

М.А. АМЕЛИНА^{1,2}, В.И. КОЛЧУНОВ^{1,2}, Н.В. ФЕДОРОВА^{1,2}

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ),
г. Москва, Российская Федерация

²Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры
и строительных наук (НИИСФ РААСН), г. Москва, Российская Федерация

ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ЛЕГКОГО ВЫСОКОПРОЧНОГО БЕТОНА ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ СЖАТИИ С КРУЧЕНИЕМ

Аннотация. Представлена аналитическая методика и алгоритм расчета параметров деформирования и ширины раскрытия трещин железобетонных внецентренно сжатых и закручиваемых элементов из легкого высокопрочного железобетона, основанная на уравнениях статики для пространственного сечения, гипотезе о пространственной поверхности трещинообразования и учете деформационного эффекта для берегов трещи пересекаемых арматурным стержнем. Выполнено сопоставление аналитических и экспериментальных данных параметров деформирования и раскрытия пространственной трещины рассматриваемых конструкций. Экспериментальные исследования конструкций проведены на образцах из легкого бетона классов В40 и В65 с прямоугольным сечением 100×50 мм. Установлено, что характер разрушения конструкций носит хрупкий по прогрессирующей при нагружении единичной пространственной трещине. Сопоставление расчетных значений ширины раскрытия трещин по предложенной методике и данным эксперимента показало удовлетворительную сходимость предлагаемой расчетной модели. Показана необходимость учета дискретного характера трещинообразования и деформационного эффекта при оценке ширины раскрытия трещин для конструкций из легких высокопрочных бетонов.

Ключевые слова: легкий бетон, внецентренное сжатие с кручением, деформирование, трещинообразование, ширина раскрытия трещин, деформационный эффект, эксперимент, сопоставительный анализ

Для цитирования: Амелина М.А., Колчунов В.И., Федорова Н.В. Трещиностойкость железобетонных элементов из легкого высокопрочного бетона при внецентренном сжатии с кручением // Строительство и реконструкция. 2026. №4. С. 5-21. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-5-21. EDN: MTRYGN

© Амелина М.А., Колчунов В.И., Федорова Н.В., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the
Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Research Article

M.A. AMELINA^{1,2}, V.I. KOLCHUNOV^{1,2}, N.V. FEDOROVA^{1,2}¹National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU), Moscow, Russian Federation²Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (NIISF RAACS), Moscow, Russian Federation**CRACK RESISTANCE OF REINFORCED CONCRETE MEMBERS MADE OF LIGHTWEIGHT HIGH-STRENGTH CONCRETE UNDER ECCENTRIC COMPRESSION WITH TORSION**

Abstract. The paper presents an analytical methodology and a computational algorithm for evaluating the deformation parameters and crack width in reinforced concrete members subjected to eccentric compression combined with torsion. The members are fabricated from lightweight high-strength concrete. The proposed approach is based on the equilibrium equations for a spatial cross-section, the hypothesis of a spatial cracking surface, and the incorporation of the strain effect along the crack faces intersected by a reinforcing bar. A comparative analysis is carried out between the analytical predictions and experimental data on the deformation behavior and crack opening characteristics of the structural members under consideration. The experimental program was conducted on specimens made of lightweight concrete of strength classes B40 and B65, with rectangular cross-sections of 100×50 mm. It was found that the failure mode of the members is brittle, governed by the propagation of a single spatial crack developing progressively under loading. A comparison of the calculated crack widths obtained using the proposed methodology with the experimental results demonstrates satisfactory agreement, thereby validating the reliability of the analytical model. The findings highlight the necessity of accounting for the discrete nature of crack formation and the strain effect when assessing crack widths in lightweight high-strength concrete structures.

Keywords: lightweight concrete, eccentric compression with torsion, deformation behavior, crack formation, crack width, strain effect, experiment, comparative analysis.

For citation: Amelina M.A., Kolchunov V.I., Fedorova N.V. Crack resistance of reinforced concrete members made of lightweight high-strength concrete under eccentric compression with torsion. *Building and Reconstruction*. 2026; 4: 5-21. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-126-4-5-21. EDN: MTRYGN

Введение

Железобетонные конструкции в процессе эксплуатации часто подвергаются сложным комбинированным нагрузкам. Одним из наименее изученных, но практически важных случаев является совместное действие внецентренного сжатия и кручения. Такое напряженное состояние возникает в мостовых опорах, колоннах производственных зданий, ядрах жесткости высотных зданий, стойках линий электропередач и других ответственных конструкциях. Особый интерес представляет расчет конструкций из новых видов железобетона, в частности легкого высокопрочного бетона, который, как показано в [21] обладает иным характером трещинообразования и деформирования и разрушения по сравнению с тяжелым бетоном.

Значительный вклад в исследование железобетонных элементов при сложном сопротивлении от совместного действия различных усилий внесли отечественные ученые. В частности в последние годы В.М. Бондаренко, Вл.И. Колчунов [1], Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов Вл.И., Демьянов А.И. и др. [2, 4–6, 20, 21] получили новые экспериментально-теоретические результаты по деформированию и трещинообразованию конструкций из высокопрочного бетона при кручении с изгибом, включая элементы круглого и коробчатого сечений. За рубежом также активно продолжают

совершенствоваться и развиваться методы расчета железобетонных конструкций при сложном напряженном состоянии. Так, Bernardo и соавторы [14, 15] разработали обобщенные модели «мягкой» ферменной аналогии для балок при кручении. Ali и др. [7] анализировали уравнения прочности при сдвиге для балок с FRP-арматурой. Van и др. [8] определяли прочность многопролетных композитных балок при изгибе с кручением. Mostofinejad и Talaeytaba [9] исследовали сопротивление и трещинообразование железобетонных балок при кручении. Kalkan и Kartal [10] определяли крутильную жесткость при боковом выпучивании. В работе Gunasekaran и др. [12] изучали легкие конструкции балок из скорлупы кокосового ореха при действии крутящих моментов. Rahal [13] предложил унифицированный подход к расчету конструкций при действии сдвига и кручения. Jafari и Akbari [16] выполнили вероятностный расчет конструкций балок при совместном действии изгиба, сдвига и кручения.

Однако, не смотря на отмеченные и другие научные публикации, большинство работ по железобетонным конструкциям посвящены сочетанию изгиба с кручением. В известных научных работах отсутствуют исследования по внецентренному сжатию с кручением. Кроме того, существующие нормативные методики (СП 63.13330.2018, Еврокод 2) базируются на гипотезе осреднения деформаций растянутой арматуры [18] и, кроме этого, не учитывают два важных фактора, проявляющихся в конструкциях из легкого высокопрочного бетона: дискретный (единичный) характер пространственных трещин вместо сети нерегулярных трещин в обычном железобетоне и деформационный эффект в зоне пересечения трещиной арматурного стержня [21, 22]. Суть этого эффекта, предложенного Вл.И. Колчуновым заключается в том, что при разрушении растянутого бетона и образовании трещины деформации ее берегов сдерживаются реакцией арматурного стержня, а профиль трещины нелинейно искривляется. Это явление практически не учитывается в нормативных методах, что приводит к существенным погрешностям при расчете ширины раскрытия трещин в железобетонных конструкциях и особенно в конструкциях из легкого высокопрочного бетона.

Цель настоящей работы - разработка методики и алгоритма аналитического расчета параметров деформирования и ширины раскрытия трещин железобетонных внецентренно сжатых и закручиваемых элементов из легкого высокопрочного железобетона внецентренно сжатых и закручиваемых железобетонных элементов из легкого высокопрочного бетона. В задачи исследования включались следующие:

- построение расчетной модели рассматриваемых элементов, учитывающей пространственный и дискретный характер трещин и деформационный эффект при их раскрытии;
- анализ результатов выполненных испытаний конструкций колонн из легкого бетона классов В40 и В65 при рассматриваемых воздействиях;
- сравнение результатов расчета колонн по предлагаемой методике с экспериментальными данными и с расчетом при конечно-элементном моделировании (ANSYS, ЛИРА-САПР).

Модели и методы

Рассматривается железобетонный элемент прямоугольного поперечного сечения $b \times h$, к которому приложены внецентренно сжимающая продольная сила N (с эксцентриситетом e) и крутящий момент T . Расчётная схема соответствует случаю больших эксцентриситетов. (Рисунок 1).

Расчетная схема рассматриваемого железобетонного элемента базируется на следующих гипотезах.

1. Пространственная трещина, образующаяся на боковых и растянутой гранях, аппроксимируется складчатой поверхностью с изломом по сжатой зоне бетона.

