

Научная статья

ВУ НГОК ТУЕН¹, А.А. ЛИЗОГУБ²¹ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия²Брестский государственный технический университет, г. Брест, Республика Беларусь

УСТАНОВЛЕНИЕ ФОРМАТОВ БЕЗОПАСНОСТИ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОГО НЕЛИНЕЙНОГО КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО АНАЛИЗА ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИ ВНЕЗАПНОМ УДАЛЕНИИ НЕСУЩЕЙ КОЛОННЫ

Аннотация. В данном исследовании устанавливаются и оцениваются три формата безопасности для нелинейного конечно-элементного анализа, применяемого к задаче прогрессирующего разрушения железобетонной рамной конструкции в сценарии внезапного удаления несущей колонны. Рассматриваемые форматы включают: метод частных коэффициентов, метод оценки коэффициента вариации и метод общего коэффициента сопротивления. Данные форматы применяются в рамках общей методики оценки сопротивления для определения расчётной несущей способности конструкции. Три метода применяются к железобетонной рамной конструкции для сравнительного и критического анализа результатов прогнозирования несущей способности. Результаты показывают существенные различия между методами. Метод частных коэффициентов и метод общего коэффициента сопротивления, требующие единственного нелинейного конечно-элементного анализа, обеспечивают консервативную оценку несущей способности конструкции, что подтверждается полным разрушением рассматриваемой рамы в обоих случаях. Метод оценки коэффициента вариации, основанный на двух нелинейных конечно-элементных анализах со средними и характеристическими значениями прочности материалов, позволяет более детально учесть изменчивость свойств материалов. Полученные результаты демонстрируют существенное различие в перемещениях конструкции в зависимости от уровня прочности материалов.

Ключевые слова: нелинейный конечно-элементный анализ, форматы безопасности, расчётное глобальное сопротивление, железобетонные конструкции, структурная надёжность, коэффициент безопасности, прогрессирующее обрушение.

Для цитирования: Ву Нгок Туен, Лизогуб А.А. Установление форматов безопасности для динамического нелинейного конечно-элементного анализа железобетонной конструкции при внезапном удалении несущей колонны // Строительство и реконструкция. 2026. №3 (125). С. 46-59. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-125-3-46-59. EDN: IHLPLS

Research Article

VU NGOC TUYEN¹, A.A. LIZAHUB²¹ Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia² Brest State Technical University, Brest, Belarus

ESTABLISHMENT OF SAFETY FORMATS FOR DYNAMIC NONLINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS OF A REINFORCED CONCRETE STRUCTURE UNDER SUDDEN LOAD-BEARING COLUMN REMOVAL

© Ву Нгок Туен, Лизогуб А.А., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Annotation. *This study establishes and evaluates three safety formats for nonlinear finite element analysis applied to the problem of progressive collapse of a reinforced concrete frame structure under the scenario of sudden removal of a load-bearing column. The considered safety formats include the partial factor method, the method of estimating the coefficient of variation, and the global resistance factor method. These formats are applied within the framework of a global resistance assessment approach to determine the design resistance of the structure. The three methods are applied to a reinforced concrete frame structure for comparative and critical analysis of the predicted structural resistance. The results show significant differences between the methods. The partial factor method and the global resistance factor method, each requiring a single nonlinear finite element analysis, provide a conservative estimate of the structural resistance, which is confirmed by the complete collapse of the examined frame in both cases. The method of estimating the coefficient of variation, based on two nonlinear finite element analyses with mean and characteristic values of material strengths, allows for a more detailed consideration of the variability of material properties. The obtained results demonstrate a significant difference in structural displacements depending on the level of material strength.*

Keywords: *NLFEAs, Safety formats, Design global resistance, Reinforced concrete structure, Structural reliability, Safety factor, Progressive collapse.*

For citation: Vu Ngoc Tuyen, Lizogub A.A. Establishment of safety formats for dynamic nonlinear finite element analysis of a reinforced concrete structure under sudden load-bearing column removal. *Building and Reconstruction*. 2026; 3(125): 46-59. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-125-3-46-59. EDN: IHLPLS

1. Введение

Прогрессирующее обрушение является особо опасным видом разрушения высотных зданий. Оно начинается с локального отказа одного или нескольких основных несущих элементов (как правило, колонн) и распространяется на соседние элементы, что приводит к полному или частичному обрушению конструкции (1–3). Иницилирующими событиями часто служат аномальные воздействия, не учтённые стандартным проектированием, такие как взрыв газа, удар транспортного средства, пожар или террористические акты. В этом контексте сценарий внезапного удаления несущей колонны рассматривается как типичный случай для оценки сопротивляемости железобетонных рамных конструкций прогрессирующему обрушению.

Оценка надёжности конструкции при сценарии потери колонны сопряжена с трудностями, обусловленными двумя основными особенностями. Во-первых, это динамический и нелинейный характер поведения конструкции. При внезапном удалении колонны конструктивная система вынуждена перераспределять внутренние усилия в предельно короткий промежуток времени. Этот процесс активизирует ярко выраженные динамические и нелинейные эффекты, включая образование пластических шарниров, механизм сжатия свода и цепной механизм в балках и в плитах перекрытий (4). Обычные линейно-статические модели анализа не способны уловить эти эффекты, что требует применения передовых инструментов, таких как нелинейный конечно-элементный анализ. Во-вторых, способность конструкции противостоять прогрессирующему обрушению подвержена влиянию множества факторов неопределённости, которые можно разделить на два типа (5–7): случайная (алеторическая) неопределённость и эпистемическая неопределённость. Случайная неопределённость — это присущая входным параметрам случайность, которую невозможно устранить путём сбора дополнительных данных. В контексте потери колонны к таким неопределённостям относятся: естественная изменчивость прочностных свойств материалов (бетона и арматуры), расхождение между проектными и фактическими размерами, а также случайный характер действующих нагрузок (постоянных, временных и особых) в момент возникновения аварийной ситуации. Эпистемическая неопределённость проистекает из недостатка знаний или ограниченности расчётных моделей. При анализе прогрессирующего обрушения этот тип неопределённости проявляется в выборе модели материала, допущениях о граничных условиях, способности точно моделировать сложные механизмы разрушения (например, взаимодействие между бетоном и арматурой, возникновение и развитие трещин),

а также в точности используемого численного алгоритма. Для решения вышеуказанных задач в fib Model Code 2010 (8) предлагается подход, основанный на различных уровнях аппроксимации (Levels of Approximation – LoA) (9–11). Этот подход позволяет инженеру гибко выбирать уровень сложности анализа, соответствующий конкретным требованиям задачи, тем самым достигая баланса между желаемой точностью и доступными вычислительными ресурсами.

