

С.Г. САИЯН^{1,2}, А.В. ВАСИЛЬЕВ³¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, Российская Федерация² Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук; г. Москва, Российская Федерация³ Российский государственный университет нефти и газа (Национальный исследовательский университет) имени И. М. Губкина, г. Москва, Российская Федерация

ТЕРРИТОРИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ОТ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА ОСНОВЕ СЕЙСМИЧЕСКОГО БАРЬЕРА В ВИДЕ НАЗЕМНОГО ЖИДКОСТНОГО РЕЗЕРВУАРА

Аннотация. Предложен подход к территориальной защите зданий и сооружений от поверхностных сейсмических волн на основе сейсмического барьера в виде наземного жидкостного резервуара, размещенного на поверхности упругого полупространства. Разработана математическая модель взаимодействия поверхностных волн с сейсмическим барьером с учетом условий контакта на границе раздела сред и слабой сжимаемости жидкости. Получено дисперсионное соотношение для волн Рэлея под жидкостным слоем конечной высоты, корректно переходящее к классическим предельным случаям отсутствия жидкости, бесконечной глубины и несжимаемой жидкости. Для барьера конечной длины на основе условий непрерывности на боковых границах выведена передаточная функция T_R рэлеевской волны и предложены аналитические приближения. Выявлены резонансы $kL = n\pi$, соответствующие отсутствию ослабления, и зоны экспоненциального подавления между ними, величина которого определяется параметром α_f , пропорциональным добавочной массе жидкости и зависящим от отношения скоростей. Показано, что для SH-волн Лява жидкостный барьер не создает сдвиговой жесткости и не приводит к затуханию, что требует альтернативных решений по территориальной сейсмической защите. Приведены изополя передаточной функции, позволяющие на этапе предварительного проектирования выбирать высоту и протяженность резервуара для достижения заданного уровня ослабления рэлеевских волн.

Ключевые слова: поверхностные волны, волны Рэлея, волны Лява, сейсмический барьер, сейсмическая защита, жидкостный резервуар.

S.G. SAIYAN^{1,2}, A.V. VASILIEV³¹ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU); Moscow, Russian Federation² Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences; Moscow, Russian Federation³ Gubkin Russian State University of Oil and Gas (National Research University); Moscow, Russian Federation

AREA-WIDE PROTECTION OF BUILDINGS AND STRUCTURES FROM SURFACE WAVES USING A SEISMIC BARRIER IMPLEMENTED AS AN ABOVE-GROUND LIQUID STORAGE TANK

Abstract. An approach is proposed for area-wide protection of buildings and structures from surface seismic waves using a seismic barrier in the form of an above-ground liquid storage tank placed on the surface of an elastic half-space. A mathematical model of the interaction between surface waves and the seismic barrier is developed, accounting for contact conditions at the interface between media and the weak compressibility of the fluid. A dispersion relation is obtained for Rayleigh waves beneath a finite-thickness liquid layer, which correctly reduces to the classical limiting cases of no fluid, infinite depth, and an incompressible fluid. For a barrier of finite length, based on continuity conditions at the lateral boundaries, the Rayleigh-wave transfer function T_R is derived and analytical approximations are proposed. Resonances $kL = n\pi$, corresponding to no attenuation, are identified, along with zones of exponential suppression between them; the magnitude of the suppression is governed by a parameter α_f , proportional to the added mass of the fluid and dependent on the ratio of velocities. It is shown that for

Love (SH) waves the liquid barrier provides no shear stiffness and does not produce attenuation, necessitating alternative solutions for area-wide seismic protection. Contour plots of the transfer function are presented to support preliminary design choices of the tank height and length needed to achieve a specified level of Rayleigh-wave attenuation.

Keywords: surface waves, Rayleigh waves, Love waves, seismic barrier, seismic protection, liquid reservoir.

1. Введение

Поверхностные сейсмические волны (прежде всего волны Рэлея и Лява) формируют доминирующую долю колебательной энергии в приповерхностной зоне и часто определяют интенсивность сейсмического воздействия на здания и сооружения. Вблизи поверхности их амплитуды убывают с глубиной лишь на масштабе длины волны, поэтому локальные инженерные решения, изменяющие граничные условия и/или эффективные инерционные свойства поверхности, способны заметно влиять на их распространение [1, 2]. На этом фоне продолжается активный поиск инженерных решений, позволяющих целенаправленно модифицировать поверхностное волновое поле.

В классической инженерной практике территориальной сейсмо- и виброзащиты для ослабления поверхностных волн используют открытые траншеи [3], ряды защитных свай [4-6], подпорные стены, рельефные валы, метаматериальные периодические структуры [7, 8] и т.д. [9, 10]. Наряду с описанными решениями, особый интерес представляет сейсмический барьер на основе наземного жидкостного резервуара, при котором слой жидкости конечной высоты H и длины L размещен непосредственно на поверхности упругого полупространства. Такая конфигурация технологична, масштабируема и потенциально совмещается с водохозяйственными или противопожарными нуждами площадки.

Подобные концепции описывались в работах [11-17]. В указанных исследованиях, как правило, анализируются дисперсионные соотношения поверхностных и интерфейсных волн на границе жидкостных и упругих слоев [11, 13, 14], а также на границе жидкости и пористых сред [12, 15], а в более поздних работах рассматриваются метаматериальные барьеры с жидкостными резонаторами для ослабления рэлеевских волн [16, 17]. В отличие от этих исследований, в данной статье впервые задача для системы «упругое полупространство – жидкостный резервуар» переводится из класса анализа дисперсионных моделей для поверхностных волн в прикладную задачу территориальной защиты от передачи колебаний через конечный наземный резервуар и, кроме того, получены аналитические формулы для определения зависимости переданной амплитуды рэлеевской волны от параметров сейсмического барьера и упругого полупространства.

Таким образом, формируется цель и практическая значимость данного исследования – обосновать и количественно оценить эффективность наземного жидкостного резервуара как сейсмического барьера для подавления поверхностных сейсмических волн. Научная новизна данного исследования заключена в разработке математической модели для расчета прохождения поверхностных сейсмических волн через наземный жидкостный резервуар конечной высоты и длины, а также в получении замкнуты приближений для переданной амплитуды рэлеевской волны.

2. Модели и методы

На рисунке 1 изображена расчетная схема сейсмического барьера в виде наземного жидкостного резервуара. На поверхности упругого полупространства ($z=0$) расположен жидкостный слой (жидкостный резервуар) конечной высоты H и длины L . На свободной поверхности возбуждаются поверхностные волны (в работе рассматриваются рэлеевские волны и волны Лява), которые частично подавляются и частично проходят через жидкостный слой. Ставится задача определения дисперсии поверхностных волн, проходящих через жидкостный резервуар конечных размеров, а также определения зависимости переданной

амплитуды рэлеевской волны (передаточной функции рэлеевской волны) T_R от параметров сейсмического барьера.

Основные используемые гипотезы заключены в линеаризованной постановке (пренебрежение нелинейными эффектами и вязкостью воды, что оправдано при низких частотах и малых градиентах), двумерной постановке задачи, а также в рассмотрении поверхностных волн как совокупности гармонических воздействий.

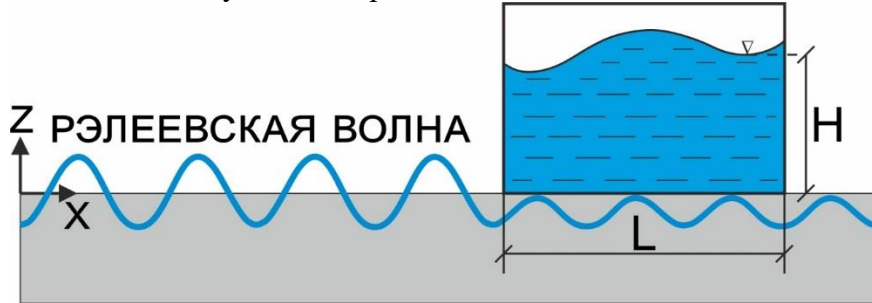


Рисунок 1 – Расчетная схема сейсмического барьера в виде наземного жидкостного резервуара

Упругое полупространство ($z < 0$). Для упругого полупространства поле перемещений $\mathbf{u}(x, z, t)$ удовлетворяет изотропной линейно-упругой среде уравнения движения:

$$\rho_s \ddot{\mathbf{u}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (1)$$

и связью между напряжениями и деформациями:

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda_s (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} + 2\mu_s \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (2)$$

Введем скалярный и векторный потенциалы Гельмгольца:

$$\mathbf{u} = \nabla \varphi + \nabla \times (\psi \mathbf{e}_y) = (\partial_x \varphi - \partial_z \psi; 0; \partial_z \varphi + \partial_x \psi) \quad (3)$$

Подстановка (3) в (1) дает два несвязанных волновых уравнения:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0; \quad \nabla^2 \psi - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

где $c_p = \sqrt{\frac{\lambda_s + 2\mu_s}{\rho_s}}$ и $c_s = \sqrt{\frac{\mu_s}{\rho_s}}$ – скорости распространения P- и S-волн.