2. Наклон пространственных трещин на боковых гранях принят равным 45° . Наклон трещины на наиболее растянутой (нижней) грани определяется отношением крутящего момента T к изгибающему моменту Ne .
3. Касательные напряжения от кручения определяются по эквивалентному коробчатому сечению, что позволяет свести пространственную задачу к плоской для каждой стенки коробчатого элемента.
4. Раскрытие трещины определяется как величина относительных смещений бетона и арматуры на длине зоны анкеровки – от сечения с трещиной до сечения, где эти смещения равны нулю.
5. В окрестности берегов единичной трещины учитывается деформационный эффект предложенный Вл.И. Колчуновым [22,24] физический смысл которого состоит в том, что при разрушении в растянутой зоне бетонной матрицы и образовании трещины перемещения берегов трещины сдерживаются реакцией арматурного стержня и профиль трещины нелинейно искривляется.
6. Для легкого высокопрочного бетона принимается **дискретный характер трещинообразования** – образуется единичная пространственная трещина (или одна из немногих которая при нагружении становится прогрессирующей), а не система нерегулярных трещин.

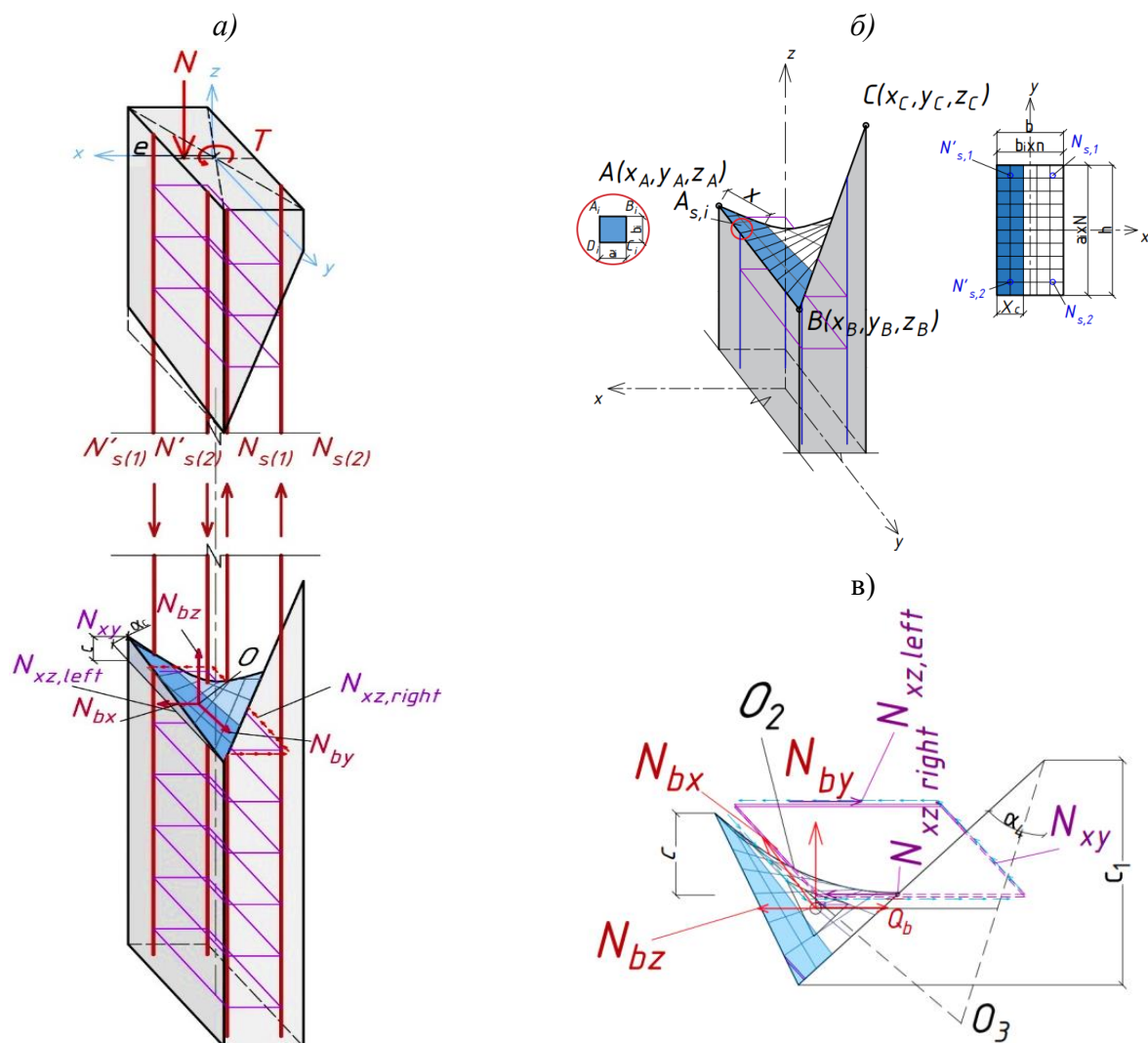


Рисунок 1 - Схема усилий в сечении, проходящем по пространственной трещине (а), схема аппроксимации поверхности на малые квадраты (б) и фрагмент поверхности пространственного сечения по трещине (в)

7. Связь между касательными напряжениями сцепления τ и относительными взаимными смещениями бетона и арматуры $\varepsilon_g(x)$ в зоне контакта описывается диаграммой Прандтля (линейное упрочнение с последующим пластическим участком).

Система исходных уравнений статики в расчетном пространственном сечении рассматриваемого элемента записывается в следующем виде

$$M_s + M_{s,w} \geq M; \quad (1)$$

$$T_{sw, right} + T_{sw, left} + T_{sw2} + T_b \geq T; \quad (2)$$

$$M_b + M_{s,w} \geq M; \quad (3)$$

$$N_{s(i)} + N'_{s(i)} + N_{by} = N; \quad (4)$$

$$N_{xz, right / left} + N_{bz} = 0. \quad (5)$$

Здесь $T_{sw, left}, T_{sw, right}, T_{sw2}, T_b$ – крутящий момент в рассматриваемом расчетном сечении относительно центральной продольной оси коробчатого элемента, соответственно, от усилий в поперечной арматуре боковой грани элемента, в поперечной арматуре грани наиболее удаленной от сжатой зоны бетона и от проекций усилий в сжатом бетоне на горизонтальную ось; M_s и $M_{s,w}$ – изгибающий момент в рассматриваемом расчетном сечении относительно центра тяжести сжатой зоны бетона (см т.О на рисунке 1) соответственно усилий в продольной растянутой арматуре и в поперечной арматуре, пересекаемый расчетным пространственным сечением; M_b – изгибающий момент в рассматриваемом расчетном сечении относительно центра тяжести растянутой арматуры; N_{by}, N_{bz} – соответственно, составляющая усилия в сжатом бетоне на оси y и z .

Подставляя в уравнения равновесия (1)–(5) выражения для моментов через усилия в арматуре и бетоне сжатой зоны, получаем следующую замкнутую (не распадающуюся) систему разрешающих уравнений:

$$N_{s(1)}(h - 0,5X_T - a) + N_{s(2)}(h - 0,5X_T - a) - N'_{s(1)}(0,5X_T - a') - N'_{s(2)}(0,5X_T - a') + N_{xy}\omega_1 \cdot 0,5X_T \cdot \frac{c}{\cos\alpha_c} + N_{xz, right}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{c}{\cos\alpha_c} - X_T \right) - N_{xz, left}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} X_T = N(e + 0,5X_T - 0,5h_1), \quad (6)$$

$$N_{xz, right}\omega_2 \cdot \left(\frac{c}{\cos\alpha_c} - X_T \right) - N_{xz, left}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} X_T + N_{xy(2)}\omega_1 \cdot 0,5h_1 \cdot \frac{c}{\cos\alpha_c} + N_b \cdot 0,5b_1 \cdot X_T \cdot \omega_i = T, \quad (7)$$

$$N_{xy}\omega_1 \cdot 0,5X_T \cdot \frac{c}{\cos\alpha_c} + N_{xz, right}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{c}{\cos\alpha_c} - X_T \right) - N_{xz, left}\omega_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} X_T + N_b \cdot 0,5b_1 \cdot X_T \cdot \omega_i = Ne, \quad (8)$$

$$N_{s(1)} + N_{s(2)} - N'_{s(1)} - N'_{s(2)} + N_{by} = N, \quad (9)$$

$$N_{xz, right} - N_{xz, left} + N_{bz}\cos\alpha_c = 0. \quad (10)$$

Чтобы система уравнений статики имела единственное решение, необходимо добавить уравнение равновесия вдоль продольной оси элемента. Оно связывает сдвигающие усилия от кручения с продольной составляющей усилия в сжатом бетоне. Без этого уравнения задача становится неопределённой. Данное уравнение имеет вид:

$$\sum x = 0; N_{xy} + N_{bz}\sin\alpha_c = 0. \quad (11)$$

Здесь, N_{bz} проекция главного сжимающего усилия N_b на ось x .

