

Научная статья

ВЛ. И. КОЛЧУНОВ^{1,2}¹Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Россия² Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук (НИИСФ), г. Москва, Россия

ПРЕДСТАВИТЕЛЬНЫЙ ОБЪЕМ ХАРАКТЕРНЫХ ЗОН НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В МЕХАНИКЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

Аннотация. В статье представлен инструментарий создания расчетных моделей сопротивления железобетона, основанный на понятиях «представительный объем» и «характерная зона». В основу инструментария положена идея моделирования характерных по виду напряженного состояния зон конструкции в виде составной полоски-призмы, которые описываются представительным для рассматриваемого вида напряженного состояния объемом, в том числе при изменяемых в процессе нагружения силовых потоках из-за раскрытия-закрытия трещинами и, соответственно, изменения жесткостей представительного объема по трем направлениям координатных осей. Предлагаемая модель позволяет определять сопротивление железобетонной конструкции с различными видами напряженного состояния в характерных зонах деформируемого пространства с учетом вида бетона, классов арматуры и удельных весов их площадей, а также с учетом установленного автором деформационного эффекта при раскрытии трещин на основе функционала механики разрушения с использованием двухконсольного элемента (ДКЭ).

Ключевые слова: гипотезы, принципы, железобетон, эффект железобетона, двухконсольный элемент, изотропная среда, раскрытие - закрытие трещин, жесткость.

Для цитирования: Колчунов Вл.И. Представительный объем характерных зон напряженного состояния в механике железобетона // Строительство и реконструкция. 2026. №3 (125). С. 17-26. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-125-3-17-26. EDN: KGYKAW

Research Article

VL. I. KOLCHUNOV^{1,2}¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University),
Moscow, Russia²Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences,
Moscow, Russia

REPRESENTATIVE VOLUME OF CHARACTERISTIC ZONES OF THE STRESS-STRAIN STATE IN THE MECHANICS OF REINFORCED CONCRETE

Abstract. The article presents tools for creating computational models of reinforced concrete resistance based on the concepts of "representative volume" and "characteristic zone". The tools are based on the idea of modeling zones of a structure characteristic of the type of stress state in the form of a composite strip-prism, which are described by a volume representative of the considered type of stress state, including under load-varying force flows due to crack opening-closing, shear cracks, changes in distances between main cracks, and, accordingly, changes in the stiffness of the representative volume along the three axes.

©Колчунов Вл.И., 2026



Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the
Creative Commons NonCommercial license <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

The proposed model allows determining the resistance of a reinforced concrete structure with various types of stress states in characteristic zones of the deformable space, considering the type of concrete, reinforcement classes, and specific weights of their areas, as well as considering the deformation effect during crack opening established by the author based on the fracture mechanics functional using a double-cantilever element (DCE).

Keywords: reinforced concrete, representative volume, characteristic zone, double-cantilever element, fracture mechanics, crack opening, deformation effect, stiffness.

For citation: Kolchunov V.I. Representative volume of characteristic zones of the stress-strain state in the mechanics of reinforced concrete. *Building and Reconstruction*. 2026; 3(125): 17-26. DOI: 10.33979/2073-7416-2026-125-3-17-26. EDN: KGYKAW

1. Введение

Применяемые в настоящее время в программных комплексах физические модели железобетона построены на диаграммных методах, которые положены в основу расчета железобетонных конструкций методом конечных элементов. Они далеко не всегда адекватно отражают реальное деформирование железобетонных конструкций, тем более с учетом новых физических явлений, устанавливаемых экспериментально с использованием современного инструментария исследований [1]. В этой связи развитие аналитических методов расчета железобетонных конструкций остается важным направлением не только для наглядного качественного анализа их напряженного состояния при различных воздействиях, но и для объяснения новых физических явлений в деформировании, трещинообразовании и разрушении железобетонных конструкций, в том числе из новых видов бетона и арматуры.

За последние два-три десятилетия разработан и нашел применение в практике проектирования ряд новых аналитических моделей теории железобетона. В этом контексте можно отметить расчетные модели, предложенные В.М. Бондаренко и Вл.И. Колчуновым [2], А.Б. Голышевым [3], Н.И. Карпенко и С.Н. Карпенко [4, 5], В.С. Федоровым и Х.З. Башировым [6], В.В. Туром [7], О.В. Кабанцевым [8], О.Г. Кумпяком и З.Р. Галяутдиновым [9], С.Б. Крыловым [10], С.Ю. Савиным [11], Khaldoun Rahal [12], K.N. Rahal [13], A. Faron и G.A. Rombach [14] и др., основанные на всестороннем анализе экспериментально установленных новых физических явлений в железобетоне при различных видах воздействий. В этих работах дан глубокий анализ физических явлений сопротивления железобетона (так называемых ФМС [15, 16]) при различных видах трещин и напряженно-деформированного состояния с позиций параметров предельных состояний первой и второй групп. В исследованиях [15-17] использованы более совершенная приборная база и инструменты для определения параметров сложноподвижного деформирования при трещинообразовании, раскрытии и развитии трещин, их ориентации, оценке расстояний между трещинами.

