforced concrete structures under dynamic loads in conditions of operational wear. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 89-99 DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-89-99. EDN: DNGNPR

Введение

Гарантирование эксплуатационной надежности и безопасности зданий представляет собой приоритетную инженерную задачу в контексте современного проектирования, возведения и последующей жизнедеятельности сооружений [1-6]. Её решение непосредственно связано с прогнозированием остаточного ресурса железобетонных элементов, поскольку в ходе длительной службы ухудшаются прочностные характеристики и увеличиваются деформационные показатели, что негативно отражается на несущей способности, вызывая дополнительные расходы на ремонт, реконструкцию и усиление конструкций, а также на технико-экономические показатели сооружения в целом [7-14].

Современная интерпретация остаточного ресурса - $r_i(t)$ коррелирует с апробированными методиками [15–19] и аксиомами теории предельных состояний, сущность которых в научной концепции формулируется так:

$$r_i(t) = \min \left\{ 1 - \frac{M_{\max}(t_i)}{M_{ult}(t_i)}; 1 - \frac{Q_{\max}(t_i)}{Q_{ult}(t_i)}; 1 - \frac{f(t_i)}{f_u(t_i)}; 1 - \frac{a_{crc}(t_i)}{a_{crc,u}(t_i)} \right\} \quad (1)$$

здесь анализируются максимально-экстремальные и предельные изгибающие моменты $M_{\max}(t_i)$ и $M_{ult}(t_i)$, а также поперечные усилия $Q_{\max}(t_i)$ и $Q_{ult}(t_i)$ в рассматриваемом сечении стержневого элемента под действием внешней нагрузки; кроме того, учитываются текущий прогиб $f(t_i)$, нормативно предельный прогиб $f_u(t_i)$, а также реальная ширина раскрытия трещин $a_{crc}(t_i)$ и допустимая по действующим нормам проектирования $a_{crc,u}(t_i)$.

Следовательно, остаточный ресурс T , измеряемый во времени, определяется разностью между отметками t_u и t_i (см. рис. 1). Ключевым фактором, приводящим к снижению конструктивной надежности, уменьшению несущей способности и, соответственно, к сокращению остаточного ресурса, который при нормативном состоянии сооружения обязан оставаться положительным, служит агрессивное воздействие окружающей среды на железобетонные элементы. Деграционные процессы включают карбонизацию, проникновение сульфатов, чередование циклов замораживания-оттаивания,

усталостное накопление микротрещин и увеличенное влагосодержание пористой структуры. Такая химико-физическая экспозиция одновременно ухудшает прочностные показатели бетона, вызывает коррозию арматуры, уменьшая площадь её поперечного сечения, причём в зонах раскрытия трещин процессы диффузии хлорид-ионов и карбонизации ускоряются, что в комплексе понижает расчётную несущую способность элемента.

Для повышения эффективности и качества строительного производства в условиях динамических воздействий, обусловленных ветровыми, сейсмическими, транспортными и технологическими нагрузками, необходимо применять более экономичные и долговечные несущие системы, что обеспечивается внедрением при проектировании прогрессивных вычислительных методик. Разработка указанных методик обусловлена потребностью адекватного моделирования реальных характеристик материалов с учетом их работы под многокомпонентным нагружением и агрессивных факторов среды, проявляющихся, преимущественно, в форме коррозионных процессов. Эволюция расчетных алгоритмов неразрывно сопряжена с учетом физико-нелинейных и вязкопластических, реологических свойств материалов и композитных элементов [20].

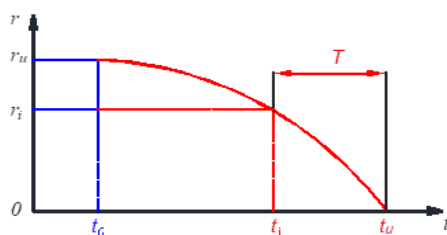


Рисунок 1 - Динамика остаточного эксплуатационного ресурса

Очевидно, что дальнейшее развитие вычислительных алгоритмов обусловлено их неуклонным усложнением вследствие потребности в применении высокоуровневого математического аппарата, поскольку именно данное обстоятельство обеспечивает моделирование указанного многообразия взаимодействий и процессов, характерных для постиндустриальной цифровой глобальной экономики и современной научно-технической парадигмы. При этом эксплуатация такого мощного инструментария, как суперкомпьютеры и специализированные программные платформы, позволяет осуществлять трудоёмкие математические расчёты посредством численных алгоритмов и корректной линеаризации нелинейных зависимостей.

Для выполнения динамического анализа, как правило, применяют классические инерционные уравнения равновесия движений, представленные так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= \beta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= \beta \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= \beta \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

где: X, Y, Z — проекции объёмных сил вдоль соответствующих осей; β — плотность среды; u, v, w — смещения по декартовым осям, t — текущий момент времени.

Разработанная методика численного анализа опирается на фундаментальные принципы актуальной феноменологической модели нелинейно-деформируемого упруго-вязкопластического континуума и включает геометрическую нелинейность, проявляющуюся в нелинейных конститутивных связях деформаций с тензором напряжений (гипотеза Коши традиционно принимается корректной). Поэтому интегрирование указанных уравнений при учёте совокупности перечисленных факторов заметно усложняется.