Согласно третьей гипотезе, наклон поверхности сечения на наиболее растянутой грани, характеризуемый размером c и определяется из условия минимума несущей способности пространственного сечения. Используя уравнение (8), можем записать:

$$\frac{dT}{dc} = 0. \quad (12)$$

В результате получим следующее дополнительное уравнение для определения искомых неизвестных

$$\frac{1}{\cos \alpha_c^2} (N_{xz, right} \omega_2 - N_{xy} \omega_1) = 0. \quad (13)$$

Погонные касательные усилия с учётом трещин N_{xy} , $N_{xz, right}$, $N_{xz, left}$ (на растянутой, правой и левой боковых гранях соответственно) определяются по модели эквивалентного коробчатого сечения (рисунки 1б). В формулах (6)-(8), ω_1, ω_2 - коэффициенты полноты эпюр погонных усилий, соответственно по левой, правой и растянутой грани поперечного сечения.

Средние относительные деформации продольной растянутой арматуры вычисляются с учётом неравномерности распределения деформаций между трещинами через коэффициент $\psi_{s(1)}$:

$$\varepsilon_{s(1)} = \frac{N_{s(1)} \cdot \psi_{s(1)}}{A_s E_s} \quad (14)$$

Коэффициенты $\psi_{s(1)}$, учитывающие неравномерность распределение деформаций арматуры в железобетонном внецентренно сжатом и испытывающем кручение определяются по уточненным зависимостям, предложенным в исследованиях [17, 18]. Согласно этим исследованиям, характерные эпюры деформаций арматуры на между трещинами на уровне оси растянутой арматуры для распределенных трещин имеют вид, представленной на рисунке 2а, а в случае единичной трещины- на рисунке 2б.

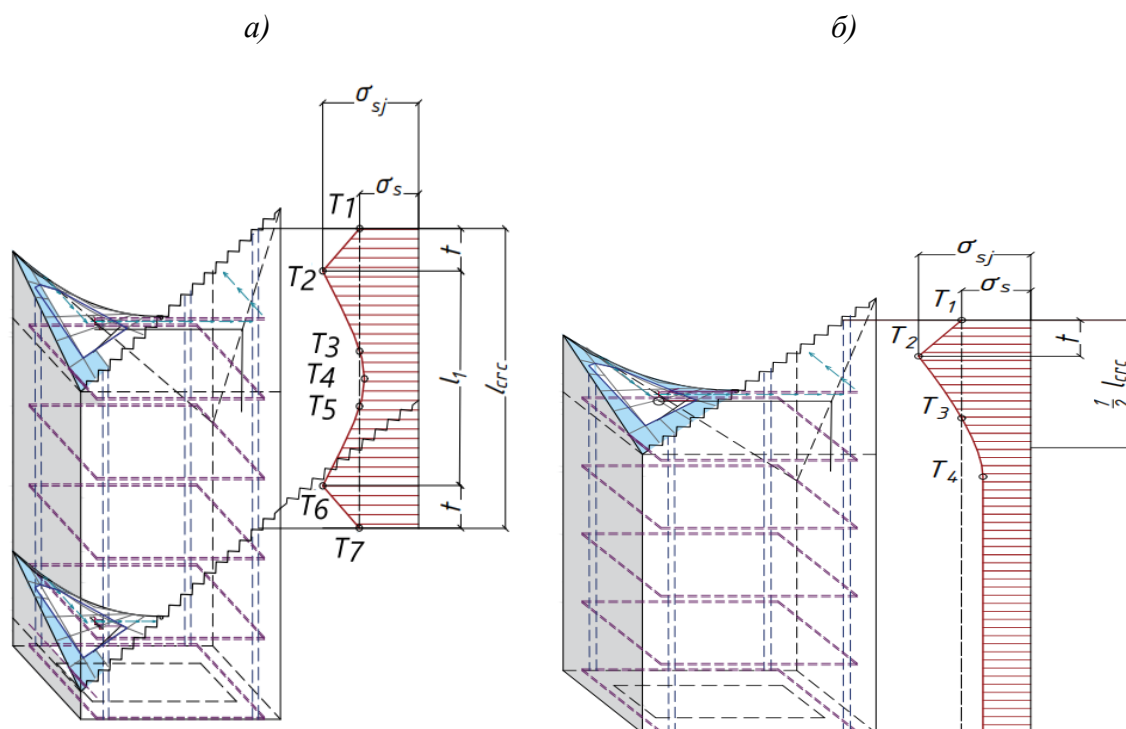


Рисунок 2 - Характерные эпюры деформаций в наклонных арматурных стержнях по принятым по расчетной модели [16,17]; а- для распределенных трещин; б- для единичной трещины

Следуя рассматриваемой модели распределения деформаций арматуры в зоне трещины, значение коэффициента $\psi_{s,j}$ может быть определено по формуле:

$$\psi_{s,j} = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{\psi_R R_{bt}}{\mu \sigma_s} \cdot \left(1 - \frac{A_b}{A}\right) \cdot \left(1 - \frac{2t}{l_{crc}}\right) + \left(\frac{\sigma_{s,j}}{\sigma_s} - 1\right) \left[\frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{2t}{l_{crc}} - \frac{l_1}{l_{crc}}\right) + \frac{t}{l_{crc}}\right]. \quad (15)$$

где l_1 – расстояние, вычисляемое из условия, что изменение напряжений в растянутой арматуре между точками 2–6 (рисунок 3а) описывается квадратичной параболой:

$$l_1 = 2 \left[\frac{0.25 N_s (l_{crc} - 2t)^2}{N_{s,j} - N_s} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

$\sigma_{s,j}$ – напряжения в j-той арматуре определяются по усилиям в арматуре из системы уравнений (6) –(10); t – размер зоны деформационного эффекта [17]; ψ_R – коэффициент определяющий уровень нагружения конструкции вычисляемый по формуле:

$$\psi_R = \sigma_{1,crc} / \sigma_{1,u}. \quad (17)$$

где $\sigma_{1,crc}$ – главные напряжения в сложно напряженной растянутой зоне расчетного пространственного сечения в момент образования трещин; $\sigma_{1,u}$ – предельные значения главных напряжений в сложно напряженной растянутой зоне расчетного пространственного сечения на рассматриваемом уровне нагружения.

По найденным из системы уравнений (6) –(10) усилиям и напряжениям в арматуре определяются значения деформаций, а затем углы закручивания и кривизны железобетонного внецентренно сжатого и испытывающего кручение элемента. В расчёт вводятся средние деформации стержней на участке l_{crc} между смежными трещинами - в случае распределенных трещин, или на участке равном $1/2 l_{crc}$ примыкающем с двух сторон к единичной трещине (см. рисунок 2). Соответственно, деформации арматуры в растянутой зоне:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{s(1)} + \varepsilon_{s(2)}}{2}, \quad \varepsilon_s = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{s(1)} \cdot \psi_{s(1)}}{E_s} + \frac{\sigma_{s(2)} \cdot \psi_{s(1)}}{E_s} \right). \quad (18)$$

Для стержней в сжатой зоне:

$$\varepsilon'_s = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma'_{s(1)} \cdot \psi'_{s(1)}}{E_s} + \frac{\sigma'_{s(2)} \cdot \psi'_{s(1)}}{E_s} \right). \quad (19)$$

Суммарный угол сдвига в пространственном сечении от деформаций арматуры и бетона:

$$\gamma_{sw} = \varepsilon_{sw(1)left} \operatorname{ctg} \alpha + \varepsilon_{s(1)} \operatorname{tg} \alpha + \frac{\varepsilon_{bt(1)}}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} + \varepsilon_{sw(1)right} \operatorname{ctg} \alpha. \quad (20)$$

Угол закручивания сечения:

$$\varphi = \frac{b_1 (\gamma_{s(1)} + \gamma'_{s(1)}) + h_1 \gamma_{sw}}{2 b_1 h_1}, \quad (21)$$

а кривизна элемента $\left(\frac{1}{\rho_y}\right)$ определится из зависимостью:

$$\frac{1}{\rho_y} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon'_{s1}}{h_1}, \quad (22)$$

