

А.В. АЛЕКСЕЙЦЕВ¹, В. ФАНЬ^{1,2}, С.И. КОКОТОВ¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия

²Государственная ключевая лаборатория безопасности и устойчивости мостов, Институт гражданского строительства, Хунаньский университет, г. Чанша, Китай.

ОЦЕНКА МЕХАНИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН НА ОСНОВЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Аннотация. Механическую безопасность железобетонных колонн при авариях предлагается оценивать с помощью предельной поверхности, формирующейся при совместном рассмотрении локальных критериев прочности по каждому виду предельного усилия без рассмотрения отдельного опасного сечения. Выполнено построение такой поверхности для вертикальных несущих элементов (колонн и пилонов) прямоугольного сечения, работающих в условиях сложного сопротивления. В частности, рассмотрены случаи внецентренного сжатия с изгибающими моментами, действующими в двух главных плоскостях, а также комбинированное действие сжимающей силы, изгибающего момента и крутящего момента, вызванного особенностями приложения нагрузки. Расчеты проведены в динамической постановке с учетом физической и геометрической нелинейности. Для бетона применена модель пластичности с повреждениями, а для арматуры — упругопластическая модель с билинейной диаграммой без упрочнения. Динамическое догружение моделируется импульсной нагрузкой, величина и время действия которой определяются приближенно на основе закона сохранения импульса. Такая нагрузка имитирует аварийное воздействие, например падение ударяющего тела на деформируемую плиту в зоне сопряжения с элементом. На основе построенной предельной поверхности динамической прочности выполнена оценка механической безопасности, включающая не только гарантии отсутствия полного разрушения, но и учет риска материальных потерь при различных аварийных сценариях. На примерах элементов из тяжелого бетона, армируемого сварными каркасами продемонстрированы практическая реализуемость предлагаемого подхода и алгоритм расчета рисков.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, колонна, динамические воздействия, механическая безопасность, внецентренное сжатие с кручением, косое внецентренное сжатие.

Для цитирования: Алексейцев А.В., Фань В., Кокотов С.И. Оценка механической безопасности железобетонных колонн на основе предельных поверхностей // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 75-88. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-75-88. EDN: DSHTEP

© Алексейцев А.В., Фань В., Кокотов С.И., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

A.V ALEKSEYTSEV¹, WEI FAN^{1,2}, S.I. KOKOTOV¹¹ Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia² State Key Laboratory of Bridge Safety and Resilience, College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, China**MECHANICAL SAFETY ASSESSMENT FOR REINFORCED CONCRETE COLUMNS BASED ON ULTIMATE LIMIT SURFACES**

Abstract. It is proposed to assess the mechanical safety of key structural elements under accidental conditions using an ultimate limit surface formed by the joint consideration of local strength criteria for each type of ultimate internal force, without analyzing a single critical cross-section. Such a surface is constructed for vertical load-bearing elements (columns and pylons) of rectangular cross-section subjected to combined loading. Specifically, cases of eccentric compression with bending moments in the two principal planes are considered, as well as the combined action of axial compressive force, bending moment, and torque induced by the specific features of load application. The calculations are performed in a dynamic formulation accounting for both physical and geometric nonlinearities. A plasticity-based damage model is adopted for concrete, while an elastoplastic model with a bilinear stress-strain diagram and no hardening are used for the reinforcement. The dynamic additional loading is modeled by an impulsive load, the magnitude and duration of which are determined approximately based on the law of conservation of momentum. Such a load simulates an accidental action, for example, the impact of a falling body on a deformable slab at the joint interface with the element. Based on the constructed dynamic ultimate limit surface, an assessment of mechanical safety is performed, which includes not only ensuring the absence of total failure but also accounting for the risk of material losses under various accidental scenarios. Practical aspects of the assessment and the risk calculation algorithm are demonstrated using examples of elements made of normal-weight concrete reinforced with welded frames.

Key words: Reinforced concrete structures, columns, dynamic effects, mechanical safety, eccentric compression with torsion, biaxial eccentric compression.

For citation: Alekseytsev A.V., Fan W., Kokotov S.I. Mechanical safety assessment for reinforced concrete columns based on ultimate limit surfaces. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 75-88. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-75-88. EDN: DSHTPE

Введение

Динамические догружения несущих конструкций возникают на различных этапах жизненного цикла зданий и сооружений. В период строительства это могут быть падения частей конструкций или строительных изделий, при эксплуатации – техногенные аварии, столкновения техники, взрывные воздействия, а при реконструкции – удары от демонтируемых элементов. Особую опасность представляют воздействия на крайние колонны и пилоны первых этажей (рис. 1, а), которые часто имеют повышенную высоту (порядка 6–8 м и более) и работают в условиях сложного напряжённо-деформированного состояния. Для объектов незавершённого строительства (рис. 1, б) динамическое догружение колонн может возникнуть из-за локальной просадки грунта фундамента под соседними более нагруженными колоннами. Кроме того, в период строительства возможны падения частей конструкций или изделий на стилобатную часть, а также техногенные аварии, связанные с механическими повреждениями, например, столкновения техники с колоннами или взрывные воздействия.

В общем случае динамические воздействия изучаются в научной литературе [1], [2] причём они могут вызывать в колоннах не только разрушение по материалу, но и потерю устойчивости, особенно для гибких железобетонных элементов. Кроме механических повреждений колонны испытывают деформации от других опасных воздействий, связанных

с коррозией, высокотемпературным нагревом, просадками грунта основания, горизонтальными ударами и другими факторами.

Для предотвращения отказа несущей системы в целом исследователями разрабатываются различные методики оптимизации и повышения безопасности [3-5], при этом может исследоваться надёжность конструкции с повреждениями [6, 7]. В целом для конструктивной системы или отдельных её элементов предотвращается риск наступления прогрессирующего разрушения [8-10]. Повышение сопротивляемости вновь проектируемых конструкций аварийным ситуациям, а также конструкций с накопленными повреждениями [11], оптимизация конструктивных, технологических и организационных решений, рассмотрение поведения колонн при комбинированных воздействиях [12-14] – все эти исследования направлены на повышение механической безопасности зданий. В связи с этим тематика данной работы является актуальной.



Рисунок 1 – Железобетонные каркасы зданий: с пилонами первого этажа высотой 6м (а), объект незавершенного строительства с колоннами длиной 8м в составе рам (б): А, В – узлы соединения пилона с фундаментом и с перекрытием соответственно, 1 – монолитное перекрытие, 2 – прямоугольный пилон

В настоящей работе предлагается единый подход к оценке механической безопасности железобетонных колонн и пилонов, основанный на построении предельной поверхности динамической прочности. Этот подход является развитием и расширением исследований [15] и позволяет количественно оценивать риск материального ущерба при аварийных ситуациях.

Модели и методы

Критерий механической безопасности. Механическую безопасность конструктивных элементов предлагается оценивать путём построения огибающей предельной поверхности Φ_{ult} по некоторым опорным сечениям. Каждая поверхность Φ_i (i – номер опорного сечения), использованная для построения огибающей, формируется при совместном рассмотрении локальных критериев прочности по каждому виду предельного внутреннего усилия. Внутренняя область предельной поверхности Φ_{ult} представляет собой геометрическое место точек в пространстве внутренних усилий, соответствующих таким усилиям, которые не приводят к достижению предельного состояния первой группы для любого сечения по длине конструкции при любом сочетании нагрузок. Если точка, определяемая фактическими усилиями от расчётной нагрузки (в том числе динамической), располагается на границе области, ограниченной поверхностью Φ_{ult} , то конструкция находится в предельном состоянии; в противном случае наступает отказ.