Целью данной статьи является обобщение модели «представительного объема» [18] для характерных зон сложного напряженного состояния железобетонных конструкций с использованием инструментария механики разрушения [19].

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Развить инструментарий «представительного объема» для пространственного напряженного состояния.
2. Построить модель двухконсольного элемента (ДКЭ) для сложноподвижной зоны.
3. Получить соотношения, связывающие перемещения арматуры и параметры раскрытия трещины.

2. Модели и методы

Построение расчетной модели сложноподвижного железобетонного элемента базируется на сформулированных автором базовых принципах механики железобетона [20], направленных на сближение физических процессов деформирования (выявляемых экспериментально), традиционных расчетных моделей и моделей механики разрушения.

Предлагаемый инструментарий основан на понятиях «представительный объем» и «характерная зона» и базируется на идее создания блочных физических моделей сопротивления железобетона в сочетании с энергетическим подходом механики разрушения. В сложнапряженной зоне конструкции выделяется характерный представительный объем: в виде полоски — для плоского напряженного состояния, или призмы — для объемного напряженного состояния. Напряженное состояние в представительном объеме в окрестности нерегулярной или единичной трещины моделируется соответственно плоским или сложнапряженным двухконсольным элементом (ДКЭ). С использованием модели ДКЭ установлена функциональная связь формы профиля трещины с физической сущностью явления в виде деформационного эффекта [2,3,20] и развита в докторских диссертациях учеников автора И.А. Яковенко и А.И. Демьянова.

Рассмотрим приложение этого инструментария к моделированию сопротивления железобетонной конструкции при сложном напряженном состоянии и образовании пространственных трещин. Армирование представительного объема представлено стержнями трех направлений по осям x, y, z с соответствующими удельными весами площадей и классами рабочей арматуры.

Раскрытие статической неопределимости ДКЭ выполняется преобразованием функционала механики разрушения вида (1) при раскрытии трещины:

$$\zeta_{bu} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\delta W - \delta V}{\delta A} \right) = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \left(\frac{dW - dV}{dA} \right) =$$

$$= \left(\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^k f_{P,j,k,u}(\varepsilon_i, \sigma_i) - f_{V,u}(\varepsilon_i, \sigma_i) \right) \left(P^2 \frac{\partial C}{\partial A} - 2 \cdot C P \frac{\partial P}{\partial A} \right). \quad (1)$$

где ζ_{bu} — удельная поверхность образования трещины; δV — уменьшение потенциальной энергии тела при продвижении трещины; δW — дополнительная работа; δA — приращение площади трещины; C — податливость; P — усилие в ДКЭ.

Определение параметров раскрытия берегов трещины пространственного ДКЭ производится на энергетической основе функционала (1). Геометрические размеры ДКЭ и параметры трещины ($a_{crc,max,i}$) по координатным осям, растягивающие (σ_{bt}) и сжимающие ($\sigma'_{bt,i}$) напряжения, касательные напряжения по берегам трещины ($\tau_g + \tau_t$) и в зоне контакта с арматурой приведены на рисунке 1. Согласно физическому процессу раскрытия трещины с учетом деформационного эффекта (искривление профиля берегов), последовательно рассматривая равновесие для усилий в сечении, определяется напряженно-деформированное состояние в ДКЭ. Процедура вычисления параметров аналогична приведенной в [1].