В соответствии с EN 1991-1-7 и ISO 2394:2015 оценка прогрессирующего обрушения рассматривается как часть проверки живучести (structural robustness) в аварийной расчётной ситуации. В этом контексте сценарий внезапного удаления колонны реализует стратегию Alternate Load Path (ALP-метод), при которой модифицированная система должна обеспечить перераспределение усилий и ограничение дополнительных повреждений до допустимого уровня.

На низких уровнях аппроксимации инженер может использовать упрощённые модели сопротивления, основанные на аналитических формулах или коэффициентах динамического усиления (Dynamic amplification factor – DAF), для быстрой оценки остаточной несущей способности конструкции после потери колонны. Такие модели обычно строятся на консервативных допущениях, что позволяет выполнять быструю и экономичную оценку, подходящую для стадии предварительного проектирования или для сооружений с низким уровнем ответственности. Напротив, на высоких уровнях аппроксимации инженер может применять уточнённые численные методы, такие как нелинейный конечно-элементный (12–14). Нелинейный конечно-элементный анализ позволяет детально моделировать поведение конструкции, учитывая все нелинейные свойства материалов (пластификацию стали, трещинообразование и разрушение бетона) и геометрическую нелинейность, что даёт возможность точно анализировать процесс формирования альтернативных механизмов сопротивления, таких как балочный механизм, механизм сжатого свода и цепной механизм после потери колонны. Однако применение нелинейного конечно-элементного анализа должно осуществляться в рамках согласованных форматов безопасности (safety formats) (8,15,16) для обработки источников неопределённости и обеспечения того, чтобы результаты анализа можно было надёжно использовать в проектировании.

Общая цель настоящего исследования – установление и оценка форматов безопасности для нелинейного конечно-элементного анализа, применяемого к задаче прогрессирующего обрушения железобетонной рамной конструкции в сценарии потери несущей колонны. Рассматриваемые форматы безопасности включают три метода глобального сопротивления: метод частных коэффициентов, метод оценки коэффициента вариации и метод общего коэффициента сопротивления. Для выяснения способов применения и сравнения вышеуказанных форматов безопасности построены иллюстративные примеры для одной и той же железобетонной рамной конструкции с использованием единых входных значений, что позволяет проанализировать различия в расчётных значениях сопротивления, полученных разными методами.

Результаты настоящего исследования предоставят научную основу для выбора и применения соответствующих форматов безопасности в нелинейном конечно-элементном анализе применительно к задаче прогрессирующего обрушения железобетонных рамных конструкций. Это будет способствовать повышению надёжности проектирования и поможет оптимизировать вычислительные затраты, обеспечивая эффективную поддержку инженеров в практике проектирования и оценки сооружений.

2. Модели и методы

2.1. «Локальный» и «глобальный» подходы к проектированию и оценке конструкций

Согласно обычной практике и действующим нормативным документам, проектирование или оценка новых и существующих конструкций выполняется на основе анализа поперечного сечения. Данный подход, определяемый как «локальный», основан на сравнении расчётного внутреннего усилия (E_d) с расчётным сопротивлением (R_d) (например, изгибающего момента, поперечной силы и продольного усилия) согласно неравенству $E_d \leq R_d$ (8,17,18). Обычно применяется метод предельных состояний, в котором внутренние усилия E_d оцениваются с помощью линейно-упругого анализа с учётом эффектов внешних нагрузок (при линейной суперпозиции), а сопротивление сечения R_d оценивается для рассматриваемого предельного состояния по несущей способности и деформативности. Локальный подход предполагает только проверки по поперечным сечениям каждого отдельного элемента, игнорируя фактическое глобальное поведение и постепенное перераспределение внутренних усилий в железобетонной конструкции.

Локальный анализ очень эффективен при использовании низких уровней аппроксимации (8), позволяя вводить упрощающие предположения при определении расчётной схемы конструкции, определяющих соотношений и механизмов сопротивления. Однако в контексте оценки прогрессирующего обрушения вследствие потери колонны этот подход обнаруживает множество ограничений, так как не позволяет уловить способность мобилизации альтернативных механизмов сопротивления всей конструктивной системы.

Напротив, когда оценка безопасности конструкции выполняется с использованием более высоких уровней аппроксимации (8) с применением уточнённого нелинейного анализа, глобальная способность железобетонной конструкции к перераспределению внутренних усилий при конкретном условии нагружения не может быть проигнорирована. В этом контексте использование нелинейных конечно-элементных анализов влечёт за собой применение «глобального» подхода к оценке конструкции, сравнивающего глобальное внешнее воздействие при конкретном сочетании нагрузок и глобальное сопротивление конструкции согласно уравнению:

$$F_d \leq R_d = \frac{R_{rep}}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}}, \quad (1)$$

где F_d представляет собой расчётное значение внешних воздействий, R_d – расчётное глобальное сопротивление, R_{rep} обозначает глобальное сопротивление конструкции, оцениваемое в соответствии с выбранным форматом безопасности, γ_R – глобальный коэффициент безопасности по сопротивлению, учитывающий неопределённости, связанные с присущей случайностью свойств материалов, а γ_{Rd} – глобальный коэффициент безопасности, представляющий неопределённости модели. Рекомендуемые значения коэффициента γ_{Rd} составляют: 1,0 для моделей без неопределённостей, 1,06 для моделей с низкой неопределённостью и 1,1 для моделей с высокой неопределённостью.

Перераспределение внутренних усилий, учитываемое при глобальной проверке, также является обоснованием для применения сложных нелинейных моделей, таких как нелинейный конечно-элементный анализ. Согласно рекомендациям fib Model Code 2010, в нелинейном конечно-элементном анализе значение коэффициента γ_{Rd} принимается равным 1,06. Следует подчеркнуть, что калибровка коэффициентов γ_R и γ_{Rd} является полностью некоррелированной (7), и выбор конкретного значения γ_{Rd} не влияет на вычисление γ_R . Условие проектирования согласно уравнению (1) может быть сформулировано в терминах внешних нагрузок, перемещений, вынужденных деформаций, ускорений или других воздействий окружающей среды. Различие между двумя подходами поясняется на рисунке 1.