Модели и методы

Для формирования разрешающих математических зависимостей применяется апробированная вариационная методика, обеспечивающая вывод релаксационных уравнений в напряжениях:

$$\Theta(t) = \frac{1-2\nu}{E_0(t)} S_m(F) F(t) - (1-2\nu) S_p(F) F(t) K(F, \omega, \omega_{min}, t) C(t) - \quad (3)$$

$$-(1 - 2\nu) \int_{t_0}^t \frac{\partial}{\partial \tau} S_p(F) F(\tau) K(F, \omega, \omega_{min}, t) C(t, \tau) d\tau,$$

здесь: ν – параметр относительных поперечных деформаций; $E_0(t)$ – эквивалентный модуль упруго-пластической деформируемости; $\Theta = \varepsilon_x(t) + \varepsilon_y(t) + \varepsilon_z(t)$ – обобщённая относительная объёмная деформация; $K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)$ – интегральный коэффициент виброползучести [12]; $C(t, t_0)$ – характеристика неравновесности деформаций.

Функции нелинейности мгновенных упругих деформаций и ползучести представлены следующим выражением [3]:

$$\begin{aligned} S_m(F) F(t) &= \sigma_x(t) S_m \left[\frac{\sigma_x(t)}{R(\rho, t)} \right] + \sigma_y(t) S_m \left[\frac{\sigma_y(t)}{R(\rho, t)} \right] + \sigma_z(t) S_m \left[\frac{\sigma_z(t)}{R(\rho, t)} \right], \\ S_p(F) F(\tau) K(F, \omega, \omega_{min}, \tau) &= \sigma_x(\tau) S_p \left[\frac{\sigma_x(\tau)}{R(\rho, \tau)} \right] K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau) + \\ &+ \sigma_y(\tau) S_p \left[\frac{\sigma_y(\tau)}{R(\rho, \tau)} \right] K(\sigma_y, \omega, \omega_{min}, \tau) + \sigma_z(\tau) S_p \left[\frac{\sigma_z(\tau)}{R(\rho, \tau)} \right] K(\sigma_z, \omega, \omega_{min}, \tau) \quad (4) \end{aligned}$$

здесь: S — интегральный параметр упругопластической нелинейности материала при одноосном циклическом напряжённо-деформированном состоянии; $R(\rho, t)$ — расчётная предельная динамическая прочность бетона в момент времени t ; ρ — безразмерный коэффициент асимметрии схемы нагружения цикла; ω — частота колебаний; ω_{min} — минимальная частота колебаний начала виброползучести.

Согласно концепции В.М. Бондаренко [2], коррозионные дефекты железобетонных строительных систем при долговременной эксплуатации целесообразно вводить в расчёт посредством уточнённых физико-механических параметров деградировавшего бетона и арматуры исключительно внутри повреждённых областей сечения на заранее регламентированной глубине z . Обозначив символом Ω интересующую характеристику, получим: $\Omega^*(\sigma_b, \sigma_s) = K(z, t) \Omega(\sigma_b, \sigma_s)$; для модуля упругости бетона допустимо принять $E_0(t) = K_b(z, t) E_0(t_0, t)$, а для функции ползучести $C(t) = C_0(t_0, t) / K_b(z, t)$, причём $K_b(z, t)$ выражается:

$$K_b(z, t) = \{1 - [p/(t, t_0)]^2\} + [2p/\delta(t, t_0)^2] z - 1/\delta(t, t_0)^2 z^2$$

$$\text{при } \delta(t, t_0) = \left\| 1 - \{[\delta(t_0, t_0)]^{(-m)+1} + \alpha[(-m) + 1](t - t_0)\}^{\frac{1}{(-m)+1}} \right\| \delta_{cr}(t_0).$$

$$\text{Для арматурных стержней [14] аналогично: } A_s^0(t) = \omega_s A_s \text{ при } \omega_s = \left(1 - 2 \frac{k}{\sqrt{a}} t^n / D\right).$$

При условии применения известной обратной зависимости «напряжение–деформация» и учета коррозионной деградации бетона, в задаче трёхосного напряжённо-деформированного состояния допускается предположить следующее

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) &= E_0(t) \varepsilon_x(t) \varphi_m[\varepsilon_x(t)] + Q(t, t_0) \varepsilon_x(t) \varphi_p[\varepsilon_x(t)] C(t) \\ &- \int_{t_0}^t \frac{\varepsilon_x(\tau) \varphi_p[\varepsilon_x(\tau)]}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \quad (5) \end{aligned}$$

здесь: φ — нелинейные функции деформирования упруго-мгновенного отклика и ползучести, представленные через деформации.

$$\varphi_m = 1 + \eta_m \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R}\right)^{a_m} \quad \text{и} \quad \varphi_p = 1 + \eta_p \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R}\right)^{a_p} \quad (6)$$

В данном контексте: φ — показатель нелинейности деформационного процесса; $Q(t, t_0)$ — наследственная релаксационная функция второго порядка; ε_R — предельная относительная деформация бетона указанного класса, фиксируемая непосредственно перед разрушением и также точно оцениваемая экспериментально либо вычислительно по формуле:

$$\varepsilon_R = \frac{R(\rho, t)}{E(t)} \quad (7)$$

здесь: $E(t)$ — коэффициент модуля деформационной упругопластичности тяжёлого бетона.

Следует подчеркнуть, что параметры функций (6) определяются напрямую на экспериментальной кривой напряжение-деформация посредством аналитического численного расчёта систем нелинейных логарифмических уравнений.

