

В.С. ФЕДОРОВ, В.Е. ЛЕВИТСКИЙ¹¹ Российский университет транспорта, Москва, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОСИЛОВОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА В РЕЖИМНО-НАСЛЕДСТВЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ

Аннотация. Предложена методика применения простых изотермических диаграмм для моделирования напряженно-деформированного состояния бетона в условиях режимного термосилового нагружения и вынужденного деформирования. Методологический базис работы построен на четком разграничении понятий аддитивности деформаций и некоммутативности нагружения, что позволило адаптировать классический наследственный принцип Больцмана–Вольтерры для нелинейной стадии работы материала. Доказано, что приращения нелинейных деформаций сохраняют свойство физической аддитивности и могут корректно суммироваться при условии пошагового учета истории и траектории термосиловых воздействий. Экспериментально зафиксированное подобие геометрического вида кривых мгновенного, длительного и высокотемпературного деформирования обосновано с позиций единства физического закона деформирования бетона как вязкоупругой неоднородно-хрупкой среды. Представлено уравнение состояния в форме нелинейного закона Гука, учитывающее меру поврежденности структуры на основе двухпараметрического статистического распределения Вейбулла, что позволяет аналитически описать полную диаграмму деформирования бетона при нагреве. Разработан замкнутый алгоритм перехода между функциями деформаций и напряжений с использованием параметров промежуточной точки по методике Н.И. Карпенко, эффективный для решения задач как режимного нагружения, так и режимной релаксации бетона.

Ключевые слова: термосиловое воздействие, вынужденное деформирование, релаксация напряжений, аддитивность деформаций, некоммутативное нагружение, поврежденность структуры, распределение Вейбулла, уравнение состояния.

Для цитирования: Федоров В.С., Левитский В.Е. Моделирование термосилового деформирования бетона в режимно-наследственной постановке // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 58-74. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-58-74. EDN: UDULGE

©Федоров В.С., Левитский В.Е., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

V.S. FEDOROV, V.E. LEVITSKY¹¹ Russian University of Transport, Moscow, Russia**MODELING THERMAL-POWER DEFORMATION OF CONCRETE IN A REGIME-HEREDITARY FORMULATION**

Abstract. A method for using simple isothermal diagrams to study the crisis-strain state of concrete under regime-induced thermal-power loading and forced deformation is proposed. The methodological foundations of the study are built on a clear distinction between the concepts of strain additivity and loading non-commutativity, allowing for the adaptation of the classical traditional Boltzmann-Volterra principle to the nonlinear stage of material performance. It is demonstrated that nonlinear strain increments retain the property of physical additivity and can be correctly summed when the history and trajectory of thermal-power effects are taken into account step-by-step. The experimentally observed similarity in the geometric shape of the instantaneous, long-term, and high-temperature strain curves is substantiated in terms of the Unified Physical Law of Deformation of Concrete as a Viscoelastic Gravitationally Brittle Medium. An equation of state in the form of nonlinear Hooke's law is presented, observing the degree of structural damage based on a two-parameter Weibull statistical distribution. This allows for an analytical description of the complete concrete deformation diagram upon heating. A closed-loop algorithm for the transition between deformation and stress phenomena has been developed using intermediate point parameters according to N.I. Karpenko's methodology. It is effective for solving problems of both seasonal loading and seasonal relaxation of concrete.

Keywords: thermal loading, forced deformation, stress relaxation, strain additivity, noncommutative loading, damage structure, Weibull measures, stress-strain relationship.

For citation: Fedorov V.S., Levitsky V.E. Modeling of thermal-power deformation of concrete in a regime-hereditary formulation. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 58-74. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-58-74. EDN: UDULGE

Введение

Пожар является одним из наиболее сильных экстремальных воздействий, которым могут подвергаться здания в процессе эксплуатации. Железобетонные конструкции, хотя и обладают достаточно высокой «естественной огнестойкостью», она, тем не менее, нуждается в количественной оценке. Традиционно применяемые табличные методы позволяют обеспечить точность, достаточную лишь для случаев, когда требуемые показатели заведомо обеспечены. Даже несмотря на наблюдаемое в последнее время интенсивное внедрение в эту сферу технологий искусственного интеллекта [1], такой подход остаётся описательным, не затрагивающим физическую сущность происходящих процессов. Предлагаемые в нормативных документах (СП 468.1325800.2019, EN 1992-1-2) упрощенные методики ручного расчета оправдывают себя, по сути, лишь в одном единственном случае – при оценке огнестойкости свободно опертой балочной конструкции, поведение которой при пожаре определяется работой растянутой арматуры в наиболее нагруженном сечении. Практически все остальные виды конструкций требуют более детального анализа прогрева сжатого бетона и деградации его механических характеристик при нагреве.

Разработка методов расчета огнестойкости конструкций, учитывающих интенсифицированное воздействием температуры проявление физической и геометрической нелинейности деформирования, деградацию жёсткостных характеристик, развитие осевых и изгибных температурных деформаций позволит преодолеть ограничения традиционного предписывающего подхода и перейти к параметрическому (объектно-ориентированному) нормированию, что обеспечит возможность оптимизации и повышения эффективности проектных решений.

Для применения уточненных методов расчета необходимы соотношения, устанавливающие связь напряжений и деформаций (σ - ε) бетона в процессе нестационарного нагрева. Основная трудность в построении указанных соотношений связана с тем, что деформации бетона существенно зависят от последовательности приложения температурного и силового воздействий [2-5]. Бетон, подвергаемый нестационарному нагреву под нагрузкой постоянного уровня, демонстрирует более высокие (не менее чем в два раза) силовые деформации по сравнению с бетоном, который был вначале нагрет, а затем нагружен до тех же значений. Игнорирование особенностей деформирования при нагреве нагруженного бетона может существенно сказаться на точности расчёта и совершенно недопустимо [6-8].

Однако учёт условий работы бетона в нагруженном состоянии вызывает новую трудность – напряжения в процессе нестационарного нагрева не остаются постоянными. Даже в условиях стандартных испытаний, предполагающих не меняющееся значение внешней нагрузки, из-за различия жёсткостных характеристик компонентов неравномерно нагретого сечения, а также стесненных температурных деформаций происходит непрерывное перераспределение напряжений по сечению, вызывающее разгрузку одних участков и нагрузку других. Использование в расчёте соотношений, полученных при постоянных напряжениях, приводит к занижению жёсткости при возрастающем режиме напряжений и завышению жёсткости при их снижении [9]. Элементы реальных статически неопределимых конструкций при пожаре работают в условиях перераспределения внутренних усилий, что также требует режимно-наследственной постановки. В случае использования более сложных параметрических моделей пожара, включающих стадию затухания, без учёта режимного характера изменения напряжений уже и вовсе не обойтись [10].

Для учёта особенностей режимного нагружения предложен ряд моделей термосилового деформирования, которые явным образом разделяют полную деформацию бетона на компоненты и затем суммируют их в соответствии с историей приложения температуры и нагрузки.

Базовой является модель Андерберга-Теландерссона [2], в которой рассматриваются четыре компонента: ε_{th} – свободная температурная деформация (определяется при нагреве ненагруженного образца); ε_{σ} – часть силовой деформации, вызванная изменением напряжений (определяется при нагружении нагретого образца); ε_{cr} – деформация ползучести (при кратковременном нагреве незначительна); ε_{tr} – переходная (часть силовой деформации, возникающая вследствие нагрева в нагруженном состоянии). Температурная деформация ε_{th} принимается не зависящей от других компонентов; для определения деформации ε_{σ} используется парабола σ - ε Hognestad [11] с фиксированной кривизной восходящей ветви (пиковый коэффициент упругости $\nu_{bu} = 0,5$); деформацией длительной ползучести ε_{cr} допустимо пренебречь; переходная деформация ε_{tr} считается линейно зависящей от уровня нагружения и нелинейно от температуры. Основным недостатком данной модели считается допущение о пропорциональной связи переходной и температурной деформации, что не вполне соотносится с физической картиной.

В модели Шнайдера [3, 5, 8] использованы те же предпосылки, но силовая (она же механическая) деформация разделена на упругую ε_{el} , пластическую ε_{pl} и переходную ползучесть ε_{tr} (не зависящую от времени). Отличие от предыдущей модели состоит в том, что пластический и переходный компоненты изменяются пропорционально упругой деформации; для разделения упругой и пластической деформации используется диаграмма σ - ε Роровича [12] с фиксированной кривизной ветвей ($\nu_{bu} = 0,667$); модуль упругости зависит от уровня начального нагружения; для переходной деформации предложена функция, учитывающая начальную влажность бетона. Поскольку компоненты деформации взаимозависимы, модель получилась громоздкой и не очень удобной для использования (на это также указывает наличие несколько модификаций модели разных лет).