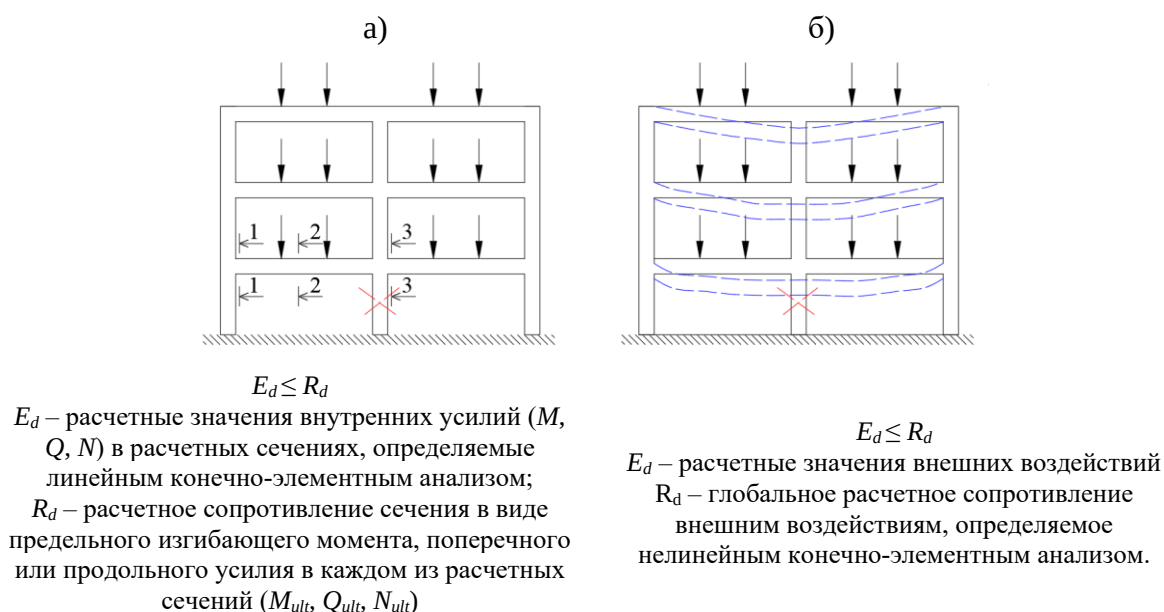


Рисунок 1 - Сравнение локального (а) и глобального (б) анализа конструкций

2.2. Форматы безопасности на основе глобального подхода для нелинейного конечно-элементного анализа

В условиях аварийных расчётных ситуаций, связанных с прогрессирующим обрушением, выбор целевого индекса надёжности требует специального обоснования. Несмотря на отсутствие единого общепринятого подхода, положения ISO 2394:2015 и результаты исследований, представленные в работе (19), указывают, что для редких иницирующих событий допустимый уровень надёжности может быть существенно ниже, чем для обычных эксплуатационных ситуаций. Это связано с крайне малой частотой возникновения иницирующего воздействия, вследствие чего условная вероятность отказа модифицированной системы допускает применение сниженного целевого индекса надёжности порядка $\beta \approx 1,5$, что заметно ниже традиционного значения $\beta = 3,8$, используемого при нормальных условиях проектирования, но требует дополнительного обоснования.

В рамках глобального подхода определение расчётного сопротивления R_d по результатам нелинейного конечно-элементного анализа должно соответствовать согласованным форматам безопасности для обработки источников неопределённости. В данном исследовании рассматриваются три различных формата безопасности, все из которых основаны на едином наборе общих предположений для обеспечения сопоставимости методов. В качестве целевого индекса надёжности принято значение $\beta = 3,8$, рекомендуемое для обычных конструкций со сроком службы 50 лет и средними последствиями разрушения, что соответствует вероятности разрушения $P_f \approx 7,2 \times 10^{-5}$. Коэффициент чувствительности FORM принят равным $\alpha_R = 0,8$, что представляет степень вклада переменной сопротивления, в данном случае максимального перемещения конструкции, в общую надёжность системы и обычно используется в предположении, что переменная сопротивления является доминирующим фактором в задаче. Коэффициент безопасности модели γ_{Rd} применяется для учёта отклонений, обусловленных ограничениями численной модели, таких как выбор модели материала, размер сетки элементов и граничные условия, по сравнению с фактическим поведением конструкции. Согласно рекомендации fib Model Code 2010 (8) для нелинейного конечно-элементного анализа, этот коэффициент принимается равным $\gamma_{Rd} = 1,06$.

2.2.1. Метод частных коэффициентов (PFM)

Метод частных коэффициентов является простейшим форматом безопасности среди рассматриваемых методов. Основная идея этого метода заключается в использовании единственного нелинейного конечно-элементного анализа со значениями прочности

материалов, пониженными путём деления характеристических значений на соответствующие частные коэффициенты безопасности. Согласно данному методу (8), расчётное сопротивление R_d определяется по формуле:

$$R_d = \frac{R_{NLFEA}(f_d)}{\gamma_{Rd}}, \quad (2)$$

где $R_{NLFEA}(f_d)$ – глобальное сопротивление конструкции, оценённое с помощью единственного нелинейного конечно-элементного анализа с использованием расчётных значений прочности материалов f_d . Расчётное значение прочности материала определяется как отношение характеристического значения f_k к соответствующему частному коэффициенту безопасности γ_m :

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}, \quad (3)$$

где γ_m – частный коэффициент безопасности, установленный в нормативных документах. Для бетона $\gamma_c = 1,5$; для арматуры $\gamma_s = 1,15$ (8) (20).

Характеристическое значение прочности материала f_k определяется как 5%-ная квантиль статистического распределения прочности материала. Это означает:

$$P(f \leq f_k) = 0,05 \text{ или } P(f > f_k) = 0,95, \quad (4)$$

где f – фактическая прочность материала (случайная величина). Простыми словами: 95% образцов имеют прочность больше или равную характеристическому значению, и только 5% образцов имеют прочность ниже этого значения.

Характеристическое значение определяется из результатов испытаний на достаточно большом количестве образцов. Предполагая, что прочность бетона подчиняется логнормальному распределению со средним значением μ и стандартным отклонением σ , то:

$$f_k = \mu \cdot \exp\left(-1,645 \cdot \sqrt{\ln(1 + V^2)}\right), \quad (5)$$

где $V = \sigma/\mu$ коэффициент вариации.

Для обычного бетона коэффициент вариации обычно находится в диапазоне 10–15%, что приводит к характеристическому значению ниже среднего примерно на 8–12 МПа. Для арматуры согласно JCSS Probabilistic Model Code рекомендуемое значение коэффициента вариации составляет 5%.