Для железобетонных элементов, работающих в условиях сложного напряжённого состояния, предельная поверхность строится на основе уравнений равновесия

равнодействующих усилий в бетоне и с учётом нелинейных свойств этих материалов. При динамическом нагружении дополнительно учитываются инерционные эффекты, демпфирование и изменение жёсткости во времени. Универсальность подхода заключается в том, что он применим для любых форм поперечного сечения и любых комбинаций внутренних усилий, включая двухосный изгиб и кручение. В общем случае неявное уравнение предельной поверхности для сечения i можно представить в виде

$$\Phi_{0i} \left(N_i / N_{i,ult} + Q_{xi} / Q_{xi,ult} + Q_{yi} / Q_{yi,ult} + M_{xi} / M_{xi,ult} + M_{yi} / M_{yi,ult} + T_i / T_{i,ult} \right) = 1, \quad (1)$$

где Φ_{0i} – аппроксимирующая функция, $N_i - T_i$ – внутренние усилия от нагрузки, $N_{i,ult} - T_{i,ult}$ – предельные усилия, воспринимаемые бетоном и арматурой. При неполной квадратичной функции взаимодействия уравнение (1) сводится к классической гиперповерхности Мизеса, в форме шестиосного гипер-эллипсоида. Однако для аварийно догружаемых колонн зданий наиболее общая запись формы этой поверхности может содержать компоненты, связанные с косым внецентренным сжатием (2) или с внецентренным сжатием и кручением (3). Тогда при условии превалирования изгибного разрушения для Φ_i можно записать:

$$\left(N_i / N_{i,ult} \right)^2 + \left(M_{xi} / M_{xi,ult} \right)^2 + \left(M_{yi} / M_{yi,ult} \right)^2 = 1, \quad (2)$$

$$\left(N_i / N_{i,ult} \right)^2 + \left(M_{xi} / M_{xi,ult} \right)^2 \vee \left(M_{yi} / M_{yi,ult} \right)^2 + \left(T_i / T_{i,ult} \right)^2 = 1, \quad (3)$$

Особую важность построение поверхностей Φ_{ult} с использованием зависимостей (2) и (3) имеет для ключевых колонн, устранение которых приведет к значительному прогрессирующему разрушению или полному разрушению. Это позволит не только обеспечить локальную прочность, но и снизить риск материальных потерь при различных сценариях аварийных нагрузок.

Следует отметить, что выбор квадратичной функции аппроксимации не всегда соответствует действительной форме предельной поверхности. Расчеты показывают, что эта поверхность для конкретных сечений, материалов конструкции и условий ее закрепления может иметь совершенно различную форму. Для практического построения поверхности Φ_{ult} выполняется серия поисковых экстремальных расчётов с варьированием параметров нагружения, в ходе которых строятся поверхности Φ_i , а далее строится огибающая этих поверхностей. В динамической постановке предельные усилия находятся как максимальные значения, которые элемент может воспринять за время действия импульсной нагрузки без нарушения критериев прочности. После построения поверхности Φ_{ult} можно оценивать прочность колонны без расчета и без привязки к сечениям, в которые может быть приложена нагрузка.

Оценка НДС колонн и рисков аварийных воздействий. Задача анализа динамики железобетонных колонн может решаться с помощью метода конечных элементов в объемной постановке на базе неявного интегрирования системы уравнений движения. При этом локальные повреждения характеризуются низкими скоростями воздействия, а демпфирование колебаний моделируется по схеме Релея. Для бетона использовались 8-узловые гексаэдрические конечные элементы, деформируемые в соответствии с моделью, учитывающей дилатацию бетона, а также функцию разупрочнения для деформаций сжатия, имитирующую падение прочности бетона. Схема кинематических ограничений колонны предполагает жёсткое защемление в фундаменте и шарнирное соединение с плитой в верхней части. Такое соединение выбрано в целях запаса прочности, так как считается, что при динамическом догружении бетон узла соединения с плитой разрушается и изгибающий момент на колонну передается только через арматуру. Арматура представлена пространственными стержнями, работающими по диаграмме Прандтля. Сцепление бетона с арматурой считается обеспеченным как при статическом, так и при динамическом нагружении. Нагружение во времени осуществляется с использованием коэффициента,

характеризующего динамический эффект, связанный как с изменением конструктивной системы при аварийном воздействии, так и с динамической природой нагрузки. Условно считается, что изгибающий момент от аварийной нагрузки передаётся на колонну с некоторым запаздыванием относительно продольной силы. В динамической постановке физическая нелинейность учитывалась методом Ньютона-Рафсона, где для каждого момента времени выполнялся внутренний цикл учёта упругопластического поведения материалов. Максимальное число итераций этого цикла принималось равным 30, при этом для получения решения невязка по силам должна быть менее 0,001.

Для случая совместного действия изгиба в одной плоскости и кручения критерий прочности формулируется как одновременное выполнение трёх неравенств:

$$N \leq N_{ult}; M \leq M_{ult}; T \leq T_{ult}, \quad (4)$$

где N_{ult} , M_{ult} , T_{ult} – значения предельного продольного усилия, изгибающего момента и крутящего момента соответственно, определяемые с помощью констант материалов и условий статического равновесия внутренних усилий в сечении, N , M , T – значения внутренних усилий, вызванные действием нагрузки. Поверхность Φ_{ult} для такого случая строится в осях этих усилий, а значения усилий определяются расчётом в динамической постановке при заданных графиках нагружения во времени.

При случае косоугольного сжатия условия прочности имеют вид:

$$N \leq N_{ult}; M_x \leq M_{x,ult}; M_y \leq M_{y,ult}. \quad (5)$$

Для построения огибающей предельной поверхности Φ_{ult} выполняется серия расчётов. Первоначально организуется цикл по числу n опорных сечений для каждого из которых выполняются следующие операции. По базовым точкам, соответствующим различным комбинациям усилий, например: только продольная сила, только изгибающий момент, только крутящий момент и т.п., выполняется поиск предельного значения этих усилий путем последовательности расчетов НДС конструкции. Например, для случая косоугольного сжатия необходимо осуществить такие расчеты: продольная сила $N \rightarrow N_{ult} | M_x \approx 0, M_y \approx 0$; изгиб в одной плоскости: $M_x \rightarrow M_{x,ult} | N \rightarrow \max$, $M_y \rightarrow M_{y,ult} | N \rightarrow \max$; изгиб в двух плоскостях: $(M_x \wedge M_y) \rightarrow \max | N \rightarrow \max$.

Общий вид огибающей предельной поверхности при постулировании эллиптической формы предельной поверхности (по Мизесу) для случая внецентренного сжатия с кручением показан на рис. 2.