Для тензорных сдвиговых напряжений формула записывается:

$$\tau_{xy}(t) = \frac{E_m^0(t)}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}(t) \varphi_m[\gamma_{xy}(t)] + \frac{Q(t, t_0)}{(1+\nu)} \gamma_{xy}(t) \varphi_p[\gamma_{xy}(t)] -$$

$$\frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\gamma_{xy}(\tau) \varphi_p[\gamma_{xy}(\tau)]}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \quad (8)$$

Параметры, фигурирующие в выражении (8), определяются тем же приёмом, что и для уравнения (5). Наследственную функцию второго порядка — резольвенту ползучести — в формулах (5) и (8) удаётся определить через решение интегрального соотношения:

$$L(t, \tau) - Q(t, \tau) = \int_{t_0}^t L(\xi, \tau) Q(t, \xi) d\xi \quad (9)$$

где:

$$L(t, \tau) = -E(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right]$$

Конститутивная связь тензора напряжений с тензором деформаций упруго-ползучего материала формулируется, анализируя её совместно с выражением (2), откуда в итоге выводится искомое соотношение:

$$\sigma_x(t) = \frac{\nu E_0(t)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varphi_m(\Theta) \Theta(t) + \frac{\nu Q(t, t_0)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varphi_p(\Theta) \Theta(t) - \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\varphi_n(\Theta) \Theta(\tau)}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau + \frac{E_0(t)}{2(1+\nu)} \varepsilon_x(t) \varphi_m(\varepsilon_x) - \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\varepsilon_x(\tau) \varphi_n(\varepsilon_x)}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau, \quad (10)$$

где: аналогично (4), $\varphi_m(\Theta)$ — универсально-квазилинейная характеристическая функция-оператор нелинейности, сформированная по эмпирико-статистическим данным либо аналитическим-расчётом:

$$\varphi_m(\Theta) \Theta(t) = \varepsilon_x(t) \varphi_m[\varepsilon_x(t)/\varepsilon_R(t)] + \varepsilon_y(t) \varphi_m[\varepsilon_y(t)/\varepsilon_R(t)] + \varepsilon_z(t) \varphi_m[\varepsilon_z(t)/\varepsilon_R(t)] \quad (11)$$

В условиях квазилинейной ползучести выражение (10) допустимо частично редуцировать до более рациональной формы:

$$\sigma_x(t) = \varphi \left[\frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_R(t)} \right] \left\{ \frac{\nu E_0(t)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \Theta(t) + \frac{\nu Q(t, t_0) \varphi(t)}{(1+\nu)(1-2\nu)} - \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\varphi(\tau)}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau + \frac{E_0(t)}{2(1+\nu)} \varepsilon_x(t) - \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\varepsilon_x(\tau)}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \right\} \quad (12)$$

В принятой редуцированной записи математические соотношения (10) и (12) излагаются следующим образом:

$$\sigma_x(t) = \tilde{\lambda}(t) \Theta(t) + 2\tilde{\mu}(t) \varepsilon_x(t) \quad (13)$$

где: $\tilde{\lambda}(t)$ и $\tilde{\mu}(t)$ — соответственно нелинейно-интегральные функциональные операторы.

Тензорные зависимости касательных напряжений с учетом (9) задаются так:

$$\tau_{xy} = \frac{E_0(t)}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}(t) S_m \left[\frac{\gamma_{xy}(t)}{\gamma_R(\rho, t)} \right] + \frac{Q(t, t_0)}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} S_p \left[\frac{\gamma_{xy}(t)}{\gamma_R(\rho, t)} \right] - \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \gamma_{xy}(\tau) S_n \left[\frac{\gamma_{xy}(\tau)}{\gamma_R(\rho, \tau)} \right] \frac{1}{K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \quad (14)$$

Используя идентичный методологический подход, возможно вывести аналогичные параметрические функциональные зависимости для компонент тензорных напряжений $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$, $\sigma_z(t)$, $\tau_{xy}(t)$, $\tau_{yz}(t)$ и $\tau_{zx}(t)$, которые в конечном итоге математически представляются ниже в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) &= \tilde{\lambda}(t) \Theta(t) + 2\tilde{\mu}(t) \varepsilon_x(t); & \tau_{xy} &= \tilde{\mu}(t) \gamma_{xy}(t), \\ \sigma_y(t) &= \tilde{\lambda}(t) \Theta(t) + 2\tilde{\mu}(t) \varepsilon_y(t); & \tau_{yz} &= \tilde{\mu}(t) \gamma_{yz}(t), \\ \sigma_z(t) &= \tilde{\lambda}(t) \Theta(t) + 2\tilde{\mu}(t) \varepsilon_z(t); & \tau_{zx} &= \tilde{\mu}(t) \gamma_{zx}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

При детальном анализе уравнений (15) несложно установить, что исключение нелинейных, реологических и несиловых компонент деформации сведёт их к математической формулировке обратного закона Гука.