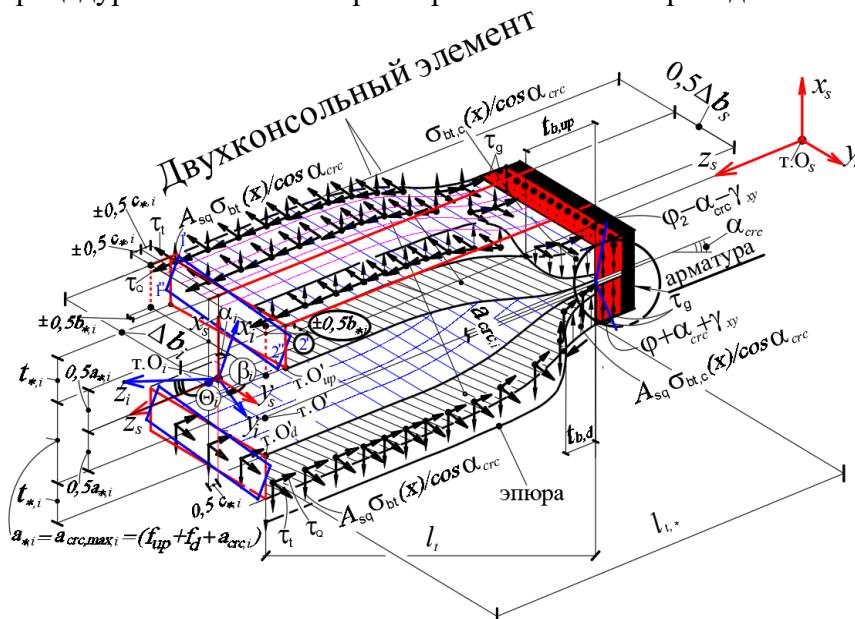
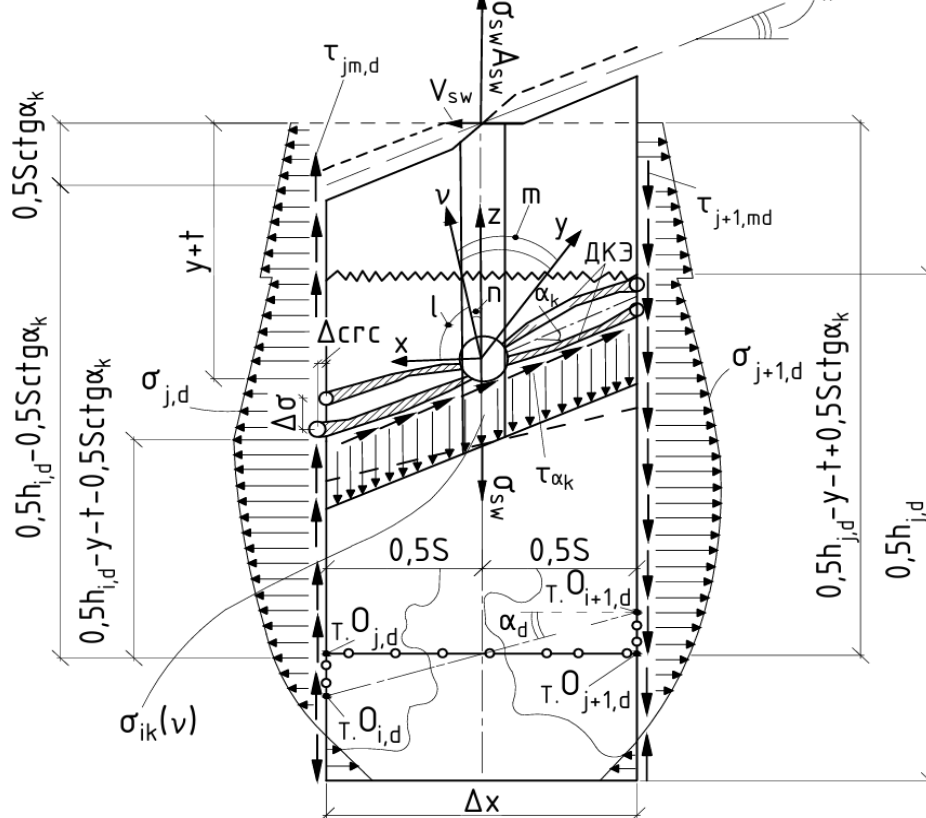


Рисунок 1 - Схема сложнапряженного двухконсольного элемента (ДКЭ) в зоне пространственной трещины

Согласно рассматриваемому физическому процессу, общая уровневая модель для анализа сопротивления стержневых систем строится расчленением их на подконструкции второго уровня [1, 2]. Методом декомпозиции для отдельных подконструкций выделяется представительный объем в зоне с характерным напряженным состоянием (например, зона с наклонными трещинами при совместном действии момента и поперечной силы или зона с пространственными трещинами при кручении с изгибом).

$$\alpha_k$$


Раскрытие трещины определяется через

Составляющие перемещений арматурного стержня в трещине (рис. 3, а) определяются в функции от деформаций арматуры ε_s и бетона ε_b на участках между трещинами $l_{crc,i}$:

$$u_{gi} = (\varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{b,i}) \cdot l_{crc,i} = (\varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{b,i}) \cdot \frac{0,5l_{crc}}{\sin(\alpha + \beta)}. \quad (2)$$

Значение расстояния между смежными трещинами l_{crc} (или условное расстояние при единичной трещине) определяется по формуле [16]:

$$l_{crc} = 2 \cdot \frac{\ln B_4 - B \cdot t_*}{-B}, \quad (3)$$

где B, B_4, t_* — параметры, учитывающие нарушение сплошности бетона, геометрические характеристики сечения и сцепление арматуры с бетоном [16].

Составляющие перемещений в трещине во взаимно ортогональных направлениях u_{gz} и u_{gx} (рис. 3, а) связаны соотношением:

$$v_{gi} = u_{gz} \cdot \cos \beta_i - u_{gx} \cdot \sin \beta_i. \quad (4)$$

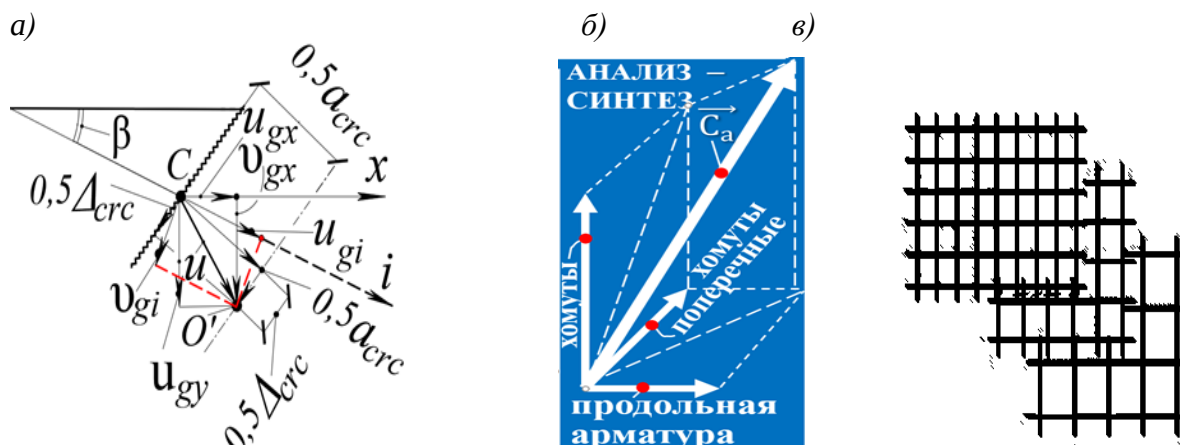


Рисунок 3 - Схема перемещений в трещине во взаимно ортогональных направлениях u_{gz} и u_{gx} (а), главные векторы $\vec{C}_a$ для армирования (б) и схема объемного армирование железобетона (в)

Косинус угла β главного вектора усилия в рабочей арматуре определяемый нормальными $\sigma_{s,i}$ и касательными $\tau_{s,i}$ напряжениями в стержне функционально связан с перемещениями u_{gi}, v_{gi} :

$$\cos \beta = f(l_{crc,i}, u_{g,i}, v_{g,i}). \quad (5)$$

Из зависимостей (2), (4) получаем:

$$u_{gi} = u_{gx} \cdot \cos \beta_i + u_{gy} \cdot \sin \beta, \quad (6)$$

а также через деформационное соотношение сразу, по формуле (2), находится параметр u_{gi} и расстояние между трещинами $l_{crc,i}$ (5). Поэтому при вычислении параметра u_{gi} по формулам (6) и (5) не требуются дополнительные итерации для определения податливости от смятия бетона.

Из представленных уравнений определяется главный вектор смещения арматуры в трещине, связывающий перемещения u_{gi}, v_{gi} с углом β и расстояниями между трещинами l_{crc} .

По аналогии с рассмотренной плоской задачей может быть записана связь в характерном представительном объеме между взаимно ортогональными перемещения i -го направления в трещине u_{gi} связанных между собой и с раскрытием берегов трещины a_{crc} и сдвигом в трещине Δ_{crc}

$$0.5 \cdot a_{crc} = u_{gy} \cdot \cos \alpha + u_{gx} \cdot \sin \alpha (i \neq x, z); \quad (7)$$

$$0.5 \cdot \Delta_{crc} = u_{gy} \cdot \sin \alpha - u_{gx} \cdot \cos \alpha (i \neq x, z). \quad (8)$$

Для косинуса угла β главного вектора усилия C_a в арматуре при объемном армировании элемента рабочей арматурой (сетками) связанного с нормальными $\sigma_{s,i}$ и касательными $\tau_{s,i}$ напряжениями для арматуры в трещинах и с величинами перемещений u_{gi} , v_{gi} , получено (рисунок 3б,в):

$$\cos \beta = 0,5A_\beta \pm \sqrt{(0,5A_\beta)^2 - B_\beta}, \quad (9)$$

где $A_\beta = 2u_{gi}, v_{gz} / (U_{gx}^2 + U_{gz}^2)$; $B_\beta = (v_{gi}^2 - U_{gx}^2) / (U_{gx}^2 + U_{gz}^2)$.

Связь между v_{gi} и углом β (или θ - в ортогональном направлении) опираясь на экспериментальные исследования можно записать в виде:

$$v_{gi} = k_{sup} \cdot R_{sup} = k_{sup}(Q_s + N_s \cdot tg\beta + P_i) \cdot \eta. \quad (10)$$

Здесь k_{sup} - функции податливости стержней сдвигу на длине, равной расстоянию l_{crc} , определяемая по величине площади поперечного сечения и периметра стержня, пересекающего трещину на некотором малом отрезке u_{gi} и v_{gi} конечных размеров; η - коэффициент для обобщенной реакции R_{sup} арматурного стержня на некотором малом отрезке u_{gi} и v_{gi} .

Среднее значение продольного N_{sm} и поперечного усилия $Q_{s,m}$ передаваемого с растянутого бетона на рабочую продольную или поперечную арматуру вычисляется через общий параметр В.И. Мурашева ψ_s или $\psi_{s,sw}$.

$$N_{s,m} = \varepsilon_s \cdot \psi_s \cdot E_s \cdot A_s = N_s \cdot \psi_s; \quad (11)$$

$$Q_{s,m} = \varepsilon_s \cdot \psi_{Q,s} \cdot E_s \cdot A_s. \quad (12)$$

Эти значения усилий используются в модели второго уровня [1,2,3] определяющей учет деформационного эффекта железобетона через значение среднего продольного усилия $N_{s,m,sum}$ в рабочей арматуре и поперечного усилия $Q_{s,m}$ определяющего местный нагельный эффект. Модель **второго** уровня представлена арматурным стержнем с двумя защемленными или податливыми концами при поворотах заделок на угол $\Delta\varphi_{i,m}$ от действия поперечного усилия $Q_{s,m}$, раскрытия ($a_{crc,s}$) и сдвига (Δ_{crc}) берегов трещины.