Согласно принятой в данной работе гипотезе о распределении взаимных смещений вдоль зоны сцепления ширина раскрытия трещины определяется через относительные взаимные смещения арматуры и бетона на межтрещинном участке (рисунок 3б):

$$\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{bt}(x), \quad (23)$$

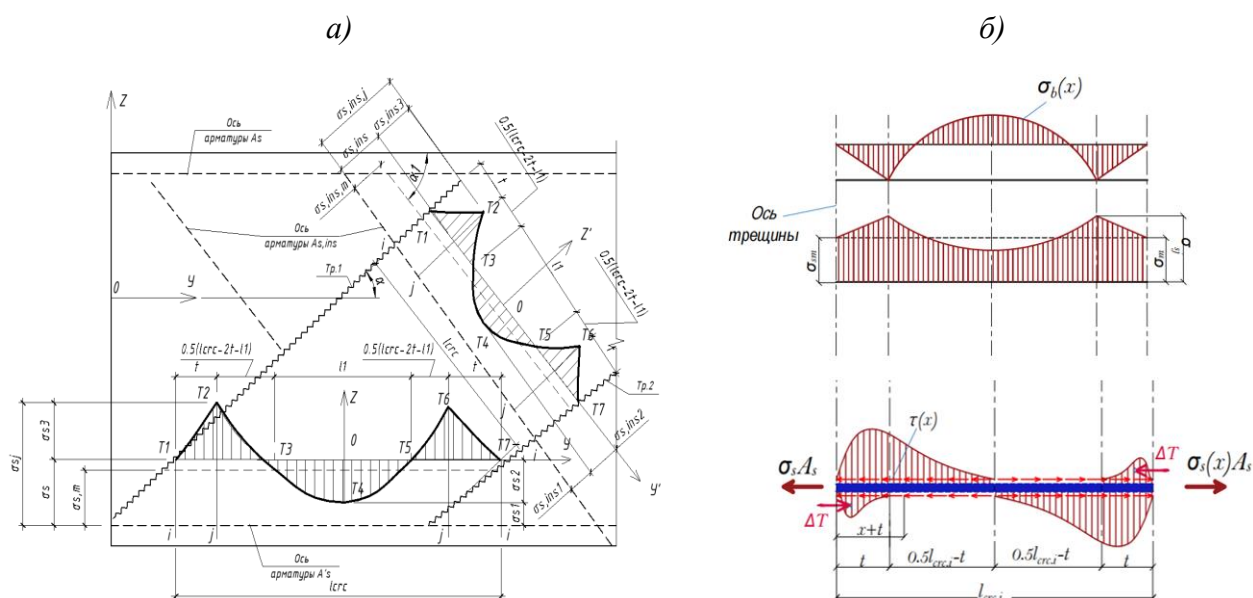


Рисунок 3 - Характерные (характерные точки $T_1, T_2, T_3 \dots T_7$) опытные эпюры напряжений в продольных и наклонных арматурных стержнях и бетоне на участках между смежными трещинами (а) и эпюры распределения напряжений в контактной зоне арматурного стержня между трещинами для определения относительных деформаций у берегов трещины

Деформации продольной арматуры $\varepsilon_s(x)$ и бетона $\varepsilon_{bt}(x)$ в произвольном сечении x растянутой зоны на участке между смежными трещинами вычисляются по зависимостям, приведённым в работе [18].

После подстановки выражений для деформаций в уравнение (22) и интегрирования по участкам действия сдвигающих напряжений в контактной зоне получаем (рисунок 3б):

$$\varepsilon_g(x) = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} - B \int_0^x \tau(x) dx + \frac{\delta}{t} [\Delta T \cdot Z]. \quad (24)$$

Здесь B – параметр сцепления арматуры с бетоном:

$$B = \frac{S_s G}{K \cdot A_s E_s}, \quad (25)$$

где G -модуль деформаций сцепления арматуры с бетоном; $Z = h_0 - 0,5 \cdot x$.

Дифференцируя (22') по x , получаем неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{d\varepsilon_g(x)}{dx} + B\varepsilon_g(x) = 0, \quad (26)$$

решение которого имеет вид:

$$\varepsilon_g(x) = C \cdot e^{-Bx}. \quad (27)$$

Из граничного условия при $x = 0$ (рисунок 3б) находим постоянную интегрирования C . В итоге, получено:

$$\varepsilon_g(x) = \left(\varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} + \frac{\sigma_{bt,c}}{\nu_b E_b} \right) e^{-Bx} \quad (28)$$

Депланация берегов трещины в рассматриваемой модели учитывается с помощью модели двухконсольного элемента (ДКЭ). В практических расчётах этот параметр, согласно [17], можно учитывать через коэффициент k_r , зависящий от расстояния от поверхности арматуры до пограничного слоя:

$$k_r = -0.088533 \left(\frac{r}{d_s} \right)^2 + 0.522666 \left(\frac{r}{d_s} \right) + 0.308801, \quad (29)$$

где d_s – диаметр арматуры, r – радиус пограничного слоя контактной зоны арматуры и бетона.

Выражая деформации продольной арматуры $\varepsilon_s(x)$ с учётом (26) и граничных условий, получаем зависимость для деформаций бетона:

$$\varepsilon_{bt}(x) = (1 - K)k_r[B_3(1 - e^{-Bx})] - \frac{\sigma_{bt,c}}{\nu_b E_b}, \quad (30)$$

где введено обозначение $B_3 = \varepsilon_s + \frac{\Delta T}{E_s A_s} + \frac{\sigma_{bt,s}}{\nu_b E_b}$, ΔT – результирующая сдвигающая сила, вызванная деформационным эффектом на участке арматуры $x+t$ примыкающей к трещине (см. рисунок 3б).

Уровневое расстояние между трещинами l_{crc} определяется из условия, что образование трещин происходит при достижении крайними растянутыми волокнами бетона предельных деформаций:

$$\varepsilon_{bt}(x)|_{x=0,5l_{crc}-t} = \varepsilon_{bt,u}. \quad (31)$$

Подставляя (30) в (31), получаем:

$$e^{-B(0,5l_{crc}-t_*)} = 1 + \frac{\varepsilon_{bt,u}}{B_3 k_r (K-1)} + \frac{\sigma_{bt,c}}{\nu_b E_b B_3 k_r (K-1)}, \quad (32)$$

откуда

$$\ln B_4 = -B(0,5l_{crc} - t), \quad (33)$$

где

$$B_4 = 1 + \frac{\sigma_{bt,c}}{(K-1)k_r B_3 \nu_b E_b} + \frac{\varepsilon_{bt,u}}{B_3 k_r (K-1)}. \quad (34)$$

Окончательно:

$$l_{crc} = \frac{2(\ln B_4 - Bt)}{-B}. \quad (35)$$

Из формулы (35) видно, что с ростом деформаций арматуры расстояние между трещинами уменьшается, что полностью соответствует физической картине трещинообразования.

В случае образования единичной трещины в конструкциях из высокопрочного железобетона (рисунок 2б) последующее увеличение нагрузки, как показывают экспериментальные данные [19,23], не приводит к достижению предельности деформаций растянутого бетона. В этом случае расстояние между трещинами определяется длиной зоны анкеровки – расстоянием от сечения с трещиной до сечения, где относительные смещения арматуры и бетона $\varepsilon_g(x)$ обращаются в ноль.

Согласно принятой в работе гипотезе о раскрытии трещины через относительные смещения на длине зоны анкеровки, раскрытие трещины рассматривается как величина относительных смещений бетона и арматуры на длине зоны анкеровки. Уровневое значение ширины раскрытия трещины вычисляется по формуле:

$$a_{crc} = -\frac{2\Delta T}{G} + \frac{2B_3 \cdot k_r}{B} (1 - e^{-B \cdot (0,5l_{crc}-t_*)}). \quad (36)$$

Алгоритм численно-аналитического расчёта перемещений и ширины раскрытия трещин во внецентренно сжатых и закручиваемых железобетонных колоннах с использованием представленной модели включает следующие процедуры.

Шаг 1. Ввод геометрии, армирования, нагрузок N , e , T и свойств материалов (класс лёгкого бетона; класс арматуры).

Шаг 2. Упругий расчёт колонны на первом этапе нагружения (до образования трещин) методом конечных элементов в объёмной постановке для определения начального НДС и проверки условия образования трещин по критерию главных предельных деформаций.

Шаг 2.1. Если трещина не образуется – продолжается расчёт по упругой стадии на новом шаге нагружения.

Шаг 2.2 Если критерий трещинообразования не выполняется – переход к новой пространственной расчётной схеме для элемента с трещинами (рис. 1а).

Шаг 3. Задаётся начального приближения высоты сжатой зоны X_T и угла наклона трещины α_c .