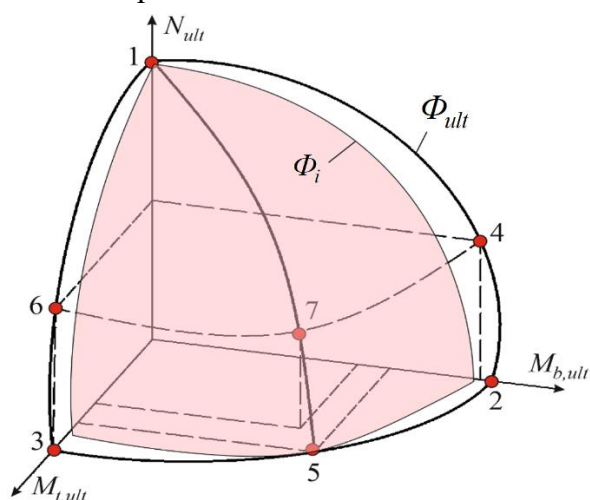


Рисунок 2 – Огибающая предельная поверхность и предельная поверхность для сечения
i: 1-7 номера точек поверхности Φ_{ult}

Оценку риска материального ущерба при нарушении механической безопасности при изгибе с кручением сжатых пилонов при построенной поверхности Φ_{ult} можно определять по известным формулам теории надежности. Запишем пример таких зависимостей для обобщенного (главного) момента. Для косоугольного сжатия

$$M_g = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + (Ne)^2}, \quad (6)$$

где $e \geq 1$ см – эксцентриситет продольной силы. Тогда риск $R(N)$ получения ущерба

$$R(N) = Up(\Delta M_g), \quad (7)$$

$$p(\Delta M_g) = 1 - (0,5 + \Phi(\beta_{Mg})), \quad (8)$$

$$\beta_{Mg} = \frac{|M_{gult}| - |M_g|}{\sqrt{S(M_{gult})^2 + S(M_g)^2}}. \quad (9)$$

Здесь M_{gult} , M_g – главные моменты, определенные на поверхности Φ_{ult} и фактически от действующей эксплуатационной нагрузки, $S(M_{gult})$, $S(M_g)$ это стандарты моментов, $\Phi(\beta_{Mg})$ это интеграл Лапласа, U – ущерб от аварии в стоимостном выражении.

В практических расчётах используется область прочности, ограниченная частью предельной поверхности. Эта часть ограничена характерными точками, например, пилоны и колонны практически всегда нагружены продольной силой со значениями от половины предельно допустимого уровня нагружения, а минимально это уровень от действия собственного веса конструкций. Поэтому $|N_{min}| \neq 0$. Для случая внецентренного сжатия с кручением формулы (6)-(9) имеют аналогичный вид.

Результаты исследования и их анализ

Анализ безопасности крайней колонны при внецентренном сжатии с двухосным изгибом. Модель колонны с исходными параметрами для материалов представлена на рис. 3. Для бетона использовались 8-узловые конечные элементы деформируемые в соответствии с DP моделью, учитывающей дилатацию бетона, начинающуюся на уровне относительных напряжений 0.3, а также функцию разупрочнения для деформаций сжатия, имеющую 4 характерные точки, указанные на рис. 4. Схема кинематических ограничений колонны предполагает жесткое защемление в фундаменте и шарнирное соединение с плитой в верхней части. Арматура представлена пространственными стержневыми конечными элементами. Сцепление бетона с арматурой считаем обеспеченным как при статическом, так и при динамическом нагружении.

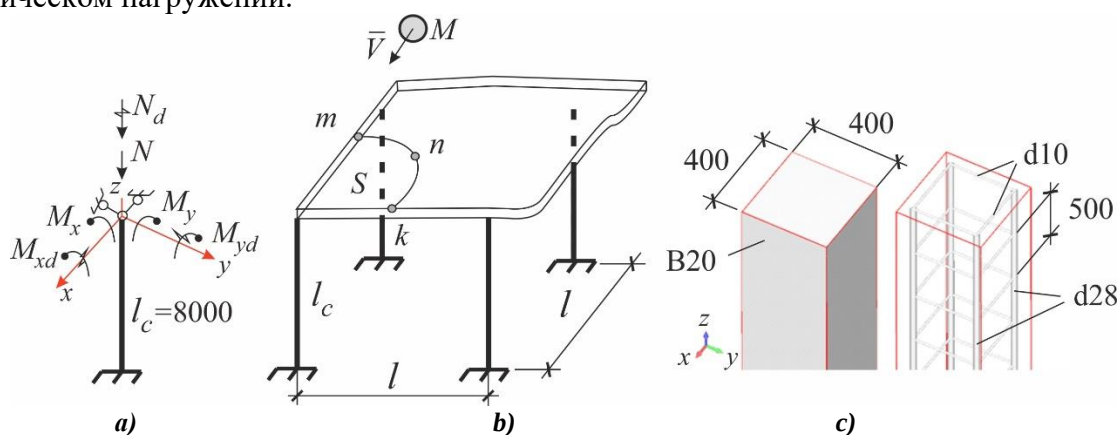


Рисунок 3 – Исходные данные: расчетная схема колонны (а); фрагмент несущей системы с окрестностью S ударного воздействия, ограниченной кривой $m-k$ (б); объемная модель колонны (в)

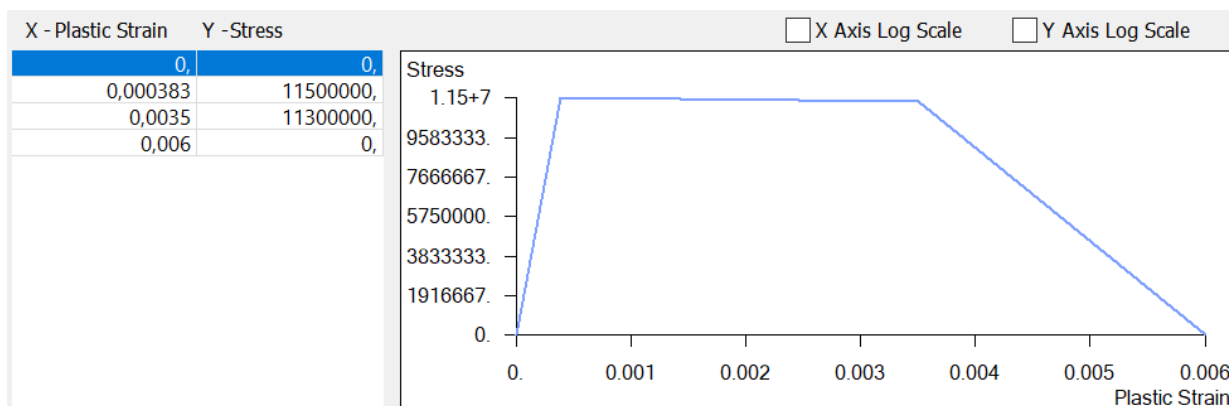


Рисунок 4 – Функция разупрочнения бетона по сжимающим напряжениям

Нагружение во времени осуществляем с использованием коэффициента динамического догружения, характеризующего динамический эффект, связанный с динамичностью и изменением конструктивной системы при аварийном воздействии. Условно считаем, что изгибающий момент передается на колонну с некоторым запаздыванием относительно продольной силы (рис. 5).