Рэлеевские волны включают в себя как φ , так и ψ , тогда как волны Лява включают в себя только движение вне плоскости.

Жидкостный резервуар ($0 < z < H$). Рассмотрим жидкостный резервуар как однородную, слабосжимаемую невязкую жидкость с плотностью ρ_f . Поскольку частота поверхностных волн обычно ниже нескольких десятков Гц [18-20], а затухание в воде пренебрежимо мало, то вязкость можно игнорировать. Пусть $p(x, z, t)$ – давление, а $\mathbf{U}(x, z, t)$ – скорость. Линеаризованные уравнения непрерывности и импульса:

$$\rho_f \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla p = 0; \quad \frac{1}{K_f} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (5)$$

где K_f – объемный модуль упругости.

Взяв дивергенцию и исключив $\mathbf{U}(x, z, t)$, получим уравнение акустической волны:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_f^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad (6)$$

где $c_f = \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f}}$.

Поскольку вода не способна воспринимать касательные (сдвиговые) напряжения, в ней возникают лишь дилатационные движения. Это принципиально влияет на связь со смешанно-поляризованными волнами Рэлея, но практически не затрагивает SH-волны Лява, поскольку взаимодействуют с жидкостью лишь через измененные граничные условия.

Скорость звука в жидкости c_f велика, но представляет собой конечную величину. Формально переходя к пределу несжимаемости $c_f \rightarrow \infty$, волновое уравнение для потенциала перемещения для жидкости $\Phi(x, z, t)$ вырождается в уравнение Лапласа $\nabla^2 \Phi = 0$. Сохраняя конечное c_f решение учитывает слабую сжимаемость.

Граничные условия. Контакт полупространства (s) и жидкости (f) при $z=0$. Непрерывность поля перемещений по нормали:

$$u_z^{(s)}(x, 0, t) = u_z^{(f)}(x, 0, t), \quad (7)$$

Непрерывность нормальных напряжений (жидкость имеет только изотропные компоненты тензора напряжений):

$$\sigma_{zz}^{(s)}(x, 0, t) = -p^{(f)}(x, 0, t), \quad (8)$$

Зануление касательных напряжений:

$$\sigma_{xz}^{(s)}(x, 0, t) = 0 \quad (9)$$

Контакт жидкости и воздуха при $z=H$ – свободная поверхность:

$$p^{(f)}(x, H, t) = 0, \quad (10)$$

Боковой контакт барьера ($x=0$ и $x=L$). Среда меняется от жидкостного барьера до земли. На каждом контактном интерфейсе полное поле перемещений и напряжений должно быть непрерывным в пределах $x=\text{const}$.

Решение для поверхностных волн Рэлея в полупространстве хорошо известно [1, 21-23]. Использование контакта на боковых поверхностях даст общую матрицу дисперсии.

Для гармонической по времени волны $e^{-i\omega t}$ и волновым числом $k = \frac{\omega}{c_R}$ потенциалы

равны:

$$\varphi(x, z) = A e^{ikx} e^{\gamma_p z}; \quad \psi(x, z) = B e^{ikx} e^{\gamma_s z}, \quad (11)$$

где эванесцентные факторы удовлетворяют $\gamma_p^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2}$ и $\gamma_s^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c_s^2}$.

Для поверхностной волны требуется соблюдение условия $\gamma_p > 0$ и $\gamma_s > 0$ (затухание с глубиной), что подразумевает $\omega < \gamma_p k$ и $\omega < \gamma_s k$. Компоненты перемещения для полупространства:

$$\begin{aligned} u_x^{(s)} &= \partial_x \varphi - \partial_z \psi = ikA e^{ikx} e^{\gamma_p z} + sB e^{ikx} e^{\gamma_s z}; \\ u_z^{(s)} &= \partial_z \varphi + \partial_x \psi = \gamma_p A e^{ikx} e^{\gamma_p z} + ikB e^{ikx} e^{\gamma_s z}. \end{aligned} \quad (12)$$

Компоненты напряжений могут быть получены, подставив (12) в стандартные уравнения теории упругости. В частности, при $z=0$:

$$\begin{aligned}\sigma_{zz}^{(s)}\Big|_{z=0} &= [(\lambda_s + 2\mu_s)\gamma_p^2 - \lambda_s k^2]A + 2i\mu_s k\gamma_s B; \\ \sigma_{xz}^{(s)}\Big|_{z=0} &= 2i\mu_s k 2\gamma_p A + \mu_s (\gamma_s^2 - k^2)B,\end{aligned}\tag{13}$$

поскольку $\gamma_s^2 - k^2 = -\frac{\omega^2}{c_s^2}$, то последний член упрощается.

Потенциал для жидкостного резервуара ($0 < z < H$). Используя потенциал $\Phi(x, z, t)$ для волн с тем же k :

$$\Phi(x, z) = [C \operatorname{ch}(\gamma_m(z-H)) + D \operatorname{sh}(\gamma_m(z-H))]e^{ikx},\tag{14}$$

где $\gamma_m^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c_f^2}$.

Для несжимаемого случая, если $c_f \rightarrow \infty$, то $\gamma_m = k$. Вертикальное перемещение жидкости в резервуаре:

$$u_z^{(f)} = \partial_z \Phi = \gamma_m [-C \operatorname{sh}(\gamma_m(z-H)) + D \operatorname{ch}(\gamma_m(z-H))]e^{ikx}.\tag{15}$$

Давление, оказываемое жидкостью на ее границы, является нормальным и определяется линеаризованным соотношением Бернулли $p = -\rho_f \frac{\partial \Phi}{\partial t}$. В частотной области оно определяется как $p = i\omega\rho_f \Phi$. При $z=0$ выполняя граничное условие (10) дает при $p=0 \Rightarrow \Phi(x, H) = Ce^{ikx} = 0 \Rightarrow C=0$. Тогда:

$$\Phi(x, H) = D \operatorname{sh}(\gamma_m(z-H))e^{ikx}.\tag{16}$$

Итоговые выражения для жидкостного резервуара примут вид:

$$u_z^{(f)}(x, z) = D\gamma_m \operatorname{ch}(\gamma_m(z-H))e^{ikx}, \quad p^{(f)}(x, z) = i\omega\rho_f D \operatorname{sh}(\gamma_m(z-H))e^{ikx}.\tag{17}$$

Условия непрерывности на контактном интерфейсе при $z=0$. Применяя условия контакта (7) – (9), а также выражения (12), (13) и (17) получаем следующие условия (сокращая e^{ikx}):

- непрерывность нормальных перемещений:

$$\gamma_p A + ikB = D\gamma_m \operatorname{ch}(\gamma_m H);\tag{18}$$

- непрерывность нормальных напряжений:

$$[(\lambda_s + 2\mu_s)\gamma_p^2 - \lambda_s k^2]A + 2i\mu_s k\gamma_s B = i\omega\rho_f D \operatorname{sh}(\gamma_m H);\tag{19}$$

- касательные напряжения:

$$2i\mu_s k\gamma_p A + \mu_s (\gamma_s^2 - k^2)B = 0.\tag{20}$$

Уравнения (18) – (20) образуют однородную линейную систему относительно неизвестных амплитуд A , B и D . Нетривиальные решения существуют только при условии равенства нулю определителя, что дает дисперсионное уравнение для рэлеевских волн, проходящих через жидкостный барьер.

Дисперсионное уравнение для рэлеевских волн. Запишем систему уравнений в матричной форме $\mathbf{M}\mathbf{v} = 0$, где $\mathbf{v} = (A, B, D)^T$, а \mathbf{M} определяется как

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \gamma_p & ik & -\gamma_m \operatorname{ch}(\gamma_m H) \\ (\lambda_s + 2\mu_s)\gamma_p^2 - \lambda_s k^2 & 2i\mu_s k\gamma_s & -i\omega\rho_f \operatorname{sh}(\gamma_m H) \\ 2i\mu_s k\gamma_p & \mu_s (\gamma_s^2 - k^2) & 0 \end{bmatrix}.\tag{21}$$

Дисперсионное соотношение для рэлеевской волны под слоем жидкости конечной высоты H было получено на основе символического вычисления в Maple:

$$\left[(\lambda_s + 2\mu_s)\gamma_p^2 - \lambda_s k^2 \right] (\gamma_s^2 - k^2) + 4\mu_s k^2 \gamma_s \gamma_p - \rho_f \omega^2 \gamma_p \left(1 - \frac{2c_s^2 k^2}{\omega^2} \right) \frac{\text{th}(\gamma_m H)}{\gamma_m} = 0. \quad (22)$$

Частные случаи. Приведем некоторые частные случаи с целью проверки аналитического решения и исследования предельных случаев.