Шаг 4. Формируется система нелинейных уравнений (6)–(12) и на данной итерации определяются следующие параметры:

- усилия в продольной и поперечной арматуре $N_{s(i)}$, N_{sw} через деформации;
- параметры сцепления арматуры с бетоном B и k_r ;
- уточняются расчетные параметры ε_s , ε_{bt} , $\psi_{s(j)}$, ε_s , ε_{bt} , $\psi_{s(j)}$.

Шаг 5. Проверяется условие (12) минимума несущей способности

Шаг 6. Вычисляется расстояние между трещинами l_{crc} по формуле (33)

Шаг 7. Определяется ширина раскрытия пространственной трещины a_{crc} по формуле (36).

Шаг 8. Определяются деформации и перемещения на рассматриваемой итерации: средние деформации арматуры ε_s (18), угол сдвига γ_{sw} (20), угол закручивания φ (21), кривизна $1/\rho_y$ (22).

Шаг 10. Проверяется сходимость в вычислении расчетных параметров пространственного сечения на рассматриваемой итерации.

Шаг 11. Увеличивается этап нагрузки, и процедура вычислений на рассматриваемых шагах и итерациях повторяется.

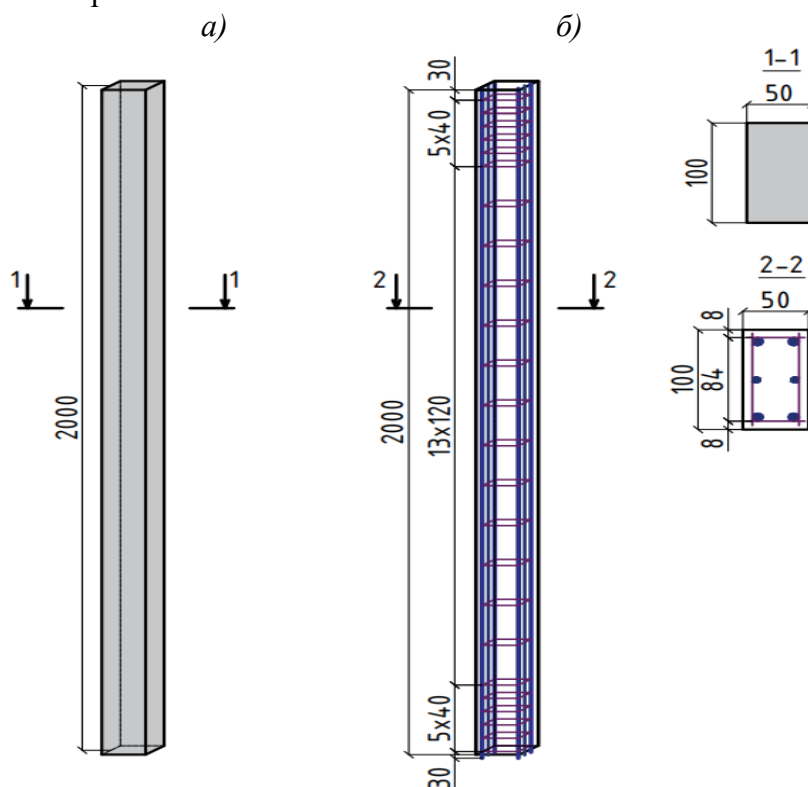


Рисунок 4 - Конструкция опытного образца элемента из легкого высокопрочного железобетона: опалубка (а) и схема армирования (б)

Запроектированы и по разработанной методике испытаний испытаны образцы колонн из легкого бетона классов В40 и В65. Размеры поперечного сечения колонн приняты 100×50 мм, длина образцов - 2000 мм. (Рисунок 4) Армирование конструкций принято следующим:

- продольная арматура: 4Ø8 А500С - угловые стержни и 2Ø6 А500С - промежуточные по высоте сечения стержни;

- поперечная арматура: Ø2 А240 с шагом 100 мм на приопорных участках и шагом 150 мм - в средней части по высоте колонны.

Для испытаний образец закреплялся в жёсткой раме: нижний конец – жесткая заделка в специальное гнездо, верхний – свободный. (Рисунок 5) На верхний конец подавались: сжимающая сила N – гидравлическим домкратом; крутящий момент T – через рычажную систему с тарированными грузами.

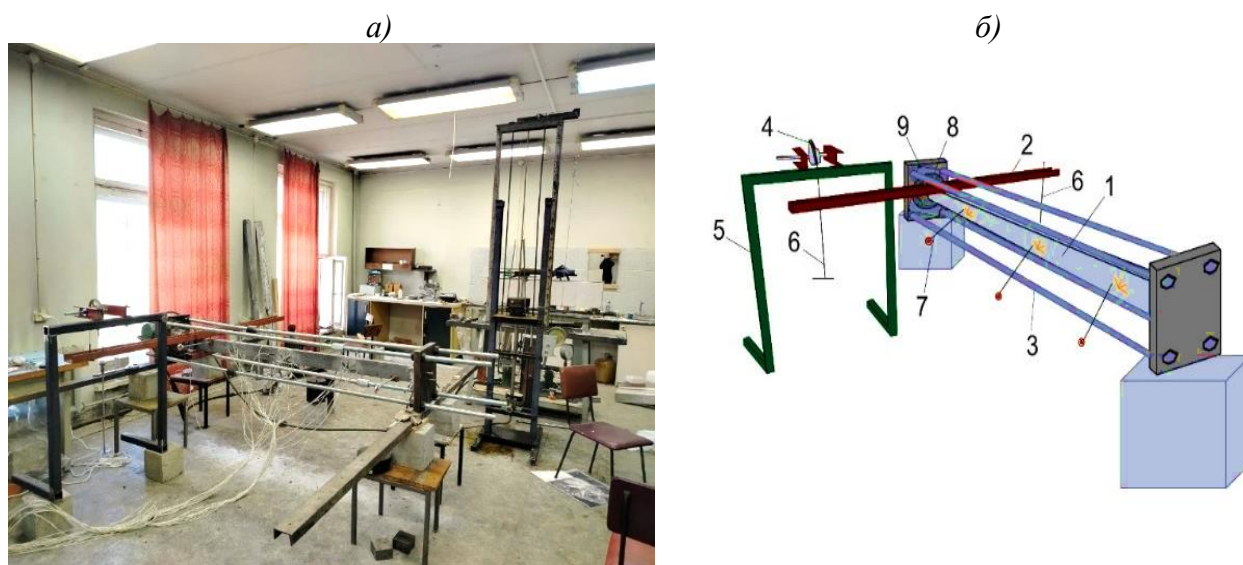


Рисунок 5 – Экспериментальная установка (а) и ее схема (б): 1 – опытный образец, 2 – рычаг, 3 – силовая рама, 4 – рычаг, 5 – тяговая рама, 6 – свес с грузами, 7 – индикаторы (мишени) для измерения прогиба и угла поворота, 8 – подишник, 9 – цилиндрический элемент

В процессе испытаний измерялись деформации в бетоне, арматуре, прогибы, углы поворота, ширина раскрытия трещины.

Нагружение опытных конструкций производилось ступенями 0,1 от разрушающей нагрузки. На каждой ступени нагружения производилась выдержка 8–10 минут для стабилизации деформаций и фиксации трещин.

Для верификации аналитической модели были выполнены расчёты в двух программных комплексах.

ПК ANSYS 2024 R1 (Рисунок 6, а), при следующих исходных параметрах:

Бетон: элементы SOLID65 (8-узловой, поддерживает трещинообразование по распределённой модели и пластическое течение). Размер сетки 10 мм (всего около 200 000 элементов). Модель бетона – Уильяма–Варнке с критерием разрушения по главным напряжениям.

Арматура: элементы LINK180 (двухузловые стержни). Связь с бетоном – жёсткое сцепление (Hard Contact) в нормальном направлении с возможностью проскальзывания по касательной (коэффициент трения 0,6).

Граничные условия: нижнее сечение – закреплено по всем степеням свободы ($U_x = U_y = U_z = 0$); верхнее – приложены силы N и момент T .

ЛИРА-САПР 2022 R2 (Рисунок 6, б), при следующих исходных параметрах:

Бетон: объёмные конечные элементы (тип 36 – 8-узловой изопараметрический) с упругопластической моделью и критерием прочности Мизеса с учётом трещинообразования.

Арматура: стержневые элементы (тип 10) с жёсткой связью.

Загрузка и граничные условия: аналогично принятым в ПК ANSYS.

Решение: метод переменной жёсткости с контролем сходимости по перемещениям.