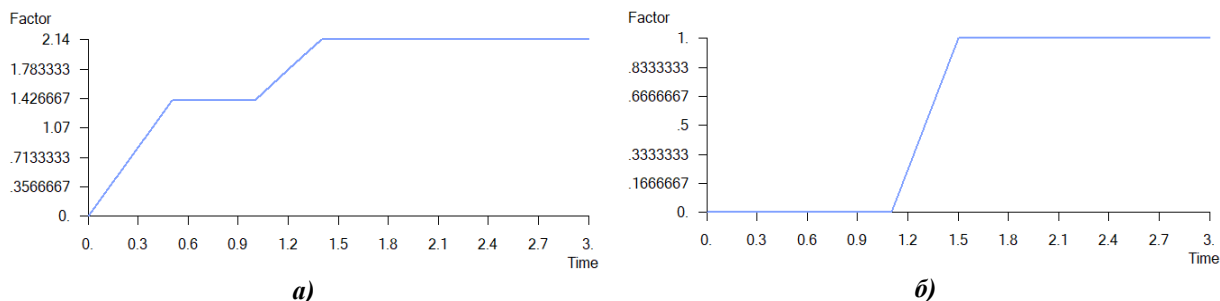


Рисунок 5 – Временная функция, моделирующая динамическое нагружение колонны: для продольной силы 10^6 Н, (а) и для изгибающего момента любого значения (б)

Горизонтальный участок (рис. 5, а) со значением безразмерного фактора силы 1,426667 на графике соответствует воспроизведению статического нагружения продольной силой в режиме нормальной эксплуатации. Значение 2,14 определяет величину динамического нагружения $2,14/1,426=1,5$, учитывающую процесс воздействия импульсом MV , приведенным к силе N , растущей в течение времени Δt , по графику $\Delta t=1,5-1,1=0,4$ с.

Жесткости бетона и арматуры корректировались коэффициентами, учитывающими длительность нагружения по СП 63.13330, путем введения коэффициентов k_s, k_b к модулям упругости этих материалов, а также коэффициентами динамического упрочнения. Переход к статическому эквиваленту динамической нагрузки, догружающей конструкцию в результате аварийного воздействия, осуществлялся на основе классического определения импульса силы. При этом считаем удар неупругим, когда большая часть кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию деформируемой системы:

$$\Delta P_d = (P_2 - P_1)\Delta t = MV, \quad (10)$$

где M это масса ударяющего тела, V его скорость в момент удара, Δt это время динамического догружения, P_2, P_1 уровни силового нагружения после удара и до удара соответственно. Принят класс бетона В20, расчётное сопротивление арматуры $R_s = R_{sc} = 420$ МПа, предельные деформации $\epsilon_{s2} = 0.015$. Результаты построения предельной поверхности приведены в таблице 1.

В таблице 1 зеленым цветом выделены строки, соответствующие характерным точкам предельной поверхности, а оранжевым – вспомогательные точки, позволившие завершить поиск. Для воспроизведения режима нагружения отдельной колонны в составе конструктивной системы был выполнен статический расчет упрощенной схемы (рис. 6, а), имеющей сетку колонн 6х6 и высоту колонн 8м, с полной расчетной нагрузкой на покрытие 60 kN/m^2 (учитывает нахождение на нем автомобилей). Расчет показал характерные для части колонны, обозначенной кружком внутренние усилия (рис. 6, б).

Для наглядности результатов расчета приведем некоторые данные о напряжённо-деформированном состоянии колонны при центральном и внецентренном сжатии. На рис. 7 показаны графики изменения во времени напряжений в арматуре и бетоне.

Таблица 1 – Поиск предельной поверхности для оценки прочности колонны при динамических нагружениях свободно падающим телом массой 0,5 тонны

№/ точка на рис. 3	N , kN	N_{dyn} , kN	M_x , kNm	M_y , kNm	h_v , m (рис. 3)	V , m sec (рис. 3)	Прочность обеспечена
1/о	1400	2140	1	1	13,37	59.2	Да
2	1400	2140	174*	-	13,37	59.2	Нет
3	280	428	174	-	2,67	11.84	Нет
4	280	428	168	-	2,67	11.84	Да
5	420	642	168	-	4,01	17.76	Да
6	560	856	168	-	5,34	23.68	Да
7	700	1070	168	-	6,68	29.6	Да
8	840	1284	168	-	8,02	35.52	Нет
9/m, (k)	770	1176	168	-	7,33	32.48	Да
10	280	428	115	115	2,67	11.84	Нет
11	280	428	103.5	103.5	2,67	11.84	Нет
12	280	428	92	92	2,67	11.84	Нет
13	280	428	80.5	80.5	2,67	11.84	Да
14	280	428	86.25	86.25	2,67	11.84	Нет
15	560	856	80.5	80.5	5,34	23.68	Да
16	840	1283	80.5	80.5	8,00	35.44	Да
17	1120	1711	80.5	80.5	10,67	47.28	Нет
18/n	980	1497	80.5	80.5	9,34	41.36	Да