Метод PFM основан на предположении, что одновременное снижение прочности всех материалов до расчётных значений приводит к консервативной оценке несущей способности конструкции.

2.2.2. Метод оценки коэффициента вариации (ECOV)

Метод оценки коэффициента вариации (8) относится к группе форматов безопасности, основанных на определении коэффициента вариации V_R глобального сопротивления конструкции. Согласно данному методу, расчётное сопротивление R_d определяется по формуле:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}} = \frac{R_{NLFEA}(f_m)}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}}, \quad (6)$$

где R_m – сопротивление конструкции, предсказанное нелинейным конечно-элементным анализом с использованием средних значений свойств материалов ($R_m = R_{NLFEA}(f_m)$), представляющее «ожидаемую» несущую способность конструкции.

Глобальный коэффициент безопасности по сопротивлению γ_R определяется на основе предположения о логнормальном распределении общей несущей способности конструкции по формуле:

$$\gamma_R = \exp(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R), \quad (7)$$

где $\alpha_R = 0,8$ – коэффициент чувствительности FORM, $\beta = 3,8$ – целевой индекс надёжности, а V_R – коэффициент вариации распределения глобального сопротивления конструкции.

Метод оценки коэффициента вариации использует упрощённый подход, оценивая V_R на основе всего двух нелинейных конечно-элементных анализов: одного со средними значениями свойств материалов, дающего результат R_m , и одного с характеристическими значениями свойств материалов, дающего результат R_k . Коэффициент вариации определяется по формуле

$$V_R = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{R_m}{R_k} \right) = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{R_{NLFEA}(f_m)}{R_{NLFEA}(f_k)} \right), \quad (8)$$

где $R_k = R_{NLFEA}(f_k)$ представляет собой сопротивление конструкции, соответствующее характеристическим значениям свойств материалов.

Следует отметить, что перенос понятия «характеристического значения» с уровня материала на уровень глобального сопротивления конструкции не является тривиальным. Численные исследования [18] показывают, что глобальное сопротивление R_k , полученное при использовании характеристических значений прочности материалов f_{ck} , f_{yk} , как правило, соответствует квантилю порядка 1% распределения сопротивления, а не 5%, что ставит под сомнение корректность применения стандартного значения $t=1,65$ в оценке коэффициента вариации ECOV.

2.2.3. Метод общего коэффициента сопротивления (GRF)

Метод общего коэффициента сопротивления (8) (20) является ещё одним простым форматом безопасности, аналогичным методу частных коэффициентов в том смысле, что требует только одного нелинейного конечно-элементного анализа, но имеет другой подход к определению представительного значения сопротивления конструкции. Согласно этому методу, расчётное сопротивление R_d определяется по формуле:

$$R_d = \frac{R_{rep}(f_{cmd}, f_{ym})}{\gamma_{GL}}, \quad (9)$$

где γ_{GL} представляет собой глобальный коэффициент безопасности. Значение $\gamma_{GL} = 1,27$ взято из рекомендаций fib Model Code 2010 (8), что соответствует глобальному коэффициенту сопротивления γ_R в предположении $\gamma_{Rd} = 1,0$.

Представительное значение глобального сопротивления R_{rep} определяется с помощью единственного нелинейного конечно-элементного анализа с использованием значений прочности материалов, откорректированных согласно правилам метода общего коэффициента сопротивления. В частности, для арматуры используется среднее значение предела текучести $f_{ym} = 1,1 f_{yk}$, где f_{yk} – характеристический предел текучести, представляющий собой 5%-ную квантиль. Для бетона используется пониженное значение прочности на сжатие $f_{cmd} = 0,85 f_{ck}$, где f_{ck} – характеристическая прочность на сжатие, также представляющая собой 5%-ную квантиль.

3. Результаты исследования и их анализ

3.1. Нелинейные конечно-элементные анализы трёхэтажной двухпролётной железобетонной рамы

Для выполнения иллюстративных примеров трёх форматов безопасности, представленных в следующих разделах, в данном исследовании в качестве объекта анализа используется железобетонная рама. Железобетонная рама имеет размеры с высотой этажа 0,5 м и пролётом балки 1,0 м. На рисунке 1 представлена геометрическая схема трёхэтажной двухпролётной железобетонной рамы с указанием положения внезапно удаляемой колонны, которой является средняя колонна первого этажа. Геометрические и материальные характеристики железобетонной рамы подробно обобщены в таблице 1.

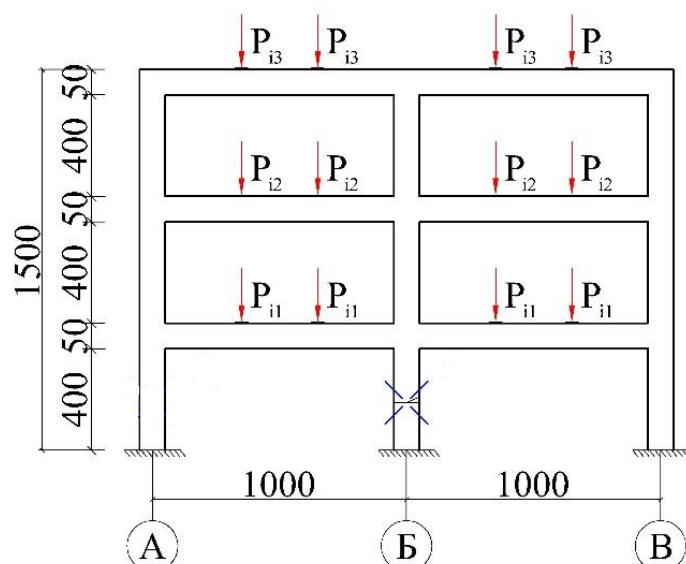


Рисунок 2 - Геометрическая схема трёхэтажной двухпролётной железобетонной рамы и положение удаляемой колонны

Таблица 1 - Геометрические и материальные характеристики железобетонной рамы

Элемент	Размеры (мм)	Бетон	Арматура	Продольная арматура	Поперечная арматура
Колонны и балки	50 × 100	C30/37	CB400-V	2Ф6	Ф1,5 с шагом 50 мм или 100 мм

Эксплуатационная нагрузка, действующая на раму, приложена в виде сосредоточенных сил, расположенных в точках на балке каждого этажа. В частности, сосредоточенная нагрузка $P_1 = 2,66$ кН приложена в четырёх точках на балке первого этажа; сосредоточенная нагрузка $P_2 = 2,16$ кН приложена в четырёх точках на балке второго этажа; на балке третьего этажа сосредоточенная нагрузка величиной $P_3 = 1,55$ кН также приложена в четырёх аналогичных точках. На рисунке 3 представлена трёхмерная конечно-элементная модель железобетонной рамы, выполненная в программном комплексе LS-DYNA.