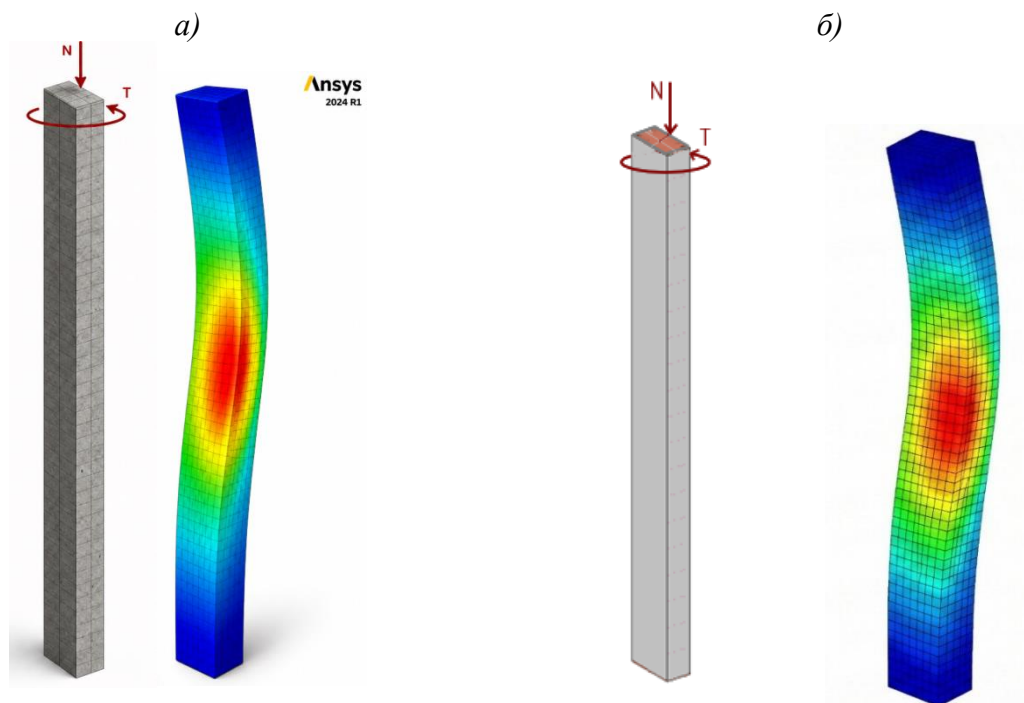


Рисунок 6 – Расчетные модели деформированного железобетонного элемента: а – в программном комплексе ANSYS; б – ЛИПА САПР

Из результатов расчета извлекались: поле главных деформаций, зоны трещинообразования, ширина раскрытия трещин (по взаимному смещению узлов на берегах трещины) и деформации арматуры.

Результаты исследования и их анализ

Количественные значения ширины раскрытия трещины (a_{crc}) для испытанных опытных конструкций из легкого бетона В40 и В65 и расчетные значения этого параметра по предложенной методике и программным комплексам ANSYS и ЛИПА-САПР представлены в таблице 1, а в таблице 2 приведены опытные и расчетные значения усилий в рабочей продольной арматуре для рассматриваемых конструкций из легкого бетона В40 и В65. Таблица включает экспериментальные данные, результаты расчёта по предлагаемой аналитической модели, а также данные конечно-элементного моделирования (ANSYS).

Все числовые значения получены на ступени нагружения, соответствующей образованию видимой пространственной трещины (для единичной трещины).

Из анализа результатов, приведенных в таблицах 1 и 2 можно видеть, что наилучшая сходимость расчетных и экспериментальных результатов получена расчетом по предложенной численно-аналитической методике. Расчёт в ANSYS даёт погрешность, близкую к методике, однако такой расчет требует трудоёмкой настройки контактного взаимодействия бетона и арматуры опираясь на экспериментальные данные. Наибольшее расхождение показывает расчет по ПК ЛИПА-САПР. Результаты расчета дают систематическое завышение, связанное с использованием весьма осреднённой модели трещин, отсутствием возможности учёта деформационного эффекта и дискретного характера трещинообразования в легком бетоне. Для образцов с усиленным армированием все

методики фиксируют ожидаемое снижение ширины раскрытия трещины по сравнению с базовыми образцами, что подтверждает корректность учёта процента армирования в предложенной расчетной модели.

Таблица 1 - Сопоставление ширины раскрытия трещины $a_{cr,c}$, мм

№	Класс бетона	По эксперименту	По предложенной методике	ЛИРА-САПР	ANSYS
1	B40	0,060	0,078	0,082	0,071
2	B40	0,062	0,080	0,084	0,073
3	B40	0,059	0,077	0,081	0,070
4	B65	0,045	0,052	0,056	0,049
5	B65	0,047	0,054	0,058	0,051
6	B40	0,055	0,068	0,072	0,063
7	B40	0,057	0,070	0,074	0,065

Таблица 2 - Сопоставление усилий в продольной растянутой и сжатой арматуре, кН

№	N_s (эксп)	N'_s (эксперимент)	N_s (предлагаемая методика)	N'_s (предлагаемая методика)	N_s (ЛИРА – САПР)	N'_s (ЛИРА – САПР)	N_s (ANSYS)	N'_s (ANSYS)
1	42,3	-8,2	43,8	-9,5	45,1	-10,3	44,2	-9,1
2	43,1	-8,5	44,2	-9,7	45,5	-10,5	44,6	-9,3
3	42,8	-8,0	44,0	-9,3	44,9	-10,1	44,3	-8,9
4	52,4	-12,1	53,9	-13,5	55,0	-14,2	54,1	-12,8
5	53,0	-12,4	54,3	-13,8	55,4	-14,5	54,5	-13,0
6	45,1	-9,6	46,2	-10,8	47,2	-11,6	46,5	-10,2
7	45,7	-9,9	46,6	-11,0	47,6	-11,9	46,9	-10,5

Усилия в растянутых стержнях N_s по всем рассмотренным методикам близки к эксперименту, это указывает на то, что интегральные (усредненные) усилия в растянутой арматуре определяются в основном соотношением сжимающей нагрузки и крутящего момента, а также геометрией сечения и менее чувствительны к модели трещинообразования. Существенно больший разброс наблюдается для сжатой арматуры: экспериментальные сжимающие усилия заметно ниже расчётных по всем методикам. Это объясняется тем, что в реальных образцах из легкого высокопрочного бетона разрушение сжатой зоны происходит хрупко и относительно малым диапазоном деформирования после образования трещин. Наименьшую погрешность по сжатой арматуре даёт расчет по ПК ANSYS, наибольшую – по ПК ЛИРА-САПР. Переход повышенному классу бетона от бетона B40 к бетону B65 приводит увеличению усилий в арматуре и соответственно к более полному использованию прочностных свойств арматуры. Усиленное армирование образцов приводит к росту усилий в растянутой арматуре и незначительному увеличению сжимающих усилий по сравнению с базовыми образцами, что соответствует физическим представлениям о перераспределении усилий при увеличении площади арматуры.

Заключение

1. Предложенная деформационная модель, учитывающая пространственный характер трещинообразования (аппроксимация поверхности трещины гиперболическим параболоидом), деформационный эффект и дискретный (единичный) характер трещин для легкого высокопрочного бетона, обеспечивает удовлетворительную сходимость с экспериментальными данными по ширине раскрытия трещины и усилиям в растянутой арматуре.

2. Конечно-элементное моделирование в ПК ANSYS даёт результаты, близкие к предлагаемой численно-аналитической модели, но требует значительных вычислительных ресурсов, а главное – использования экспериментально уточненных исходных данных о физико-механических характеристиках материалов и параметрах зоны контакта бетона и арматуры. Расчет по ПК ЛИРА-САПР систематически завышает значения ширины раскрытия трещины и усилия в арматуре из-за осреднения деформаций арматуры на участках между трещинами и отсутствия учёта деформационного эффекта в трещине.