Полученная зависимость (10) определяет прямую и обратную связь перемещений стержней арматуры u_{gi} и v_{gi} с раскрытием (a_{crc}) и сдвигом (Δ_{crc}) берегов трещины и с максимальной амплитудой раскрытия трещины ($0.5a_{crc}$ и $0.5\Delta_{crc}$). В итоге, представительный объем в виде полоски-призмы и двухконсольного элемента позволяют объединить зависимости нелинейных моделей сопротивления и механики разрушения железобетона,

используя идею суперпозиции главного вектора $\vec{B}$, объединяющего главные векторы - армирования $\vec{C}_a$, бетона $\vec{C}_b$, тензор перемещений железобетона $\vec{U}_{ндс}$.

Для составляющих главного вектора армирования (продольной арматуры, вертикальных и ортогональных им хомутов) используя теорему Пифагора в пространственной постановке можно записать (см.рис. 3,б):

$$(C_a)^2 = (\theta_x \cdot C_{a,x})^2 + (\theta_y \cdot C_{a,y})^2 + (\theta_z \cdot C_{a,z})^2.. \quad (13)$$

Здесь $\vec{C}_a$ - главный вектор армирования (каркасы и сетки) в арматуре пересекающей трещину с учетом коэффициентов удельных весов арматуры $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ их классов и их площадей; $C_{a,x}, C_{a,y}, C_{a,z}$ - проекции вектора перемещений (напряжений) рабочей арматуры (продольной арматуры, вертикальных и ортогональных им хомутов) пересекающей трещину.

Аналогично, для составляющих главного вектора перемещений (напряжений) рабочей арматуры $C_{a,\sigma}^2, (C_{a,\tau})^2$ и тензоров бетонной матрицы $(C_{b,\sigma})^2, (C_{b,\tau})^2$, а также вектора напряженно - деформированного состояния железобетона $(C_{\Sigma,ндс})^2$ можно записать

$$C_{a,\sigma}^2 + (C_{a,\tau})^2 + (C_{b,\sigma})^2 + (C_{b,\tau})^2 = (C_{\Sigma,ндс})^2. \quad (14)$$

В результате деформации армированного представительного объема железобетона для сложнапряженной зоны в направлении i -той оси могут быть выражены соотношением:

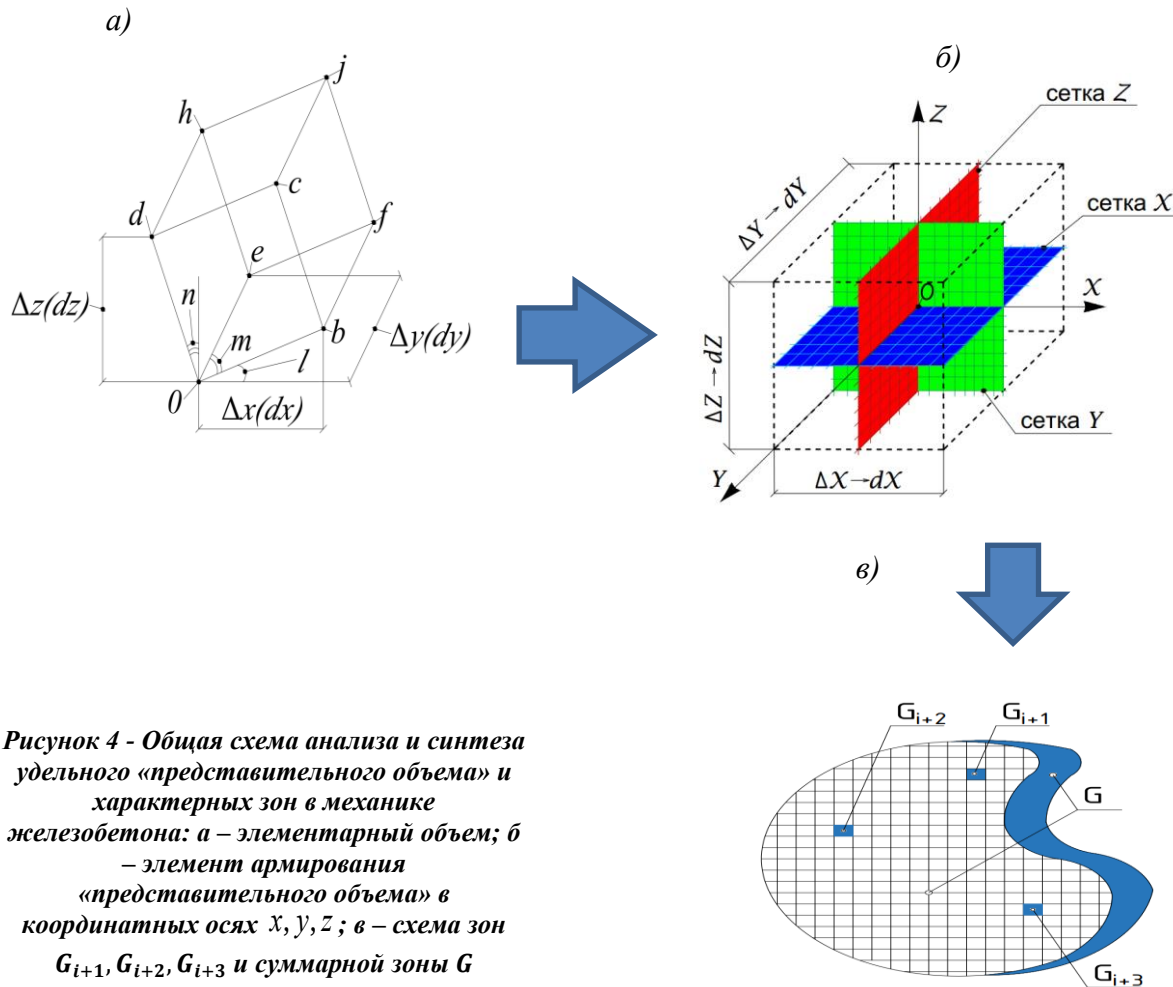
$$\varepsilon_{Vжб}^2 = \left(\frac{C_{a,\sigma}}{E_{s,\sigma} \cdot \mu_{a,\sigma}}\right)^2 + \left(\frac{C_{a,\tau}}{E_{s,\tau} \cdot \mu_{a,\tau}}\right)^2 + \left(\frac{C_{b,\sigma}}{E_b(\lambda)}\right)^2 + \left(\frac{C_{b,\tau}}{E_b(\lambda)}\right)^2, \quad (15)$$