При отсутствии жидкостного резервуара ($\rho_f \rightarrow 0$ или $H \rightarrow 0$), последний член в (22) исчезает, что сводится к известной классической дисперсии рэлеевских волн [23, 24]:

$$\left[(\lambda_s + 2\mu_s)\gamma_p^2 - \lambda_s k^2 \right] (\gamma_s^2 - k^2) + 4\mu_s k^2 \gamma_s \gamma_p = 0. \quad (23)$$

При бесконечном по высоте резервуаре с жидкостью ($H \rightarrow \infty$), то $\text{th}(\gamma_m H) \rightarrow 1$, что приводит к следующему частному случаю:

$$\left[(\lambda_s + 2\mu_s)\gamma_p^2 - \lambda_s k^2 \right] (\gamma_s^2 - k^2) + 4\mu_s k^2 \gamma_s \gamma_p - \rho_f \omega^2 \gamma_p \left(1 - \frac{2c_s^2 k^2}{\omega^2} \right) \frac{1}{\gamma_m} = 0. \quad (24)$$

Это классическая дисперсия волны Рэля для полупространства, заполненного бесконечно-глубокой жидкостью, приведенная, например, в книге [23]. Поскольку $\gamma_m = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c_f^2}}$, сжимаемость жидкости все еще проявляется явным образом. В пределе для несжимаемой жидкости $c_f \rightarrow \infty$, то $\gamma_m \rightarrow k$. В таком случае решение упрощается до:

$$\left[(\lambda_s + 2\mu_s)\gamma_p^2 - \lambda_s k^2 \right] (\gamma_s^2 - k^2) + 4\mu_s k^2 \gamma_s \gamma_p - \rho_f \omega^2 \gamma_p \left(1 - \frac{2c_s^2 k^2}{\omega^2} \right) \frac{\text{th}(kH)}{k} = 0. \quad (25)$$

На практике произведение kH , как правило, меньше 10 [23-26], а в дисперсии преобладает добавленный массовый показатель $\rho_f H$ для $kH \ll 1$ [26].

Для небольших аргументов разложения функции $\text{th}(kH)$ в ряд Тейлора при $kH \ll 1$: $\text{th}(kH) \approx kH - \frac{1}{3}(kH)^3 + \dots$, которое для дисперсионного уравнения принимает следующий вид:

$$\left[(\lambda_s + 2\mu_s)\gamma_p^2 - \lambda_s k^2 \right] (\gamma_s^2 - k^2) + 4\mu_s k^2 \gamma_s \gamma_p - \rho_f \omega^2 \gamma_p \left(1 - \frac{2c_s^2 k^2}{\omega^2} \right) H + O[kH^3] = 0. \quad (26)$$

Для уравнения (26) интерпретация такова, что ведущая поправка к Рэлеевской дисперсии линейна по H и пропорциональна массе воды на единицу длины $\rho_f H$. Этот член снижает фазовую скорость рэлеевской волны, поскольку жидкость действует как инерционный слой.

Матрица (21) определяет три собственные вертикальные функции (P -волна, S -волна и колебания жидкости). Для жидкостного барьера в виде резервуара конечной длины L должно выполняться два дополнительных условия – непрерывность полей перемещений при $x=0$ и $x=L$.

Падающая рэлеевская волна единичной амплитуды распространяется в $+x$ через область A ($x < 0$, определяющая упругое полупространство слева от барьера) и упирается в жидкостный резервуар $x=0$. При этом происходит преобразование нескольких режимов колебаний:

- область A (слева) – отраженная рэлеевская волна (R_R), а также отраженные эванесцентные P - и S - волны (R_P и R_S соответственно);

- область B (жидкостный резервуар) – 6 собственных решений (3 вертикальные компоненты \times 2 горизонтальных направления распространения);
- область C (справа) – прошедшая рэлеевская волна (T_R), а P - и S - волны (T_P и T_S соответственно).

Цель решения состоит в том, чтобы определить T_R (амплитуда переданной рэлеевской волны в области $x > L$), поскольку затухающий фактор амплитуды $A(L) = |T_R(L)|$ (при фиксированных параметрах сред и высоты барьера). Рассмотрим контактную грань при $x=0$ (слева полупространство, справа полупространство с жидкостным резервуаром сверху). Рассмотрим вектор состояния при $z=0$ (граница раздела полупространства и жидкостного резервуара). Вектор \mathbf{e} зависит от x только через модальные амплитуды $e^{\pm ikx}$. Каждая собственная мода волны представляет собой вектор состояния $\mathbf{e}^{(v,\pm)}$, где v определяет тип волны, а \pm определяет распространение вдоль x .

Использование потенциалов ϕ , ψ в грунте дает две эванесцентных моды и классическую рэлеевскую волну в области A . Введем обозначения:

1. рэлеевская волна (R), для которой вектор состояния $\mathbf{e}^{(R,\pm)}$;
2. продольная P -волна (P), для которой вектор состояния $\mathbf{e}^{(P,+)}$;
3. Сдвиговая S -волна (S), для которой вектор состояния $\mathbf{e}^{(S,+)}$

Амплитуды удобно нормировать на единичную амплитуду волны $u_x=1$. Для продольной P - и сдвиговой S -волн векторы состояния:

$$\mathbf{e}^{(P,+)} = \begin{bmatrix} ik/\gamma_p \\ 1 \\ 2i\mu k \\ (\lambda + 2\mu)\gamma_p - \lambda ik^2/\gamma_p \end{bmatrix}; \quad \mathbf{e}^{(S,+)} = \begin{bmatrix} ik/\gamma_s \\ 1 \\ 2i\mu k \\ (\lambda + 2\mu)\gamma_s - \lambda ik^2/\gamma_s \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Вектор состояния для рэлеевской волны $\mathbf{e}_A^{(R,+)}$ – это линейная комбинация потенциалов ϕ и ψ .

Соберем матрицы амплитуд волн, движущихся влево (-) и вправо (+):

$$\mathbf{E}_A^{(+)} = [\mathbf{e}^{(R,+)}, \mathbf{e}^{(P,+)}, \mathbf{e}^{(S,+)}]; \quad \mathbf{E}_A^{(-)} = [\mathbf{e}^{(R,-)}, \mathbf{e}^{(P,-)}, \mathbf{e}^{(S,-)}]. \quad (28)$$

Для области B определены три типа волн, для которых горизонтальное волновое число равно падающему k . Аналогично для области A , однако в данном случае они модифицируются под влиянием жидкостного потенциала. Для каждой моды волны $v \in \{1, 2, 3\}$ векторы состояния для падающих (+) и отраженных (-) волн при $z=0$:

$$\mathbf{e}^{(v,\pm)} = \begin{bmatrix} u_x^{(v)} \\ u_z^{(v)} \\ \sigma_{zx}^{(v)} \\ \sigma_{zz}^{(v)} \end{bmatrix}_{z=0} e^{\pm ikx}. \quad (29)$$

Соберем матрицы для амплитуд волн, движущихся в разные стороны для области B :

$$\mathbf{E}_B^{(+)} = [\mathbf{e}^{(1,+)}, \mathbf{e}^{(2,+)}, \mathbf{e}^{(3,+)}]; \quad \mathbf{E}_B^{(-)} = [\mathbf{e}^{(1,-)}, \mathbf{e}^{(2,-)}, \mathbf{e}^{(3,-)}]. \quad (30)$$

Для области C определим $\mathbf{E}_C^{(+)} = \mathbf{E}_A^{(+)}$ и $\mathbf{E}_C^{(-)} = \mathbf{E}_A^{(-)}$.

Составим контактные интерфейсы в виде векторов состояний. Зададим:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ R_R \\ R_P \\ R_S \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}^{(+)} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}^{(-)} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} T_R \\ T_P \\ T_S \end{bmatrix}, \quad (31)$$

где F и B – неизвестные для разных типов волн.

Условие непрерывности при $x=0$ дают следующие соотношения:

$$\mathbf{E}_A^{(+)}\mathbf{a} + \mathbf{E}_A^{(-)} \begin{bmatrix} 0 \\ R_R \\ R_P \\ R_S \end{bmatrix} = \mathbf{E}_B^{(+)}\mathbf{b}^{(+)} + \mathbf{E}_B^{(-)}\mathbf{b}^{(-)}. \quad (32)$$

Поскольку рэлеевская волна направлена только вправо, то первый столбец $\mathbf{E}_A^{(-)}$ умножается на 0. Разделим соотношение (32) на два четырехкомпонентных вектора:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E}_A^{(+)} & -\mathbf{E}_B^{(+)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_1} \begin{bmatrix} 1 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} - \underbrace{\mathbf{E}_B^{(-)}\mathbf{b}^{(-)}}_{\mathbf{K}_2} = \mathbf{E}_A^{(-)} \begin{bmatrix} 0 \\ R_R \\ R_P \\ R_S \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Распространение поля по длине L сейсмического барьера. В пределах области B каждая прямая и обратная амплитуда приобретает фазовый сдвиг $e^{\pm ikL}$. Обозначим:

$$\mathbf{P}(L) = \text{diag}(e^{ikL}, e^{ikL}, e^{ikL}); \quad \mathbf{P}^{-1}(L) = \text{diag}(e^{-ikL}, e^{-ikL}, e^{-ikL}). \quad (34)$$

При $x=L$:

$$\mathbf{E}_B^{(+)}\mathbf{P}(L)\mathbf{b}^{(+)} + \mathbf{E}_B^{(-)}\mathbf{P}^{-1}(L)\mathbf{b}^{(-)} = \mathbf{E}_C^{(+)}\mathbf{c} + \mathbf{E}_C^{(-)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (35)$$

поскольку в области C не возникает уходящей влево волны (в обратную сторону).