Модель Khougy [13, 14] делит силовую деформацию бетона на два компонента – упругую деформацию до нагрева и развивающуюся в процессе нагрева LITS (load induced thermal strain – термическую деформацию, инициированную нагрузкой), которая линейно зависит от уровня напряжений и нелинейно от температуры [15]. Завершенная модификация модели представлена Terro [16], где зависимость LITS от температуры описывается «базовой кривой», трансформируемой пропорционально уровню нагружения. В итоге модель превратилась из «явной» в «неявную», причём линейно-упругую.

В Еврокоде EN 1992-1-2 также принята «неявная» модель (модель ЕС), но выраженная в функции уровня деформаций. В качестве основы используется диаграмма σ - ε из модели Шнайдера с фиксированной кривизной ветвей ($v_{bu} = 0,667$). Поскольку главная трудность при описании диаграмм σ - ε при нагреве нагруженного бетона состоит в том, что пиковые деформации не могут быть определены непосредственно из эксперимента, их пришлось принять условно на основе ряда тестовых расчётов. В предварительной редакции документа (ENV) на этом отдельно акцентируется внимание и приводятся две серии значений: полученные при нагружении после нагрева и более высокие, соответствующие работе под нагрузкой.

Основываясь на этих сериях значений, Т. Герней и Ж.-М. Франссен [9] предложили определять переходный компонент как разность между начальными модулями соответствующих диаграмм и таким образом модифицировали модель Еврокода, включив в неё явный учёт переходного компонента на каждом итерационном шаге (модель ЕТС). Несмотря на алгоритмические сложности, на данный момент эта модель признана наиболее приемлемой для практического использования [10, 17].

Характерными особенностями всех рассмотренных моделей является, во-первых, использование диаграммы σ - ε с независимой от температуры кривизной (то есть фиксированным соотношением линейного и нелинейного компонента), а во-вторых, линейной зависимостью переходных деформаций от уровня напряжений (то есть включение переходной деформации происходит за счет увеличения доли линейного компонента). Примечательно, что вторая предпосылка сначала была принята для ограниченного диапазона температур и уровней нагружения, что в целом соответствовало данным экспериментов. Однако, начиная с модели ЕТС, она уже оказалась распространенной на весь диапазон работы вплоть до разрушения, в результате чего перестала отражать физическую сущность происходящих процессов.

Как хорошо известно, О.Я. Берг в своей «физической теории прочности бетона» [18] сформулировал и экспериментально доказал, что проявление нелинейного компонента деформации обусловлено развитием повреждений в его структуре. Не составляет сомнения, что снижение прочности бетона при нагреве также является результатом повреждения его структуры, поэтому соотношение линейного и нелинейного компонентов силовой деформации бетона должно быть увязано с изменением прочности и не может назначаться произвольно.

Количественной характеристикой нелинейности как отображения накопленного повреждения в теории Л.М. Качанова – Ю.Н. Работнова [19] принят параметр сплошности, меняющийся от 1 до 0 и показывающий уменьшение рабочего сечения материала по мере роста микроповреждений. Осреднённое по первоначальной площади сечения напряжение заменяется на «эффективное», или «структурное» напряжение по условно неповреждённой площади. Для бетона в роли параметра сплошности выступает предложенный В.И. Мурашёвым [20] коэффициент упругости v_b , изменяющийся от 1 при отсутствии повреждённости до некоторого критического значения v_{bu} в момент разрушения на пике диаграммы. Использование коэффициента упругости позволяет выразить связь напряжений и деформаций бетона в классическом виде через секущий модуль $E_b v_b$:

$$\sigma_b = \varepsilon_b \cdot E_b \cdot v_b. \quad (1)$$

В теории диаграмм-изохрон Н.И. Карпенко [21] показано, что вследствие общей физической природы накопления повреждений описываемые данным уравнением кривые деформирования бетона σ - ε имеют единообразный вид как для стандартного испытания действием возрастающей нагрузки (мгновенного нагружения), так и для иных монотонно изменяющихся режимов, что позволило построить изохроны «мягкого» и «жесткого» длительного нагружения.

В работах авторов [22, 23] по результатам испытаний образцов при нестационарном нагреве под нагрузкой получены аналогичные изохронам кривые изотермического деформирования нагруженного бетона, и сформулирован так называемый «принцип инвариантности пиковых структурных напряжений». Суть этого предположения, подтверждаемого обработкой параметров не только изотермических кривых, но и изохрон [23], состоит в том, что дополнительный фактор в виде температуры или длительного нагружения вместе с мгновенным силовым воздействием участвует в повреждении структуры, и это выражается в снижении пикового коэффициента упругости ν_{bu} , однако соответствующие ему структурные напряжения остаются такими же, как и при мгновенном силовом воздействии. Таким образом, формулируется критерий, который устанавливает пропорциональную связь между нелинейностью диаграммы σ - ε и снижением прочности. Это позволяет обоснованно разделить и количественно описать линейный и нелинейный компоненты деформаций бетона в условиях нагрева под нагрузкой [24]. Однако применение изотермических диаграмм нагруженного бетона в условиях режимного термосилового нагружения требует привлечения дополнительных гипотез, поскольку изотермические диаграммы получены при действии постоянных напряжений. Методика определения силовых деформаций бетона в условиях режимно изменяющейся температуры и нагрузки представлена в данной работе.

Модели и методы

Для учета накопления необратимых деформаций бетона предлагается моделировать пошаговую историю нагружения и нагрева, рассматривая процесс термосилового деформирования как ступенчатую последовательность равновесных состояний в виде выдержки под постоянной нагрузкой при меняющейся температуре и мгновенного нагружения при фиксированной температуре. Таким образом, траектория произвольного термосилового нагружения дискретизируется на элементарные этапы, каждый из которых соответствует простой однопараметрической программе. Деформация бетона на каждом этапе складывается из приращения силовой деформации вследствие изменения напряжений (нагружения или разгрузки) и наследуемой необратимой деформации, накопленной на предыдущих этапах. Предлагаемый подход развивает «методику конечных приращений» Н.И. Карпенко и аналогичен принципу суперпозиции Больцмана-Вольтерра в наследственной теории ползучести с той разницей, что приращение деформации на текущем этапе является нелинейным (линейным при разгрузке), а интеграл, учитывающий историю деформирования, заменен суммой. Справедливость аддитивного суммирования при этом сохраняется, то есть приращение деформации на текущем этапе не зависит от истории нагружения и нагрева, вся «память» материала о прошлых состояниях выражается лишь в величине накопленной необратимой деформации. Учет некоммутативности воздействия обеспечивается вычислением частных приращений в соответствии с историей нагружения. Для этого математический аппарат фиксирует не только изолированный шаг внешнего фактора, но также его начальное и конечное базовые значения на текущем этапе.

Для реализации данного режимно-наследственного подхода понадобится два типа диаграмм σ - ε для данного значения температуры: полученная испытанием возрастающей нагрузкой образцов, нагревавшихся в нагруженном состоянии (мгновенная диаграмма при фиксированной температуре), и полученная из результатов обработки испытаний образцов при нестационарном нагреве образцов под нагрузкой постоянного уровня (изотермическая диаграмма нагруженного бетона). Поскольку в обоих случаях бетон нагревался в нагруженном состоянии, прочность (ордината вершины) у данных диаграмм будет

одинаковой. Доля линейного компонента деформаций для каждой из диаграмм характеризуется коэффициентом упругости ν_b (пиковым коэффициентом упругости ν_{bu} для деформаций в вершине). В соответствии с принятым принципом инвариантности пиковых структурных напряжений изменение пикового коэффициента упругости ν_{bu} при нагреве будет происходить пропорционально снижению прочности. Таким образом, два рассматриваемых типа диаграмм для данной температуры будут отличаться значением начального модуля $E_{b,t}$ и пиковых деформаций $\varepsilon_{bu,t}$ при сохранении того же соотношения линейного и нелинейного компонентов.

Параметры диаграмм мгновенного нагружения при фиксированной температуре устанавливаются непосредственно из испытания, для изотермических диаграмм в силу принятых предпосылок необходимо определить только начальный модуль. Это можно сделать либо непосредственным построением начального участка переносом точек с кривых развития силовых деформаций при нагреве, либо нормализацией (представлением в относительном виде) данных кривых [24].

Описание диаграмм σ - ε производится в относительных координатах (рис. 1), то есть вершина такой диаграммы находится в точке с координатами (1; 1). По оси ординат отложен локальный уровень нагружения $\eta_{\sigma,t}$ – отношение действующего напряжения σ_b к прочности бетона на сжатие $R_{b/y,b,t}$ при данной температуре нагрева:

$$\eta_{\sigma,t} = \frac{\sigma_b}{R_b \gamma_{b,t}} = \frac{\eta_{\sigma,0}}{\gamma_{b,t}}, \quad (2)$$

где $\gamma_{b,t}$ – прочностной температурный параметр, характеризующий снижение прочности бетона по отношению к начальному значению до нагрева R_b . Через прочностной параметр $\gamma_{b,t}$ происходит связь локального $\eta_{\sigma,t}$ и начального $\eta_{\sigma,0}$ уровней напряжений, если считать, что $\eta_{\sigma,0} = \sigma_b/R_b$.