Исследуя совместную работу бетона и арматуры, несложно сформулировать уравнения равновесия и совместности для железобетонных элементов с ортотропным сетчатым армированием (см. рис. 2.а), функционирующих в трещиноватом и монолитном состояниях. Так, для стержневых блоков, сохраняющих сплошность, интегральные операторные выражения приобретают модифицированную конфигурацию, отличную от формулы (15), поскольку в них отражается армирование.

$$\hat{\lambda}_i(t) = \frac{\nu E_m^0(t)(1-\mu_i)(1+\alpha\mu_i)}{(1+\nu)(1-2\nu)} - \frac{\nu(1-\mu_i)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\dots}{1+\mu_i E_s K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau -$$

$$\hat{\mu}_i(t) = \frac{E_m^0(t)(1+\alpha\mu_i)}{2(1+\nu)} \dots - \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \frac{\dots}{1+\mu_i E_s K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} Q(t, \tau) d\tau \quad (16)$$

Предложенная методика в целом допускает учет произвольного направления арматурных стержней, к примеру косоуго A_i (см. рисунок 2,б). При таком расчете параметр армирования задается: $\mu_{si} = \omega_s A_{si} / a_1 a_2$, где a_1, a_2 — шаг между индивидуальными наклонными стержнями сетки. Отметим, что выражение $\alpha_c = K(\sigma_{bp}, \omega_{min}, \omega, \tau) C(t, \tau) / K_s(\sigma_{sp}, \omega_{min}, \omega, \tau) C_s(t, \tau)$ интерпретируется как приведённый бетонный коэффициент с учетом ползучести, тогда как $\alpha = E_s / E_m^0(t)$ корректно описывает лишь упруго-мгновенные деформации железобетонной конструкции.

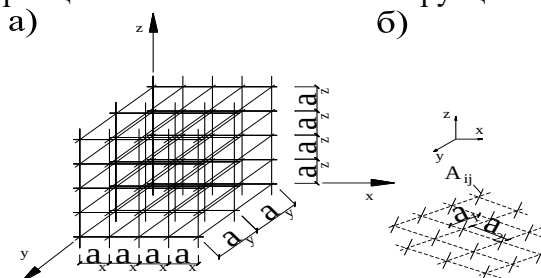


Рисунок 2 - Схемы армирования: а) – ортотропно-распределённое; б) – диагонально-ориентированное

Игнорируя прочие очевидные соображения для элементов с раскрытыми трещинами, при пренебрежении нелинейными эффектами и реологическими свойствами деформируемой арматурной стали во всех трех ортогональных направлениях, получаем:

$$\hat{\lambda}_i(t) = \frac{\nu E_s^0(t) \psi_{si} \mu_i}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \dots - \frac{\nu \psi_{si} \mu_i}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \int_{t_0}^t \dots \frac{\partial}{\partial \tau} Q_s(t, \tau) d\tau$$

$$\hat{\mu}_i(t) = \frac{E_s^0(t) \psi_{si} n_{ti} \mu_{si}}{2(1+\nu)} \dots - \frac{\psi_{si} n_{ti} \mu_{si}}{2(1+\nu)} \int_{t_0}^t \dots \frac{\partial}{\partial \tau} Q_s(t, \tau) d\tau \quad (17)$$

В итоге формируются три варианта разрешающих уравнений, различающихся только интегральными параметрами, представляющими армирование и трещинообразование. Очевидно, что учет коррелированных зависимостей (15), (16) и (17) при формулировке численного решения посредством любого алгоритмического инструментария (скажем, метода конечных разностей, конечных объемов либо конечных элементов) неизбежно натолкнётся на непреодолимые аналитико-вычислительные трудности, поскольку потребует замкнутого интегрального сопровождения уравнений. Следовательно, чтобы получить инженерные итоговые результаты численно, задачу следует линеаризовать, по меньшей мере, в физической области. Указанная линеаризация осуществима с помощью классического метода интегральных оценок.

Расчёт железобетонных систем в монтажном, эксплуатационном и предельном состояниях, строго в соответствии с действующими нормативами проектирования, традиционно производится с использованием классического линейного аппарата теории упругости либо строительной статической механики, где в ортодоксальной постановке нелинейность, вязкоупругость, ползучесть, реологические эффекты и анизотропия деформирования конструкционного композита опускаются. Указанные несовершенства материала учитываются лишь путём введения в расчётные сопротивления множителей-коэффициентов эмпирического характера, не зависящих от амплитуды, спектра и схемы нагружения, а главное — от временной протяжённости действия сил и накопленного эксплуатационного ущерба.

Действующие нормативы и практика допускают рекомендательный учет реологических характеристик материала и нелинейного напряжённо-деформированного состояния преимущественно при проведении статических расчетов двумерных и пространственных несущих систем. Поэтому это мешает формированию комплексного решения, учитывающего нелинейную реологию и длительное деформирование, режим и длительность нагружения, усталостно-деградационные дефекты, энергорассеяние,

виброползучесть, циклическую усталость, трещинообразование, сейсмические импульсы, колебательные процессы, нестационарные пространственные эффекты и т.п., влияющие на трансформацию усилий.

Получить ответы на вышеуказанные вопросы позволяет процедура интегрального анализа. При рассматриваемой задаче следует учитывать такие допущения: конфигурация расчетной схемы сооружения сохраняется неизменной даже в момент, непосредственно предшествующий предельному состоянию. Обусловлено это тем, что к указанному времени поперечные сечения обладают остаточной несущей способностью при пусть минимальной, однако конечной изгибной жесткости. На критических зонах прогрессирующий рост внутренних сил под действием возрастающей внешней нагрузки замедляется механизмом их перераспределения и достигает пикового значения в пору разрушения; одновременно действует гипотеза малых деформаций при конечных перемещениях, а также посылка об аддитивности причинно-следственных связей воздействия. Для чисто упругих конфигураций считается, что внутренняя работа полностью трансформируется в упругую потенциальную энергию напряженно-деформированного состояния. В моделях с дефектами формы и структуры приходится учитывать необратимые энергетические издержки на петлю гистерезиса, остаточные деформации, действие внутреннего трения и сопутствующее тепловыделение, а также вязкоупругие демпфирующие механизмы рассеяния.