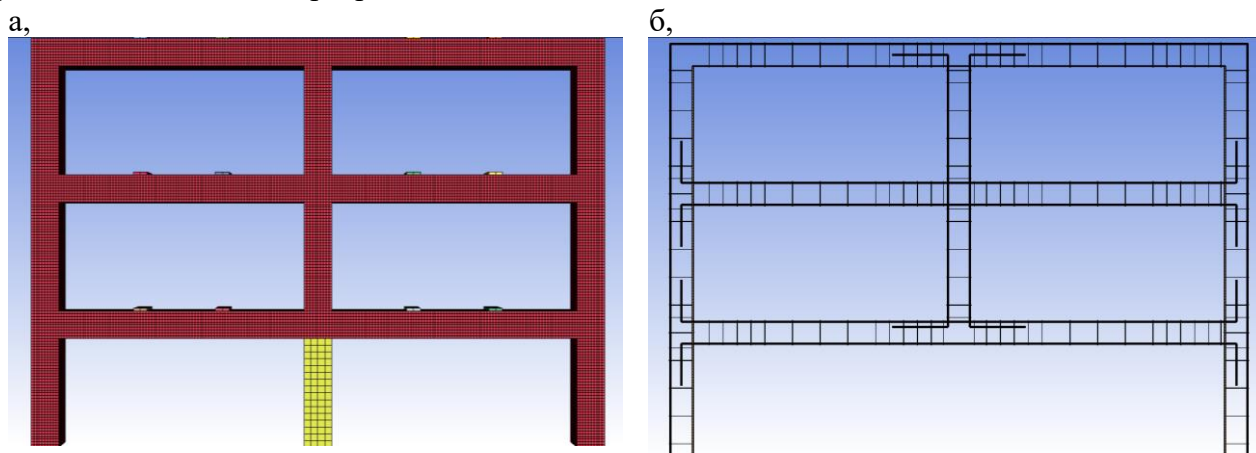


Рисунок 3 - Трёхмерная конечно-элементная модель железобетонной рамы в LS-DYNA (а) и арматурный каркас (б)

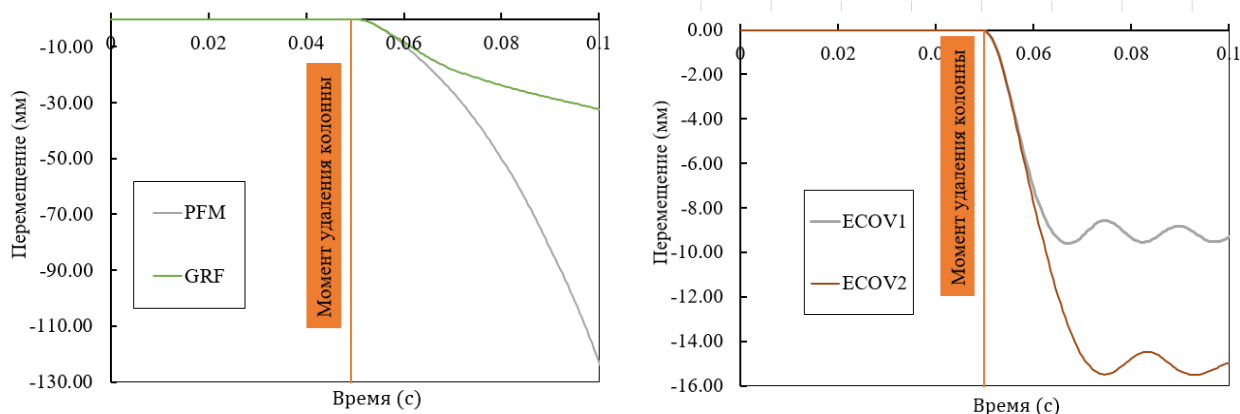
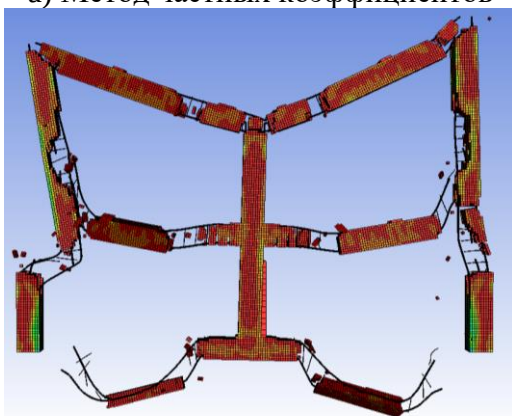


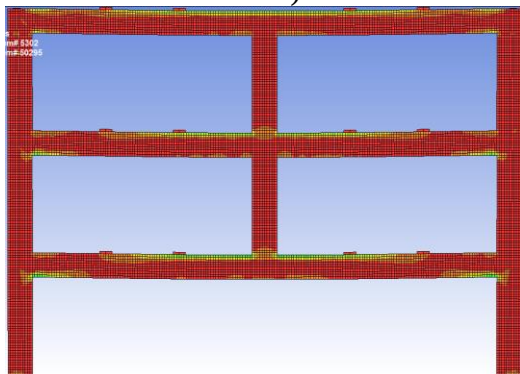
Рисунок 4 - Кривая зависимости перемещения от времени в точке над удалённой колонной: а – По PFM и GRF; б – по ECOV

Всего было выполнено четыре нелинейных конечно-элементных анализа в программном комплексе LS-DYNA с использованием детализированной конечно-элементной модели, включающей восьмиузловые объёмные элементы для бетона и двухузловые балочные элементы Хьюза – Лю для арматуры. Модель материала *MAT_CSCM использовалась для бетона, а *MAT_024 – для арматуры, с параметрами, откалиброванными в соответствии с рекомендациями fib Model Code 2010. На рисунке 4 представлена кривая зависимости перемещения от времени. На рисунке 4 представлено напряжённо-деформированное состояние железобетонной рамы в момент окончания анализа при $t = 0,15$ с.