Глобальная линейная система. Объединив (33) и (35), получим глобальную систему:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -\mathbf{E}_B^{(+)} & -\mathbf{E}_B^{(-)} \\ \mathbf{E}_B^{(+)}\mathbf{P}(L) & \mathbf{E}_B^{(-)}\mathbf{P}^{-1}(L) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}(L)} \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{(+)} \\ \mathbf{b}^{(-)} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\mathbf{E}_A^{(+)}\mathbf{a} \\ \mathbf{E}_C^{(+)}\mathbf{c} \end{bmatrix}}_{\mathbf{d}}, \quad (36)$$

где неизвестный вектор $\boldsymbol{\beta} = (F_1, F_2, F_3, B_1, B_2, B_3)^T$. При условии определения $\det \mathbf{M}(L) \neq 0$ решается система:

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{M}^{-1}(L)\mathbf{d}. \quad (37)$$

Переданные амплитуды \mathbf{c} появляются в правой части (36), поэтому необходимо добавление условия согласованности для области C :

$$\mathbf{E}_C^{(+)}\mathbf{c} = \mathbf{E}_B^{(+)}\mathbf{P}(L)\mathbf{b}^{(+)} + \mathbf{E}_B^{(-)}\mathbf{P}^{-1}(L)\mathbf{b}^{(-)}. \quad (38)$$

Объединив (37) и (38), чтобы исключить $\boldsymbol{\beta}$, получим подсистему 3×3 для \mathbf{c} :

$$\mathbf{S}(L)\mathbf{c} = \mathbf{t}(L), \quad (39)$$

где $\mathbf{S}(L) = \mathbf{E}_C^{(+)} - \begin{bmatrix} \mathbf{E}_B^{(+)} & \mathbf{E}_B^{(-)} \end{bmatrix} \mathbf{P}_{\text{tot}}(L)\mathbf{M}^{-1}(L) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{E}_C^{(+)} \end{bmatrix}$, $\mathbf{P}_{\text{tot}}(L) = \text{diag}(\mathbf{P}(L), \mathbf{P}^{-1}(L))$, а

$$\mathbf{t}(L) = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_B^{(+)} & \mathbf{E}_B^{(-)} \end{bmatrix} \mathbf{P}_{\text{tot}}(L) \mathbf{M}^{-1}(L) \begin{bmatrix} \mathbf{E}_A^{(+)} \mathbf{a} \\ \mathbf{0}_{4 \times 1} \end{bmatrix}.$$

Аналитическое упрощение в приближении «длинного резервуара». Для $kL \gg 1$ внедиагональные блоки $\mathbf{M}(L)$ быстро осциллируют и усредняются, оставляя распространение только рэлеевских волн. Обращение $\mathbf{M}(L)$ можно выполнить на основе теории вековых возмущений (secular perturbation theory) [27, 28]. Сохраняя только ведущие диагональные члены, получим:

$$\mathbf{M}(L) \approx \begin{bmatrix} -\mathbf{E}_B^{(+)} & -\mathbf{E}_B^{(-)} \\ \mathbf{E}_B^{(+)} \mathbf{P}(L) & \mathbf{E}_B^{(-)} \mathbf{P}^{-1}(L) \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Пусть трехмерные векторы $\mathbf{x}^{(+)}$ и $\mathbf{x}^{(-)}$ в – это амплитуды решений на правой границе $x=L$. На правой границе нет входящей волны и есть выходящая переданная амплитуда рэлеевской волны $T_R(L)$, которая алгебраически записывается как

$$T_R(L) \mathbf{e}_{(R,+)} = \mathbf{E}_B^{(+)} \mathbf{x}^{(+)} + \mathbf{E}_B^{(-)} \mathbf{x}^{(-)}. \quad (41)$$

На левой границе $x=0$ падающая волна слева. Распространение $\mathbf{x}^{(\pm)}$ определяется как

$$\mathbf{E}_B^{(+)} \mathbf{P}(L) \mathbf{x}^{(+)} + \mathbf{E}_B^{(-)} \mathbf{P}^{-1}(L) \mathbf{x}^{(-)} = \mathbf{e}_{(R,+)}. \quad (42)$$

Поскольку $\mathbf{E}_B^{(\pm)}$ – обратимая матрица 3×3 (их столбцы – линейно независимые моды), в Maple было вычислено дополнение Шура [29] для блочной матрицы (40): $\mathbf{S}_D := \mathbf{D} - \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} = \mathbf{E}_B^{(-)} \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{E}_B^{(+)} \mathbf{P} (\mathbf{E}_B^{(+)})^{-1} \mathbf{E}_B^{(-)}$, чтобы исключить элементы, находящиеся ниже блочной диагонали. На основе преобразований и линейной алгебры в Maple было получено:

$$T_R(L) = \frac{2i \sin(kL)}{e^{ikL} \mathbf{Q}^{(+)} + e^{-ikL} \mathbf{Q}^{(-)}}, \quad (43)$$

где $\mathbf{Q}^{(\pm)} = \left(\mathbf{e}_{(R,-)} \right)^T \left[\left(\mathbf{E}_B^{(\pm)} \right)^{-1} \mathbf{e}_{(R,+)} \right]$.

Выражение (43) показывает, что для рэлеевской энергии полная передача происходит при $kL = n\pi$ ($n \in \mathbb{Z}$). Между резонансами амплитуда экспоненциально подавляется, как только мнимая часть $\text{Im} \mathbf{Q}^{(\pm)} \neq 0$.

Аналитическое решение для коэффициента затухания при $kH \ll 1$ и $kL \lesssim 1$. При малых $kH \ll 1$ рассматривается только рэлеевская волна, поскольку остальные являются эванесцентными и быстро затухающими. Положим:

$$\mathbf{E}_B^{(+)} \rightarrow \mathbf{e}^{(3,+)}; \quad \mathbf{E}_B^{(-)} \rightarrow \mathbf{e}^{(3,-)}. \quad (44)$$

Тогда выражение (43) упрощается:

$$T_R(L) = \frac{1}{\text{ch}(\alpha_f L) + \frac{i}{2}(\kappa + \kappa^{-1}) \text{sh}(\alpha_f L)}, \quad (45)$$

где $\alpha_f = \frac{\rho_f H \omega^2}{2\mu_s c_s} \frac{c_s^2 - c_R^2}{c_R c_s}$, а $\kappa = \frac{c_s^2 - c_R^2}{c_R^2}$.

Отсюда коэффициент затухания амплитуд $A(L) = |T_R(L)|$:

$$A(L) = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2(\alpha_f L) + \frac{1}{4}(\kappa + \kappa^{-1})^2 \operatorname{sh}^2(\alpha_f L)}}. \quad (46)$$

Рассмотрим некоторые случаи:

- при $L \rightarrow 0$ (отсутствует жидкостный резервуар – барьер) получим, что $\alpha_f L \ll 1$,

тогда $A \approx 1$;

- при $\alpha_f L \gg 1$ получим $A \sim \frac{2e^{-\alpha_f L}}{|\kappa + \kappa^{-1}|}$ – экспоненциальное затухание, контролируемой

эффективной добавочной массой $\rho_f H$;

- при менее жестком полупространстве (малом μ_s) или более высоком столбе жидкости H , увеличивается α_f и усиливаются затухания.

Решение для волн Лява. Волны Рэлея сочетают в себе плоские и вертикальные движения и поэтому кинематически взаимодействуют с водным слоем (жидкостным резервуаром) через вертикальные перемещения и нормальные напряжения. Волны Лява, напротив, являются сдвиговыми SH-модами, т.е. единственная компонента перемещений $u_y(x, z, t)$ перпендикулярна плоскости распространения (x, z) . Хотя водный слой не обладает жесткостью на сдвиг, его само присутствие изменяет граничное условие по касательным напряжениям, действующее на твердое полупространство. Необходимо выяснить, приводит ли эта модификация к изменению дисперсионного соотношения и любому затуханию, когда барьер имеет конечную длину.

Внутри твердого полупространства $z < 0$ линейное уравнение теории упругости для SH-волн имеет вид [23, 24]:

$$\rho_s \ddot{u}_y = \mu_s (u_{y,xx} + u_{y,zz}). \quad (47)$$

Обозначим волновой оператор (оператор Д’Аламбера) $\square \equiv \nabla^2 - \frac{1}{c_s^2} \partial_{tt}$. Тогда $\square u_y = 0$.

Будем искать гармонические решения $u_y(x, z, t) = \operatorname{Re}\{U(x, z)e^{-i\omega t}\}$ в виде [23]:

$$U(x, z) = e^{ikx} \varphi(z); \quad \varphi''(z) - \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c_s^2}\right) \varphi(z) = 0. \quad (48)$$

Затухающим решением при $z < 0$ является

$$\varphi(z) = B e^{\gamma_s z}, \quad (49)$$

где B – константа интегрирования, определяющая амплитуду волнового поля.