Поскольку энергетические затраты, сопровождающие пласто-вязкоупругую деформацию конструкционных материалов, определяются не только режимами и длительностью приложения внешних силовых полей, но и спектром возникающих внутренних напряжений, также локальных температурных градиентов и акустических скоростей, в дифференциальных формах баланса энергии следует учитывать указанные выше необратимые диссипативные потери. Гипотеза аддитивности, сформулированная в континуальной механике как принцип независимого суперпозиционного действия силовых факторов, обладает базовым методологическим значением при инженерном анализе несущих строительных систем. Тем не менее для расчёта нелинейно-упругопластических или повреждаемых систем данный принцип принципиально неприменим, а для линейных, однако термодинамически неравновесных объектов применим исключительно при синхронном во времени изменении внешних нагрузок и реологических параметров материала. При этом гипотеза аддитивности не сводится к суперпозиции сил, её целесообразно рассматривать как специфику аналитической структуры обобщённых уравнений разрешаемых в координатах перемещений-напряжений.

Предположив, что полные перемещения расчётной системы обязаны характеризовать совокупный уровень её напряженно-деформированного состояния, констатируем: эти перемещения функционально связаны с данным тензорным уровнем напряжений, тогда как структура исходных уравнений сохраняется. Практическая же реализация указанного формализма достижима лишь посредством метода интегральных оценок. В методе интегральных оценок процесс последовательных приближений рассматривается не как формальный математический прием, используемый вместо замкнутого решения, а как инженерный алгоритм уточнения искомых параметров, основанный на итерационном анализе напряженно-деформированного состояния, при котором внутренние силы постепенно перераспределяются со сверхнагруженных зон и элементов поперечных сечений на менее нагруженные области несущей конструктивной системы.

После принятия указанного выше допущения интегро-дифференциальные уравнения переходят в нелинейную дифференциальную форму, дискретизируемую вариационным методом конечных разностей либо конечно-элементным подходом, что далее сводит задачу к решению системы нелинейных алгебраических уравнений узловых неизвестных структурно связанной модели. С этой целью применяются базовые соотношения (15), причём вместо линейных упругих констант вводятся нелинейные интегральные операторные ядра (16) и (17), обеспечивающие конститутивное моделирование в широком диапазоне напряжений.

Следует подчеркнуть, что уравнения (15) при применении методики интегральной оценки, фиксирующей деформационные явления за анализируемый интервал, заметно

упрощаются, а расчетные физико-механические параметры принимают следующий итоговый формат:

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{E_{in}(t)\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \quad \tilde{\mu}(t) = \frac{E_{in}(t)}{2(1+\nu)} \quad (18)$$

здесь величина $E_{in}(t)$ трактуется как интегральный модуль деформации заданного материала, принимающий постоянное во времени значение на анализируемом интервале, однако определяемый уровнем напряжённо-деформированного состояния на каждой стадии при процедуре итерационных приближений. Для касательного модуля упругопластических деформаций он записывается так:

$$E_{in}^{kas}(t, t_{tek}) = \frac{E_m^0(t)}{\left[1 + V_m(1+m_m)\left(\frac{\sigma}{R^*(\rho)}\right)^{m_m}\right] + E_0(t)K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau)C(t, t_{tek})\left[1 + V_n(1+m_n)\left(\frac{\sigma}{R^*(\rho)}\right)^{m_n}\right]} \quad (19)$$

где t_{tek} - продолжительность анализа шага численного итерационного цикла; $i = x, y, z$ - величина соответствующей компоненты тензора напряжений.

При учёте вышеизложенного алгебраические выражения (15) существенно упрощаются и принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\varepsilon_x E_{in}(x) + \frac{\nu \varepsilon_y E_{in}(y)}{1-\nu} + \frac{\nu \varepsilon_z E_{in}(z)}{1-\nu} \right]; & \tau_{xy} &= \frac{E_{in}(x)}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}; \\ \sigma_y &= \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\varepsilon_y E_{in}(y) + \frac{\nu \varepsilon_x E_{in}(x)}{1-\nu} + \frac{\nu \varepsilon_z E_{in}(z)}{1-\nu} \right]; & \tau_{yz} &= \frac{E_{in}(y)}{2(1+\nu)} \gamma_{yz}; \\ \sigma_z &= \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\varepsilon_z E_{in}(z) + \frac{\nu \varepsilon_x E_{in}(x)}{1-\nu} + \frac{\nu \varepsilon_y E_{in}(y)}{1-\nu} \right]; & \tau_{zx} &= \frac{E_{in}(z)}{2(1+\nu)} \gamma_{zx}. \end{aligned} \quad (20)$$

Заметим, что при вычислении сдвиговых напряжений согласно выражению (20) для элемента с трещинами, при определении интегрального модуля деформации вводится корректирующий коэффициент дюбель-эффекта поперечного сцепления арматуры.