где, $C_{a,\sigma}^2, (C_{a,\tau})^2$ – составляющие вектора перемещений (напряжений) для рабочей арматуры; $C_{a,\sigma}^2, (C_{a,\tau})^2$ – составляющие тензора бетонной матрицы для представительного объема железобетона; $E_{s,\sigma}, E_{s,\tau}$ – модули упругости арматуры; $\mu_{a,\sigma}, \mu_{a,\tau}$ - коэффициент объемного армирования в направлении i - той оси для представительного объема; $E_b(\lambda)$ - модуль деформаций бетона.

Используя соотношения между направляющими косинусами по трем взаимно ортогональным направлениям из аналитической геометрии для удельных весов арматуры, их классов и их площадей получено:

$$\beta(u_{gx}, u_{gz})^2 + \theta(u_{gx}, u_{gy})^2 + \varsigma(u_{gy}, u_{gz})^2 = 1. \quad (16)$$

В итоге установлены связанные между собой параметры перемещений стержней арматуры u_{gi} и u_{gi} и смятого бетона в трещине с раскрытием a_{crc} и сдвигом Δ_{crc} берегов трещин. Три составляющие главного вектора $\vec{C}$ связаны с углами β, θ и ς в зависимости от ширины раскрытия трещин, и расстояний между трещинами l_{crc} (см. формулу 5). Тогда общая схема анализа и синтеза удельного «представительного объема» в железобетоне с различными классами рабочей арматуры и коэффициентами их удельных весов, классами бетонов и коэффициентами удельных весов $\theta_{b,i}$ и их площадей, при различных видах напряженно - деформированного состояния в элементе представительного объема с различными уровнями внутренней и внешней энергии может прить представлена рисунком 4. Приведенная здесь схема иллюстрирует связь внутреннего и внешнего состояний для удельного «представительного объема», с учетом коэффициентов удельных весов площадей арматуры, ее классов и вида напряженно – деформированного состояния в железобетоне.



4. Заключение

1. Развита инструментарий создания расчетных моделей сопротивления железобетона с трещинами различных типов, основанный на понятиях «представительный объем» и «характерная зона». Инструментарий позволяет строить модели сопротивления для характерных зон железобетонной конструкции сплошного или составного сечения при различных видах напряженного состояния с различными типами трещин, а также с учетом изменения жесткостей представительного объема по координатным осям трех направлений.

2. Моделирование раскрытия берегов трещины и определение жесткости сечений в зависимости от вида напряженного состояния в конструкции выполнено на энергетической основе с использованием функционала механики разрушения для плоского или пространственного двухконсольного элемента (ДКЭ). Параметры двухконсольного элемента определяются с учетом деформационного эффекта в зоне пересечения трещины арматурным стержнем из уравнений статики для двухконсольного элемента при изменении функционала механики разрушения от раскрытия трещины.