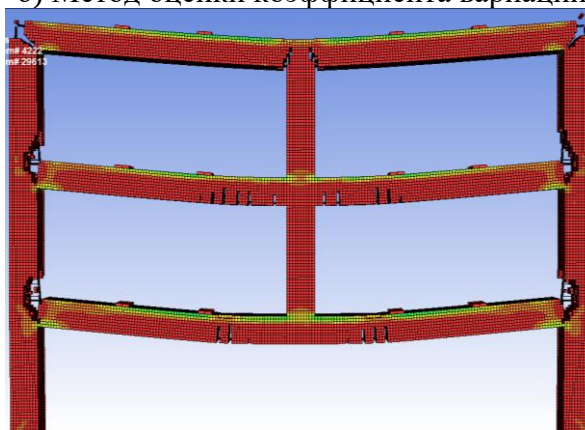
а) Метод частных коэффициентов



в) Метод общего коэффициента сопротивления ($f_{cm} = 38$ МПа, $f_{ym} = 440$ МПа)



б) Метод оценки коэффициента вариации



д) Метод общего коэффициента сопротивления ($f_{ck} = 30$ МПа, $f_{yk} = 400$ МПа)

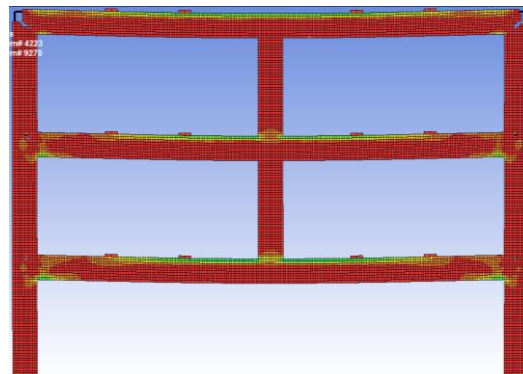


Рисунок 5 - Напряжённо-деформированное состояние железобетонной рамы в момент окончания анализа (при $t = 0,15$ с) при нелинейном конечно-элементном анализе

Входные результаты, полученные из нелинейных конечно-элементных анализов, представлены в таблице 2.

Таблица 2 - Сводка выходных результатов нелинейных конечно-элементных анализов

Метод	Входные значения	Максимальное перемещение (мм)	полупериод колебаний T/2 (с)
Метод частных коэффициентов (PFM)	$f_{cd} = 20$ МПа, $f_{yd} = 348$ МПа	-	- (разрушение)
Метод оценки коэффициента вариации (GRF)	$f_{cmd} = 25,5$ МПа, $f_{ym} = 440$ МПа	-	- (разрушение)
Метод общего коэффициента сопротивления (ECOV)	$f_{cm} = 38$ МПа, $f_{ym} = 440$ МПа	9,608	0,0170
	$f_{ck} = 30$ МПа, $f_{yk} = 400$ МПа	15,495	0,0245

3.2. Иллюстративный пример метода частных коэффициентов

Согласно методу частных коэффициентов, расчётное сопротивление R_d определяется на основе единственного нелинейного конечно-элементного анализа с использованием значений прочности материалов в расчётном состоянии. Конструкция запроектирована с применением бетона класса прочности C30/37, имеющего характеристическую прочность на сжатие $f_{ck} = 30$ МПа, и арматуры класса СВ400-V с характеристическим пределом текучести $f_{yk} = 400$ МПа. В соответствии с fib Model Code 2010 (8) и обычными нормативными документами по проектированию, частные коэффициенты безопасности для бетона и арматуры принимаются равными $\gamma_c = 1,5$ и $\gamma_s = 1,15$ соответственно. Исходя из этих значений, расчётная прочность бетона определяется как

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 30/1,5 = 20 \text{ МПа},$$

а расчётная прочность арматуры составляет:

$$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 400/1,15 \approx 348 \text{ МПа}.$$

Полученные значения $f_{cd} = 20$ МПа и $f_{yd} \approx 348$ МПа используются в качестве входных параметров для модели материала в нелинейном конечно-элементном анализе. Выполнение нелинейного конечно-элементного анализа с этими значениями показывает, что сразу после внезапного удаления средней колонны первого этажа конструкция не способна сохранять устойчивость и происходит её полное разрушение.

Данный результат отражает характерную особенность метода частных коэффициентов: одновременное снижение прочности как бетона, так и арматуры до расчётных значений приводит к прогнозированию существенного снижения несущей способности конструкции. Хотя такой подход обеспечивает абсолютную безопасность, во многих случаях он может приводить к излишне консервативной оценке.

Согласно правилам метода общего коэффициента сопротивления, представительное значение глобального сопротивления R_{rep} определяется на основе единственного нелинейного конечно-элементного анализа с использованием скорректированных значений прочности материалов. В частности, для арматуры класса СВ400-V применяется среднее значение предела текучести: $f_{ym} = 1,1 f_{yk} = 1,1 \times 400 = 440$ МПа. Для бетона класса C30/37 используется пониженное значение прочности на сжатие: $f_{cmd} = 0,85 f_{ck} = 0,85 \times 30 = 25,5$ МПа.

Выполнение нелинейного конечно-элементного анализа с этими значениями показывает, что конструкция также не способна выдержать действующую нагрузку после внезапного удаления средней колонны первого этажа, и происходит её полное разрушение.

Метод оценки коэффициента вариации требует выполнения двух нелинейных конечно-элементных анализов: один анализ с использованием средних значений прочности материалов, и второй анализ с использованием характеристических значений. Для рассматриваемой железобетонной рамы первый анализ выполняется со средней прочностью бетона и средней прочностью арматуры. Средняя прочность бетона принимается равной $f_{cm} = f_{ck} + 8 = 38$ МПа, а средняя прочность арматуры принимается равной $f_{ym} = 1,1 f_{yk} = 440$ МПа. Результаты анализа показывают, что максимальное перемещение в точке над удалённой колонной после первого полупериода колебаний составляет 9,608 мм, при этом первый полупериод колебаний $T/2 = 0,0170$ с.

Второй анализ выполняется с использованием характеристических значений прочности материалов: $f_{ck} = 30$ МПа для бетона и $f_{yk} = 400$ МПа для арматуры. Результаты анализа дают соответствующее максимальное перемещение, равное 15,495 мм, при первом полупериоде колебаний $T/2 = 0,0245$ с.