Граничное условие при $z=0$. При наличии свободной поверхности сверху касательное напряжение должно обращаться в ноль:

$$\sigma_{zy} = \mu_s \partial_z u_y = 0; \quad \Rightarrow \quad \mu_s \gamma_s B = 0; \quad \Rightarrow \quad B \neq 0 \Rightarrow \gamma_s = 0. \quad (50)$$

Однако $\gamma_s = 0$ означает, что $\omega = c_s k$. Следовательно, классическая волна Лява не существует в упругом полупространстве со свободной поверхностью, что подтверждается классическими результатами [23, 30]. Волны Лява требуют низкоскоростного слоя для удержания энергии SH-волн. Однако реальные среды являются многослойными. При меньшей скорости сдвига c_s делает возможным распространение волн Лява. Жидкостный резервуар

заменяет данный слой средой с нулевой жесткостью на сдвиг. Для области A моделируем тонкий слой толщиной $h_0 \ll \lambda$ и скоростью сдвиговых волн $c_{s_0} \ll c_s$. Классическая дисперсия волн Лява для такой структуры задается уравнением [23, 24]:

$$\operatorname{tg}(\gamma_{s_0} h_0) = \frac{\mu_s \gamma_s}{\mu_0 \gamma_{s_0}}, \quad (51)$$

где $\gamma_{s_0}^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c_{s_0}^2}$.

Тонкий слой предлагается присутствующим во всех трех областях. Единственное различие, что слой B имеет жидкостный слой (резервуар), в то время как области A и C – имеют свободную поверхность.

Для области B (слой, на поверхности которого жидкостный резервуар) располагается слой жидкости высотой H . Поскольку жидкость (например, вода) не имеет жесткости на сдвиг, то касательные напряжения на границе раздела сред $z=0$ обращаются в ноль, т.е. выполняется то же условие (50). Следовательно, наличие жидкостного (водного) слоя не меняет локальное вертикальное граничное условие для SH-волн в твердой среде. Отсюда собственные вертикальные функции $\varphi(z)$ и дисперсионное соотношение (51) остаются неизменными независимо от того, покрыт ли грунт слоем жидкости или нет. Волны Лява содержат только горизонтальный сдвиг. Жидкостный слой, не обладая жесткостью на сдвиг, не создает восстанавливающей силы и не добавляет инерции этому горизонтальному движению.

Поскольку вертикальные перемещения отсутствуют, скачок на границе при $x=0$ и $x=L$ (между границами жидкостного слоя) все же может рассеивать энергию через условие непрерывности полного перемещения и напряжений, например, если возникали малые вертикальные движения, взаимодействующие с жидкостными акустическими волнами. Однако деформация вне плоскости гарантирует нулевое вертикальное перемещение повсюду ($u_x = u_z = 0$) и единственное ненулевое напряжение σ_{zy} , которое уже обнуляется при $z=0$. Следовательно, нет физической величины, через которую волны Лява могли бы взаимодействовать с жидкостью при $x=\text{const}$. Приведем данное доказательство. Пусть падающая волна Лява задается:

$$U_{\text{inc}} = e^{ikx} B e^{\gamma_s z} e^{-i\omega t}, \quad (52)$$

где $\gamma_s > 0$.

Предположим, что отражение создает амплитуду R_T и коэффициент прохождения волны T_T . Тогда решение в областях A и C будет иметь вид:

$$\begin{aligned} U_A &= [e^{ikx} + R_L e^{-ikx}] B e^{\gamma_s z} e^{-i\omega t}, & x < 0; \\ U_C &= T_L e^{ik(x-L)} B e^{\gamma_s z} e^{-i\omega t}, & x > L. \end{aligned} \quad (53)$$

Внутри области B ($0 < x < L$) необходимо включить прямые и обратные компоненты с одинаковым вертикальным профилем (отсутствие дисперсии):

$$U_B = [F_L e^{ikx} + B_L e^{-ikx}] B e^{\gamma_s z} e^{-i\omega t}. \quad (54)$$

Непрерывность перемещений при $x=0$ ($U_A = U_B$) дает следующее соотношение:

$$1 + R_L = F_L + B_L. \quad (55)$$

Непрерывность касательного напряжения $\sigma_{xy} = \mu_s \partial_x U$ при $x=0$:

$$\mu_0 ik (1 - R_L) = \mu_0 ik (F_L - B_L) \Rightarrow 1 - R_L = F_L - B_L. \quad (56)$$

Решая уравнения (55) и (56), получим, что $F_L = 1$, а $B_L = R_L = 0$.

Далее применяем такие же условия непрерывности для границы $x=L$:

$$U_B \Big|_{x=L} = \left[e^{ikL} \right] B e^{\gamma_s z} e^{-i\omega t}, \quad U_C \Big|_{x=L} = T_L B e^{\gamma_s z} e^{-i\omega t}. \quad (57)$$

Условие непрерывности перемещений предполагает, что $e^{ikL} = T_L$. Непрерывность касательных напряжений $ike^{ikL} = ikT_L$ (идентично уже выполненным условиям по перемещениям). Из этого следует, что $T_L = e^{ikL}$, тогда как $R_L = 0$. Коэффициент прохождения волны имеет модуль, равный единице, отличаясь лишь фазой распространения внутри области B , в то время как коэффициент отражения равен 0. Таким образом:

$$A_L(L) = |T_L| = 1 \quad (58)$$

Для любого k , H , L и ρ_f . Для волн Лява невозможно достичь затухания при помощи жидкостного резервуара на свободной поверхности независимо от глубины или ширины.

3. Результаты исследования и их анализ

Приведем результаты по исследованию защитных свойств сейсмического барьера в виде жидкостного резервуара по предлагаемой модели в ПК Maple. Результаты приведены для следующих параметров грунтовой среды: $\rho_s=2000$ кг/м³, $c_s=300$ м/с, $c_p=1500$ м/с и жидкости (рассматривается водная среда): $\rho_f=1000$ кг/м³, $c_f=300$ м/с.

Рисунок 2,а показывает зависимость модуля передаточной функции рэлеевской волны $T_R(L)$ для разных высот резервуара H . На графике видно экспоненциальное падение $|T_R(L)|$ при больших L . Данный эффект экранирования можно использовать при проектировании жидкостных резервуарных барьеров.

На рисунке 2,б приведены результаты исследования чувствительности передаточной функции к изменению коэффициента α_f . Каждая кривая отвечает различной «интенсивности» жидкостного взаимодействия. На основе анализа графических результатов видно, что даже умеренное увеличение α_f (например, из-за большей плотности или глубины жидкости) приводит к значительному снижению проходящей амплитуды. Это иллюстрирует аналитические выводы о влиянии добавочной массы $\rho_f H$ и влиянии параметра $\frac{th(\gamma_m H)}{\gamma_m}$.

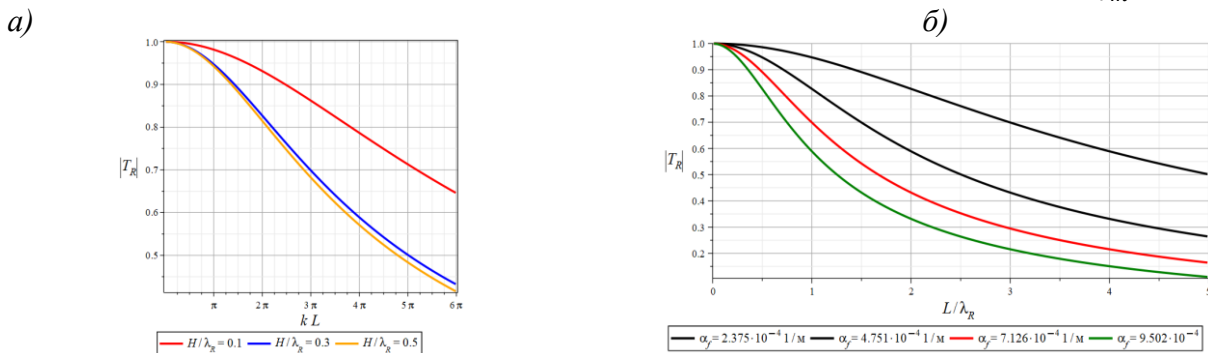


Рисунок 2 – Результаты исследования: а) зависимость модуля передаточной функции рэлеевской волны $T_R(L)$ для разных высот резервуара H , б) исследования чувствительности передаточной функции к изменению коэффициента α_f (для $\omega=6.28$ рад/с, $H/\lambda_R=0.30$)

На рисунке 3 представлены изополя модуля передаточной функции $|T_R|$ для рэлеевской волны при наличии наземного жидкостного резервуара конечной высоты H и длины L . Изополя построены в безразмерных координатах H/λ_R и L/λ_R , где $\lambda_R=2\pi/k$. Полученные результаты трактуются следующим образом: область у начала координат

($H/\lambda_R \rightarrow 0; L/\lambda_R \rightarrow 0$) соответствуют отсутствию барьера $|T_R| \approx 1$. Увеличение любой из координат ведет к росту аргумента $\alpha_f L$ и уменьшению $|T_R| \approx 1$ (экспоненциальная форма). При малых глубинах ($H/\lambda_R \lesssim 0.05H$) влияние барьера невелико, $|T_R|$ остается близким к единице даже при заметной длине L . Это согласуется с линейным по H характером ведущей поправки в дисперсии при $kH \ll 1$. Начиная с умеренных высот ($H/\lambda_R \sim 0.1-0.2$) возникает набор кривых, поскольку дальнейшее возрастание длины L/λ_R быстро снижает $|T_R|$ и формируется зона эффективного экранирования от поверхностных волн. При больших длинах ($L/\lambda_R \gtrsim 2-3$) и достаточной высоте H/λ_R передаточная функция $|T_R|$ приближается к устойчиво малым значениям ($\alpha_f L \gg 1$), что соответствует экспоненциальному затуханию.