3. Для представительного объема получена зависимость, устанавливающая прямую и обратную связь перемещений стержней арматуры в трещине с раскрытием и сдвигом берегов трещины позволяющая объединить зависимости нелинейных моделей деформирования и механики разрушения железобетона используя идею суперпозиции главного вектора объединяющего главные векторы армирования, тензор бетонной матрицы и тензор вектора перемещений железобетона для представительного объема.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колчунов В.И., Федоров В.С. Понятийная иерархия моделей в теории сопротивления строительных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 8. С. 16-23.
2. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 472 с.
3. Голышев А.Б., Колчунов В.И. Сопротивление железобетона. К.: Основа, 2009. 432 с.
4. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 410 с.
5. Карпенко С.Н. О построении общего расчета железобетонных плоских конструкций в конечных приращениях // Бетон и железобетон. 2005. № 3. С. 22-26.
6. Баширов Х.З., Колчунов В.И., Федоров В.С., Яковенко И.А. Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений. М.: Изд-во АСВ, 2017. 247 с. ISBN 978-5-4323-02007.
7. Тур В.В., Кондратчик А.А. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил. 2000. 400 с.
8. Кабанцев О.В., Крылов С.Б., Трофимов С.В. Методика экспериментальных исследований прочности толстых железобетонных плит при действии продавливающей нагрузки // Строительство и реконструкция. 2025. № 4. С. 22-40. DOI: 10.33979/2073-7416-2025-120-4-22-38.
9. Кумпак О.Г., Галаяудинов З.Р., Галаяудинов Д.Р. Влияние распора на прочность железобетонных балок на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2023. № 1(769). С. 5-16. DOI: 10.32683/0536-1052-2023-769-1-5-16.
10. Крылов С.Б., Арленинов П.Д. Достоинства и недостатки нелинейной деформационной модели при расчёте прочности железобетонных конструкций // Известия КГАСУ. 2025. № 2(72). С. 124-132. DOI: 10.48612/NewsKSUAЕ/72.11. EDN: GWHFAZ.
11. Савин С.Ю. Уровни напряженно-деформированного состояния конструкций железобетонных рам при аварийных воздействиях // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2025. № 6. С. 5-21. DOI: 10.32683/0536-1052-2025-798-6-5-21.
12. Khaldoun Rahal. Combined Torsion and Bending in Reinforced and Prestressed Concrete beams Using Simplified Method for Combined Stress-Resultants // ACI Structural Journal. 2007. Vol. 104. No. 4. Pp. 402–411.
13. Rahal K.N. A unified approach to shear and torsion in reinforced concrete // Structural Engineering and Mechanics. 2021. Vol. 77. No. 5. Pp. 691-703. DOI: 10.12989/sem.2021.77.5.691.
14. Faron A., Rombach G.A. Simulation of crack growth in reinforced concrete beams using extended finite element method // Engineering Failure Analysis. 2020. Vol. 116. 104698.
15. Колчунов В.И. Метод расчетных моделей сопротивления для железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2023. Т. 19. № 3. С. 261-275.
16. Kolchunov V.I., Fedorova N.V., Savin S.Y., Moskovtseva V.S. Analytical Model of Crack Opening in Reinforced Concrete Structures Based on DCE // Buildings. 2025. Vol. 15. 2096. DOI: 10.3390/buildings15122096.
17. Колчунов В.И., Яковенко И.А., Усенко Н.В., Приймак А.А. Методика экспериментальных исследований железобетонных составных конструкций по наклонным сечениям // Будівельні конструкції: міжвідом. наук.-техн. зб. наук. праць (будівництво). К.: ДП НДІБК, 2013. Вип. 78. Кн. 1. С. 422–433.
18. Колчунов В.И. «Представительный объем» в механике железобетона // Строительство и реконструкция. 2025. № 6. С. 14-24. DOI: 10.33979/2073-7416-2025-122-6-14-24.
19. Колчунов В.И., Яковенко И.А., Ключева Н.В. Метод физических моделей сопротивления железобетона // Промышленное и гражданское строительство. 2013. № 12. С. 51–55.
20. Колчунов В.И. Проблема раскрытия трещин в железобетоне // Строительство и реконструкция. 2024. № 1. С. 14-29. DOI: 10.33979/2073-7416-2024-111-1-14-29.
21. Колчунов В.И., Яковенко И.А. Разработка двухконсольного элемента механики разрушения для расчета ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций // Вестник гражданских инженеров. СПб.: СПбГАСУ, 2009. № 4(21). С. 160–163.
22. Колчунов В.И., Федоров С.С. Проблема нормирования параметров предельных состояний второй группы для конструкций из высокопрочного железобетона // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2024. Vol. 20. No. 3. Pp. 145–158.

REFERENCES

1. Kolchunov V.I., Fedorov V.S. Conceptual hierarchy of models in the theory of resistance of building structures. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [Industrial and Civil Engineering]. 2020. No. 8. Pp. 16-23.
2. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Design models for force resistance of reinforced concrete. Moscow: ASV Publishing House, 2004. 472 p.
3. Golyshev A.B., Kolchunov V.I. Resistance of reinforced concrete. Kyiv: Osнова, 2009. 432 p.
4. Karpenko N.I. General models of reinforced concrete mechanics. Moscow: Stroyizdat, 1996. 410 p.
5. Karpenko S.N. On the construction of a general analysis of reinforced concrete plane structures in finite increments. *Beton i zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete]. 2005. No. 3. Pp. 22-26.
6. Bashirov Kh.Z., Kolchunov V.I., Fedorov V.S., Yakovenko I.A. Reinforced concrete composite structures of buildings and facilities. Moscow: ASV Publishing House, 2017. 247 p. ISBN 978-5-4323-02007.
7. Tur V.V., Kondratchik A.A. Analysis of reinforced concrete structures under shear forces. 2000. 400 p.