По оси абсцисс отложен уровень деформаций $\eta_{e,t}$ – отношение фактической деформации ε_b к пиковому значению $\varepsilon_{bu,t}$, соответствующему вершине диаграммы при данной температуре нагрева:

$$\eta_{\varepsilon,t} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bu,t}}. \quad (3)$$

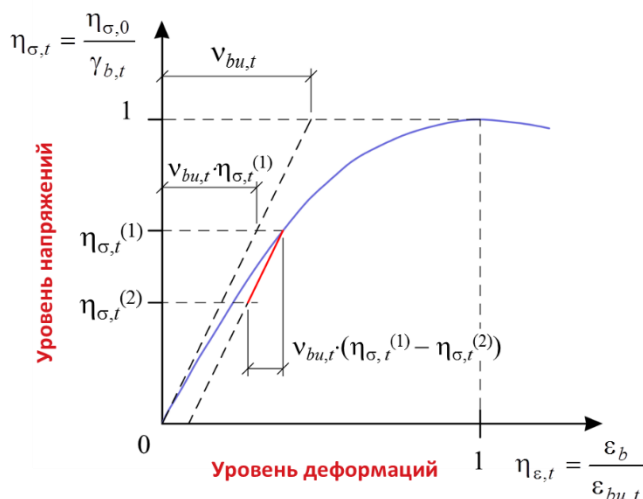


Рисунок 1 - Обобщенный вид изотермической диаграммы деформирования бетона в относительных координатах – уровнях напряжений и деформаций

За кривизну диаграммы отвечает пиковый коэффициент упругости $v_{bu,t}$ – отношение упругих деформаций к полным (по В.И. Мурашёву); при записи в уровнях он явным образом показывает долю линейного компонента в полной пиковой деформации (см. рис. 1). Таким образом, записанную в уровнях напряжений и деформаций диаграмму характеризуют три параметра: $\gamma_{b,t}$, $\varepsilon_{bu,t}$ и $v_{bu,t}$. Существующие предложения, как было показано выше, задают $\gamma_{b,t}$ и $\varepsilon_{bu,t}$ таблицами зависящих от температуры значений, а $v_{bu,t}$ принимают постоянным (0,5 или 0,667).

Предлагаемая предпосылка о том, что изменение пикового коэффициента упругости $v_{bu,t}$ при нагреве происходит пропорционально снижению прочности позволяет определять его через начальное значение до нагрева $v_{bu,0}$ и прочностной параметр $\gamma_{b,t}$

$$v_{bu,t} = v_{bu,0} \cdot \gamma_{b,t}, \quad (4)$$

а пиковые деформации определять через деформационный параметр $\beta_{b,t}$, характеризующий снижение начального модуля диаграммы при нагреве $E_{b,t}$ по отношению к его значению $E_{b,0}$ до нагрева ($\beta_{b,t} = E_{b,t} / E_{b,0}$):

$$\varepsilon_{bu,t} = \frac{\varepsilon_{bu,0}}{\beta_{b,t}}. \quad (5)$$

В итоге для описания диаграммы при данной температуре понадобятся только два параметра – прочностной и деформационный. Температурные зависимости для них предлагается принять в виде экспоненциальных функций

$$\gamma_{b,t} = \exp \left[-\gamma \cdot \left(\frac{t_b - 20}{1000} \right)^m \right]; \quad (6)$$

$$\beta_{b,t} = \exp \left[-\beta \cdot \left(\frac{t_b - 20}{1000} \right)^n \right], \quad (7)$$

где t_b – температура нагрева; γ , m , β , n – опытные числовые параметры для данного вида бетона.

Уравнение связи σ - ε в уровнях напряжений и деформаций (уравнение состояния) записывается через уровень поврежденности, то есть через соотношение текущего $v_{b,t}$ и пикового $v_{bu,t}$ коэффициентов упругости:

$$\eta_{\sigma,t} = \eta_{\varepsilon,t} \cdot \frac{v_{b,t}}{v_{bu,t}}. \quad (8)$$

Эта зависимость получается делением обеих частей классического уравнения (1) на $R_b \gamma_{b,t}$. При её использовании встречаются задачи двух типов: когда напряжение известно, необходимо найти деформацию, и обратная задача, когда необходимо найти напряжение в условиях вынужденного (релаксационного) деформирования.

При решении задач второго типа удобно воспользоваться экспоненциальной формулой Е.Н. Щербакова [25] и В.С. Федорова [22, 23], устанавливающей связь коэффициента упругости и уровня деформаций:

$$v_{b,t} = \exp [-k_{b,t} \cdot (\eta_{\varepsilon,t})^{1/k_{b,t}}], \quad (9)$$

$$\text{где } k_{b,t} = -\ln(v_{bu,t}). \quad (10)$$

При решении задач первого типа рекомендуется использовать параболу Н.И. Карпенко [21], устанавливающей связь коэффициента упругости и уровня напряжений, для восходящей ветви:

$$v_{b,t} = v_{bu,t} + (1 - v_{bu,t}) \cdot \sqrt{1 - \omega \eta_{\sigma,t} + \omega \eta_{\sigma,t}^2 - \eta_{\sigma,t}^2}, \quad (11)$$

где ω – параметр, ответственный за кривизну диаграммы.

В методике Н.И. Карпенко параметр ω определяется по упрощённой формуле $\omega = 2 - 2,5v_{bu,t}$, однако такой способ не позволяет оценить кривизну ветви с достаточной степенью точности (рис. 2). Выразим параметр ω из уравнения (11):

$$\omega = \frac{\left(\frac{v_{b,t} - v_{bu,t}}{1 - v_{bu,t}} \right)^2 + \eta_{\sigma,t}^2 - 1}{\eta_{\sigma,t}^2 - \eta_{\sigma,t}}. \quad (12)$$

Чтобы воспользоваться этой формулой, необходимо знать $v_{b,t}$ в промежуточной точке диаграммы с уровнем напряжений $\eta_{\sigma,t}$. Примем, что промежуточной точке соответствует уровень деформаций $\eta_{\varepsilon 1,t} = 0,8$, и определим для этой точки $v_{b1,t}$ и $\eta_{\sigma 1,t}$ по формулам (9) и (8) соответственно. Используя эти значения вместо $v_{b,t}$ и $\eta_{\sigma,t}$ в формуле (12), получаем параметр кривизны ω , соответствующий заданному значению $v_{bu,t}$ для температуры t_b .

Сравнение восходящих ветвей диаграмм, полученных с использованием коэффициентов $v_{b,t}$, найденных в функции уровней деформаций и напряжений соответственно по формулам (9) и (11) показывает практически полное их совпадение (рис. 3). Таким образом, совместное использование двух указанных подходов может осуществляться без потери точности.

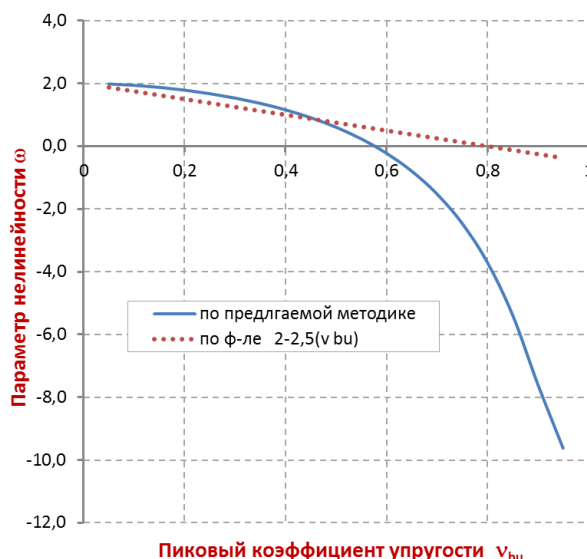


Рисунок 2 - Сравнение значений параметра нелинейности ω диаграммы Н.И. Карпенко, полученных из уравнения (11) и по упрощенной формуле СП 63.13330.2018

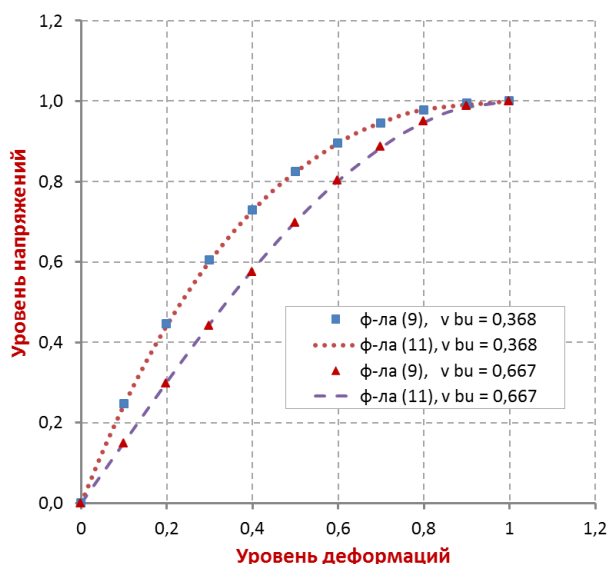


Рисунок 3 - Сравнение диаграмм, полученных по формуле (8) через коэффициент упругости в функции деформаций по формуле (9) и в функции напряжений по формуле (11)