Необходимо подчеркнуть, что расчётные величины интегральных модулей деформации армированных железобетонных элементов, без трещин, принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} E_{in}^{kas}(t, t_{tek}, i) &= [E_m^0(t)(1-\mu_i)(1+\alpha_i\mu_i)] \cdot \left\{ \left[1 + V_m(1+m_m) \left(\frac{\sigma_i}{R^*(\rho)} \right)^{m_m} \right] + \right. \\ &+ \left. E_m^0(t)(1-\mu_i) \frac{(1+\alpha_i\mu_i)}{(1+\alpha_{ci}\mu_i)} K(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau) C(t, t_{tek}) \left[1 + V_n(1+m_n) \left(\frac{\sigma_i}{R^*(\rho)} \right)^{m_n} \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (21)$$

Для конструктивных элементов с трещинами величину модуля определяют формулой:

$$\begin{aligned} E_{in}^{kas}(t, t_{tek}, i) &= E_s^0(t) \psi_{si} \mu_i \left\{ \left[1 + V_m(1+m_m) \left(\frac{\sigma_i}{R_i(\rho)} \right)^{m_m} \right] + \right. \\ &+ \left. E_s^0(t) \psi_{si} \mu_i k_s(\sigma_x, \omega, \omega_{min}, \tau) C_s(t, t_{tek}) \left[1 + V_n(1+m_n) \left(\frac{\sigma_i}{R_i(\rho)} \right)^{m_n} \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (22)$$

Изложенные выше соображения применимы при вычислении компонент тензора напряжений либо деформаций для объёмных элементарных контролируемых ячеек, чьи грани ориентированы вдоль ортогональных декартовых координатных осей. Однако в реальных механических условиях зарождение трещин происходит не по этим направлениям, а по плоскостям, соответствующим осям главных растягивающих напряжений. Чтобы определить собственные значения главных напряжений в окрестности исследуемой области, при дискретизации конечными разностями или конечными элементами, компоненты тензора подставляют в характерное кубическое уравнение, для оценки возможных плоскостей будущего разрушения материала.

Результаты исследования и их анализ

Для верификации разработанной вычислительной схемы выполнен конечно-элементный анализ сплошной железобетонной плиты на совместное восприятие гармонического динамического воздействия и постоянной гравитационной нагрузки в рамках двумерной формулировки. Моделирование с введением допущений проведено лишь для интервалов эксплуатации 10 и 50 лет при стационарном симметричном равномерно распределённом весовом давлении $q = 0,03$ МН/м и циклическом усилии $P_0 = 0,05$ МН с

вынужденной частотой $\omega = 8$ Гц. Пролёт перекрытия принят $l=6$ м, толщина $h=30$ см, арматура класса А-400 характеризуется пределом текучести $R_s=340$ МПа, бетон В20 имеет расчётную прочность $R_b=11,5$ МПа. Характеристики коррозионного разрушения стали $k=1,62$, $n=0,68$, глубина защитного слоя $a=30$ мм. Коэффициенты нелинейности, ползучести и виброползучести указанного бетона даны в [12]. Постпроцессорный анализ выполнялся с шагом 5 лет. Расчётный процесс реализован в пакете «ЛИРА-САПР», что обеспечило мониторинг кинематических параметров модели. На рис.3 представлены итоговые диаграммы.

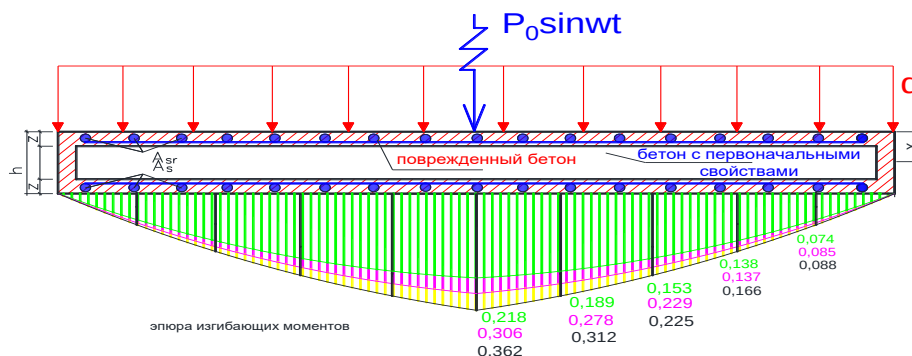


Рисунок 3 – Эпюра внутренних изгибающих моментов железобетонной плиты (мН·м);
 — при начале эксплуатации; — по истечении 50 лет; — через 10 лет

Анализ приведённых данных позволяет сформулировать заключение: учёт средовых-коррозионных дефектов железобетонной многослойной плиты перекрытия при разновременной эксплуатации приводит к снижению внутренних-расчётных усилий и напряжений по мере нарастания срока службы и глубины коррозионного износа арматуры. В исследуемом расчётно-экспериментальном примере уменьшение несущей способности по предельному изгибающему моменту достигло 40,3% при 50-летней эксплуатации, что эквивалентно потере долговечности 59,7% утраченного остаточного ресурса; прогноз оставшегося безопасного функционирования равен 42,5 года. При 10-летнем сроке снижение соответственно 15,1% и 84,6% утраченного ресурса, прогноз безопасной работы 99,9 лет.

Заключение

1. Следует подчеркнуть специфические аспекты применения численного метода конечных элементов при моделировании нелинейных, термодинамически неравновесных задач. Кардинальная особенность состоит в том, что на каждом интеграционном шаге уравнения (15) при формировании глобальной матрицы жесткости системы, компоненты этой матрицы рекурсивно корректируются в соответствии с актуальным напряженно-деформированным состоянием.

2. Следовательно, изложенные выше положения дают возможность получить решение поставленной задачи для трехосного нелинейно-упруго-ползучего продолжительно деформируемого тела при воздействии динамических нагрузок и несиловых деградиационных факторов. Использование указанной схемы позволяет адекватнее описывать физико-механические характеристики материалов с учетом их реального отклика на силовые и несиловые воздействия, тем самым снижая расход сырьевых ресурсов.