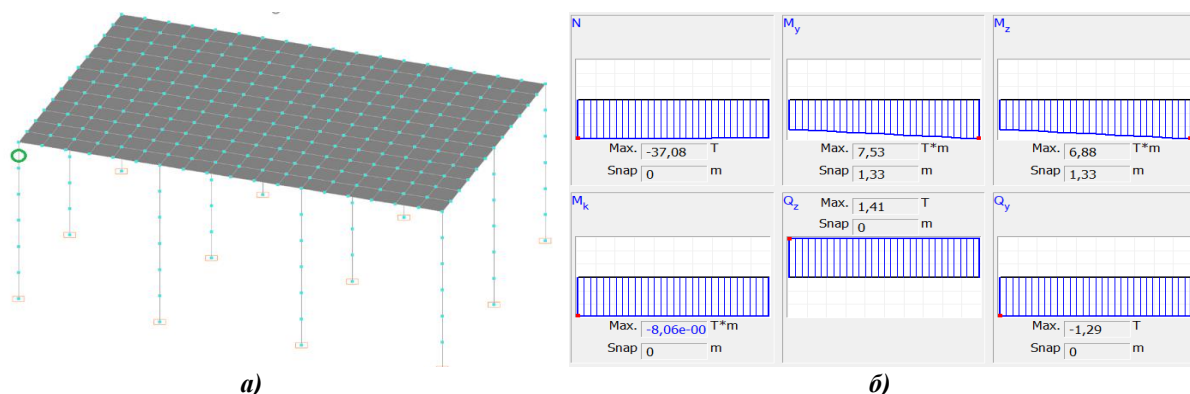


Рисунок 6 – Воспроизведение режима нормальной эксплуатации колонны

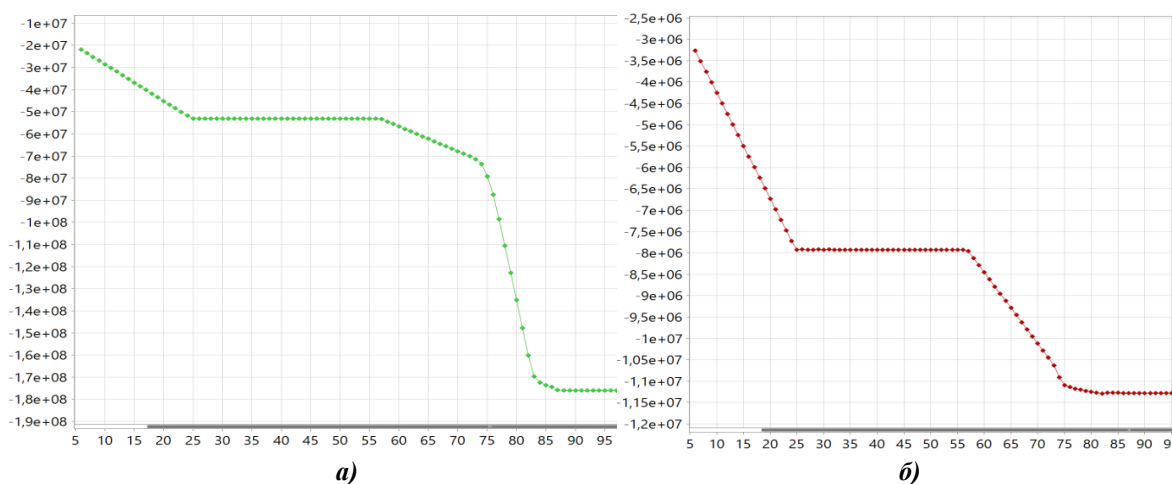


Рисунок 7 – Изменение напряжений во времени для центрально сжатой колонны: напряжения Мизеса (а) для арматурной стали; минимальные главные напряжения (б) для бетона

По горизонтальной оси на рис. 7 отложены номера шагов интегрирования. Один шаг составляет продолжительность времени 0,02 секунды. Рис. 7 показывает, что для выбранной конструкции колонны при максимальном динамическом догрузении напряжения в бетоне становятся близкими к предельным напряжениям $R_b = 11,45$ МПа, а напряжения в стержнях арматуры не достигают расчетного сопротивления: $\sigma_s = 178$ МПа. Напряженно-деформированное состояние элементов колонны при косом внецентренном сжатии в момент времени, соответствующий пиковому уровню нагруженности, показано на рис. 8. Нагрузка на колонну соответствует п. 18 таблицы 1 ($t=1.87$ с).

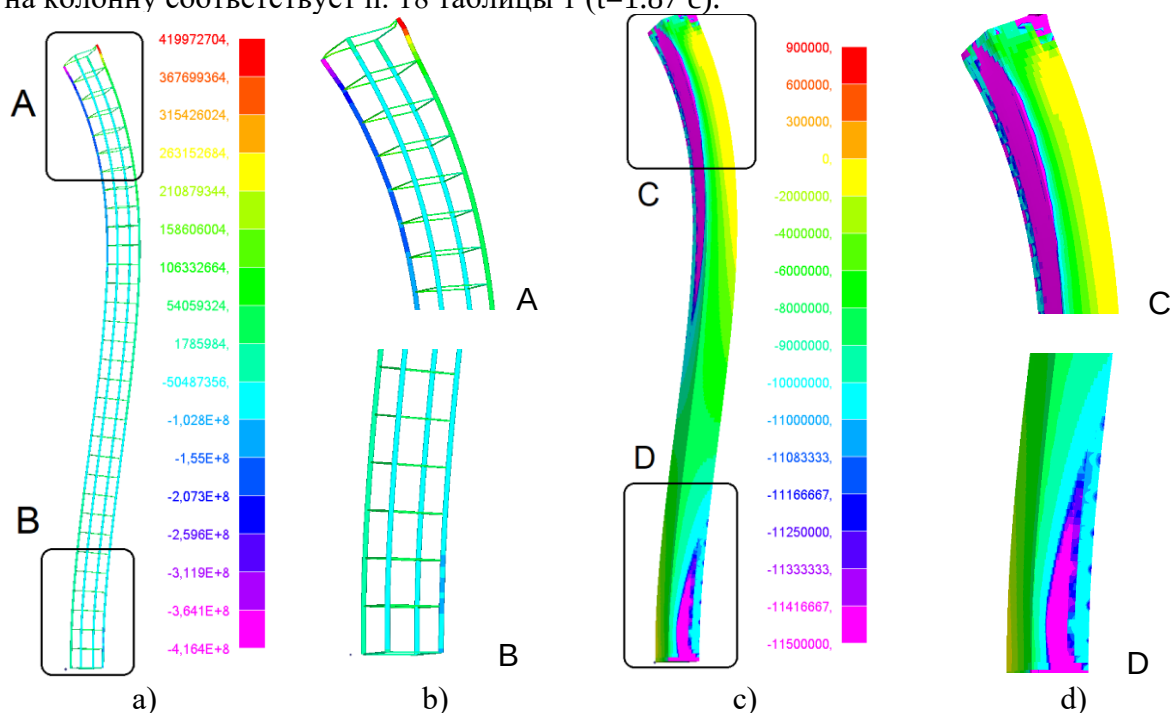


Рисунок 8 – Напряжения в элементах колонны при двухосном внецентренном сжатии: эквивалентные напряжения в арматурном каркасе (а), (б), главные сжимающие напряжения в бетоне (с), (д)

Геометрическая интерпретация предельной поверхности представлена на рис. 9.

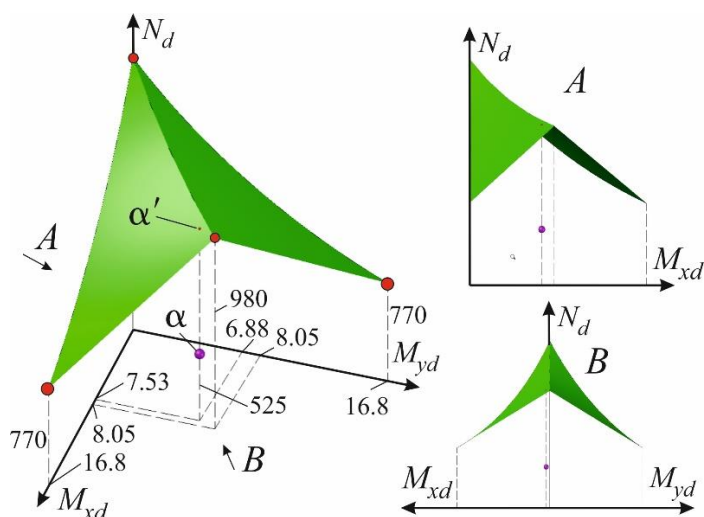


Рисунок 9 – Предельная поверхность динамической прочности

На рис. 9 точкой $\alpha (N; M_x; M_y)$ обозначено одно из возможных напряженных состояний колонны в эксплуатационном режиме (при реализации полного значения нагрузки на плиту, равного 60 кН/м.

Проекция этой точки на предельную поверхность обозначена точкой $\alpha' (N_{D,ult}; M_x; M_y)$. Такой же точкой может быть показано состояние усилий в динамике.