Для расчета история приложения силового и температурного воздействий делится на ряд последовательных этапов. В соответствии с принятой предпосылкой о нелинейном суммировании силовая деформация бетона в завершении i -го этапа (обозначим её ε_i) складывается из наследуемой (накопленной) деформации на предыдущем этапе ε_{i-1} и двух приращений силовой деформации на данном этапе (рис. 4):

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i-1} + \Delta\varepsilon'_i + \Delta\varepsilon_i, \quad (13)$$

где $\Delta\varepsilon'_i$ – приращение деформации при нагреве от температуры t_{i-1} до t_i под постоянной нагрузкой σ_{i-1} ; $\Delta\varepsilon_i$ – приращение деформации при изменении напряжений от σ_{i-1} до σ_i при постоянной температуре нагрева t_i .

Для определения приращений $\Delta \varepsilon'_i$ и $\Delta \varepsilon_i$ используются соответственно изотермические диаграммы деформирования при нагреве под нагрузкой и диаграммы деформирования предварительно нагретого нагруженного бетона при действии изменяющейся нагрузки:

$$\Delta \varepsilon'_i = \varepsilon'(t_i; \sigma_{i-1}) - \varepsilon'(t_{i-1}; \sigma_{i-1}); \quad (14)$$

$$\Delta \varepsilon_i = \varepsilon(t_i; \sigma_i) - \varepsilon(t_i; \sigma_{i-1}). \quad (15)$$

В случае, если известен режим изменения напряжений и требуется найти деформации, вычисляются начальный ($\eta_{\sigma,0}^{(i-1)}$, $\eta_{\sigma,0}^{(i)}$) и локальный $\eta_{\sigma,t}^{(i)}$ для данной температуры уровни нагружения, коэффициенты упругости по формуле (11), уровни деформаций из формулы (8) и деформации из формулы (3). После этого вычисляются приращения деформаций $\Delta \varepsilon'_i$ и $\Delta \varepsilon_i$ по формулам (14) и (15), которые затем суммируются в соответствии с формулой (13).

При разгрузке ($\eta_{\sigma,t}^{(i-1)} > \eta_{\sigma,t}^{(i)}$) вместо формулы (15) используется линейная зависимость:

$$\Delta \varepsilon_i = \varepsilon_{bu,t}^{(i)} \cdot v_{bu,t}^{(i)} \cdot (\eta_{\sigma,t}^{(i)} - \eta_{\sigma,t}^{(i-1)}). \quad (16)$$

В случае, если известен режим изменения деформаций и необходимо найти напряжения, вычисляются начальный $\eta_{\sigma,0}^{(i-1)}$ и локальный $\eta_{\sigma,t}^{(i-1)}$ уровни нагружения, коэффициенты упругости по формуле (11), приращения деформаций при нагреве под нагрузкой $\Delta \varepsilon'_i$ по формуле (14), деформации нагретого нагруженного бетона $\varepsilon(t_i; \sigma_{i-1})$. Деформации $\varepsilon(t_i; \sigma_i)$ определяются из формул (13) и (15):

$$\varepsilon(t_i; \sigma_i) = \varepsilon_i - \varepsilon_{i-1} - \Delta \varepsilon'_i + \varepsilon(t_i; \sigma_{i-1}). \quad (17)$$

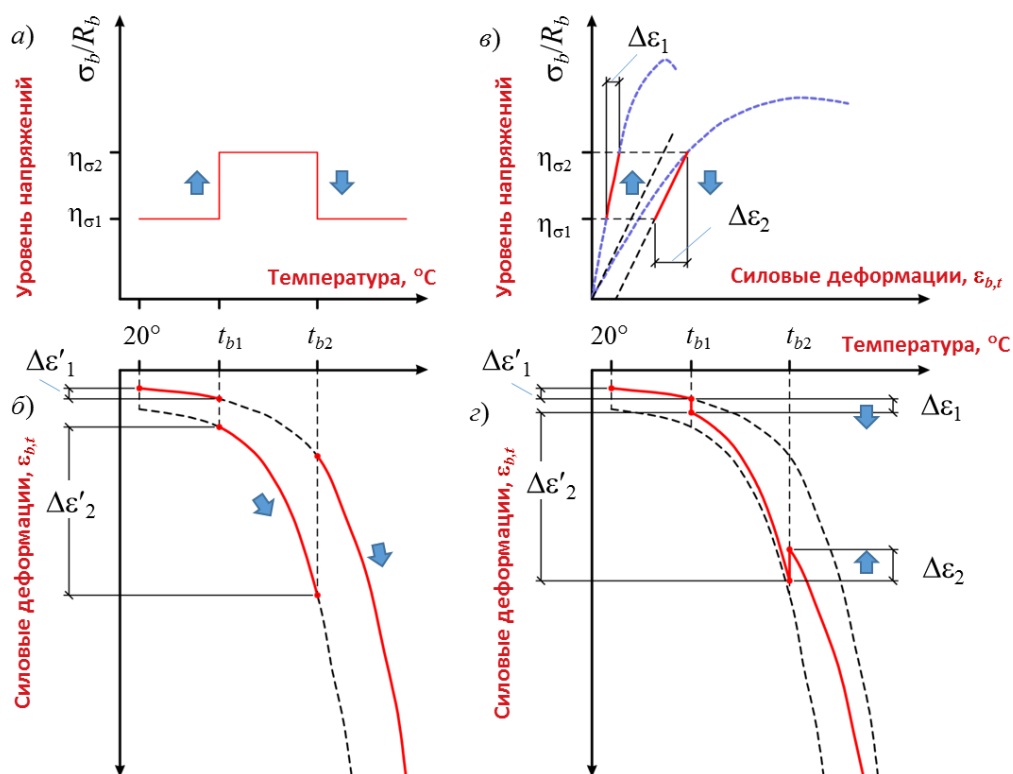


Рисунок 4 - Методика аддитивного суммирования конечных приращений деформаций при режимном термосиловом нагружении бетона: а – заданный режим нагружения; б – приращения деформаций на этапах нагрева под нагрузкой постоянного уровня; в – приращения деформаций на этапах нагружения/разгрузки нагретого бетона; г – итоговая кривая деформирования

Далее по найденному значению с помощью формулы (3) определяется уровень деформаций нагретого нагруженного бетона, по формулам (9) и (10) вычисляется коэффициент упругости, по формуле (8) – локальный уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(i)}$, по которому определяются деформации $\varepsilon'(t_i; \sigma_i)$ при нагреве под нагрузкой. Затем локальный уровень нагружения преобразуется в начальный $\eta_{\sigma,0}^{(i)}$ и после вновь в локальный для температуры следующего шага.

При разгрузке получается $\varepsilon(t_i; \sigma_i) < \varepsilon(t_i; \sigma_{i-1})$, в этом случае локальный уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(i)}$ определяется из формулы (16):

$$\eta_{\sigma,t}^{(i)} = \eta_{\sigma,t}^{(i-1)} + \frac{\varepsilon(t_i; \sigma_i) - \varepsilon(t_i; \sigma_{i-1})}{\varepsilon_{bu,t}^{(i)} \cdot v_{bu,t}^{(i)}}. \quad (18)$$

Результаты исследования и их анализ

Реализация предлагаемой методики выполнена на примере опытных данных У. Шнайдера [3]. Обычный тяжелый бетон на гранитном заполнителе (2410 кг/м³) испытан в возрасте 860 дней. На момент испытания прочность кубов 20х20х20 см составляла 58,4 МПа, цилиндров 8х30 см – 41,0 МПа, влажность 1,66%. Образец NB16 нагревался со скоростью 2°С/мин и одновременно подвергался монотонному нагружению от уровня $\eta_{\sigma,0} = 0,1$ до 0,5 с последующей разгрузкой (рис. 5). Начальные характеристики бетона заданы относительными величинами – пиковыми деформациями $\varepsilon_{bu,0} = 0,002$ и пиковым коэффициентом упругости $v_{bu,0} = 0,455$. Числовые значения коэффициентов для определения температурных параметров получены обработкой опытных кривых по методике [24]: для прочностного параметра $\gamma = 2,8$; $m = 2,7$; для деформационного параметра при нагреве под нагрузкой $\beta' = 3,7$; $n' = 0,5$; при мгновенном нагружении $\beta = 1,8$; $n = 0,8$.