3. С другой стороны, прогнозирование остаточного ресурса конструкций, проанализировав его динамику во времени, позволяет оптимизировать длительность эксплуатационного жизненного цикла зданий и сооружений путём его увеличения и одновременно гарантировать условия их безопасной эксплуатации.

4. Подытоживая изложенные положения, следует отметить, что в современном строительном комплексе сформировалась острая необходимость разработки и дальнейшего внедрения усовершенствованных расчетно-проектных методик несущих систем зданий и сооружений, включающих оценку остаточного срока службы и его прогностическое моделирование при эксплуатации в коррозионно-активных средах, а также последующую регламентацию данных методик в актуализированных нормативно-технических документах, что гарантирует выполнение критериев структурной надежности промышленных объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тамразян А.Г. Расчет конструктивных элементов с заданным нормальным распределением и надежностью и несущей способностью // Вестник МГСУ. 2012. № 10. С. 109–115. EDN: PDUBKP.
2. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: АСВ, 2004. 471 с. ISBN: 5-93093-279-4. EDN: QNKPAR.
3. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Ярмаковский В.Н., Ерофеев В.Т. О современных методах обеспечения долговечности железобетонных конструкций // Academia. Архитектура и строительство. 2015. № 1. С. 93–102. EDN: TLLYWH.
4. Берлинов М.В., Берлинова М.Н. Моделирование длительной эксплуатации железобетонной балки на грунтовом основании // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 1. № 1. С. 19–27. EDN: KFAQUU.
5. ГОСТ 27.002-2016. Надежность в технике. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2016.
6. Технический регламент о безопасности зданий и сооружений : федеральный закон от 30 дек. 2009 г. № 384-ФЗ.
7. Kowal Z. Instruments of Probabilistic Optimisation of Load Bearing Capacity and Reliability of Statically Indeterminate Complex Structures // Archives of Civil Engineering. 2014. Vol. 60. No. 1. P. 77–90. DOI: 10.2478/ace-2014-0004.
8. Fedorova N.V., Savin S.Y. Time of dynamic impact to elements of RC frame at column buckling // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety. 2019. Art. 033030. DOI: 10.1088/1757-899X/687/3/033030. EDN: GEWYTS.
9. Schiessl P. Durability of reinforced concrete structures // Construction and Building Materials. 1996. Vol. 10. Issue 5. P. 289–292. DOI: 10.1016/0950-0618(95)00072-0.
10. Gusev B.V., Faivusovich A.S. Development of defining equations for the mathematical theory of concrete corrosion processes // Industrial and Civil Engineering. 2020. No. 5. P. 15–27. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.05.15-27. EDN: SARWIX.
11. Berlinov M.V. Strength resistance of reinforced concrete elements of high-rise buildings under dynamic loads // E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 33. Article no. 02049. DOI: 10.1051/e3sconf/20183302049. EDN: XXZWOD.
12. Берлинов М.В., Берлинова М.Н. Долговечность железобетонных конструкций в условиях длительной эксплуатации // БСТ: Бюллетень строительной техники. 2019. № 1 (1013). С. 60–61. EDN: YWGBBR.
13. Monteny J., Vincke E., Beeldens A., De Belie N., Taerwe L., Van Gemert D., Verstraete W. Chemical, microbiological, and in situ test methods for biogenic sulfuric acid corrosion of concrete // Cement and Concrete Research. 2000. Vol. 30. Issue 4. P. 623–634. DOI: 10.1016/S0008-8846(00)00219-2.
14. Тамразян А.Г., Саед Й.А.К. Влияние коррозии на поведение железобетонных балок // Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения : материалы Международных академических чтений. Курск : Курский государственный университет, 2021. С. 241–249. EDN: ZFMGQV.
15. Байбурун А.Х., Байбурун Д.А. Некоторые аспекты оценки остаточного ресурса строительных конструкций // Наука и безопасность. 2011. № 1 (9). С. 16–22. EDN: TJYDBN.
16. Дегтярь А.Н., Серых И.Р., Панченко Л.А., Чернышева Е.В. Остаточный ресурс конструкций зданий и сооружений // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2017. № 10. С. 94–97. DOI: 10.12737/article_59cd0c5e3177f3.90056458. EDN: ZOWEYF.
17. Беляев С.М. Расчет остаточного ресурса зданий с учетом запаса несущей способности конструкций // Вестник СГАСУ. Градостроительство и архитектура. 2013. № 3 (11). С. 22–25. DOI: 10.17673/Vestnik.2013.03.3. EDN: RSDLMN.
18. Шматков С.Б. Расчет остаточного ресурса строительных конструкций зданий и сооружений // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2007. № 22 (94). С. 56–57. EDN: KWYBAH.
19. Смоляго Г.А., Фролов Н.В. Прикладной способ прогнозирования коррозионных повреждений и остаточного ресурса изгибаемых железобетонных элементов с учетом опыта эксплуатации объектов-аналогов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 2. С. 49–54. DOI: 10.12737/article_5c73fc0ef063c3.60645861. EDN: YXMXNZ.
20. Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. М., 1982. 287 с.