Результаты, представленные в таблице 2, показывают явные различия между методами. Что касается метода частных коэффициентов и метода общего коэффициента сопротивления, оба метода используют единственный нелинейный конечно-элементный анализ, но дают схожие результаты относительно несущей способности конструкции. В методе частных коэффициентов с одновременным использованием сильно пониженных расчётных значений прочности ($f_{cd} = 20$ МПа, $f_{yd} \approx 348$ МПа) конструкция разрушается полностью сразу после потери колонны. Метод общего коэффициента сопротивления, хотя также требует только одного нелинейного конечно-элементного анализа, использует несколько менее пониженную прочность бетона ($f_{cmd} = 25,5$ МПа) и средний уровень прочности арматуры ($f_{ym} = 440$ МПа). Результаты анализа показывают, что конструкция также подвергается полному разрушению, что свидетельствует о том, что при данном уровне нагрузки, действующей на раму, даже при использовании средних или незначительно пониженных значений прочности материалов несущая способность конструкции оказывается недостаточной для сохранения устойчивости. Это отражает консервативный характер обоих методов, которые обеспечивают абсолютную безопасность, но могут приводить к неэкономичному проектированию.

Что касается метода оценки коэффициента вариации, он требует двух нелинейных конечно-элементных анализов с использованием средних и характеристических значений прочности материалов. При использовании характеристических значений прочности материалов (более низких) конструкция даёт большие перемещения по сравнению с использованием средних значений прочности (более высоких).

4. Заключение

В настоящем исследовании рассмотрены три формата безопасности для нелинейного конечно-элементного анализа железобетонных рамных конструкций при сценарии внезапного удаления колонны: метод частных коэффициентов, метод общего коэффициента сопротивления и метод оценки коэффициента вариации. На основе выполненных анализов можно сделать следующие выводы.

Метод частных коэффициентов и метод общего коэффициента сопротивления, требующие единственного нелинейного конечно-элементного анализа, обеспечивают консервативную оценку несущей способности конструкции, что подтверждается полным разрушением рассматриваемой рамы в обоих случаях. Такой подход обеспечивает высокий уровень безопасности, однако может приводить к избыточным требованиям при проектировании и реконструкции.

Метод оценки коэффициента вариации, основанный на двух нелинейных конечно-элементных анализах со средними и характеристическими значениями прочности материалов, позволяет более детально учесть изменчивость свойств материалов. Полученные результаты демонстрируют существенное различие в перемещениях конструкции в зависимости от уровня прочности материалов. Вместе с тем анализ показал, что классическая формулировка

ECOV содержит статистические ограничения, связанные с некорректным предположением о квантильной природе величины R_k , что согласуется с выводами современных исследований.

Сопоставление результатов подчёркивает необходимость дальнейшего совершенствования форматов безопасности для NLFEA в задачах прогрессирующего обрушения. Перспективными направлениями являются: уточнение статистической модели глобального сопротивления, применение непараметрических методов на основе порядковой статистики, а также калибровка коэффициентов безопасности с учётом специфики аварийных расчётных ситуаций и фактического уровня неопределённостей численных моделей. Развитие этих подходов позволит повысить надёжность и рациональность проектных решений, обеспечивая более точную и обоснованную оценку робастности железобетонных конструкций.

5. Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда No 24-49-10010, <https://rscf.ru/project/24-49-10010/>.

Исследование выполнено в рамках гранта Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований No T23РНФМ-060.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adam J.M., Parisi F., Sagaseta J., Lu X. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century // *Engineering Structures*. 2018. № 173. С. 122–149. DOI:10.1016/j.engstruct.2018.06.082.
2. Byfield M., Mudalige W., Morison C., Stoddart E. A review of progressive collapse research and regulations // *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings*. 2014. № 8(167). С. 447–456. DOI:10.1680/STBU.12.00023.
3. Abdelwahed B. A review on building progressive collapse, survey and discussion // *Case Studies in Construction Materials*. 2019. № 11. С. e00264. DOI:10.1016/J.CSCM.2019.E00264.
4. Kang S.B., Wang S., Gao S. Analytical study on one-way reinforced concrete beam-slab sub-structures under compressive arch action and catenary action // *Engineering Structures*. 2020. № 206. С. 110032. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2019.110032.
5. Kiureghian A. Der, Ditlevsen O. Aleatory or epistemic? Does it matter? // *Structural Safety*. 2009. № 2(31). С. 105–112. DOI:10.1016/j.strusafe.2008.06.020.
6. Castaldo P., Gino D., Carbone V.I., Mancini G. Framework for definition of design formulations from empirical and semi-empirical resistance models // *Structural Concrete*. 2018. № 4(19). С. 980–987. DOI:10.1002/suco.201800083.
7. Castaldo P., Gino D., Bertagnoli G., Mancini G. Partial safety factor for resistance model uncertainties in 2D non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures // *Engineering Structures*. 2018. № 176. С. 746–762. DOI:10.1016/j.engstruct.2018.09.041.
8. Fib-federation internationale du beton. fib model code for concrete structures 2010. – John Wiley & Sons; 2013.
9. Muttoni A., Ruiz M.F. Levels-of-approximation approach in codes of practice // *Structural Engineering International: Journal of the International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE)*. 2012. № 2(22). С. 190–194. DOI:10.2749/101686612X13291382990688.
10. Mancini G., Carbone V.I., Bertagnoli G., Gino D. Reliability-based evaluation of bond strength for tensed lapped joints and anchorages in new and existing reinforced concrete structures // *Structural Concrete*. 2018. № 3(19). С. 904–917. DOI:10.1002/suco.201700082.
11. Cervenka V. Reliability-based non-linear analysis according to fib Model Code 2010 // *Structural Concrete*. 2013. № 1(14). С. 19–28. DOI:10.1002/SUCO.201200022.
12. fib Bulletin N°45: Practitioner's guide to finite element modelling of reinforced concrete structures – State of the art report, Lausanne; 2008.
13. NIST GCR 17-917-46v3. Guidelines for Nonlinear Structural Analysis for Design of Buildings, U.S. Department of Commerce, Engineering Laboratory National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, USA; 2017.
14. Pham A.T., Tan K.H., Yu J. Numerical investigations on static and dynamic responses of reinforced concrete sub-assemblages under progressive collapse // *Engineering Structures*. 2017. № 149. С. 2–20. DOI:10.1016/j.engstruct.2016.07.042.
15. Allaix D.L., Carbone V.I., Mancini G. Global safety format for non-linear analysis of reinforced concrete structures // *Structural Concrete*. 2013. № 1(14). С. 29–42. DOI:10.1002/suco.201200017.