Если точка α расположена выше предельной поверхности, или выходит за пределы ее проекции на горизонтальные оси, то условие прочности колонны не выполняются. Запас прочности по главному моменту можно определить так:

$$M_g = \sqrt{(525 \cdot 0,01)^2 + 7,53^2 + 6,88^2} = 11,47 \text{ кНм}; M_{gult} = \sqrt{(980 \cdot 0,01)^2 + 8,05^2 + 8,05^2} = 15,08 \text{ кНм}.$$

Далее, при $S(M_g) = 1,14$, $S(M_{gult}) = 1,5$, по известным формулам теории надежности находим величину $\beta_{Mg} = 1,91$, и вероятность отказа $p(M_g) = 1 - (0,5 + 0,4719) = 0,0281$. Пусть с отказом конструкции связан материальный ущерб U равный стоимости поврежденной несущей системы и оборудования (автомобильный транспорт, расположенный на перекрытии и на уровне пола колонны).

При $U = 50000000$ у.е. допустимый риск $R = 1405000$ у.е. При различных сценариях аварийной ситуации (при различных сочетания переменных h_v , V , (табл. 1) риск R , будет меняться, при этом по его величине можно судить о степени опасности аварийного воздействия. Из данного расчета видно, что для данного режима эксплуатации присутствует риск материальных потерь при аварийной ситуации. Для его минимизации вместо квадратной угловой колонны можно предложить использование г-образного пилона. Такая конструкция существенно снизила бы риск возникновения аварийных ситуаций за пределами контура, обозначенного на рис. 3 в случае падения на плиту перекрытия груза с высоты h_v , помимо этого диапазон допустимых масс грузов также может быть расширен. Однако такое решение требует и экономического обоснования и оптимизации стоимости.

Анализ предельной несущей способности пилона при изгибе с кручением. Рассмотрим пилон высотой 8 м из бетона с напряжением сжатия 11,5 МПа и напряжением растяжения 0,9 МПа, армирование и размеры сечения, а также расчетные сечения и нагрузки показаны на рис. 10. Арматура имеет расчетное сопротивление растяжению-сжатию 420 МПа.

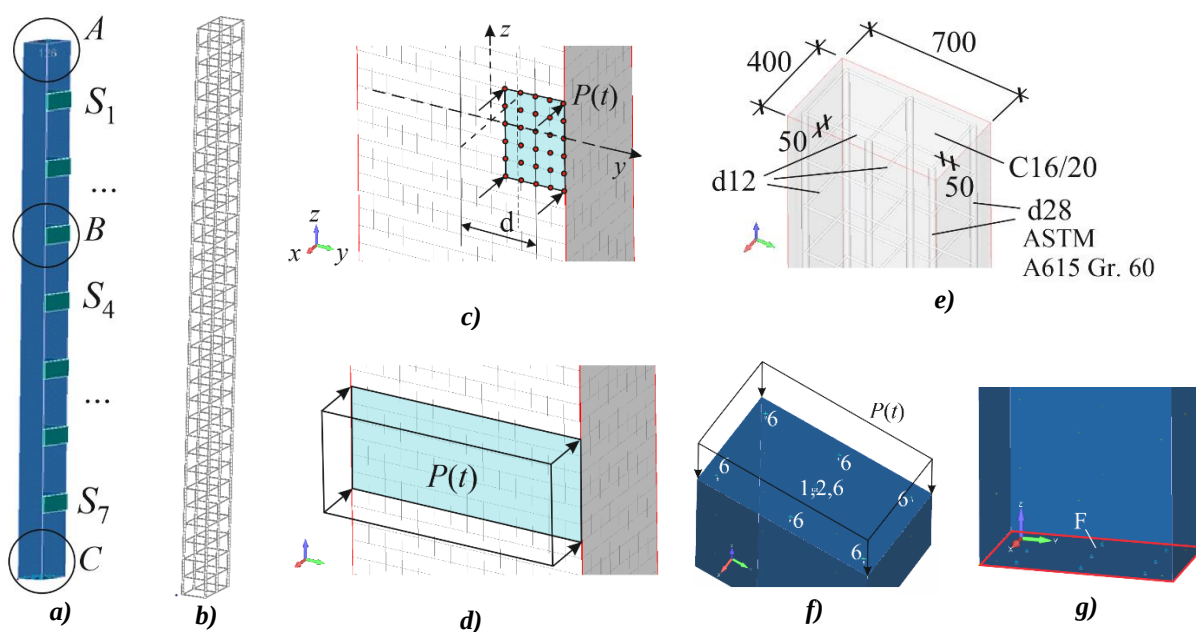


Рисунок 10 – Расчетная модель пилона: схема сечений на объемном теле бетона (а), арматурная клетка (б), параметры нагружения на фрагменте В – для изгиба с кручением (с) и для изгиба (d), параметры геометрии и армирования сечений (е), фрагмента А с приложением нагрузки (f), фрагмент С (g): 1,2,6 номера одинарных связей, F – жесткое защемление плоскости

Для схемы нагружения рис. 10, с-d использовался график рисунка 5, б; в данных нагружениях для продольной силы моделирование во времени осуществлялось по графику на рис. 5, а. Нагружение только крутящим моментом, только поперечной нагрузкой и только продольной силой осуществлялось по графику на рис. 5, а. В таблице 2 приведена последовательность расчетов для поиска базовых точек предельной поверхности для сечения S_4 , рис. 10, а. Выделенный жирным шрифтом обозначает итоговые значения при поиске решения. Из расчета по методу конечных элементов вычислялась максимальная сила, при которой конструкция не разрушалась, изгибающий момент вычислялся исходя из расчетной

схемы пилона как $3P_{ult}l/16$, крутящий момент произведением силы на плечо $d=0,25$ м (см. рис. 10, с). Построенная по рассмотренным в табл. 2 базовым точкам предельная поверхность представлена на рисунке 11.

Таблица 2 – Характеристика предельных динамических усилий, и нагрузок при поперечном ударе на пилон с учетом изгиба и кручения ($k=M_t/M_b=0.164$)

№ базовой точки/ схема нагружения (рис. 4)	$\bar{N}_{ult}$, kN	$\bar{M}_{b,ult}$, kNm	$\bar{M}_{t,ult}$, kNm	P_{ult} , kN	Условие прочности удовлетворено?
1/f	4600	1	0	4600	Нет
то же	4550	1	0	4550	Нет
то же	4500	1	0	4500	Да
2/d	0.0	480.0	0	320.0	Нет
то же	0.0	450.0	0	300.0	Нет
то же	0.0	420.0	0	280.0	Да
то же	0.0	435.0	0	290.0	Да
3/*	0.0	0.0	180	360.0	Да
то же	0.0	0.0	190	380.0	Да
то же	0.0	0.0	210	420.0	Да
то же	0.0	0.0	230	460.0	Нет
то же	0.0	0.0	220	440.0	Нет
4/d+f	2250	420.0	0	280.0	Нет
то же	2250	390.0	0	260.0	Нет
то же	2250	360.0	0	240.0	Нет
то же	2250	367.5	0	245	Да
то же	2250	375.0	0	250.0	Нет
5/с	0.0	420.0	70	280	Нет
то же	0.0	390.0	65	260	Нет
то же	0.0	380.0	62.5	250	Да
то же	0.0	382.5	63.75	255	Нет
6/*+f	2250	0.0	210	420.0	Да
то же	2250	0.0	230	460.0	Да
то же	2250	0.0	250	500.0	Да
то же	2250	0.0	260	520.0	Нет
то же	2250	0.0	255	510.0	Да
7/с	2250	300.0	50.0	200.0	Нет
то же	2250	270.0	45.0	180.0	Нет
то же	2250	250.0	42.5	170.0	Да
то же	2250	262.5	43.75	175.0	Да

* нагружение выполнялось аналогично схеме рис. 10, но по симметричной схеме силами, направленными друг к другу с каждой длинной стороны, что создавало только кручение сечения против хода часовой стрелки

Как видно из рисунка 11, б, если некоторая нагрузка создает в пилоне усилия, которые можно представить в виде точки Z и эта точка расположена в объеме между поверхностью и координатными плоскостями, то это означает, что критерий (4) удовлетворен – прочность обеспечена. Оценку безопасности пилона по значению продольной силы, опираясь на выражения (7)-(9) можно выполнить так.