REFERENCES

1. Tamrazyan A.G. Strength calculation of structural elements with specified Gaussian distribution, reliability and load-bearing capacity. *Bulletin of MGSU*. 2012. No. 10. Pp. 109–115. (In Russ.) EDN: PDUBKP.
2. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Design models for strength resistance of reinforced concrete. Moscow: ASV, 2004. 471 p. (In Russ.) EDN: QNKPAR.
3. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Yarmakovskiy V.N., Erofeev V.T. On modern methods for ensuring durability of reinforced concrete structures. *Academia. Architecture and Construction*. 2015. No. 1. Pp. 93–102. (In Russ.) EDN: TLLYWH
4. Berlinov M.V., Berlinova M.N. Modeling of long-term service of reinforced concrete beam on soil foundation. *Reinforced Concrete Structures*. 2023. Vol. 1. No. 1. Pp. 19–27. (In Russ.) EDN: KFAQUU

5. GOST 27.002-2016. Reliability in engineering. Terms and definitions. Moscow: Standartinform, 2016. (In Russ.)
6. Technical Regulation on Safety of Buildings and Structures: Federal Law No. 384-FZ of December 30, 2009. (In Russ.)
7. Kowal Z. Instruments of Probabilistic Optimisation of Load Bearing Capacity and Reliability of Statically Indeterminate Complex Structures. *Archives of Civil Engineering*. 2014. Vol. 60. No. 1. Pp. 77–90. DOI: 10.2478/ace-2014-0004
8. Fedorova N.V., Savin S.Y. Time of dynamic impact to elements of RC frame at column buckling. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety. 2019. Art. 033030. DOI: 10.1088/1757-899X/687/3/033030. EDN: GEWYTS
9. Schiessl P. Durability of reinforced concrete structures. *Construction and Building Materials*. 1996. Vol. 10. Issue 5. Pp. 289–292. DOI: 10.1016/0950-0618(95)00072-0
10. Gusev B.V., Faivusovich A.S. Development of defining equations for the mathematical theory of concrete corrosion processes. *Industrial and Civil Engineering*. 2020. No. 5. Pp. 15–27. (In Russ.) DOI: 10.33622/0869-7019.2020.05.15-27 EDN: SARWIX
11. Berlinov M.V. Strength resistance of reinforced concrete elements of high-rise buildings under dynamic loads. *E3S Web of Conferences*. 2018. Vol. 33. Article no. 02049. doi: 10.1051/e3sconf/20183302049. EDN: XXZWOD
12. Berlinov M.V., Berlinova M.N. Durability of reinforced concrete structures under long-term service conditions. *BST: Bulletin of Construction Equipment*. 2019. No. 1 (1013). Pp. 60–61. (In Russ.) EDN: YWGBBR.
13. Monteny J., Vincke E., Beeldens A., De Belie N., Taerwe L., Van Gemert D., Verstraete W. Chemical, microbiological, and in situ test methods for biogenic sulfuric acid corrosion of concrete. *Cement and Concrete Research*. 2000. Vol. 30. Issue 4. Pp. 623–634. DOI: 10.1016/S0008-8846(00)00219-2
14. Tamrazyan A.G., Saed Y.A.K. Effect of corrosion on the behavior of reinforced concrete beams. *Safety of the Russian Building Stock. Problems and Solutions: Proceedings of International Academic Readings*. Kursk State University. Kursk, 2021. Pp. 241–249. (In Russ.) EDN: ZFMGQV.
15. Bayburin A.Kh., Bayburin D.A. Some aspects of residual life assessment of building structures. *Science and Safety*. 2011. No. 1 (9). Pp. 16–22. (In Russ.) EDN: TJYDBN
16. Degtyar A.N., Serykh I.R., Panchenko L.A., Chernysheva E.V. Residual life of structures of buildings and facilities. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2017. No. 10. Pp. 94–97. (In Russ.) DOI: 10.12737/article_59cd0c5e3177f3.90056458 EDN: ZOWEYF
17. Belyaev S.M. Calculation of residual life of buildings considering the reserve of load-bearing capacity of structures. *Bulletin of SGASU. Urban Planning and Architecture*. 2013. No. 3 (11). Pp. 22–25. (In Russ.) DOI: 10.17673/Vestnik.2013.03.3 EDN: RSDLMN
18. Shmatkov S.B. Calculation of residual life of building structures of buildings and facilities. *Bulletin of South Ural State University. Series: Construction and Architecture*. 2007. No. 22 (94). Pp. 56–57. (In Russ.) EDN: KWHYBAH
19. Smolyago G.A., Frolov N.V. Applied method for predicting corrosion damage and residual life of flexural reinforced concrete elements considering operational experience of analogous objects. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2019. No. 2. Pp. 49–54. (In Russ.) DOI: 10.12737/article_5c73fc0ef063c3.60645861. EDN: YXMXNZ
20. Bondarenko V.M., Bondarenko S.V. Engineering methods of nonlinear theory of reinforced concrete. Moscow. 1982. 287 p. (In Russ.)

Сведения об авторах:

Берлинов Михаил Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры Железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия; eLIBRARY SPIN-код: 3128-6652, ORCID: 0000-0002-9585-5460; e-mail: berlinov2010@mail.ru

About the authors:

Mikhail V. Berlinov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russia; eLIBRARY SPIN-code: 3128-6652, ORCID: 0000-0002-9585-5460; e-mail: berlinov2010@mail.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор утвердил окончательный вариант статьи.

The author declares no conflict of interest.

The author has approved the final version.

Статья поступила в редакцию 23.05.2026

Одобрена после рецензирования 02.06.2026

Принята к публикации 14.06.2026

The article was submitted 23.05.2026

Approved after reviewing 02.06.2026

Accepted for publication 14.06.2026