По данным значениям для температуры t_i каждого шага вычислены значения прочностного параметра $\gamma_{b,t}$, пикового коэффициента упругости $v_{bu,t}$, параметра нелинейности $k_{b,t}$ для работы с диаграммами в функции уровня деформаций и через координаты промежуточной точки ($v_{b1,t}$; $\eta_{\sigma 1,t}$) параметра нелинейности ω для работы с диаграммами в функции уровня напряжений. Кроме этого вычислены значения деформационного параметра для условий нагрева бетона под нагрузкой $\beta'_{b,t}$ и для условий нагружения нагретого бетона $\beta_{b,t}$, а также значения пиковых деформаций $\varepsilon'_{bu,t}$ и $\varepsilon_{bu,t}$ соответствующих диаграмм. Результаты представлены в таблице 1.

Режим нагружения известен. При решении задачи определения деформаций по заданному режиму нагружения (табл. 2) на первом шаге ($i = 1$) определяются коэффициент упругости и деформация при нормальной температуре ($t_b^{(1)} = 20^\circ\text{C}$): $\eta_{\sigma,t}^{(1)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)} = 0,099$; $v_{b,t}^{(1)} = 0,976$; $\varepsilon_{b,t}^{(1)} = 0,092 \cdot 10^{-3}$ (или 0,092 ‰).

На втором шаге ($i = 2$) уровень нагружения $\eta_{\sigma,0}^{(2)} = 0,129$, температура нагрева $t_b^{(2)} = 60^\circ\text{C}$; для этой температуры определяем вначале коэффициент упругости $v(t_2; \sigma_1)$ и деформацию $\varepsilon'(t_2; \sigma_1)$ при нагреве под нагрузкой предшествующего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)} / \gamma_{b,t}^{(2)}$. Прирост деформаций при нагреве нагруженного бетона от температуры $t_b^{(1)}$ до температуры $t_b^{(2)}$ составил $\Delta\varepsilon'_2 = 0,193 - 0,092 = 0,101$ ‰. Здесь же определяем коэффициент упругости $v(t_2; \sigma_2)$ и деформацию $\varepsilon'(t_2; \sigma_2)$ при нагреве под нагрузкой текущего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(2)} / \gamma_{b,t}^{(2)}$; эта деформация будет использоваться на следующем шаге.

Для определения прироста деформаций бетона, нагретого до $t_b^{(2)}$ в результате мгновенного нагружения от $\eta_{\sigma,0}^{(1)}$ до $\eta_{\sigma,0}^{(2)}$ вычисляем деформации $\varepsilon(t_2; \sigma_1)$ при нагрузке предшествующего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)} / \gamma_{b,t}^{(2)}$, затем деформации $\varepsilon(t_2; \sigma_2)$ при нагрузке текущего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(2)} / \gamma_{b,t}^{(2)}$. Примечательно,

что коэффициенты упругости $\nu(t_2; \sigma_1)$ и $\nu(t_2; \sigma_2)$ в силу принятой предпосылки об инвариантности предельных структурных напряжений сохраняют те же значения, что и при нагреве под нагрузкой, и не требуют пересчёта. Прирост деформаций составил $\Delta \varepsilon_2 = 0,139 - 0,106 = 0,033 \text{ ‰}$. Итоговая силовая деформация в конце второго шага $\varepsilon_{b,t}^{(2)} = 0,092 + 0,101 + 0,033 = 0,227 \text{ ‰}$.

Далее осуществляется переход к следующему шагу, как показано в табл. 2. Полученные значения силовых деформаций на стадии роста напряжений очень хорошо соответствуют опытным (рис. 6). На стадии разгрузки ($i = 15$ и далее) прирост мгновенной деформации является отрицательным, при этом в силу линейного характера разгрузки деформации сохраняют некоторую необратимую часть. Как видно из рис. 6, расчёт в предположении, что разгрузка будет нелинейно-упругой (все мгновенные деформации обратимы) приводит к некоторому занижению деформаций.

Таблица 1 - Прочностные и деформативные параметры термосилового сопротивления бетона

i	$t_i, ^\circ\text{C}$	$\gamma_{b,t}$	$\nu_{bu,t}$	$k_{b,t}$	$\nu_{b1,t}$	$\eta_{\sigma 1,t}$	ω	$\beta'_{b,t}$	$\varepsilon'_{bu,t}$	$\beta_{b,t}$	$\varepsilon_{bu,t}$
шаг	задано	ф-ла (6)	ф-ла (4)	ф-ла (10)	ф-ла (9)	ф-ла (8)	ф-ла (12)	ф-ла (7)	ф-ла (5)	ф-ла (7)	ф-ла (5)
1	20	1,000	0,455	0,788	0,552	0,972	0,8705	1,000	0,002	1,000	0,002
2	60	1,000	0,454	0,789	0,552	0,972	0,8717	0,477	0,004	0,872	0,002
3	100	0,997	0,453	0,792	0,550	0,972	0,8781	0,351	0,006	0,788	0,003
4	140	0,991	0,450	0,798	0,547	0,972	0,8931	0,278	0,007	0,719	0,003
5	180	0,980	0,446	0,808	0,542	0,972	0,9189	0,228	0,009	0,660	0,003
6	220	0,964	0,438	0,825	0,533	0,973	0,9571	0,191	0,011	0,609	0,003
7	260	0,942	0,428	0,848	0,521	0,973	1,0081	0,163	0,012	0,563	0,004
8	300	0,914	0,415	0,879	0,506	0,974	1,0715	0,141	0,014	0,522	0,004
9	340	0,879	0,399	0,918	0,487	0,975	1,1456	0,123	0,016	0,485	0,004
10	380	0,837	0,381	0,966	0,465	0,976	1,2280	0,109	0,018	0,452	0,004
11	420	0,790	0,359	1,024	0,439	0,978	1,3159	0,096	0,021	0,421	0,005
12	460	0,737	0,335	1,094	0,410	0,979	1,4059	0,086	0,023	0,393	0,005
13	500	0,680	0,309	1,174	0,379	0,980	1,4948	0,077	0,026	0,368	0,005
14	520	0,650	0,295	1,219	0,362	0,981	1,5379	0,073	0,027	0,356	0,006
15	540	0,619	0,282	1,267	0,345	0,982	1,5797	0,069	0,029	0,344	0,006
16	560	0,588	0,267	1,319	0,328	0,982	1,6199	0,066	0,030	0,333	0,006
17	580	0,557	0,253	1,374	0,311	0,983	1,6583	0,063	0,032	0,322	0,006
18	600	0,526	0,239	1,432	0,294	0,984	1,6946	0,060	0,034	0,312	0,006
19	616	0,500	0,227	1,481	0,280	0,984	1,7221	0,057	0,035	0,304	0,007
20	640	0,463	0,210	1,559	0,259	0,985	1,7607	0,054	0,037	0,293	0,007
21	670	0,417	0,189	1,663	0,233	0,986	1,8041	0,051	0,040	0,279	0,007

Однако даже при учёте частичной необратимости деформаций при разгрузке они всё равно недостаточно близки к опытным. По всей видимости, это может быть связано с тем, что силовые деформации в опытах Шнайдера были определены вычитанием из полных деформаций их свободной температурной составляющей в предположении, что наличие приложенной нагрузки на неё не влияет. Однако есть основания полагать, что в нагруженном бетоне температурные деформации развиваются иначе, чем в ненагруженном.

Сравнение результатов с расчётом, выполненным во внережимной постановке, то есть, когда деформации определяются напрямую по изотермическим диаграммам нагруженного бетона, приводит к завышению деформаций при возрастающем режиме напряжений и очень сильному занижению при разгрузке (см. рис. 6). Это связано с тем, что деформация определяется не пошагово, а по текущему значению напряжения, будто бы оно действовало с самого начала нагрева, и пренебрегается накопленной необратимой деформацией.