В размерных величинах это означает, что масштаб барьера определяется прежде всего длиной рэлеевской волны в рассматриваемом частотном диапазоне. Для скоростей $c_R \approx 250 - 350$ м/с и диапазона частот $f = 2 - 10$ Гц получаем $\lambda_R \approx 25 - 175$ м, что соответствует, ориентировочно, $H \approx (0.1 - 0.2)\lambda_R \approx 2.5 - 35$ м и $L \approx (2-3)\lambda_R \approx 50 - 525$ м. Для подавления высокочастотных колебаний (например, техногенные источники с частотой воздействия 8 - 20 Гц) требуемые габариты уменьшаются пропорционально λ_R . При назначении длины L важно учитывать существование резонансов при $kL = n\pi$, поэтому следует избегать значения $L \approx n\lambda_R/2$ в рассматриваемом диапазоне частот.

Данные результаты позволяют проводить предварительное проектирование сейсмобарьера в виде жидкостного резервуара по требуемому уровню ослабления. В отдельности отметим, что нормировка на λ_R делает результаты слабо зависящей от частоты при практически неизменной c_R . Для детального учета частотных эффектов можно отказаться от нормировки по одной из осей либо использовать частотно-зависимое c_R из полной дисперсии.

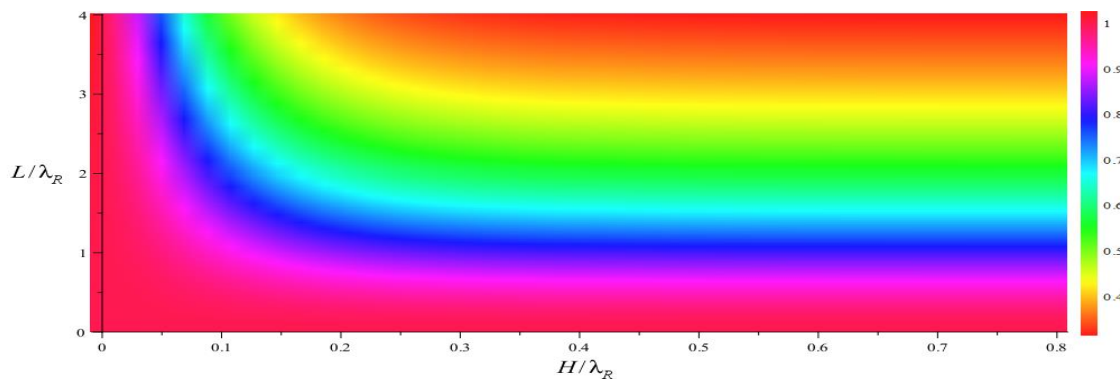


Рисунок 3 – Изополя эффективности жидкостного барьера для защиты от рэлеевских волн

Инженерные требования к конструкции резервуара и ограничения разрабатываемой модели

В предложенной идеализированной модели ключевой физической механизм заключен в инерционном нагружении поверхности за счет добавочной массы жидкости $\rho_f H$ и связанных с этим изменения условий на границе раздела сред «грунт – жидкость». Поэтому для практической реализации конструкций рассматриваемого жидкостного резервуара принципиальные следующие моменты:

1. Днище (основание) резервуара должно следовать вертикальным перемещениям поверхности (без локального отрыва и значительных проскальзываний), иначе эффективность

снижается из-за нарушения предпосылок контактных условий. На практике это требует контроля несущей способности основания, осадок и предельных деформаций, а также исключения «скользящих» прослоек (например, чрезмерно податливых или гидроизоляционных решений с низким трением) в зоне контакта.

2. Помимо гидростатического давления, при сейсмическом воздействии возникают динамические нагрузки и колебания свободной поверхности. Конструкция должна обеспечивать прочность и устойчивость (включая сдвиг или опрокидывание, локальную потерю устойчивости стенок), а также иметь достаточный запас по свободной высоте борта для предотвращения перелива при расчетных воздействиях.

3. Рассмотренная постановка является двумерной, что соответствует длинному барьеру с протяженностью в поперечном направлении, существенно превышающей λ_R . В трехмерной среде возможен обход волны вокруг концов барьера и дифракционные эффекты, поэтому для территориальной защиты целесообразно либо обеспечивать достаточную ширину барьера и перекрытие защищаемой зоны по фронту, либо использовать замкнутые или кольцевые конфигурации, либо каскад/сетку резервуаров.

4. Эффективность барьера сильно зависит от высоты жидкости H (через $\rho_f H$), поэтому уровень заполнения должен поддерживаться в заданных пределах.

Полученное аналитическое решение имеет ряд ограничений, связанных с вопросами идеализации. Среди основных факторов, которые могут повлиять на передаточную функцию для рэлеевской волны можно выделить:

1. В модели вязкость жидкости не учитывается. В реальности вязкость, турбулентные потери при колебаниях на свободной поверхности и внутреннее затухание грунта обычно приводят к дополнительному рассеянию энергии и могут частично сглаживать резонансы при $kL = n\pi$.

2. При сильных воздействиях (значительных амплитуд воздействий) возможны случаи, выходящие за рамки линейной постановки (волнообразование, удар о стенки, перелив), что требует отдельного расчета (например, сопряженного численного моделирования задачи гидродинамики и динамики основания) при обосновании механической безопасности [31].

3. Скорости c_R и дисперсия зависят от реального профиля грунта. Следовательно, для проектирования необходимо использовать данные инженерно-геофизических изысканий и при необходимости применять частотно-зависимое $c_R(\omega)$.

4. Жесткость и собственные колебания оболочки резервуара, а также податливость основания и сцепление с грунтом могут вводить дополнительные частотные эффекты (формы колебаний самой конструкции), изменяя эффективную добавочную массу и граничные условия по сравнению с идеализированной схемой.

В целом, приведенные инженерные соображения не меняют выявленного в работе механизма подавления рэлеевских волн за счет инерционного слоя, но задают границы применимости результатов и перечень факторов, которые должны быть учтены на этапе перехода от предварительного подбора геометрических параметров H и L к проектированию конструкции. Также следует учитывать, что показанная неэффективность жидкостного барьера для SH-волн Лява означает целесообразность комбинирования рассматриваемого решения с альтернативными средствами, воздействующими на сдвиговые моды, при необходимости комплексной территориальной защиты.

4. Заключение

В работе была предложена и обоснована концепция защиты зданий и сооружений от поверхностных волн на основе сейсмического барьера в виде наземного жидкостного резервуара. На основе проведенного исследования можно сформулировать следующие выводы:

1. Построена математическая модель взаимодействия поверхностных волн с сейсмическим барьером в виде наземного резервуара с учетом слабой сжимаемости жидкости, находящимся на упругом полупространстве. Взаимодействие построено на граничных условиях контакта системы «упругое полупространство – жидкость» на уровне свободной поверхности. Получено дисперсионное соотношение для рэлеевских волн при конечной высоте жидкостного слоя (формула (22)) и показано, что оно корректно переходит к классическим предельным случаям отсутствия жидкости, бесконечной глубины и несжимаемой жидкости (формулы (23)-(26)), что служит внутренней верификацией модели.

2. Для сейсмического барьера выведена передаточная формула, описывающая амплитуду прошедшей рэлеевской волны T_R , из которой следуют две значимые особенности:

а. наличие резонансов (отсутствие подавления колебаний) при $kL=n\pi$;

б. экспоненциальное подавление между резонансами, контролируемое параметром α_f , пропорциональным добавочной массе $\rho_f H$ и ω^2/μ_s с поправкой на отношение скоростей c_R/c_s (формулы (43), (45) и (46)).

Данные зависимости определяют параметры настройки сейсмического барьера в виде наземного жидкостного резервуара – плотность жидкости, высоту и длину барьера, а также частотный диапазон.

3. Показано, что для SH-волн Лява жидкостный надземный резервуар не создает сдвиговую жесткость и не добавляет инерции для горизонтального сдвига, вследствие чего сейсмический барьер не ослабляет волны Лява, что требует иных средств территориальной сейсмической защиты.