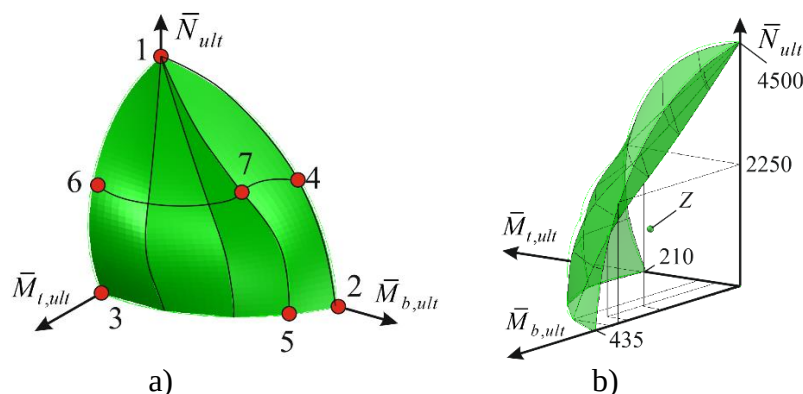


Рисунок 11 – Предельная поверхность для сечения S_4 : вид выпуклой части (а), вид сбоку с иллюстрацией фактического значения усилий для некоторой нагрузки (б)

Пусть нагрузка создает в колонне только продольные динамические усилия равные $N_{\max} = 3000$ кН. Тогда $\Delta N = |\bar{N}_{ult} - N_{\max}| = 4500 - 3000 = 1500$. С учетом проектных разбросов $S(\bar{N}_{ult}) = 20\text{кН}$, $S(N_{\max}) = 100\text{кН}$ получим $\beta_N \geq 5$, и вероятность отказа пилон $p(\Delta N) = 1 - (0,5 + \Phi(\beta_N)) \approx 0$. Для других внутренних усилий вероятности вычисляются аналогично, в расчет принимается наибольшая вероятность. Эта вероятность связана с реализацией стоимостного выражения ущерба U . Очевидно, что большие запасы прочности нивелируют риски ущербов от аварийной ситуации, однако принятие обоснованного решения требует применение оптимизации проектирования.

Дискуссия и перспективы исследований. Предложенный подход может быть использован при оценке безопасности как для ключевых элементов, так и для конструктивных систем в целом. При этом существует возможность моделирования различных сценариев аварийных ситуаций. Формирование базы предельных поверхностей прочности при динамических воздействиях для наиболее распространенных форм поперечного сечения колонн и сетки стандартизированных размеров их сечений позволит избежать недопустимых рисков аварийных ситуаций.

Построение предельной поверхности, возможно, требует рассмотрения большего числа опорных точек, однако это сопряжено с повышенной вычислительной ёмкостью решения задачи. Кроме того, ряд реальных нагрузок, в том числе характер их приложения, ведёт к необходимости построения и расчёта железобетонных конструкций в объёмной постановке. Несмотря на объёмную постановку, в данной модели введено упрощение, не учитывающее конечную величину сцепления бетона и арматуры, однако в конкретных рассмотренных случаях (в отличие, например, от коррозионных повреждений) этот факт существенно не влияет на значения предельных нагрузок. Следует также отметить, что временные параметры импульсных нагрузок приняты ориентировочно; для каждого конкретного объекта необходимо проводить дополнительные измерения и исследования для уточнения характера динамического воздействия.

Перспективы развития работы включают обобщение на колонны и пилоны сложной формы (Г-, Т-, двутавровые и т.п.), создание базы данных предельных поверхностей для типовых сечений и условий закрепления, интеграцию в ВМ-системы для автоматизированного анализа безопасности на всех этапах жизненного цикла, а также расширение на случай комбинированного нагружения с одновременным учётом продольной силы, изгибов и кручения для произвольных траекторий удара.

Заключение

1. Разработана поисковая методика построения предельной поверхности динамической прочности на основе данных, полученных из расчёта объёмной конечно-элементной модели в динамической постановке с учётом физической и геометрической нелинейности. Формирование области прочности с помощью такой поверхности позволяет идентифицировать степень опасности аварийной ситуации и определять граничные значения

параметров аварийного воздействия в пространстве допустимых нагрузок и рисков.

2. Показана применимость подхода для двух характерных задач – внецентренного сжатия с двухосным изгибом и комбинированного нагружения изгибом с кручением. В обоих случаях построены предельные поверхности и определены условия прочности. Полученные результаты могут служить основой для выбора рациональных конструктивных решений (увеличение армирования, изменение сечения, применение специальных мер защиты) и для оценки безопасности зданий в целом при различных сценариях прогрессирующего разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lu X., Zhang L., Lin K., Li Y. Improvement to composite frame systems for seismic and progressive collapse resistance // *Engineering Structures*. 2019. Vol. 186. P. 227–242. DOI: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2019.02.006.
2. Kiakojouri F., De Biagi V., Chiaia B., Sheidaii M.R. Strengthening and retrofitting techniques to mitigate progressive collapse: A critical review and future research agenda // *Engineering Structures*. 2022. Vol. 262. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.114274. EDN: NAXIZX.
3. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Evolutionary optimization of reinforced concrete beams, taking into account design reliability, safety and risks during the emergency loss of supports // *E3S Web of Conferences*. 2019. Vol. 97. DOI: 10.1051/e3sconf/20199704005. EDN: IYKSXO.
4. Alekseytsev A.V. Mechanical safety of reinforced concrete frames under complex emergency actions // *Magazine of Civil Engineering*. 2021. Vol. 103. DOI: 10.34910/MCE.103.6. EDN: ILMMNH.
5. Hassanzadeh A., Gholizadeh S. Collapse-performance-aided design optimization of steel concentrically braced frames // *Engineering Structures*. 2019. Vol. 197. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109411.
6. Jaiswal D.K., Murty C.V.R. Lateral deformation capacity of cantilever RC hollow columns using physics-based concrete confinement model // *Structures*. 2025. Vol. 75. 108662. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2025.108662. EDN: EKJANA.
7. Serpik I., Alekseytsev A. Optimization of steel frame building systems in terms of parameters and reliability requirements // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018. Vol. 365. DOI: 10.1088/1757-899X/365/5/052003. EDN: VBIPJF.
8. Alekseytsev A.V., Kurchenko N.S., Mohamad A.A. Risk-Based Optimization of RC Beams Under Different Local Damage Scenarios // *Advances in Transdisciplinary Engineering*. 2023. Vol. 43. DOI: 10.3233/ATDE230697.
9. Lin K., Zheng J., Wu Z., Lu X., Li Y. Risk-based life cycle cost-benefit analysis for progressive collapse design of RC frame structures // *Structures*. 2024. Vol. 63. 106468. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2024.106468. EDN: SFPNJF.
10. Jiang L., Ye J. Risk-based overall seismic robustness assessment of cold-formed steel structures considering vulnerability and fragility // *Bulletin of Earthquake Engineering*. 2022. Vol. 20. DOI: 10.1007/s10518-022-01435-7. EDN: IYCBIO.
11. Klueva N., Emelyanov S., Kolchunov V., Gubanova M. Criterion of Crack Resistance of Corrosion Damaged Concrete in Plane Stress State // *Procedia Engineering*. 2015. Vol. 117. P. 179–185. DOI: 10.1016/J.PROENG.2015.08.144. EDN: UZYOAB.
12. Chen Y., He Q., Chen Z., Liang X. Bending restoring force model of angle-steel reinforced concrete columns under combined torsion // *Structures*. 2023. Vol. 55. P. 2186–2198. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2023.07.008. EDN: NMRBLT.
13. Kolchunov V.I., Moskovtseva V.S. Robustness of reinforced concrete frames with elements experiencing bending with torsion // *Engineering Structures*. 2024. Vol. 314. 118309. DOI: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2024.118309. EDN: PNBEQJ.
14. Savin S.Y., Kolchunov V.I. Dynamic behavior of reinforced concrete column under accidental impact // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021. Vol. 17. No. 3. P. 120–131. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-3-120-131. EDN: PMDHWD.
15. Alekseytsev A. Local Fracture of a Reinforced Concrete Beam Under High-Velocity Impact on Biaxial Bending and Torsion Deformation // *Buildings*. 2025. Vol. 15. DOI: 10.3390/buildings15224153. EDN: UMRASV.