Таблица 2 - Определение деформаций при известном режиме нагружения бетона и нестационарном нагреве

i	$\eta_{\sigma,0}$	$\nu(t_i; \sigma_{i-1})$	$\varepsilon'(t_i; \sigma_{i-1}),$ ‰	$\nu(t_i; \sigma_i)$	$\varepsilon'(t_i; \sigma_i),$ ‰	$\Delta\varepsilon'_i,$ ‰	$\varepsilon(t_i; \sigma_{i-1}),$ ‰	$\varepsilon(t_i; \sigma_i),$ ‰	$\Delta\varepsilon_i,$ ‰	$\varepsilon_i,$ ‰
шаг	задано	ф-ла (11)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (11)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (14)	ф-лы (8) и (3)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (15)	ф-ла (13)
1	0,099	-	-	0,976	0,092	-	-	0,092	0,092	0,092
2	0,129	0,976	0,193	0,968	0,254	0,101	0,106	0,139	0,033	0,227
3	0,161	0,967	0,346	0,959	0,436	0,091	0,154	0,194	0,040	0,358
4	0,191	0,958	0,552	0,949	0,662	0,116	0,213	0,256	0,042	0,517
5	0,223	0,947	0,809	0,937	0,955	0,147	0,279	0,329	0,050	0,714
6	0,253	0,933	1,142	0,923	1,310	0,187	0,359	0,412	0,053	0,954
7	0,286	0,917	1,546	0,905	1,764	0,235	0,448	0,512	0,063	1,253
8	0,316	0,895	2,064	0,882	2,313	0,299	0,558	0,626	0,068	1,620
9	0,344	0,867	2,694	0,854	2,979	0,381	0,685	0,757	0,073	2,073
10	0,380	0,833	3,469	0,814	3,925	0,489	0,834	0,944	0,110	2,672
11	0,410	0,784	4,594	0,765	5,079	0,669	1,051	1,162	0,111	3,452
12	0,441	0,725	6,014	0,702	6,663	0,935	1,314	1,456	0,142	4,529
13	0,471	0,647	8,065	0,620	8,996	1,402	1,690	1,885	0,195	6,126
14	0,487	0,584	10,056	0,568	10,699	1,060	2,066	2,198	0,132	7,318
15	0,416	0,527	12,153	0,603	9,084	1,454	2,450	1,832	-0,187	8,586
16	0,324	0,564	10,214	0,666	6,729	1,129	2,022	1,332	-0,253	9,462
17	0,243	0,633	7,445	0,726	4,875	0,716	1,449	0,949	-0,228	9,950
18	0,163	0,698	5,325	0,799	3,115	0,450	1,019	0,596	-0,235	10,165
19	0,095	0,782	3,306	0,874	1,717	0,191	0,624	0,324	-0,205	10,151
20	0,095	0,858	1,852	0,858	1,852	0,135	0,343	0,343	0,000	10,286
21	0,093	0,834	2,042	0,838	1,990	0,190	0,370	0,361	-0,007	10,470

Режим деформирования известен. Задача определения напряжений по заданному режиму изменения деформаций представляет существенный интерес, так как соответствует ситуации расчёта конструкций, когда известен закон деформирования плоского сечения, а все его компоненты находятся в условиях режимной релаксации. В качестве тестового примера далее приводится решение обратной задачи, где исходными данными выступают значения деформаций из предыдущего расчёта (табл. 3).

На первом шаге ($i = 1$) для нормальной температуры ($t_b^{(1)} = 20^\circ\text{C}$) по заданному значению деформации $\varepsilon_{b,t}^{(1)} = 0,092$ ‰ определяется коэффициент упругости $\nu_{b,t}^{(1)} = 0,984$ и уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(1)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)} = 0,099$. Незначительное отличие коэффициента упругости от предыдущего расчёта связано с тем, что они определялись по разным моделям, однако это практически не сказалось на точности определения напряжений.

На втором шаге ($i = 2$) температура нагрева поднялась до $t_b^{(2)} = 60^\circ\text{C}$. Определяем коэффициент упругости $\nu(t_2; \sigma_1)$ и деформацию $\varepsilon'(t_2; \sigma_1)$, которую получит бетон при нагреве до этой температуры под нагрузкой предшествующего уровня, используя в качестве $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = \eta_{\sigma,0}^{(1)}/\gamma_{b,t}^{(2)}$. Получено значение $\varepsilon'(t_2; \sigma_1) = 0,195$ ‰. Используя тот же коэффициент упругости, определяем мгновенную деформацию при нагрузке предшествующего уровня $\varepsilon(t_2; \sigma_1) = 0,107$ ‰. Мгновенная деформация, соответствующая нагрузке текущего уровня, составит $\varepsilon(t_2; \sigma_2) = 0,227 - 0,195 + 0,107 = 0,138$ ‰. Смысл этого выражения состоит в том, что мгновенная деформация при нагрузке текущего уровня складывается из разности заданного и накопленного значений деформации, а также из уже реализованной мгновенной деформации при нагрузке предыдущего уровня.

Таблица 3. - Определение напряжений при известном режиме деформирования бетона и нестационарном нагреве

i	$\varepsilon_i, \text{‰}$	$\nu(t_i; \sigma_{i-1})$	$\varepsilon'(t_i; \sigma_{i-1}), \text{‰}$	$\Delta\varepsilon'_i, \text{‰}$	$\varepsilon(t_i; \sigma_{i-1}), \text{‰}$	$\varepsilon(t_i; \sigma_i), \text{‰}$	$\eta_{\varepsilon,t}$	$\nu_{b,t}$	$\eta_{\sigma,t}$	$\nu(t_i; \sigma_i)$	$\varepsilon'(t_i; \sigma_i), \text{‰}$	$\eta_{\sigma,0}$
шаг	задано	ф-ла (11)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (14)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (17)	ф-ла (3)	ф-ла (9)	ф-ла (8)	ф-ла (11)	ф-лы (8) и (3)	ф-ла (2)
1	0,092	-	-	-	-	0,092	0,046	0,984	0,099	-	-	0,099
2	0,227	0,975	0,195	-	0,107	0,138	0,060	0,978	0,129	0,968	0,256	0,129
3	0,358	0,967	0,347	0,092	0,155	0,195	0,076	0,970	0,163	0,958	0,442	0,163
4	0,517	0,957	0,560	0,118	0,216	0,257	0,092	0,961	0,196	0,948	0,674	0,194
5	0,714	0,946	0,824	0,150	0,284	0,332	0,109	0,949	0,232	0,936	0,976	0,228
6	0,954	0,932	1,167	0,191	0,367	0,415	0,126	0,935	0,269	0,921	1,342	0,259
7	1,253	0,915	1,583	0,241	0,459	0,517	0,145	0,917	0,310	0,903	1,809	0,292
8	1,620	0,892	2,117	0,308	0,572	0,632	0,164	0,894	0,353	0,880	2,374	0,323
9	2,073	0,864	2,766	0,392	0,703	0,764	0,185	0,864	0,400	0,851	3,054	0,351
10	2,672	0,829	3,558	0,504	0,856	0,951	0,214	0,822	0,462	0,810	4,012	0,387
11	3,452	0,780	4,700	0,688	1,075	1,167	0,245	0,772	0,526	0,762	5,168	0,416
12	4,529	0,721	6,125	0,957	1,338	1,458	0,286	0,706	0,602	0,700	6,735	0,444
13	6,126	0,644	8,160	1,425	1,710	1,882	0,345	0,622	0,694	0,619	9,037	0,472
14	7,318	0,583	10,105	1,068	2,076	2,200	0,390	0,569	0,751	0,567	10,763	0,488
15	8,586	0,525	12,233	1,470	2,466	2,264	-	-	0,665	0,607	8,926	0,412
16	9,462	0,569	10,023	1,097	1,985	1,764	-	-	0,563	0,658	6,972	0,331
17	9,950	0,624	7,729	0,757	1,504	1,235	-	-	0,425	0,734	4,689	0,237
18	10,165	0,707	5,113	0,425	0,978	0,768	-	-	0,313	0,797	3,157	0,165
19	10,151	0,780	3,352	0,195	0,633	0,424	-	-	0,190	0,873	1,729	0,095
20	10,286	0,857	1,865	0,136	0,346	0,344	-	-	0,205	0,858	1,856	0,095
21	10,470	0,834	2,047	0,191	0,371	0,364	-	-	0,222	0,837	1,991	0,093

Используя найденное значение мгновенной деформации $\varepsilon(t_2; \sigma_2)$, определяется коэффициент упругости $\nu(t_2; \sigma_2)$ и локальный уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(2)} = 0,129$. Затем для этого уровня напряжений определяется необходимая для следующего шага деформация $\varepsilon'(t_2; \sigma_2) = 0,256 \text{‰}$, которую получит бетон при нагреве под нагрузкой; коэффициент упругости $\nu(t_2; \sigma_1)$ сохраняет своё прежнее значение, но для повышения точности его рекомендуется пересчитать. Далее найденный локальный уровень напряжений $\eta_{\sigma,t}^{(2)}$ преобразуется в начальный $\eta_{\sigma,0}^{(2)} = \eta_{\sigma,t}^{(2)} \cdot \gamma_{b,t}^{(2)}$, из которого определяется локальный уровень для следующего шага $\eta_{\sigma,t}^{(3)} = \eta_{\sigma,0}^{(2)} / \gamma_{b,t}^{(3)}$.

На третьем шаге ($i = 3$) температура $t_b^{(3)} = 100^\circ\text{C}$; определяем коэффициент упругости $\nu(t_3; \sigma_2)$ и деформацию $\varepsilon'(t_3; \sigma_2) = 0,347 \text{‰}$, прирост деформаций при нагреве нагруженного бетона от температуры $t_b^{(2)}$ до температуры $t_b^{(3)}$ составил $\Delta\varepsilon'_3 = 0,347 - 0,256 = 0,092 \text{‰}$. Используя тот же коэффициент упругости, определяем мгновенную деформацию при нагрузке предшествующего уровня $\varepsilon(t_3; \sigma_2) = 0,155 \text{‰}$. Мгновенная деформация, соответствующая нагрузке текущего уровня, составит $\varepsilon(t_3; \sigma_3) = 0,358 - 0,227 - 0,092 + 0,155 = 0,195 \text{‰}$.