4. Практическая реализуемость жидкостного барьера определяется масштабом λ_R в рассматриваемом диапазоне частот, поскольку эффективное экранирование достигается при $H/\lambda_R \sim 0.1-0.2$ и $L/\lambda_R \gtrsim 2-3$, при этом следует избегать длин порядка $L \sim n\lambda_R/2$ из-за наличия резонанса.

При проектировании резервуара требуется обеспечить надежный контакт «грунт – резервуар», чтобы исключить отрыв и проскальзывание на границе сред. Необходимо проводить расчеты на прочность и устойчивость стенок и днища с учетом гидростатических и динамических нагрузок, а также учитывать влияние неидеальностей предлагаемой модели (диссипацию вследствие турбулентности, нелинейные колебания свободной поверхности при сильных воздействиях, слоистость грунта, трехмерность и собственные частоты и формы колебаний конструкции резервуара), которые могут изменять количественную оценку модуля передаточной функции.

5. Благодарности

Работа выполнена за счет гранта РФФИ № 24-49-02002.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Викторов И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966. 169 с.
2. Tarasenko A., Čtvrtlík R., Kudělka R. Theoretical and experimental revision of surface acoustic waves on the (100) plane of silicon //Scientific Reports. 2021. Vol. 11. No. 1. P. 2845. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-82211-6>
3. Jauhari N., Hegde A., Chakraborty P. Full scale field studies for assessing the vibration isolation performance of single and dual trenches //Transportation Geotechnics. 2023. Vol. 39. P. 100932. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2023.100932>
4. Повколас К. Э., Шавловская О. А. Оценка эффективности конструкции вертикального барьера в виде открытой траншеи с креплением стенок для снижения вибраций, распространяющихся в грунтовой среде //Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F. Строительство. Прикладные науки. 2024. №. 4. С. 33-39. doi:10.52928/2070-1683-2024-39-4-33-39
5. Исраилов М. Ш. Дифракция и гашение колебаний барьерами в упругих средах //Вестник Московского университета. Серия I. Математика. Механика. 2021. №. 1. С. 35-39.

6. Камчыбекова А. Т. Моделирование эффективности грунтовых и грунтосиликатных свайных барьеров для снижения сейсмических воздействий на здания // Вестник науки. 2025. Т. 2. №. 4 (85). С. 850-854.
7. Митрошин В. А. Сейсмическая защита зданий и сооружений с применением метаматериалов: текущее состояние и перспективы развития // Архитектура, строительство, транспорт. 2024. №. 2. С. 67-83. doi: 10.31660/2782-232X-2024-2-67-83
8. Brûlé S., Javelaud E. H., Enoch S., Guenneau S. Experiments on seismic metamaterials: molding surface waves // Physical review letters. 2014. Vol. 112. No. 13. P. 133901. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.133901>
9. Colombi A., Roux P., Guenneau S., Gueguen P., Craster R. V. Forests as a natural seismic metamaterial: Rayleigh wave bandgaps induced by local resonances // Scientific reports. 2016. Vol. 6. No. 1. P. 19238. <https://doi.org/10.1038/srep19238>
10. Кузнецов С. В., Саиян С. Г. Нелинейные акустические волны в гиперупругих стержнях // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2025. № 2. С. 210-225. – DOI 10.31857/S1026351925020129
11. Гринченко В.Т., Комиссарова Г.Л. Поверхностные волны в системе упругий слой на жидком полупространстве // Акустический вестник. 2005. Т. 8. № 4. С. 38-45.
12. Ковтун А. А. Поверхностные волны на границе упруго-пористой среды и жидкости // Вопросы геофизики. 2013. №. 46. С. 14-25.
13. Pradhan N., Samal S. K. Surface waves propagation in a homogeneous liquid layer overlying a monoclinic half-space // Applied Mathematics and Computation. 2022. Vol. 414. P. 126655. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2021.126655>
14. Bagheri A., Greenhalgh S., Khojasteh A., Rahimian M. Dispersion of Rayleigh, Scholte, Stoneley and Love waves in a model consisting of a liquid layer overlying a two-layer transversely isotropic solid medium // Geophysical Journal International. 2015. Vol. 203. No. 1. Pp. 195-212. <https://doi.org/10.1093/gji/ggv278>
15. Kumari M., Kaswan P., Kumar M., Lewis R. W., Oztop H. F., Singh N., Obalalu A. M., Pushkarna M., Berhanu M. Seismic wave reflection characteristics and wave-induced fluid flow in unsaturated porous solid // Scientific Reports. 2025. Vol. 15. No. 1. P. 18840. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-97275-x>
16. Russillo A. F., Failla G. Seismic metamaterials for Rayleigh wave attenuation: A novel concept of soil-embedded water-tank metabarrier // International Journal of Solids and Structures. 2025. P. 113656. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2025.113656>
17. Li L., Fang Y., Aziz M. M., Shi Y., Zhang L., Dong X., Li L. Adjustable embedded seismic metamaterial based on fluid-solid coupling mechanism // Structures. Elsevier. 2025. Vol. 81. P. 110429. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2025.110429>
18. Беседина А.Н., Тубанов Ц.А., Предеин П.А., Санжиева Д.П., Иванченко Г.Н. Особенности микросейсм озера Байкал по данным сети сейсмических станций // Физика земли. 2024. №3. С. 30-50. doi: 10.31857/S0002333724030041
19. Туманов В. В., Новгородцева Л. А., Бородин Д. С., Грицаенко А. Ю., Ялпуга Е. А. Сравнение характеристик амплитудно-частотных спектров сложного сигнала, полученных по данным сейсмического мониторинга на шахтном поле // Труды РАНМИ. 2024. №. 3 (41)-2. С. 202-213. doi: 10.24412/2519-2418-2024-341-202-213
20. Tanimoto T., Anderson A. Seismic noise between 0.003 Hz and 1.0 Hz and its classification // Progress in Earth and Planetary Science. 2023. Vol. 10. No. 1. P. 56.
21. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
22. Григорьев Ю. М., Гаврильева А. А. Задача распространения поверхностной волны Релея в полупространстве среды Коссера в случае однородных и упруго-стесненных граничных условий // Математические заметки СВФУ. 2023. Т. 30. №. 4. С. 81-104. doi:10.25587/2411-9326-2023-4-81-104
23. Ewing M., Jardetzky W. Press F. Elastic Waves in Layered Media. McGraw-Hill, New York. 1957. 405 p.
24. Brekhovskikh L. M. Waves in Layered Media. New York: Academic Press. 1980. 503 p.
25. Sidorovskaia N. A. Systematic studies of pulse propagation in ducted oceanic waveguides in normal mode representation // The European Physical Journal-Applied Physics. 2004. Vol. 25. No. 2. Pp. 113-131. doi:10.1051/epjap:2003089
26. Labarbe J., Kirillov O. N. Membrane flutter induced by radiation of surface gravity waves on a uniform flow // Journal of Fluid Mechanics. 2020. Vol. 901. P. A4. DOI: <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.533>
27. Perturbation theory // Encyclopedia of Mathematics / European Mathematical Society (EMS). URL: https://encyclopediaofmath.org/wiki/Perturbation_theory (дата обращения: 30.07.2025)
28. Джакаля Г. Е. О. Методы теории возмущений для нелинейных систем. М.: Наука. 1979. 320 с.
29. Watt S. M., Jeffrey D. J. An Abstraction-Preserving Block Matrix Implementation in Maple // 2024 26th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC). IEEE, 2024. Pp. 49-52. DOI: 10.1109/SYNASC65383.2024.00021
30. Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука. 1981. 288 с.
31. Саиян С. Г., Васильев А. В. Численное моделирование динамического отклика башни «Эволюция» при ветровом воздействии с учетом застройки и разрешением турбулентности // Вестник МГСУ. 2025. Т. 20. № 2. С. 246-279. DOI 10.22227/1997-0935.2025.2.246-279.