8. Kabantsev O.V., Krylov S.B., Trofimov S.V. Methodology for experimental study of the strength of thick reinforced concrete slabs under punching load. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya* [Construction and Reconstruction]. 2025. No. 4. Pp. 22-40. DOI: 10.33979/2073-7416-2025-120-4-22-38.
9. Kumpyak O.G., Galyautdinov Z.R., Galyautdinov D.R. Influence of thrust on the strength of reinforced concrete beams on yielding supports under short-term dynamic loading. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2023. No. 1(769). Pp. 5-16. DOI: 10.32683/0536-1052-2023-769-1-5-16.
10. Krylov S.B., Arlenin P.D. Advantages and disadvantages of the nonlinear deformation model for calculating the strength of reinforced concrete structures. *Izvestiya KGASU* [Proceedings of Kazan State University of Architecture and Engineering]. 2025. No. 2(72). Pp. 124-132. DOI: 10.48612/NewsKSUAE/72.11. EDN: GWHFAZ.
11. Savin S.Yu. Levels of stress-strain state of reinforced concrete frame structures under accidental actions. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2025. No. 6. Pp. 5-21. DOI: 10.32683/0536-1052-2025-798-6-5-21.
12. Khaldoun Rahal. Combined Torsion and Bending in Reinforced and Prestressed Concrete beams Using Simplified Method for Combined Stress-Resultants. *ACI Structural Journal*. 2007. Vol. 104. No. 4. Pp. 402-411.
13. Rahal K.N. A unified approach to shear and torsion in reinforced concrete. *Structural Engineering and Mechanics*. 2021. Vol. 77. No. 5. Pp. 691-703. DOI: 10.12989/sem.2021.77.5.691.
14. Faron A., Rombach G.A. Simulation of crack growth in reinforced concrete beams using extended finite element method. *Engineering Failure Analysis*. 2020. Vol. 116. 104698.
15. Kolchunov V.I. Method of design resistance models for reinforced concrete. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktii i sooruzhenii* [Structural Mechanics of Engineering Structures and Facilities]. 2023. Vol. 19. No. 3. Pp. 261-275.
16. Kolchunov V.I., Fedorova N.V., Savin S.Y., Moskovtseva V.S. Analytical Model of Crack Opening in Reinforced Concrete Structures Based on DCE. *Buildings*. 2025. Vol. 15. 2096. DOI: 10.3390/buildings15122096.
17. Kolchunov V.I., Yakovenko I.A., Usenko N.V., Priymak A.A. Methodology for experimental study of reinforced concrete composite structures along inclined sections. *Budivel'ni konstruktii* [Building Constructions]. Kyiv: NDIBK, 2013. Issue 78. Book 1. Pp. 422-433.
18. Kolchunov V.I. "Representative volume" in reinforced concrete mechanics. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya* [Construction and Reconstruction]. 2025. No. 6. Pp. 14-24. DOI: 10.33979/2073-7416-2025-122-6-14-24.
19. Kolchunov V.I., Yakovenko I.A., Klyueva N.V. Method of physical resistance models for reinforced concrete. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [Industrial and Civil Engineering]. 2013. No. 12. Pp. 51-55.
20. Kolchunov V.I. The problem of crack opening in reinforced concrete. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya* [Construction and Reconstruction]. 2024. No. 1. Pp. 14-29. DOI: 10.33979/2073-7416-2024-111-1-14-29.
21. Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. Development of a two-cantilever fracture mechanics element for calculating the crack opening width in reinforced concrete structures. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov* [Bulletin of Civil Engineers]. St. Petersburg: SPbGASU, 2009. No. 4(21). Pp. 160-163.
22. Kolchunov V.I., Fedorov S.S. The problem of normalizing the parameters of the second group limit states for high-strength reinforced concrete structures. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2024. Vol. 20. No. 3. Pp. 145-158.

Сведения об авторах:

Колчунов Владимир Иванович, Член корр. РААСН, доктор технических наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ). Scopus ID: 57219135548, SPIN-код: 3990-034, <https://orcid.org/0000-0001-5075-1134>, e-mail: vlik52@mail.ru

About the authors:

Vladimir I. Kolchunov, Corresponding Member of RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (NRU MGSU), Scopus ID: 57219135548, SPIN-код: 3990-034, <https://orcid.org/0000-0001-5075-1134>, e-mail: vlik52@mail.ru

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор утвердил окончательный вариант статьи.

The author declares no conflict of interest.

The author has approved the final version.

Статья поступила в редакцию 22.05.2026

Одобрена после рецензирования 02.06.2026

Принята к публикации 14.06.2026

The article was submitted 22.05.2026

Approved after reviewing 02.06.2026

Accepted for publication 14.06.2026