Далее осуществляется переход к следующему шагу, как показано в табл. 3. Полученные значения уровня напряжений достаточно хорошо соответствуют опытным (см. рис. 5). В то же время, расчет во внережимной постановке (пунктирная кривая) приводит к занижению жёсткости при возрастающем режиме напряжений и завышению при разгрузке.

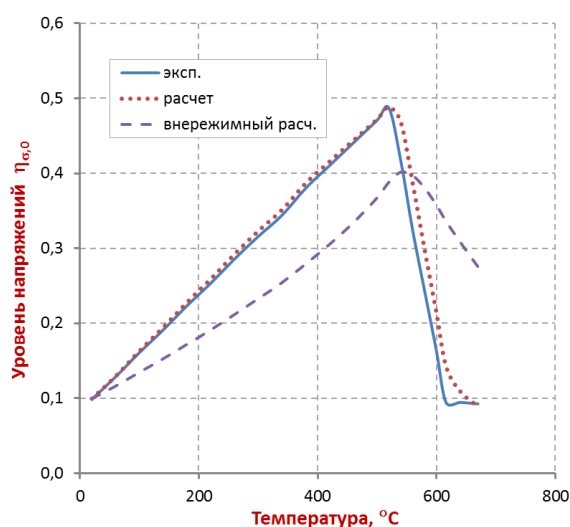


Рисунок 5 - Заданный режим нагружения бетона с ростом температуры и его моделирование при известном законе вынужденного деформирования

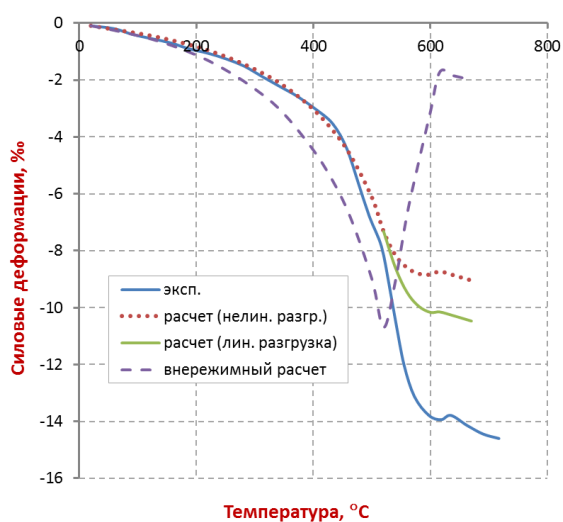


Рисунок 6. - Развитие силовых деформаций бетона с ростом температуры при заданном режиме монотонного нагружения и разгрузки

Заключение

1. Нагружение бетона в условиях нестационарного нагрева не является коммутативным, поскольку последовательность приложения механического и термического воздействий влияет на конечное напряжённо-деформированное состояние. Поэтому для получения объективных результатов необходимо моделировать пошаговую историю нагружения. В данной работе предлагается режимно-наследственный подход, рассматривающий процесс термосилового деформирования бетона как ступенчатую последовательность равновесных состояний в виде выдержки под постоянной нагрузкой при меняющейся температуре и мгновенного нагружения при фиксированной температуре, что позволяет корректно моделировать накопление необратимых деформаций.

2. Существенной особенностью предлагаемой модели термомеханического состояния бетона, отличающей её от известных решений, является учёт взаимосвязи соотношения линейного и нелинейного компонентов силовой деформации бетона с температурным снижением прочности. Это дает возможность адекватно описывать деформирование бетона как при нагружении после нагрева, так и при нагреве под нагрузкой унифицированными диаграммами σ – ε и определять параметры этих диаграмм непосредственно из результатов простых эталонных испытаний.

3. Разработаны методика и алгоритмы расчёта, позволяющие определять в условиях нестационарного нагрева как деформации бетона при заданном режиме нагружения, так и напряжения по заданному режиму деформирования. Полученные результаты расчёта достаточно хорошо соответствуют опытным данным. Учет накопленной необратимой деформации позволяет избежать характерного для внережимной постановки занижения жёсткостных характеристик бетона при возрастающем режиме действия напряжения и завышения их при разгрузке в условиях нестационарного нагрева.

4. Полученные результаты расширяют возможности расчёта огнестойкости железобетонных конструкций, для которых учёт жёсткостных характеристик имеет решающее значение – гибких колонн, разрушающихся вследствие потери устойчивости, а также статически неопределимых балок и плит, испытывающих существенное перераспределение усилий. Это создает основу для перехода от предписывающих методик к более точной параметрической (объектно-ориентированной) оценке огнестойкости, обеспечивающей повышение эффективности и надёжности проектных решений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wang Y., Liu Z., Zhang X., Qu S., Xu T. Fire resistance of reinforced concrete columns: State of the art, analysis and prediction // *Journal of Building Engineering*. 2024. Vol. 96. 110690. DOI: 10.1016/j.jobe.2024.110690. EDN: SJVURW.
2. Anderberg Y., Thelandersson S. Stress and Deformation Characteristics of Concrete: Part 2 – Experimental Investigation and Material Behavior Model. Bulletin 54. Lund Institute of Technology, Sweden. 1976. 85 p.
3. Schneider U. Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. Habilitationsschrift. Heft 42. Technischen Universität Braunschweig. 1979. 180 p.
4. Schneider U. Verhalten von Beton bei hohen Temperaturen (Behaviour of Concrete at High Temperatures). Heft 337 des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton. Munich: Wilhelm Ernst & Sohn, 1982.
5. Schneider U. Concrete at High Temperatures – a General Review // *Fire Safety Journal*. 1988. No. 13. P. 55–68. DOI: 10.1016/0379-7112(88)90033-1.
6. fib Bulletins No. 38: Fire design of concrete structures – materials, structures and modeling. State-of-art Report. 2007. 105 p.
7. Purkiss J.A., Long-Yuan Li. Fire Safety Engineering Design of Structures. 3rd ed. CRC Press Publ., 2013. 442 p. DOI: 10.1201/b16059.
8. Schneider U., Morita T., Franssen J.-M. A Concrete Model Considering the Load History Applied to Centrally Loaded Columns Under Fire Attack // *Proceedings of the Fourth International Symposium on Fire Safety Science*. 1994. P. 1101–1112. DOI: 10.3801/IAFSS.FSS.4-1101.
9. Gernay T., Franssen J.-M. A Formulation of the Eurocode 2 Concrete Model at Elevated Temperature that Includes an Explicit Term for Transient Creep // *Fire Safety Journal*. 2012. Vol. 51. P. 1–9. DOI: 10.1016/j.firesaf.2012.02.001.
10. Bamonte P., Kalaba N., Felicetti R. Computational study on prestressed concrete members exposed to natural fires // *Fire Safety Journal*. 2018. Vol. 97. P. 54–65.
11. Hognestad E. A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members. Bulletin No. 399. University of Illinois Engineering Experiment Station. Urbana, Illinois. 1951. 134 p.
12. Popovics S. A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete // *Cement and Concrete Research*. 1973. No. 3. P. 583–599. DOI: 10.1016/0008-8846(73)90096-3.
13. Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E. Transient Thermal Strain of Concrete: Literature Review, Conditions Within Specimen and Behaviour of Individual Constituents // *Magazine of Concrete Research*. 1985. Vol. 37. No. 132. P. 131–144. DOI: 10.1680/macr.1985.37.132.131.
14. Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E. Strain of Concrete During First Heating to 600°C under Load // *Magazine of Concrete Research*. 1985. Vol. 37. No. 133. P. 195–215.
15. Torelli G., Mandal P., Gillie M., Tran V.-X. Concrete Strains under Transient Thermal Conditions: A State-of-the-Art Review // *Engineering Structures*. 2016. Vol. 127. P. 172–188. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.08.021.
16. Terro M.J. Numerical Modeling of the Behaviour of Concrete Structures in Fire // *ACI Structural Journal*. 1998. Vol. 95. No. 2. P. 183–193. DOI: 10.14359/538.
17. Bamonte P., Lo Monte F. Reinforced Concrete Columns Exposed to Standard Fire: Comparison among Different Constitutive Models for Concrete at High Temperature // *Fire Safety Journal*. 2015. Vol. 71. P. 310–323. DOI: 10.1016/j.firesaf.2014.11.014.
18. Берг О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1962. 96 с.
19. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 311 с.
20. Мурашев В.И. Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона (теория сопротивления железобетона). М.: Машстройиздат, 1950. 268 с.
21. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
22. Федоров В.С., Левитский В.Е. Нелинейное деформирование бетона в условиях режимного нагружения при кратковременном нестационарном нагреве // *Инженерно-строительный вестник Прикаспия*. 2019. № 4(30). С. 89–93. EDN: RJDRIIP.
23. Fedorov V.S., Levitsky V.E., Isaeva E.A. Basic Principles in the Theory of Force and Thermal Force Resistance of Concrete // *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. T. 18. № 6. С. 584–596. DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-6-584-596. EDN: KHXPFK.
24. Левитский В.Е. Деформативные характеристики нагруженного бетона при нестационарном нагреве // *Строительство и реконструкция*. 2024. № 1(111). С. 64–77. DOI: 10.33979/2073-7416-2024-111-1-64-77. EDN: WLZZWZ.
25. Щербаков Е.Н. Прогнозирование физико-механических характеристик бетона как неоднородного материала сложной структуры // *Исследование деформаций, прочности и долговечности бетона транспортных сооружений* / под ред. Е.Н. Щербакова. М.: ЦНИИС, 1983. С. 5–21.