3. Экспериментально установлено, что для внецентренно сжатых элементов из легкого высокопрочного бетона при внецентренном сжатии с кручением характерно образование единичной пространственной трещины с последующим хрупким разрушением конструкции по сечению проходящему по пространственной трещине. Это требует отказа в расчетной модели от гипотезы осреднения деформаций и использования в расчётах измененного по физическому смыслу параметра расстояния между трещинами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко В.М., Колчунов Вл.И. Расчетные модели силового сопротивления. - М.: АСВ, 2004. ISBN: 5-93093-279-4 EDN: QNKPAР
2. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов Вл.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Результаты экспериментальных исследований конструкций квадратного и коробчатого сечений из высокопрочного бетона при кручении с изгибом // Строительство и реконструкция. - 2018. - № 6 (80). - С. 32-43. EDN: VQNSNS
3. Родевич В.В., Арзамасцев С.А. К расчету железобетонных элементов на изгиб с кручением // Известия высших учебных заведений. Строительство. - 2015. - № 9. - С. 99-109. EDN: VJKAKJ
4. Демьянов А.И., Сальников А.С., Колчунов Вл.И. Экспериментальные исследования железобетонных конструкций при кручении с изгибом и анализ их результатов // Строительство и реконструкция. - 2017. - № 4 (72). - С. 17-26. EDN: ZHHNHB
5. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Kolchunov V.I., Kolchunov V.I. Deformation of box-sectional structures during torsion with bending // Magazine of Civil Engineering. - 2024. - № 17 (5). - Article no. 12901. DOI: 10.34910/MCE.129.1 EDN: EWUEYH
6. Travush V.I., Kolchunov V.I., Bulkin S.A., Protchenko M.V. Deformation model and algorithm for calculation of reinforced concrete structures of round cross-section under torsion with bending // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. - 2022. - № 18 (2). - С. 14-30. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-2-14-30 EDN: TAFTNB
7. Ali A.H., Mohamed H.M., Chaliouris C.E., Deifalla A. Evaluating the shear design equations of FRP-reinforced concrete beams without shear reinforcement // Engineering Structures. - 2021. - № 235. - Article no. 112017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.112017 EDN: PSZOZY
8. Ban H., Tan E.L., Uy B. Strength of multi-span composite beams subjected to combined flexure and torsion // Journal of Constructional Steel Research. - 2015. - № 113. - С. 1-12. DOI: 10.1016/j.jcsr.2015.05.023
9. Mostofinejad D., Talaeitaba S.B. Nonlinear Modeling of RC Beams Subjected to Torsion using the Smeared Crack Model // Procedia Engineering. - 2011. - № 14. - С. 1447-1454. DOI: 10.1016/j.proeng.2011.07.182
10. Kalkan I., Kartal S. Torsional rigidities of reinforced concrete beams subjected to elastic lateral torsional buckling // International Journal of Civil and Environmental Engineering. - 2017. - № 11 (7). - С. 969-972.
11. Gunasekaran K., Ramasubramani R., Annadurai R., Prakash Chandar S. Study on reinforced lightweight coconut shell concrete beam behavior under torsion // Materials and Design. - 2014. - № 57. - С. 374-382. DOI: 10.1016/j.matdes.2013.12.058
12. Rahal K.N. A unified approach to shear and torsion in reinforced concrete // Structural Engineering and Mechanics. - 2021. - № 77 (5). - С. 691-703. DOI: 10.12989/sem.2021.77.5.691 EDN: QPNRVL

13. Bernardo L.F.A., Andrade J.M.A. A unified softened truss model for RC and PC beams under torsion // *Journal of Building Engineering*. - 2020. - № 32. - Article no. 101467. DOI: 10.1016/j.jobbe.2020.101467 EDN: NGNIAA
14. Bernardo L.F.A., Andrade J.M.A., Nunes N.C.G. Generalized softened variable angle truss-model for reinforced concrete beams under torsion // *Materials and Structures*. - 2015. - № 48 (7). - С. 2169-2193. DOI: 10.1617/s11527-014-0301-z EDN: IATIIYK
15. Jafari F., Akbari J. Reliability-based design of reinforced concrete beams for simultaneous bending, shear, and torsion loadings // *Frattura ed Integrità Strutturale*. - 2020. - № 14 (51). - С. 136-150. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.51.11
16. Колчунов В.И., Пимочкин В.Н. Методика экспериментальных исследований сопротивления растянутого бетона между трещинами в железобетонных конструкциях для уточнения параметра // *Известия Орловского государственного технического университета. Серия: Строительство и транспорт*. - 2007. - № 2-14. - С. 56-60. EDN: KZHKON
17. Колчунов В.И., Федоров С.С. Проблема нормирования параметров предельных состояний второй группы для конструкций из высокопрочного железобетона // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. - 2024. - № 20 (3). - С. 145-158. DOI: 10.22337/2587-9618-2024-20-3-145-158 EDN: VBOQHX
18. Колчунов В.И., Никулин А.И., Обернихин Д.В. Ширина раскрытия трещин железобетонных конструкций трапециевидного поперечного сечения с учетом новых эффектов сопротивления // *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*. - 2018. - № 10. - С. 64-73. DOI: 10.12737/article_5bd95a75010906.70019486 EDN: YMVPJZ
19. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Колчунов В.И., Каприелов С.С., Демьянов А.И., Конорев А.В. Основные результаты экспериментальных исследований железобетонных конструкций из высокопрочного бетона В100 круглого и кольцевого сечений при кручении с изгибом // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. - 2019. - № 1. - С. 51-61. DOI: 10.22363/1815-5235-2019-15-1-51-61 EDN: YZIQCD
20. Колчунов В.И. Обобщенные гипотезы деформации линейных и угловых деформаций в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением // *Научный журнал строительства и архитектуры*. - 2023. - № 1 (69). - С. 9-26. DOI: 10.36622/VSTU.2023.69.1.001 EDN: UEDCTP
21. Амелина М.А., Колчунов В.И., Федорова Н.В. Раскрытие трещин во внецентренно сжатых железобетонных элементах, испытывающих сжатие с кручением // *Жилищное строительство*. - 2025. - № 6. - С. 20-28. DOI: 10.31659/0585-430X-2025-836-6-20-28 EDN: JTONCM
22. Колчунов В.И., Демьянов А.И., Протченко М.В. Моменты в железобетонных конструкциях при изгибе с кручением // *Строительство и реконструкция*. - 2021. - № 3 (95). - С. 27-46. DOI: 10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46 EDN: LJRRVP
23. Колчунов В.И., Сальников А.С. Экспериментальные исследования трещинообразования в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом // *Строительство и реконструкция*. - 2016. - № 3 (65). - С. 24-32. EDN: WFGVSH
24. Колчунов В.И., Пимочкин В.Н. Деформационный эффект при сопротивлении растянутого бетона между трещинами в железобетонном элементе // *Известия Орловского государственного технического университета. Серия: Строительство и транспорт*. - 2005. - № 3-4. - С. 49-55. EDN: JWVREM
25. Колчунов В.И., Амелина М.А. Деформирование внецентренно сжатого и испытывающего кручение железобетонного элемента // *Научный журнал строительства и архитектуры*. - 2025. - № 2 (78). - С. 11-25. DOI: 10.36622/2541-7592-2025.78.2.001 EDN: LLNNGX
26. Колчунов В.И., Рыпаков Д.А. Моделирование пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. - 2016. - № 5. - С. 11-16. EDN: WKFLRT
27. Колчунов В.И. Метод расчетных моделей сопротивления для железобетона // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. - 2023. - Т. 19, № 3. - С. 261-275. DOI: 10.22363/1815-5235-2023-19-3-261-275 EDN: PUMWAG

REFERENCES

1. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Design Models of Force Resistance. – Moscow: ASV, 2004. (In Russ.) DOI: 10.34910/MCE.129.1 EDN: QNKPAF
2. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. Results of experimental studies of square and box-section structures made of high-strength concrete under torsion with bending. *Building and Reconstruction*. 2018. No. 6 (80). Pp. 32–43. (In Russ.) EDN: VQNSNS
3. Rodevich V.V., Arzamastsev S.A. On the calculation of reinforced concrete elements for bending with torsion. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2015. No. 9. Pp. 99–109. (In Russ.) EDN: VJKAKJ
4. Demyanov A.I., Salnikov A.S., Kolchunov V.I. Experimental studies of reinforced concrete structures under torsion with bending and analysis of their results. *Building and Reconstruction*. 2017. No. 4 (72). Pp. 17–26. (In Russ.) EDN: ZHHHHB

5. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Kolchunov V.I., Kolchunov V.I. Deformation of box-sectional structures during torsion with bending. *Magazine of Civil Engineering*. 2024. No. 17 (5). Article no. 12901. DOI: 10.34910/MCE.129.1. EDN: EWUEYH
6. Travush V.I., Kolchunov V.I., Bulkin S.A., Protchenko M.V. Deformation model and algorithm for calculation of reinforced concrete structures of round cross-section under torsion with bending. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022. No. 18 (2). Pp. 14–30. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-2-14-30, EDN: TAFTNB
7. Ali A.H., Mohamed H.M., Chaliouris C.E., Deifalla A. Evaluating the shear design equations of FRP-reinforced concrete beams without shear reinforcement. *Engineering Structures*. 2021. No. 235. Article no. 112017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.112017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.112017, EDN: PSZOZY
8. Ban H., Tan E.L., Uy B. Strength of multi-span composite beams subjected to combined flexure and torsion. *Journal of Constructional Steel Research*. 2015. No. 113. Pp. 1–12. DOI: 10.1016/j.jcsr.2015.05.023. DOI: 10.1016/j.jcsr.2015.05.023
9. Mostofinejad D., Talaeitaba S.B. Nonlinear Modeling of RC Beams Subjected to Torsion using the Smeared Crack Model. *Procedia Engineering*. 2011. No. 14. Pp. 1447–1454. DOI: 10.1016/j.proeng.2011.07.182. DOI: 10.1016/j.proeng.2011.07.182
10. Kalkan I., Kartal S. Torsional rigidities of reinforced concrete beams subjected to elastic lateral torsional buckling. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*. 2017. No. 11 (7). Pp. 969–972.
11. Gunasekaran K., Ramasubramani R., Annadurai R., Prakash Chandar S. Study on reinforced lightweight coconut shell concrete beam behavior under torsion. *Materials and Design*. 2014. No. 57. Pp. 374–382. DOI: 10.1016/j.matdes.2013.12.058. DOI: 10.1016/j.matdes.2013.12.058
12. Rahal K.N. A unified approach to shear and torsion in reinforced concrete. *Structural Engineering and Mechanics*. 2021. No. 77 (5). Pp. 691–703. DOI: 10.12989/sem.2021.77.5.691. EDN: QPNRVL
13. Bernardo L.F.A., Andrade J.M.A. A unified softened truss model for RC and PC beams under torsion. *Journal of Building Engineering*. 2020. No. 32. Article no. 101467. DOI: 10.1016/j.jobbe.2020.101467. EDN: NGNIAA
14. Bernardo L.F.A., Andrade J.M.A., Nunes N.C.G. Generalized softened variable angle truss-model for reinforced concrete beams under torsion. *Materials and Structures*. 2015. No. 48 (7). Pp. 2169–2193. DOI: 10.1617/s11527-014-0301-z. EDN: IATIYK
15. Jafari F., Akbari J. Reliability-based design of reinforced concrete beams for simultaneous bending, shear, and torsion loadings. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2020. No. 14 (51). Pp. 136–150. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.51.11.
16. Kolchunov V.I., Pimochkin V.N. Methodology for experimental studies of the resistance of tensile concrete between cracks in reinforced concrete structures to refine the parameter. *Proceedings of Oryol State Technical University. Series: Construction and Transport*. 2007. No. 2-14. Pp. 56–60. (In Russ.) EDN: KZHKON
17. Kolchunov V.I., Fedorov S.S. The problem of standardizing the parameters of the second group limit states for high-strength reinforced concrete structures. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2024. No. 20 (3). Pp. 145–158. DOI: 10.22337/2587-9618-2024-20-3-145-158, EDN: VBOQHX
18. Kolchunov V.I., Nikulin A.I., Obernikhin D.V. Crack opening width of reinforced concrete structures of trapezoidal cross-section considering new resistance effects. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2018. No. 10. Pp. 64–73. (In Russ.) DOI: 10.12737/article_5bd95a75010906.70019486, EDN: YMVPJZ
19. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kaprielov S.S., Demyanov A.I., Konorev A.V. Main results of experimental studies of reinforced concrete structures made of high-strength concrete B100 of circular and annular cross-sections under torsion with bending. *Structural Mechanics of Engineering Structures and Buildings*. 2019. No. 1. Pp. 51–61. (In Russ.) DOI: 10.22363/1815-5235-2019-15-1-51-61, EDN: YZIQCD
20. Kolchunov V.I. Generalized hypotheses of warping of linear and angular deformations in reinforced concrete structures under bending with torsion. *Scientific Journal of Construction and Architecture*. 2023. No. 1 (69). Pp. 9–26. (In Russ.) DOI: 10.36622/VSTU.2023.69.1.001. EDN: UEDCTP
21. Amelina M.A., Kolchunov V.I., Fedorova N.V. Crack opening in eccentrically compressed reinforced concrete elements under compression with torsion. *Housing Construction*. 2025. No. 6. Pp. 20–28. (In Russ.) DOI: 10.31659/0585-430X-2025-836-6-20-28, EDN: JTOHCM
22. Kolchunov V.I., Demyanov A.I., Protchenko M.V. Moments in reinforced concrete structures under bending with torsion. *Building and Reconstruction*. 2021. No. 3 (95). Pp. 27–46. (In Russ.) DOI: 10.33979/2073-7416-2021-95-3-27-46. EDN: LJRRVP
23. Kolchunov V.I., Salnikov A.S. Experimental studies of crack formation in reinforced concrete structures under torsion with bending. *Building and Reconstruction*. 2016. No. 3 (65). Pp. 24–32. (In Russ.) EDN: WFGVSH
24. Kolchunov V.I., Pimochkin V.N. Deformation effect in the resistance of tensile concrete between cracks in a reinforced concrete element. *Proceedings of Oryol State Technical University. Series: Construction and Transport*. 2005. No. 3-4. Pp. 49–55. (In Russ.) EDN: JWVREM

25. Kolchunov V.I., Amelina M.A. Deformation of an eccentrically compressed reinforced concrete element subjected to torsion. *Scientific Journal of Construction and Architecture*. 2025. No. 2 (78). Pp. 11–25. (In Russ.) DOI: 10.36622/2541-7592-2025.78.2.001. EDN: LLNNGX
26. Kolchunov V.I., Rypakov D.A. Modeling of a spatial crack in reinforced concrete structures under torsion with bending. *Structural Mechanics of Engineering Structures and Buildings*. 2016. No. 5. Pp. 11–16. (In Russ.) EDN: WKFLRT
27. Kolchunov V.I. Method of design resistance models for reinforced concrete. *Structural Mechanics of Engineering Structures and Buildings*. 2023. Vol. 19, No. 3. Pp. 261–275. (In Russ.) DOI: 10.22363/1815-5235-2023-19-3-261-275. EDN: PUMWAG

Сведения об авторах:

Колчунов Виталий Иванович, академик РААСН, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 57219135548, SPIN-код: 4512-6499, AuthorID: 143969, ResearcherID: S-7792-2016, <https://orcid.org/0000-0001-5290-3429>. Email: KolchunovVI@mgsu.ru.

Амелина Маргарита Андреевна, аспирант кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 58509539000, SPIN-код: 5381-8678, AuthorID: 1233069, ResearcherID: LUY-7877-2024, <https://orcid.org/0009-0000-6958-6933>. Email: AmelinaMA@mgsu.ru.

Федорова Наталия Витальевна, доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой промышленного и гражданского строительства, директор филиала НИУ МГСУ в г. Мытищи, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus AuthorID: 57196437054, SPIN-код: 3365-8320, AuthorID: нет, ResearcherID: O-8119-2015, <https://orcid.org/0000-0002-5392-9150>. Email: FedorovaNV@mgsu.ru.

About the authors:

Vitaly I. Kolchunov, Academician of the RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 57219135548, SPIN-code: 4512-6499, AuthorID: 143969, ResearcherID: S-7792-2016, <https://orcid.org/0000-0001-5290-3429>. Email: KolchunovVI@mgsu.ru.

Margarita A. Amelina, Postgraduate Student of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 58509539000, SPIN-code: 5381-8678, AuthorID: 1233069, ResearcherID: LUY-7877-2024, <https://orcid.org/0009-0000-6958-6933>. Email: AmelinaMA@mgsu.ru.

Natalia V. Fedorova, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Industrial and Civil Engineering, Director of the Mytishchi Branch of Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus AuthorID: 57196437054, SPIN-code: 3365-8320, AuthorID: none, ResearcherID: O-8119-2015, <https://orcid.org/0000-0002-5392-9150>. Email: FedorovaNV@mgsu.ru.

Вклад авторов: Амелина М.А. – разработка аналитической модели и алгоритма расчёта, проведение экспериментальных исследований, конечно-элементное моделирование (ANSYS, ЛИРА-САПР), обработка и анализ данных, подготовка текста; Колчунов В.И. – постановка научной проблемы, разработка концепции и гипотез деформационной модели, научное руководство, редактирование; Федорова Н.В. – верификация результатов, оформление таблиц и иллюстраций.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The author declares no conflict of interest.

The author has approved the final version.

Статья поступила в редакцию 22.06.2026
Одобрена после рецензирования 02.07.2026
Принята к публикации 14.07.2026

The article was submitted 22.06.2026
Approved after reviewing 02.07.2026
Accepted for publication 14.07.2026