REFERENCES

1. Viktorov I.A. Fizicheskiye osnovy primeneniya ul'trazvukovykh voln Releya i Lemba v tekhnike [Physical fundamentals of the application of Rayleigh and Lamb ultrasonic waves in engineering]. Moscow: Nauka, 1966. 169 p. (rus)
2. Tarasenko A., Čtvrtlík R., Kudělka R. Theoretical and experimental revision of surface acoustic waves on the (100) plane of silicon. *Scientific Reports*. 2021;11(1):2845. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-82211-6>
3. Jauhari N., Hegde A., Chakraborty P. Full scale field studies for assessing the vibration isolation performance of single and dual trenches. *Transportation Geotechnics*. 2023;39:100932. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2023.100932>
4. Povkolas K.E., Shaulouskaya O.A. Otsenka effektivnosti konstruktivnoy vertikalnogo bar'yera v vide otkrytoy transhei s krepleniem stenok dlya snizheniya vibratsiy, rasprostranyayushchikhsya v gruntovoy srede [Assessment of the efficiency of the vertical barrier design in the form of an open trench with fastening of walls to reduce vibrations propagation in the ground environment]. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya F: Stroitel'stvo. Prikladnye nauki*. 2024;(4):33–39. DOI: 10.52928/2070-1683-2024-39-4-33-39. (rus)
5. Israilov M.S. Diffraction and Vibration Attenuation by Obstacles in Elastic Media. *Moscow Univ. Mech. Bull.* 2021;76:1–6. <https://doi.org/10.3103/S0027133021010039>
6. Kamchybekova A.T. Modelirovaniye effektivnosti gruntovykh i gruntosilikatnykh svaynykh bar'yerov dlya snizheniya seysmicheskikh vozdeystviy na zdaniya [Modeling the effectiveness of groundwater and grout silicate pile barriers for reducing seismic impacts on buildings]. *Vestnik nauki [Science Bulletin]*. 2025;2(85):850–854. (rus)
7. Mitroshin V.A. Seismic protection of buildings and structures using metamaterials: current status and development prospects. *Architecture, Construction, Transport*. 2024;(2):67-83. (In Russ.) <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2024-2-67-83>
8. Brûlé S., Javelaud E.H., Enoch S., Guenneau S. Experiments on seismic metamaterials: molding surface waves. *Physical Review Letters*. 2014;112(13):133901. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.133901>
9. Colombi A., Roux P., Guenneau S., Gueguen P., Craster R.V. Forests as a natural seismic metamaterial: Rayleigh wave bandgaps induced by local resonances. *Scientific Reports*. 2016;6(1):19238. <https://doi.org/10.1038/srep19238>
10. Kuznetsov S.V., Saiyan S.G. Nonlinear acoustic waves in hyperelastic rods. *Mechanics of Solids*. 2025;60(2):923-931. DOI: 10.31857/S1026351925020129. (rus)
11. Grinchenko V.T., Komissarova G.L. Poverkhnostnye volny v sisteme uprugiy sloy na zhidkom poluprostranstve [Surface waves in the system elastic layer on liquid half-space]. *Akusticheskii vestnik [Acoustic Bulletin]*. 2005;8(4):38–45. (rus)
12. Kovtun A.I.A. Poverkhnostnye volny na granitse uprugo-poristoy srede i zhidkosti [The surface waves at the interface of poroelastic medium and liquid]. *Voprosy geofiziki [Problems of Geophysics]*. 2013;(46):14–25. (rus)
13. Pradhan N., Samal S.K. Surface waves propagation in a homogeneous liquid layer overlying a monoclinic half-space. *Applied Mathematics and Computation*. 2022;414:126655. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2021.126655>
14. Bagheri A., Greenhalgh S., Khojasteh A., Rahimian M. Dispersion of Rayleigh, Scholte, Stoneley and Love waves in a model consisting of a liquid layer overlying a two-layer transversely isotropic solid medium. *Geophysical Journal International*. 2015;203(1):195–212. <https://doi.org/10.1093/gji/ggv278>
15. Kumari M., Kaswan P., Kumar M., Lewis R.W., Oztop H.F., Singh N., Obalalu A.M., Pushkarna M., Berhanu M. Seismic wave reflection characteristics and wave-induced fluid flow in unsaturated porous solid. *Scientific Reports*. 2025;15(1):18840. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-97275-x>
16. Russillo A.F., Failla G. Seismic metamaterials for Rayleigh wave attenuation: a novel concept of soil-embedded water-tank metabarrier. *International Journal of Solids and Structures*. 2025;113656. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2025.113656>
17. Li L., Fang Y., Aziz M.M., Shi Y., Zhang L., Dong X., Li L. Adjustable embedded seismic metamaterial based on fluid-solid coupling mechanism. *Structures*. 2025;81:110429. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2025.110429>
18. Besedina A.N., Tubanov Ts.A., Predein P.A., Sanzhieva D.P.-D., Ivanchenko G.N. Osobennosti mikroseyms ozera Baykal po dannym seti seysmicheskikh stantsiy [Lake Baikal Microseisms Based on Regional Seismic Network Data]. *Fizika Zemli [Physics of the Solid Earth]*. 2024;(3):30–50. DOI: 10.31857/S0002333724030041. (rus)
19. Tumanov V.V., Novgorodtseva L.A., Borodin D.S., Griptaenko A.Y., Yalputa E.A. Sravneniye kharakteristik amplitudno-chastotnykh spektrov slozhnogo signala, poluchennykh po dannym seysmicheskogo monitoringa na shakhtnom pole [Comparison of characteristics of the amplitude-frequency spectra of a complex signal received from seismic monitoring data in a mine field]. *Trudy RANIMI [Proceedings of the Russian Academy of Sciences]*. 2024;(3(41)-2):202–213. DOI: 10.24412/2519-2418-2024-341-202-213. (rus)
20. Tanimoto T., Anderson A. Seismic noise between 0.003 Hz and 1.0 Hz and its classification. *Progress in Earth and Planetary Science*. 2023;10(1):56. <https://doi.org/10.1186/s40645-023-00603-8>
21. Landau L.D., Lifshitz E.M. Teoriya uprugosti [Theory of Elasticity]. Moscow: Nauka, 1987. 246 p. (rus)
22. Grigor'yev Yu.M., Gavrilieva A.A. Zadacha rasprostraneniya poverkhnostnoy volny Releya v poluprostranstve srede Kossera v sluchaye odnorodnykh i uprugo-stesnennykh granichnykh usloviy [Propagation problem of a Rayleigh surface wave in the half-space of a Cosserat medium in the case of homogeneous and elastically

- constrained boundary condition]. *Matematicheskiye zametki SVFU [Mathematical Notes of NEFU]*. 2023;30(4):81–104. DOI: 10.25587/2411-9326-2023-4-81-104. (rus)
23. Ewing M., Jardetzky W., Press F. *Elastic Waves in Layered Media*. New York: McGraw-Hill, 1957. 405 p.
 24. Brekhovskikh L.M. *Waves in Layered Media*. New York: Academic Press, 1980. 503 p.
 25. Sidorovskaia N.A. Systematic studies of pulse propagation in ducted oceanic waveguides in normal mode representation. *The European Physical Journal – Applied Physics*. 2004;25(2):113–131. DOI: 10.1051/epjap:2003089
 26. Labarbe J., Kirillov O.N. Membrane flutter induced by radiation of surface gravity waves on a uniform flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 2020;901:A4. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.533>
 27. Perturbation theory. In: *Encyclopedia of Mathematics*. European Mathematical Society (EMS). [Online]. URL: https://encyclopediaofmath.org/wiki/Perturbation_theory (accessed 30 July 2025).
 28. Dzhakal'ya G.E.O. *Metody teorii vozmushcheniy dlya nelineynykh sistem [Methods of perturbation theory for nonlinear systems]*. Moscow: Nauka, 1979. 320 p. (rus)
 29. Watt S.M., Jeffrey D.J. An abstraction-preserving block matrix implementation in Maple. *26th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC)*. IEEE, 2024. Pp. 49–52. DOI: 10.1109/SYNASC65383.2024.00021
 30. Viktorov I.A. *Zvukovye poverkhnostnye volny v tverdykh telakh [Acoustic surface waves in solids]*. Moscow: Nauka, 1981. 288 p. (rus)
 31. Saiyan S.G., Vasiliev A.V. Numerical Simulation of the Dynamic Response of the “Evolution” Tower under Wind Action Considering Surrounding Buildings and Turbulence Resolution. *Vestnik MGSU [Monthly Journal on Construction and Architecture]*. 2025;20(2):246–279. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.2.246-279 (rus.)

Информация об авторах

Саян Сергей Гургенович

научный сотрудник Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов им. А.Б. Золотова (НОЦ КМ им. А.Б. Золотова), старший преподаватель кафедры строительной и теоретической механики, преподаватель кафедры информатики и прикладной математики, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26.

Младший научный сотрудник Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, 119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1

E-mail: Berformert@gmail.com

Васильев Артемий Викторович

студент 2-го курса магистратуры РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, Российский государственный университет нефти и газа (Национальный исследовательский университет) имени И. М. Губкина; Ленинский пр-т., дом 65, Москва, 119991;

E-mail: vasilev.artemiy@yandex.ru

Information about authors

Saiyan Sergey G.

Researcher, A. B. Zolotov Research and Education Center for Computer Modeling of Unique Buildings, Structures and Complexes; Senior Lecturer, Department of Structural and Theoretical Mechanics; Lecturer, Department of Computer Science and Applied Mathematics, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University, NRU MGSU); 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337.

Junior Research Fellow, A. Yu. Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics, Russian Academy of Sciences; 101 Vernadsky Avenue, Bldg. 1, Moscow, 119526

E-mail: Berformert@gmail.com

Vasilev Artemiy V.

Second-year Master's student, Gubkin Russian State University of Oil and Gas (National Research University); 65 Leninsky Prospekt, Moscow, 119991

E-mail: vasilev.artemiy@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 09.11.2025
Одобрена после рецензирования 09.02.2026
Принята к публикации 13.02.2026

The article was submitted 09.11.2025
Approved after reviewing 09.02.2026
Accepted for publication 13.02.2026