REFERENCES

1. Wang, Y., Liu, Z., Zhang, X., Qu, S., Xu, T. Fire resistance of reinforced concrete columns: State of the art, analysis and prediction. *Journal of Building Engineering*. 2024. Vol. 96 (110690). DOI: 10.1016/j.jobee.2024.110690, EDN: SJVURW
2. Anderberg Y., Thelandersson S. Stress and Deformation Characteristics of Concrete: Part 2 - Experimental Investigation and Material Behavior Model. Bulletin 54. Lund Institute of Technology, Sweden. 1976. 85 p.
3. Schneider U. Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. Habilitationsschrift. Heft 42. Technischen Universität Braunschweig. 1979. 180 p.
4. Schneider U. Verhalten von Beton bei hohen Temperaturen (Behaviour of Concrete at High Temperatures). Heft 337 des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton. Wilhelm Ernst & Sohn, Munich, Germany, 1982.
5. Schneider U. Concrete at High Temperatures – a General Review. *Fire Safety Journal*. 1988. No. 13. pp. 55-68. DOI: 10.1016/0379-7112(88)90033-1
6. fib Bulletins No. 38: Fire design of concrete structures – materials, structures and modeling. State-of-art Report. 2007. 105 p.
7. Purkiss J.A., Long-Yuan Li. Fire Safety Engineering Design of Structures. 2013. CRC Press Publ., 3rd edition. 442 p. DOI: 10.1201/b16059
8. Schneider U., Morita T., Franssen J.-M. A Concrete Model Considering the Load History Applied to Centrally Loaded Columns Under Fire Attack. Proceedings of the Fourth International Symposium on Fire Safety Science. 1994. pp. 1101–1112. DOI: 10.3801/IAFSS.FSS.4-1101
9. Gernay T., Franssen J.-M. A Formulation of the Eurocode 2 Concrete Model at Elevated Temperature that Includes an Explicit Term for Transient Creep. *Fire Safety Journal*. 2012. Vol. 51. pp. 1-9. doi: 10.1016/j.firesaf.2012.02.001
10. Bamonte P., Kalaba N., Felicetti R. Computational study on prestressed concrete members exposed to natural fires. *Fire Safety Journal*. 2018. Vol. 97. Pp. 54–65.
11. Hognestad E. A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members. Bulletin No. 399. University of Illinois Engineering, Experiment Station. Urbana, Illinois. 1951. 134 p.
12. Popovics S. A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete. *Cement and Concrete Research*. 1973. No. 3. Pp. 583-599. doi: 10.1016/0008-8846(73)90096-3
13. Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E. Transient Thermal Strain of Concrete: Literature Review, Conditions Within Specimen and Behaviour of Individual Constituents. *Magazine of Concrete Research*. 1985. Vol. 37. No. 132. Pp. 131-144. DOI: 10.1680/mac.1985.37.132.131
14. Khoury G.A., Grainger B.N., Sullivan P.J.E. Strain of Concrete During First Heating to 600°C under Load. *Magazine of Concrete Research*. 1985. Vol. 37. No. 133. Pp. 195-215.
15. Torelli G., Mandal P., Gillie M., Tran V.-X. Concrete Strains under Transient Thermal Conditions: A State-of-the-Art Review. *Engineering Structures*. 2016. Vol. 127. Pp. 172-188. doi: 10.1016/j.engstruct.2016.08.021
16. Terro M.J. Numerical Modeling of the Behaviour of Concrete Structures in Fire. *ACI Structural Journal*. 1998. Vol. 95. No. 2. pp. 183-193. DOI: 10.14359/538
17. Bamonte P., Lo Monte F. Reinforced Concrete Columns Exposed to Standard Fire: Comparison among Different Constitutive Models for Concrete at High Temperature. *Fire Safety Journal*. 2015. Vol. 71. pp. 310–323. doi: 10.1016/j.firesaf.2014.11.014.
18. Berg O.Ya. Fizicheskiye osnovy teorii prochnosti betona i zhelezobetona [Physical foundations of the theory of strength of concrete and reinforced concrete]. Moscow: Stroyizdat. 1962. 96 p. (In Russ.).
19. Kachanov L.M. Osnovy mekhaniki razrusheniya [Fundamentals of fracture mechanics]. Moscow: Nauka. 1974. 311 p. (In Russ.).
20. Murashev V.I. Treshchinoustoychivost', zhestkost' i prochnost' zhelezobetona (teoriya soprotivleniya zhelezobetona) [Crack resistance, rigidity and strength of reinforced concrete (theory of reinforced concrete resistance)]. Moscow: Mashstroyizdat. 1950. 268 p. (In Russ.).
21. Karpenko N.I. Obshchiye modeli mekhaniki zhelezobetona [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow: Stroyizdat. 1996. 416 p. (In Russ.).
22. Fedorov V.S., Levitskiy V.Ye. Nelineynoye deformirovaniye betona v usloviyakh rezhimnogo nagruzheniya pri strogom nestatsionarnom nagreve [Nonlinear Deformation of Concrete under Regime Loading during Strict Transient Heating]. *Inzhenerno-stroitel'nyy vestnik Prikaspiya*. 2019. Vol. 30. No. 4. Pp. 89-93. (In Russ.). EDN: RJDRIIP
23. Fedorov V.S., Levitskiy V.E., Isaeva E.A. Basic Principles in the Theory of Force and Thermal Force Resistance of Concrete. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022. Vol. 18. No. 6. C. 584-596. (In Russ.) DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-6-584-596, EDN: KHXPFK
24. Levitskiy V.Ye. Deformatsionnyye kharakteristiki zagruzhennogo betona pri nestatsionarnom nagreve [Deformation characteristics of loaded concrete under non-stationary heating]. *Building and reconstruction*. 2024. Vol. 111. No. 1. Pp. 64-77. (In Russ.) DOI 10.33979/2073-7416-2024-111-1-64-77. (rus).
25. Shcherbakov Ye.N. Prognozirovaniye fiziko-mekhanicheskikh kharakteristik betona kak struktury tverdogo materiala [Forecasting the physical and mechanical characteristics of concrete as a structure of a solid material] / Issledovaniye deformatsiy, prochnosti i prochnosti betona. Pod red. Ye.N. Shcherbakova. M.: TSNIIS, 1983. Pp. 5-21. (In Russ.).

Сведения об авторах:

Федоров Виктор Сергеевич, академик Российской академии архитектуры и строительных наук, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Строительные конструкции, здания и сооружения», Российский университет транспорта, г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 57202801196, SPIN-код: 5729-7193, AuthorID: 143968, <https://orcid.org/0000-0002-0906-716X>. Email: fvs_skzs@mail.ru.

Левитский Валерий Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Строительные конструкции, здания и сооружения», Российский университет транспорта, г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: нет, SPIN-код: 5795-2905, AuthorID: 1216423, <https://orcid.org/0000-0002-9355-4488>. Email: dobriy_vecher@mail.ru.

About the authors:

Viktor S. Fedorov, Academician of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Building Construction, Buildings and Structures, Russian University of Transport, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 57202801196, SPIN-code: 5729-7193, AuthorID: 143968, <https://orcid.org/0000-0002-0906-716X>. Email: fvs_skzs@mail.ru.

Valery E. Levitsky, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor of the Department of Building Construction, Buildings and Structures, Russian University of Transport, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: none, SPIN-code: 5795-2905, AuthorID: 1216423, <https://orcid.org/0000-0002-9355-4488>. Email: dobriy_vecher@mail.ru.

Вклад авторов: Федоров В.С. — концептуализация, координация, общее руководство; Левитский В.Е. — методология исследования, разработка и отладка алгоритма, выполнение расчета, оформление результатов.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The authors declare no conflict of interest.

The authors have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 19.07.2026

Одобрена после рецензирования 03.08.2026

Принята к публикации 14.08.2026

The article was submitted 19.07.2026

Approved after reviewing 03.08.2026

Accepted for publication 14.08.2026