16. Castaldo P., Gino D. M.G. Safety formats for non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures: discussion, comparison and proposals // *Engineering Structures*. 2019. № 193. C. 136–153. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2019.05.029.
17. CEN Comité Européen de Normalisation. EN 1990: Eurocode - basis of structural design. Brussels (Belgium): CEN; 2002.
18. Castaldo P., Gino D., Bertagnoli G., Mancini G. Partial safety factor for resistance model uncertainties in 2D non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures // *Engineering Structures*. 2018. № 176. C. 746–762. DOI:10.1016/j.engstruct.2018.09.041.
19. Tur A., Tur V., Derechennik S., Lizahub A. An innovative safety format for structural system robustness checking // *Budownictwo i Architektura / Civil and Architectural Engineering*. 2020. № 4(19). C. 067–079. DOI:10.35784/BUD-ARCH.2133.
20. CEN Comité Européen de Normalisation. EN 1992-1-1: Eurocode 3: design of concrete structures – Part 1–1: general rules and rules for buildings. Brussels (Belgium): CEN; 2004.

REFERENCES

1. Adam J.M., Parisi F., Sagaseta J., Lu X. Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21st century. *Engineering Structures*. 2018. No. 173. Pp. 122–149.
2. Byfield M., Mudalige W., Morison C., Stoddart E. A review of progressive collapse research and regulations. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings*. 2014. Vol. 167. No. 8. Pp. 447–456.
3. Abdelwahed B. A review on building progressive collapse, survey and discussion. *Case Studies in Construction Materials*. 2019. No. 11.
4. Kang S.B., Wang S., Gao S. Analytical study on one-way reinforced concrete beam-slab sub-structures under compressive arch action and catenary action. *Engineering Structures*. 2020. No. 206.
5. Kiureghian A. Der, Ditlevsen O. Aleatory or epistemic? Does it matter?. *Structural Safety*. 2009. Vol. 31. No. 2. Pp. 105–112.
6. Castaldo P., Gino D., Carbone V.I., Mancini G. Framework for definition of design formulations from empirical and semi-empirical resistance models. *Structural Concrete*. 2018. Vol. 19. No. 4. Pp. 980–987.
7. Castaldo P., Gino D., Bertagnoli G., Mancini G. Partial safety factor for resistance model uncertainties in 2D non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures. *Engineering Structures*. 2018. No. 176. Pp. 746–762.
8. Fib-federation internationale du beton. fib model code for concrete structures 2010. – *John Wiley & Sons*; 2013.
9. Muttoni A., Ruiz M.F. Levels-of-a pproximation approach in codes of practice. *Structural Engineering International: Journal of the International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE)*. 2012. Vol. 22. No. 2. Pp. 190–194.
10. Mancini G., Carbone V.I., Bertagnoli G., Gino D. Reliability-based evaluation of bond strength for tensed lapped joints and anchorages in new and existing reinforced concrete structures. *Structural Concrete*. 2018. Vol. 19. No. 3. Pp. 904–917.
11. Cervenka V. Reliability-based non-linear analysis according to fib Model Code 2010. *Structural Concrete*. 2013. Vol. 14. No. 1. Pp. 19–28.
12. fib Bulletin No 45: Practitioner's guide to finite element modelling of reinforced concrete structures – *State of the art report, Lausanne*; 2008.
13. NIST GCR 17-917-46v3. Guidelines for Nonlinear Structural Analysis for Design of Buildings, U.S. Department of Commerce, Engineering Laboratory National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, USA; 2017.
14. Pham A.T., Tan K.H., Yu J. Numerical investigations on static and dynamic responses of reinforced concrete sub-assemblages under progressive collapse. *Engineering Structures*. 2017. No. 149. Pp. 2–20.
15. Allaix D.L., Carbone V.I., Mancini G. Global safety format for non-linear analysis of reinforced concrete structures. *Structural Concrete*. 2013. Vol. 14. No. 1. Pp. 29–42.
16. Castaldo P., Gino D. M.G. Safety formats for non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures: discussion, comparison and proposals. *Engineering Structures*. 2019. No. 193. Pp. 136–153.
17. CEN Comité Européen de Normalisation. EN 1990: Eurocode - basis of structural design. *Brussels (Belgium): CEN*; 2002.
18. Castaldo P., Gino D., Bertagnoli G., Mancini G. Partial safety factor for resistance model uncertainties in 2D non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures // *Engineering Structures*. 2018. № 176. C. 746–762. DOI:10.1016/j.engstruct.2018.09.041.
19. Tur A., Tur V., Derechennik S., Lizahub A. An innovative safety format for structural system robustness checking. *Budownictwo i Architektura / Civil and Architectural Engineering*. 2020. Vol. 19. No. 4. Pp. 067–079.
20. CEN Comité Européen de Normalisation. EN 1992-1-1: Eurocode 3: design of concrete structures – Part 1–1: general rules and rules for buildings. *Brussels (Belgium): CEN*; 2004.

Сведения об авторах:

Ву Нгок Туен, кандидат технических наук, доцент кафедры фундаментального образования, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия. Scopus ID: 57215934802, SPIN-код: 5948-4496, <https://orcid.org/0000-0001-5755-8345>. Email: WuNgokTuen@gic.mgsu.ru.

Лизогуб Александр Александрович, магистр технических наук, старший преподаватель кафедры теоретической и прикладной механики, УО «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Беларусь. Scopus ID: 57220836043, SPIN-код: нет, <https://orcid.org/0000-0002-8896-0246>. Email: p_332_14lizogub@mail.ru.

About the authors:

Vu Ngoc Tuyen, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Fundamental Education, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia. Scopus ID: 57215934802, SPIN-code: 5948-4496, <https://orcid.org/0000-0001-5755-8345>. Email: WuNgokTuen@gic.mgsu.ru.

Aliaksandr Al. Lizahub, Master of Engineering Sciences, Senior Lecturer of the Department of Theoretical and Applied Mechanics, Brest State Technical University, Brest, Belarus. Scopus ID: 57220836043, SPIN-code: none, <https://orcid.org/0000-0002-8896-0246>. Email: p_332_14lizogub@mail.ru.

Вклад авторов: **Ву Нгок Туен** — концепция исследования, разработка зависимостей аналитической модели, подготовка рисунков, подготовка конечноэлементной модели, научное редактирование; **Лизогуб А.А.** — разработка зависимостей аналитической модели, верификация

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы утвердили окончательный вариант статьи.

The authors declare no conflict of interest.

The authors have approved the final version.

Статья поступила в редакцию 30.05.2026

Одобрена после рецензирования 03.06.2026

Принята к публикации 14.06.2026

The article was submitted 30.05.2026

Approved after reviewing 03.06.2026

Accepted for publication 14.06.2026