REFERENCES

1. Lu X., Zhang L., Lin K., Li Y. Improvement to composite frame systems for seismic and progressive collapse resistance. *Engineering Structures*. 2019. Vol. 186. Pp. 227–242. DOI: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2019.02.006.
2. Kiakojouri F., De Biagi V., Chiaia B., Sheidaii M.R. Strengthening and retrofitting techniques to mitigate progressive collapse: A critical review and future research agenda. *Engineering Structures*. 2022. Vol. 262. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.114274. EDN: NAXIZX
3. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Evolutionary optimization of reinforced concrete beams, taking into account design reliability, safety and risks during the emergency loss of supports. *E3S Web of Conferences*. Vol. 97. 2019. DOI: 10.1051/e3sconf/20199704005. EDN: IYKSXO

4. Alekseytsev A.V. Mechanical safety of reinforced concrete frames under complex emergency actions. Magazine of Civil Engineering. 2021. Vol. 103. DOI: 10.34910/MCE.103.6. EDN: ILMMNH
5. Hassanzadeh A., Gholizadeh S. Collapse-performance-aided design optimization of steel concentrically braced frames. Engineering Structures. 2019. Vol. 197. Article no. 109411. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109411
6. Jaiswal D.K., Murty C.V.R. Lateral deformation capacity of cantilever RC hollow columns using physics-based concrete confinement model. Structures. 2025. Vol. 75. Article no. 108662. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2025.108662. EDN: EKJANA
7. Serpik I., Alekseytsev A. Optimization of steel frame building systems in terms of parameters and reliability requirements. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. Vol. 365. 2018. DOI: 10.1088/1757-899X/365/5/052003. EDN: VBIPJF
8. Alekseytsev A.V., Kurchenko N.S., Mohamad A.A. Risk-Based Optimization of RC Beams Under Different Local Damage Scenarios. Advances in Transdisciplinary Engineering. Vol. 43. 2023. DOI: 10.3233/ATDE230697.
9. Lin K., Zheng J., Wu Z., Lu X., Li Y. Risk-based life cycle cost-benefit analysis for progressive collapse design of RC frame structures. Structures. 2024. Vol. 63. Article no. 106468. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2024.106468. EDN: SFPNJF
10. Jiang L., Ye J. Risk-based overall seismic robustness assessment of cold-formed steel structures considering vulnerability and fragility. Bulletin of Earthquake Engineering. 2022. Vol. 20. DOI: 10.1007/s10518-022-01435-7. EDN: IYCBIO
11. Klueva N., Emelyanov S., Kolchunov V., Gubanova M. Criterion of Crack Resistance of Corrosion Damaged Concrete in Plane Stress State. Procedia Engineering. 2015. Vol. 117. Pp. 179–185. DOI: 10.1016/J.PROENG.2015.08.144. EDN: UZYOAB
12. Chen Y., He Q., Chen Z., Liang X. Bending restoring force model of angle-steel reinforced concrete columns under combined torsion. Structures. 2023. Vol. 55. Pp. 2186–2198. DOI: 10.1016/J.ISTRUC.2023.07.008. EDN: NMRBLT
13. Kolchunov V.I., Moskovtseva V.S. Robustness of reinforced concrete frames with elements experiencing bending with torsion. Engineering Structures. 2024. Vol. 314. Article no. 118309. DOI: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2024.118309. EDN: PNBEQJ
14. Savin S.Y., Kolchunov V.I. Dynamic behavior of reinforced concrete column under accidental impact. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021. Vol. 17. No. 3. Pp. 120–131. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-3-120-131. EDN: PMDHW
15. Alekseytsev A. Local Fracture of a Reinforced Concrete Beam Under High-Velocity Impact on Biaxial Bending and Torsion Deformation. Buildings. 2025. Vol. 15. DOI: 10.3390/buildings15224153. EDN: UMRASV

Сведения об авторах:

Алексеев Анатолий Викторович, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. SPIN-code: 3035-5571, AuthorID: 605775, ORCID: 0000-0002-4765-5819, Scopus: 57191530761, ResearcherID: I-3663-2017

Вэй Фань, доктор наук, профессор, государственная ключевая лаборатория безопасности и устойчивости мостов, Институт гражданского строительства, Хунаньский университет, г. Чанша, Китай. ORCID: 0000-0002-6074-2917 Scopus Author ID: 36731024800

Кокотов Степан Иванович, магистрант кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия.

About the authors:

Anatoliy V. Alekseytsev, Doctor of Technical Sciences, Docent, Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. SPIN-code: 3035-5571, AuthorID: 605775, ORCID: 0000-0002-4765-5819, Scopus: 57191530761, ResearcherID: I-3663-2017

Wei Fan, Ph.D., Professor, State Key Laboratory of Bridge Safety and Resilience, College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, China. ORCID: 0000-0002-6074-2917 Scopus Author ID: 36731024800

Stepan I. Kokotov, Master Student of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia.

Вклад авторов: **Алексеев А.В., Фей Фань** - концепция исследования, разработка зависимостей аналитической модели, подготовка рисунков, подготовка конечно-элементной модели, научное редактирование; **Кокотов С.И.** - подготовка рисунков, подготовка конечно-элементной модели, получение результатов расчетов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The authors declare no conflict of interest.

The authors have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 21.07.2026

Одобрена после рецензирования 03.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 21.07.2026

Approved after reviewing 03.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026